EDIZIONE NAZIONALE

MATHEMATICA ITALIANA

per il Ministero per i Beni e le Attività Culturali

LA TERZA PARTE DEL GENERAL TRATTATO, DE NVMERI ET MISVRE,

DI NICOLO TARTAGLIA.

NEL QVALE SI DECHIARANO I PRIMI PRINCIPII, ET LA PRIMA PARTE DELLA GEOMETRIA, CON BELLISSIMO, ET FACILISSIMO MODO;

COSE VTILISSIME, ET DILETTEVOLI, PER TVTTE QVELLE PERSONE, CHE SI DILETTANO DI SAPERE.

DIMOSTRASI OLTRA DI CIO, LA PRATTICA del *Misurare* ciascuna cosa, con breue, & facile via.

CON SVOI PRIVILEGII.

IN VENETIA PER CVRTIO TROIANO.

M. D. L. X.

PHILIPPVS Dei gratia Rex Castellæ, Aragonum, Legionis, Vtriusque Siciliæ, Hierusalem, Angliæ, Franciæ, Hiberniæ, Vngariæ, Dalmatiæ, Croatiæ, Nauarræ, Granatæ, Toleti, Valentiæ, Galetiæ, Maioricarum, Hispalis, Sardiniæ, Cordubæ, Corsicæ, Murtiæ, Giennis, Algarbiorum, Algeziræ, Gibaltaris, Insularum Canariæ, necnon Insularum Indiarum, & terræ firmæ maris oceani, Archidux Austriæ, Dux Burgundiæ, Brabantiæ, & Mediolani, Comes Barcinonæ, Flandriæ, & Tyrolis, Dominus Vizcaiæ, & Molinæ, Dux Athenarũ, & Neopatriæ, Comes Rossilionis, & Ceritaniæ, Marchio Oristani & Gotiani, Illustribus, spectabilibus, magnificis, dilectis consiliarijs, & fidelibus nostris Proregibus, locumtenentibus, & capitaneis generalibus nostris magno camerario, prothonotario, magistris iustitiarijs, eorumque locumtenentibus, sacro consilio, iudicibus magnæ regiæ curiæ præsidentibus, & rationalibus cameræ nostræ summariæ, regenti, & iudicibus magnæ curiæ Vicariæ, magistris rationalibus, thesaurarijs, & conseruatori nostri regij patrimonij, aduocatis quoque, & procuratoribus fiscalibus, cæterisque demũ vniuersis officialibus, & subditis nostris maioribus & minoribus in prefato vtriusque Siciliæ regnis constitutis & constituendis, ad quem seu quos spectet, gratiam nostram regiam & omne bonum. Ex positum nobis fuit pro parte dilecti nostri Curtij Nauò impressoris Veneti se non absque maximo sumptu atque labore typis mandasse, atque edidisse libros Nicolai Tartaleæ de Arithmeticis & Geometricis inscriptos: Il general trattato di numeri & misure, & il quaderno doppio, che serue à ciascuna cosa, maiestati nostræ humiliter supplicando, ne à quoquam omnino, nisi ab eodem, & ab eo potestatem habentibus in omnibus regnis, & dominijs nostris per viginti annos imprimantur, aut vendantur impressi, mandare dignaremur. Nos vero proprium ac peculiare munus nostrum esse censentes omnibus bonarum artium professoribus, & maxime qui litteris incumbunt, fauere: Volentesque erga dictum Curtium Nauum munificentiam nostram prætendere, vt ex sumptibus & laboribus per eum susceptis fructum aliquem valeat percipere, petitioni præfatæ tanquam rationi consonæ ex animo, modo infrascripto, duximus annuendum. Tenore igitur præsentium de certa scientia, regiaque authoritate nostra deliberate & consulto, motuque nostro proprio & ex gratia speciali, mandamus, sacri supremi penes nos assistentis consilij accedente deliberatione, Ne quis in dicto Siciliæ citra & vltra farum regnis, nisi ipse Curtius Nauus, aut ab eo potestatem habentes, vel alij, cum quibus sua rationes conuentæ fuerint, per viginti annos à die data præsentium in antea computandos, sub pœna amissionis omnium librorum, & centum ducatorum auri, in tres partes diuidendorum, quarum vna accusatori, altera fisco nostro, alia vero, eidem Curtio consignetur adscripta, libros prædictos imprimat, aut alibi impressos vendat huiusmodi edicto nostro prohibemus. Vobisque, & vestrum cuilibet, ad quos spectet dicimus, præcipimus, & iubemus, ad incursum nostræ indignationis & iræ, pœnaque, ducatorum mille nostro fisco applicandorum, vt nostram huiusmodi prohibitionem, & gratiam, & omnia & singula desuper contenta teneant firmiter, & obseruent, teneriqué & inuiolabiliter obseruari ab omnibus faciant: Quibuscunque in contrarium facientibus non obstantibus quoquo modo. In cuius rei testimonium præsentes fieri iussimus nostro magno negotiorum exterioris Siciliæ regni sigillo à Tergo munitas. Datum in oppido nostro Bruxellis die Quartodecimo mensis Augusti Anno à natiuitate domini Millesimo Quingentesimo Quinquagesimo sexto.

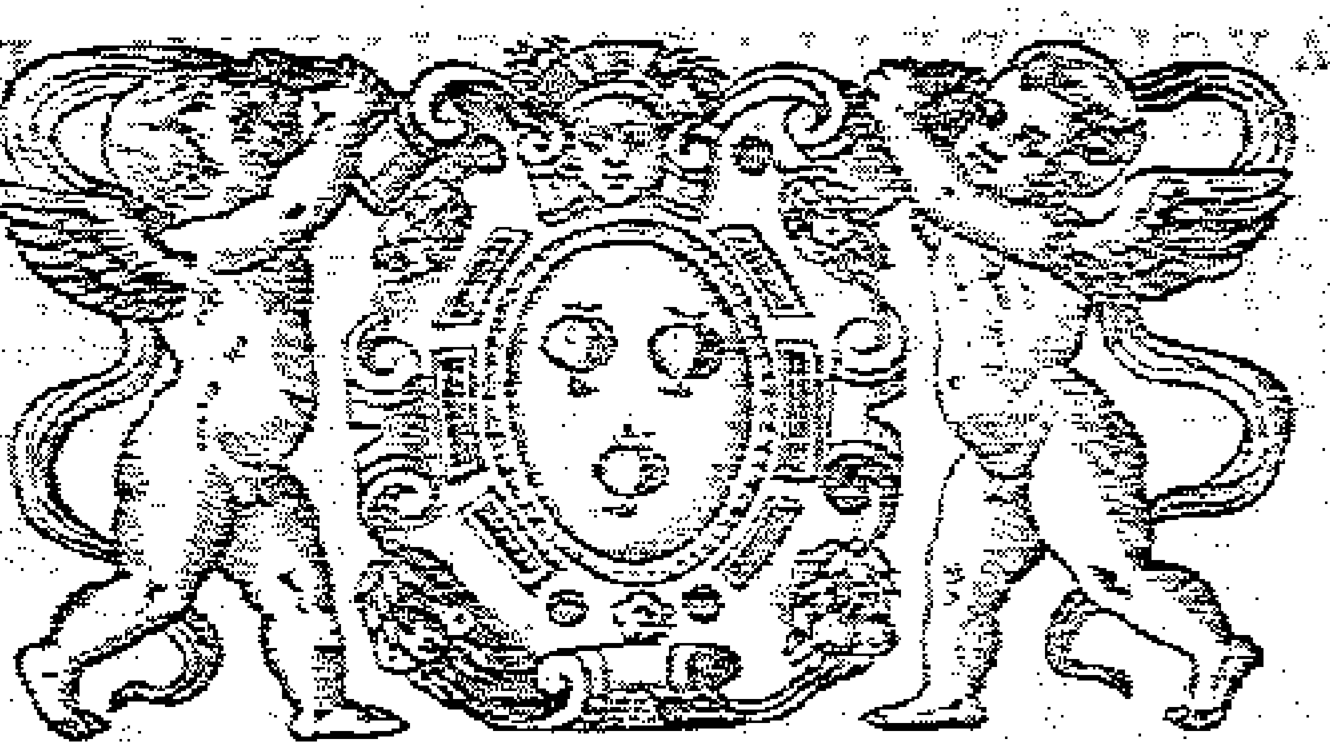
Dominus REX mandauit mihi
Didaco de Vargas.

1559. Die 29. Iulij in Rogatis.

CHE à Curtio Troiano mercante de libri, sia per auttorità di questo consiglio concesso, che per spacio de anni vinti prossimi niun'altro che lui, ò chi haverà causa da lui, possa stampar in questa città, ne in alcun altro luogo della S. N. ne altrove stampati in quella vender la Geometria de Nicolo Tartaglia diuisa in quattro libri cioè, Terza, Quarta, Quinta, & Sesta parte, sotto pena di perder le opere lequali siano del supplicante, & ducati x. per opera, un terzo dellequali sia del Arsenal, un Terzo del magistrato che farà la esecution, & un terzo del denonciante, essendo obligato di osservar tutto quello, che è disposto in materia di stampe.

ne de sopracontenuti.

Aloysius de Augustinis
Duc. not.



AL MAGNIFICO MESSER DANIEL D'ANNA PATRONE, ET SIGNOR MIO SEMPRE OSSERVANDISSIMO.

ESSENDO *Io certissimo, honoratissimo Signor Danielo, così dell'altre innumerabili virtù, che felicissimamente ornano l'animo di V. S. come del suo essere sempre stata desiderosissima di vedere risorgere, e rinovarsi le scienze, e l'arti veramente degne di huomo libero, e particolarmente le discipline mathematiche tanto da gli antichi nostri celebrate, come più volte mi affermò l'eccellente M. Nicolo Tartaglia gia di esse honoratissimo professore, e fidelissimo interprete, il quale più volte ragionando meco honoratamente di V. S. mi diceva essere stato più volte da quella essortato, e con prieghi astretto, ad impiegare l'ingegno suo tanto in riuscare quelle dal sepolcro, e ritornarle in vita, dando in publico à commune beneficio quelle sue tante fatiche, durate tanti anni in tale professione; hò giudicato cosa degna dell'amore ch'io porto a V. S. havendosi hora a mandare in luce la terza parte dell'opre del detto M. Nicolo, farnegli d'essa dono, parendomi così fare cosa gratissima alla memoria de l'autore gia affettionatissimo servitore di V. S. et a un tempo medesimo procurare honoratissima, e sicurissima protettione alla presente opera, e parimente fare testimonio al mondo della servitù che tengo con V. S. la quale prego, che per la sua solita cortesia, si vogli degnare di accettar questo piccolo dono da me, e pigliare amorevolmente la protettione di questa opera, che sotto l'ombra del honoratissimo suo nome s'appresenta al commune giudicio d'ogn'uno, tenendome nel numero de gli suoi affettionati servitori di S. Sig. alla quale baccio le mani. Di Venegia Il primo di Genaro. M D LX. Di V. S. S. Curtio Troiano.*

TAVOLA DELLA CONTINENTIA DI CIASCVN LIBRO ET A QVANTE CARTE PRINCIPIA.

LE SEQVENTI SONO LE TAVOle delle general continenze de i capi di ciascun libro, con il numero delle carte, doue principia ciascun capo: acioche con facilità ogniuno possi ritrouar le materie desiderate.

TAVOLA GENERALE DELLA continenza de i capi del primo libro.

TAVOLA DELLA CONTINENZA del secondo libro.

TAVOLA GENERALE DELLA continenza del Terzo libro.

TAVOLA GENERALE DELLA continenza del quarto libro.

TAVOLA GENERALE DELLE materie contenute nel quinto libro.

IL FINE

LA TAVOLA DELLA TERZA PARTE DEL GENERAL TRATTATO.

LIBRO PRIMO.

LIBRO SECONDO DELLA terza parte.

LIBRO TERZO.

Come

INCOMINCIA IL PRIMO LIBRO DELLA TERZA PARTE DEL GENERAL TRATTATO

di numeri, & misure, nelqual si dichiara tutte le diffinitioni del primo di Euclide, si secondo la consideration naturale, come mathematica, con altre piu chiare ragioni di quelle adutte sopra di esso Euclide da lui tradutto insieme con molte altre dal detto auttore aggionte alla pratica necessarie.

Che cosa sia la Geometria. Cap. I.

1 LA Geometria (come fu da noi detto anchora nel principio di Euclide da noi tradutto) è vna scientia, ouer disciplina, che contempla la descrittion delle figure, ouer forme della quantità continua immobile, come che è la terra, & altre cose simili.

Delle specie della Geometria.

2 LE specie principali della geometria sono due, dellequali l'una è detta theorica, & l'altra pratica. La theorica è quella che per inuestigar le propinque cause de gli effetti di quella, considera, & guarda le quantità, le proportioni, & le misure di quelle, con vna speculatione di mente, & di questa abondantemente ne parla, & tratta Euclide Megarense in dodici libri.

Delle specie della pratica geometrica.

3 LA general pratica geometrica diuidemo in due parti, ouer specie, la prima dellequali è quella, che delle gran quantità, & figure, si calcola con la pratica arithmetica, cioe la si denomina, & rappresenta con numeri di misure lineali, ouer superficiali, ouer corporee, & la seconda, laqual è pura geometrica non è mista con numeri, come al suo luogo s'intenderà. Anchor la detta pratica mista con numeri diuidemo in due specie. L'una chiamiamo pratica menore, & l'altra maggiore, la menore è la piu humile, ouer bassa, ma la piu vtile, & necessaria a ogni qualità di persone, perche quella ne da il modo, & la regola da saper conoscer con numeri, & misure la quantità si corporea, come superficiale di tutte quelle cose, che naturalmente misurar si possa (essendo personalmente sul sito) & di questa sorte di pratica si ha da trattar (naturalmente parlando) in questa nostra terza parte, delle altre due specie, nelle due seguenti parti abondantemente ne parleremo.

Quanti siano li generi delle misurationi geometrice.

4 LI generi delle misurationi, che in geometria interuengono sono tre, la prima è di vna sola misuratione, cioe secondo la longhezza solamente detta linealmente. La seconda è di due misurationi, cioe secondo la longhezza, & la larghezza chiamata superficialmente. La terza, & vltima è di tre misurationi, cioe secondo la longhezza, larghezza, & altezza, ouer profondità, detta corporalmente.

Che cosa sia misurare.

5 MIsurare alcuna quantità, non vuol inferir altro, che vn voler trouar quante volte si troua in quella alcuna famosa quantità, ouer qual parte, ouer qual parti sia di detta famosa quantità.

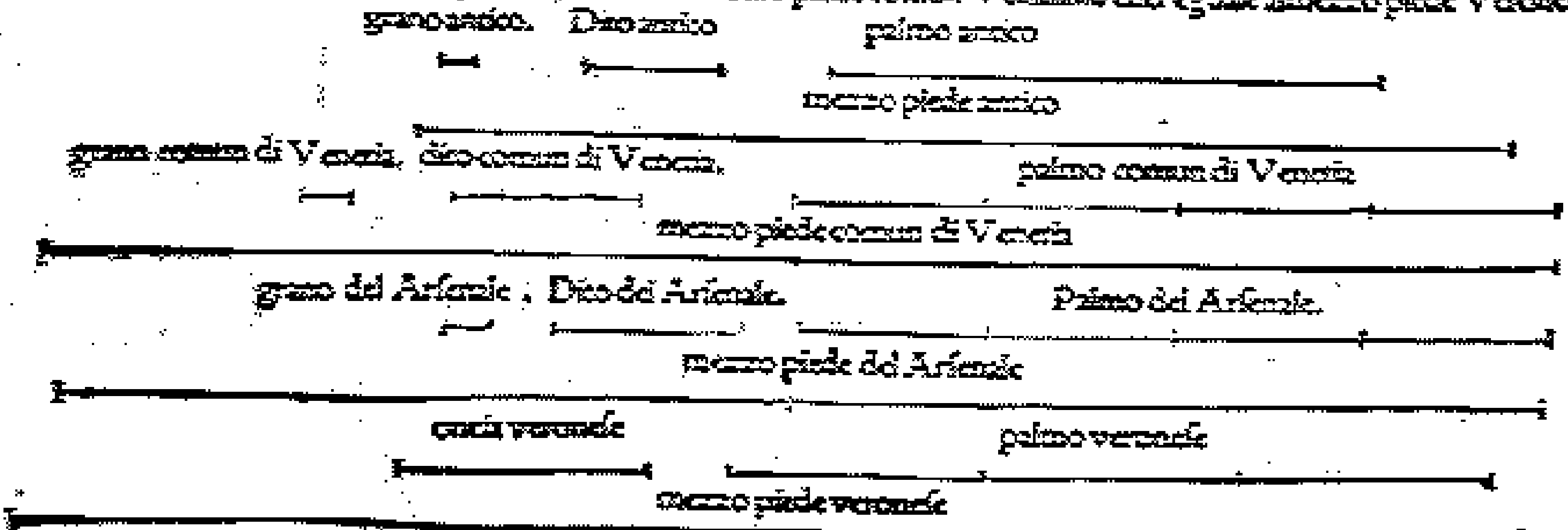
Che cosa siano le famose quantità.

6 PEr famose quantità si debbe intendere per quelle specie di misure communamente vsitate per le prouintie, ouer città, in tai misurationi.

Che cosa sia misura geometrica.

7 MIsura geometrica non è altro, che vna certa terminata longhezza di piu interualli equali, il nome, & la quantità dellequale alli presenti tempi, è diuersa non solamente secondo la diuersità delle prouintie, ma anchora delle città, vero è che molte città imitano in parte li nostri antichi, in quanto al nome di dette misure da nostri antichi costituite, ma non la medesima quantità. E per tanto narraremo prima il nome, & la quantità delle misure geometrice, che costumauano li nostri antichi, la minima parte dellequali era la larghezza di

vno commun grano di orgio, & si fondorno (secondo il parer mio) sopra vn grano di orgio, & non di formento, perche li grani dell'orgio di vna istessa prouintia sono piu egualmente di vna medesima forma di quelli del formento, & cosi 4 grani di orgio facea vna larghezza di vn dito della mano di vn'huomo commune, & cosi 4 diti facea vn palmo, & 4 palmi facea vn piede, & 5 piedi facea passo, il qual passo alli presenti tempi in molte citta si costuma nelle commensurationi geometrice, ma alquanto diuerso in quantita di quello di nostri antichi (come di sotto s'intendera) vsauano anchora li detti nostri antichi vn'altra specie di misura chiamata da alcuni cubito, & da altri vlna, il qual cubito era longo vn piede, e mezzo. Vsauano anchora li detti nostri antichi nelle misurationi geometrice, vn'altra specie di misura chiamata pertica longa piedi 10. cioe duoi passa, laqual pertica anchora alli presenti tempi in molti luoghi si costuma in quanto al nome, ma alquanto alla distintione, & quantita varia da quella di detti antichi. Nelle longhe misurationi (cioe di paesi) costumauano li detti nostri antichi il stadio, il qual stadio era 125 passa, vsauano anchora nelle dette misurationi il migliaro, come che anchora alli presenti tempi si costuma, il qual migliaro era otto stadi, iquali otto stadi fanno 1000 passa. Costumauano anchora vn'altra misura detta leuca, laqual leuca era vn miglio, e mezzo, cioe passa 1500. Et tutte queste tai antiche misure, come si puo comprendere hanno il loro primo principio, ouer fondamento dalla detta grossezza, ouer larghezza del gran dell'orgio, o vuoi dir del grano del orzo, ma penso, che per esser il detto orzo piu corpulento in alcune prouintie di quello, ch'e in vn'altra, che le dette misure siano alquanto diuerse in longhezza, perche mi son piu volte informato della longhezza del piede geometrico, che in Inghilterra si costuma, con il mio honorando compare signor Ricardo Ventuorth gentil huomo inglese (huomo peritissimo, si in pratica, come in theorica, nelle mathematice) lui mi ha accertato il detto loro piede geometrico (delliquali 3 fanno vna verga) esser assai piu corto del piede dell'Arsenal di Venetia, la quantita, ouer longhezza di sotto si dira, & si ponera in figura, dapoi mi sono anchora informato della grossezza dell'orzo, che nasce in quelle bande, & mi ha accertato, che il detto orzo, & anchora il formento esser assai piu piccolo di grano di quello, che nasce in queste bande, credo per causa del suo clima, qual e molto piu freddo del nostro, laqual cosa vien a roborar la mia openione, & forsi che anchora per questa medesima ragione li pesi di vna prouintia sono differenti da quelli dell'altra, perche tutti hanno origine dal detto grano di orgio, o vuoi dir orzo, perche egli e manifesto che nel peso dell'oro, ouer argento qua in Venetia quattro grani communi di orgio a peso fanno vn caratto a peso, & 36 caratti fanno vn quarto di oncia a peso, & oncie 8 a peso fanno vna marca, ouer vn marco. Similmente nel peso del medicine, perle, zafrano, garofoli, sede, & altre materie di precio, pur 4 grani fanno vn caratto, & 24 caratti fanno vn sazzo, & 6 sazzi fanno vna oncia, & 12 oncie fanno vna ℔. & questo ch'e detto di pesi di Venetia si trouara seguir in tutti gli altri di altre citta, auenga che nelle cose di poco valore non vi si nomina ne grani, ne caratti, ne sazzi, ma solamente lire, & oncie. Ma lassiamo questa mia openion da banda, o buona, o falsa, che la sia, & torniamo alle nostre misure geometrice, dellequali antiche di alcune ne habbi notitia qua in margine ti ho notato in figura la giusta misura del grano, & del dito, & del palmo, & del mezzo piede, che vsauano li nostri antichi, & finalmente quelli, che al presente si vsano in Venetia, in Verona, & in Brescia. Et se ben li considerarai, & compassarai, trouarai il mezzo piede commun Venetiano esser equale al mezzo piede Veronese.



Da chi

Da chi fu trouata la Geometria, & l'Arithmetica.

8 LA geometria, & l'arithmetica, come narra Polidoro Vergilio fu trouata da gli Egittij, perche dal solstitio della estate fino all'equinottio dell'Autunno, il gran fiume Nilo con smisurata acqua, ogni anno tutto lo Egitto allaga (ma piu vn'anno, che l'altro) dal cui crescere gli detti Egittij la copia, ouer la carestia di frutti peruoggono. Et perche il detto Nilo con tal suo crescere, & calare, non solamente confondea li termini, ouer confini di loro campi, ma anchora li mutaua da luogo a luogo, & tal hora gli annullaua insieme con alcuni altri segni, con i quali erano distinti i loro terreni, ouer campi, per laqual cosa fu di mistiero a ciascuno di misurar la sua terra. Onde per auttorita di Strabone, & di Herodoto concluderie (come e detto) la geometria da gli Egittij esser stata trouata.

L'Arithmetica poi, cioe la scientia, & pratica di numeri, dice che fu trouata dalli Phenici per le mercantie, & per questa causa nel nostro general trattato di numeri habbiamo voluto principiare dalle cose pertinenti alle mercantie, per esser anchora materia communamente piu vtile, & necessaria. Et per la medesima ragione, nel nostro general trattato di misure principiaremo anchora (naturalmente parlando) circa al misurar delle terre, ouer campi per esser anchora materia communamente piu vtile, & necessaria, & di piu facile apprensione, & massime essendo personalmente sul fatto, & dapoi andaremo di mano in mano piu specolatiuamente ascendendo.

Onde deriui questo nome Geometria.

9 QVesto nome Geometria e vocabolo greco, che in nostra lingua significa misuration della terra, cioe arte, ouer disciplina di misurare essa terra, ouer campi di terra.

Qual sia il principio, & fine della Geometria.

10 IL principio della Geometria e il Ponto, il qual Ponto da greci (come afferma Giorgio Valla) e detto Segno, & il fine di quella e nelli solidi, o vuoi dir corpi, cioe che quella principia, ouer che piglia il suo principio dal detto Ponto, ouer Segno, & da quel procede nelle linee, & dalle linee nelle superficie, & vltimamente finisse, ouer termina nelle speculationi, & operationi di solidi, o vuoi dir corpi, le specie delle forme di qual solidi, ouero corpi sono infinite.

Che cosa sia il Ponto, che da greci e detto Segno.

11 IL Ponto, che da greci e detto Segno (come diffinisse Euclide) e quello, che non ha parte, & quantunque quello sia stato da noi dichiarito in esso Euclide, nondimeno non restaremo da dechiarirlo vn'altra volta in questo luogo, per quelli che non hanno visto il detto Euclide con qualche altra particolarita piu alla pratica conueniente. Dico adunque che il ponto, ouer segno geometrico e quello, che non ha parte, cioe che non si puo tuore, ne dare, ne imaginare la mita di vn ponto, ne manco vn terzo, ne vn quarto, ne alcun'altra parte simile, per laqual cosa seguita il detto ponto non esser quantita, perche ogni quantita continua e diuisibile in infinito. Ma bisogna notare, che vi sono alcuni ponti, ouer segni fatti dalla natura, alcuni da l'arte, alcuni a caso, & alcuni con la mente immaginati, quelli fatti dalla natura sono, come il centro della sphera del mondo, & cosi il centro di tutti li corpi spherici celesti, come il centro del corpo spherico del Sole, della Luna, & di ogni stella, & infiniti altri simili, quelli fatti dall'arte sono quelli che sono fatti artificialmente con qualche instrumento appontito, ouer con qualche materia colorata in qualche spatio, alla similitudine di quello, che con la ponta della penna habbiamo segnato in margine con inchiostro. Vero e che con quanti philosophi, & persone dotte, che di tal ponto artificialmente fatto habbia ragionato, tutti gli ho ritrouati di questa ferma openione, che tal ponto artificialmente fatto, non esser in conto alcuno considerato da Euclide, ne da alcun'altro mathematico, perche dicono che tal ponto artificialmente fatto dall'operante per piccolissimo, che sia notissimo esser diuisibile appresso del nostro intelletto in due parti, il che saria al contrario della diffinitione di Euclide, & per questo dicono che no e considerato da quello, & dicono che il vero ponto mathematico e solamente intentionale, & non sensibile, ma astratto totalmente da ogni materia sensibile, & esser impossibile di darlo, ouero di porlo in atto, & quantunque da molti saro giudicato arrogante a volermi opporre a tal commune openione, nondimeno son sforzato a far conoscere la verita, & a mostrare, come ciascuno di quelli tali s'ingannano di grosso. Dico adunque che tal

ponto, ouer segno, & altri simili, si chiamano ponti naturali, perche li naturali li considerano, & intendono, si secondo l'essere, come secondo la ragione per tutta quella materia colorata, che sensibilmente si vede, e pero anchora nel nominarlo, lo nominano insieme con quel material colore, dicendo questo ponto, ouer segno negro, ouer rosso, ouer bianco, & cosi discorrendo secondo la qualita del color di quello. Dico adunque che secondo la detta consideration naturale, tal ponto è diuisibile, nondimeno dico anchora che tal ponto naturale è considerato secondo l'essere dal mathematico, & da quello ne caua, ouero estrae secondo la ragione il ponto mathematico indiuisibile, & questo tal ponto mathematico lo intende, & piglia per il centro di quel tal ponto naturale, il qual centro non è ne negro, ne rosso, ne di altro colore, per non esser alcuna minima parte di quella materia colorata, ma solamente è il simplice centro di quella. Et tal simplice centro è realmente il ponto mathemathematico, com'è detto. Et questo è quello, che vuol inferire Aristotele nel sesto della metaphisica, testo, & comento secondo. Quando che'l dice la mathematica, considera le cose congionte secondo l'essere, ma separate secondo la ragione dalla materia. La metaphisica le considera astratte per l'uno, & l'altro modo, & la phisica le considera congionte per l'uno, & l'altro modo.

Ma che ben auertisse ad alcune operationi di naturali, & altri, molte volte trouera quelli accordarsi con il mathematico nella consideration del ponto, & questo si vedera verificarsi nelli arcieri, balestrieri, & schioppetteri, quando vogliono giocar fra loro a chi tira piu dritto a vn qualche ponto, ouer segno tondo accolorito imbroccano quello in cima di qualche hasta, ouer bastone, & simili tirano, & quantunque molti diano nel detto ponto, ouer segno, non per questo tutti quelli tali s'intende, che habbiano vento, ma solamente colui, che hauera percosso piu appresso al centro di quel tal material ponto, ouer segno s'intendera hauer vinto. E pero si vede che questi tali per il vero ponto intendono (per natural discorso) il centro di quell'altro ponto, ouer segno, & qual tal centro non è parte alcuna di quel pōto materiale, & perche tutto quel primo pōto colorato è sensibile seguita, che anchora il suo centro sia sensibile, non dico corporalmēte, ne manco superficialmente, ne manco linealmente, per non esser tal cētro (com'è detto) alcuna minima parte di quel tal material colorato spatio, ma dico che vedendo noi tutto quel colorato spatio, vedemo anchora il centro di quello, il qual centro non è quantita, ma vn simplice ponto terminante tal spatio, & questo credo sia bastante alla verificatione di quello, che di sopra habbiamo detto.

Li ponti con la mente immaginati sono, come che nella sphera del mondo il ponto dell'Equinottio della Primauera, & quello dell'Autunno, similmente li doi solstitij, il zenit, & infiniti altri simili, delli ponti fatti a caso per esser simili a quelli fatti da l'arteffice non accade a parlarne.

Che cosa sia linea.

11 LA linea, qual è la prima specie della quantita continua (come diffinisse Euclide) è vna longhezza senza larghezza, li termini dellaquale (essendo terminata) sono doi ponti. Anchora di queste linee (come fu detto del ponto) ve ne sono alcune fatte dalla natura, alcune dall'arte, alcune a caso, & alcune con la mente immaginate, quelle fatte dal la natura sono le longhezze, larghezze, grossezze, ouer profondita di tutte le specie di corpi, ouer solidi dalla natura produtti. Et similmente le distantie di quai si voglia due cose, come saria la distantia di due citta, ouer di due stelle, & altre cose simili. Queste fatte dall'arte sono quelle, che sono fatte, ouer dessignate con inchiostro, ouer con altro colore da geometrici, dessignatori, perspettiui, architettori, & da altri artefici, come saria a dir la linea a b c d. in margine con inchiostro dessignata, & queste tal specie di linee, & altre simili, sono dette linee naturali, perche li naturali le considerano, & intendono, si secondo l'esser, come secondo la ragione, per tutta quella materia colorata, che sensibilmente si vede. Vero è che a tal specie di linee se gli puo dir linee artificiali, per esser fatte dessignate dall'artefice, circa di queste tal linee naturali, ouer artificiali, quanti philosophi, phisici, & altre persone dotte, con che ne ho parlato, gli ho trouati varij, come fu detto del ponto, che di quella opinione, che tal specie di linee, non sono considerate in conto alcuno da Euclide, ne da alcun'altro mathematico, alcuni dicono, perche tal specie di linee per sensati, che sono dessignate, hanno sempre qualche larghezza in se, ilche è contra la diffinitione di Euclide, e pero non sono considerate da quello, alcuni altri dicono le linee mathematiche esser considerate dal mathematico totalmente astratte da ogni materia sensibile, & le sopradette linee artificiali sono composte di qual tal material color sensibile, & per tal ragione non sono in conto alcuno considerate dal mathematico, altri affermano le linee mathematiche esser totalmente insensibili, lequali non cadono sotto al senso nostro, ma solamente sono considerate mentalmente, & non si ponno dar in atto.

La sotto scritta è vna linea naturale per il mezzo della larghezza, dellaqual passa la linea mathematica.

Questo

Questo medesimo dubbio fu da me anchora adutto, & anchor risolto sopra di Euclide, ma per quelli, che non hanno visto Euclide, ne tal mia risolutione io voglio risolvere vn'altra volta in questo luogo, & per vn'altra via piu alla pratica conveniente di quella data di sopra di tal materia. Dico adunque che secondo la sopradetta consideratione del naturale senza dubbio (per forza che sono) hanno sempre qualche sensibil larghezza, nondimeno tai linee naturali son considerate ancho ra secondo l'esser suo dal mathematico, vero è che secondo la ragione il detto mathematico niente considera di quella colorata materia, ma alcune volte considera solamente quella simplice longhezza, che passa per mezzo di quella colorata larghezza, che è fra quelle quattro lettere a. b. c. d. come saria quella, che passa dal ponto e. al ponto f. (nella seconda figuratione) dividendo tal colorata larghezza (per longo) in due parti equali, & questa tal simplice longhezza s'intende realmente la linea mathematica, laqual linea mathematica non è negra, ne bianca, ne di altro colore, perche la non è parte alcuna di quella colorata larghezza artificialmente designata. Egli è ben vero che la longhezza della detta linea mathematica è precisamente equale alla longhezza di quella linea naturale, & cosi li termini di tal linea mathematica in questo caso sariano li duoi ponti e. & f. Alcune altre volte, tal linea mathematica è considerata dal detto mathematico, per quella simplice longhezza, che è commun termine fra quella negrezza (di tal linea naturale) & quella bianchezza della carta, nellaquale è designata, cioe dalla banda di sopra, over dalla banda di sotto di tal linea naturale, il qual commun termine considerando dalla banda di sopra veniria a esser quella simplice longhezza, che dal simplice ponto. a. al simplice ponto. b. laqual simplice longhezza veniria a esser realmente la detta linea mathematica, laquale in questo caso non saria ne negra, ne bianca, ma è vn simplice commun termine di quella negrezza, & di quella bianchezza, il qual commun termine non è parte alcuna, ne di quella negrezza, ne di quella bianchezza. Et per tanto la longhezza di tal linea mathematica è sensibile, e pero color che dicono tal linea mathematica non esser sensibile, non poco s'ingannano. Egli è ben vero, che tal linea mathematica per non haver alcuna larghezza seguita di necessita, che in lei non vi si possa veder quello, che in lei non è (cioe larghezza) ma ben la sua longhezza viene a esser manifesta al senso, e pero egli è sensibile, & essendo la longhezza di tal linea mathematica sensibile, anchora li termini di quella vengono a esser sensibili, & li termini di quella sono duoi ponti (essendo terminata) seguita adunque il ponto mathematico esser sensibile per mezzo della linea mathematica, cioe se noi vedemo tutta la longhezza di quel commun termine, che è dal a. al b. fra quella bianchezza, & negrezza, el non si puo negare, che noi non vedemo li duoi termini di tal longhezza, i quali duoi termini, l'uno è il ponto a. & l'altro il ponto b. El medesimo seguiria quando che il detto mathematico considerasse per la detta linea mathematica quel altro commun termine, ch'è dal c. al d. dalla banda di sotto di tal linea naturale. Et per tanto non solamente vien a esser risolto il nostro proposto dubbio, ma anchora vien a esser verificato quello, che dice Aristotile nel secondo della phisica testo 20. nelqual luogo conclude, che il geometra considera la linea naturale, ma non secondo che la è naturale, perche per quello, che di sopra è stato detto, si vede, che il mathematico niente considera di quella materia sensibile, con laquale è composta tal linea naturale.

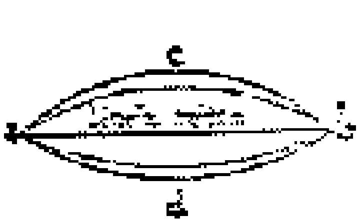
Oltra di questo bisogna anchor notar, che tutte quelle specie di misure geometrice, narrate nella quarta di questo capo, o siano tai misure fatte di legno, over di ferro, over di qualche altro material metallo, o siano grosse, over sottili sono linee naturali, & la linea mathematica tal hora s'intende dal mathematico transire per il mezzo della larghezza, & grossezza di quelle, si, come fa la medolla per mezzo di vna dretta bachetta, over tondo bastone, & tal hora tal linea mathematica s'intende dal detto mathematico passar per il mezzo, over da vna banda di quella superficie, che circonda quella tal misura, & tal linea mathematica non è alcuna minima parte di quella materia corporale di quella tal misura, ne manco di quella superficie, che circonda quella tal misura, vero è che la longhezza di quella tal linea mathematica è precisamente equale alla longhezza di quella tal misura, & questo è quello, che vuol inferire Aristotile nel sesto della methaphisica testo 1. Et similmente il commentator Averrois sopra il primo de celo, & mondo, comento primo, ma piu diffusamente Aristotile nel sopradetto secondo della phisica testo 20. Oltra di questo Averrois volendo sopra il medesimo dechiarire la consideratione del prospettivo esser media fra quella del naturale, & del mathematico circa alla linea dice queste parole formali. Geometra enim considerat de magnitudinibus abstractis a materia. Naturalis vero considerat de eis secundum quod sunt in materia. Aspectivus autem considerat de lineis in dispositione media inter illas duas considerationes, non enim considerat de linea secundum quod est linea simpliciter, vt Geometer, neq; secundum quod est linea lignea, aut erea vt naturalis, sed secundum quod visualis, over aerea e da lapar, che per linea lignea, over me-

talica si piglia naturalmente, non solamente per quelle misure materiali di legno, ouer metallo dette di sopra, ma anchora per la simplice longhezza di qual si voglia altro legno, ouer verga di me-
longhezza.
tallo, ouer di pietra, ouer di terra, ouer di qual si voglia altra material longhezza.

Circa a quelle linee, che dinotano la distantia di due cose, non vi è dubbio, che sono sensibili. Essempi gratia se duoi schiopetteri giocano a tirar a qualche material segno, sempre quello che darà piu appresso al segno s'intenderà hauer vento, & se le dette distantie delle dette due botte al centro del segno non fussero sensibili non si porria giudicar qual di loro hauesse vinto, ouer perso, & li termini delle dette due distantie l'uno saria il centro del segno, doue tirano, & l'altro saria il centro di ciascuna botta, i quali centri sono ponti mathematici, i quali vengono a esser sensibili per mezzo di quelle loro distantie sensibili, e però è manifesta la nostra sententia contra quelli, che dicono la linea mathematica, & il ponto non esser sensibili.

Le linee immaginate con la mente sono si come le circonferentie delli circoli immaginati nella sphera celeste, cioè l'equinottiale, li duoi coluri, l'orizonte, il meridiano, li duoi tropici, il circolo artico, antartico, li paralleli, & infinite altre simili. Delle linee fatte a caso non accade a parlarne per esser simili alle artificiali, che a caso si fanno.

Che cosa sia linea retta.



13 LA linea retta (come diffinisse Euclide) è la breuissima estensione da vn ponto all'altro, che riceue l'uno, & l'altro di quelli nelle sue estremità. Essempi gratia essendo signati li duoi ponti a. & b. dico che dal ponto a. al ponto b. si può estendere, ouer designare infinite linee curuate verso la banda, doue è signato il c. l'una maggior dell'altra, cioè quella, che sarà piu curua sarà piu longa di quella, che sarà manco curua. Et il medesimo si può far verso la banda, doue è signato il d. ma la piu breue, che tirar si possa dal detto ponto a. al ponto b. sia quella, che da Euclide è detta linea retta, e però vna sola linea retta si può tirare da vn ponto a vn'altro come nell'essempio appare in figura, ma delle curue, & tortuose infinite vi se ne possono tirare, & per esser tal cosa communamente nota non starò circa ciò a dar altramente figural essempio.

Che cosa sia superficie.

14 LA superficie è la seconda specie della quantità continua, & questa è quella (come dice Euclide) che ha solamente longhezza, & larghezza, li termini della quale (essendo terminata) sono linee. Essempi gratia si come, che la quantità di vna linea è compresa, & conosciuta sotto di vna sola misuratione, qual è la longhezza. La quantità di vna superficie vien compresa, & conosciuta solamente sotto di due misurationi, l'una è per longhezza, & l'altra è per larghezza, & manca della terza misuratione (cioè della grossezza) laqual si aspetta al corpo. Anchor di queste superficie (come fu detto delle linee) alcune sono fatte dalla natura, alcune dall'arte, alcune a caso, & alcune con la mente immaginate, le superficie fatte dalla natura sono quelle, che sono intorno di ogni corpo materiale, come saria a dir la superficie della terra, la superficie dell'acqua, & così di ogni altra qualità di corpo. Le superficie fatte dall'arte sono quelle, che sono fatte, ouer designate, ouer dipinte con qualche colorata materia in qualche spacio, come saria la superficie a. b. c. d. dipinta con inchiostro nel margine di questa carta, li termini della quale sono le quattro linee a. b. c. d. a. c. & b. d. lequali quattro linee vengono a esser quelli quattro communi termini, che sono fra il bianco, & il nero delli detti quattro lati a. b. c. d. a. c. & b. d. della detta superficie a. b. c. d. i quali quattro termini non sono ne negri, ne bianchi, perche non sono alcuna minima parte di quella materia bianca, ne manco della nera, e però non hanno alcuna larghezza, ma solamente hanno simplice longhezza, lequali longhezze l'una è dal ponto a. al ponto b. & la seconda dal ponto c. al ponto d. la terza dal ponto a. al ponto c. & la quarta è dal ponto b. al ponto d. e però li detti quattro termini di tal superficie sono quattro linee secondo la consideratione mathematica, & sono sensibili per mezzo di tal superficie alla similitudine, che fu detto della linea naturale, ouero artificiale, perche tal linea naturale, ouero artificiale non è altro, che vna colorata superficie di vna picciolissima larghezza, e però li duoi communi termini, che procedeno al longo fra il bianco, & il nero da l'una, & l'altra banda sono linee secondo la consideratione mathematica, si come sono le due a. b. & c. d. di questa colorata superficie, ma la longhezza, & larghezza di tal superficie può esser compresa, & considerata dal mathematico in piu modi, secondo la forma di tal proposta superficie, l'uno di quali in questa si porria considerare passar per il mezzo di tal colorata superficie, cioè la longhezza considerarla passar dal ponto e. al ponto f. (come sopra la linea naturale fu anchor fatto) & la larghezza consideratala passar dal ponto g. al ponto h. vero è che in questo essempio tal longhezza si porria

consideraar

considerare per la linea a b. ouer c d. & la larghezza per la linea a c. ouer b d. Similmente circa di queste specie di superficie artificialmente designate, ouer colorate, con quanti philosophi, & persone dotte ne ho parlato (come fu detto anchora della linea naturale) gli ho trouati tutti di questa openione, che tai specie di superficie non sono in conto alcuno considerate da Euclide, ne d'alcun altro mathematico, atento che tai colorate superficie per sottile, che siano sempre hanno alquanto di grossezza, ouer profondità, che saria al contrario della diffinitione di Euclide, & per questa causa dicono non esser considerate da quello, soggiongendoui, che la superficie mathematica non ha niente di grossezza, e pero non è sensibile, ne si poteria mettere in atto, ma sono solamente intentionale (come fu detto della linea) hor per chiarire tal sua falsa openione. Dico che pigliando tai specie di superficie secondo la consideratione del naturale, il quale sempre le considera si secondo l'esser, come secondo la ragione congiontamente con quella materia colorata, el non si puo negare, che tai superficie per sottile, che siano, che sempre non habbiano alquanto di grossezza, ma per questo non resta, che tai specie di superficie materiali non siano anchora considerate secondo l'esser dal mathematico, perche da quelle medesime ne caua, ouero estrae la superficie mathematica, cioe si come che il contadino dalla vua ne estrae, ouer caua il vino, & dalle oliue l'oglio, similmente il mathematico dalle cose naturali ne estrae, ouer caua le mathematiche. Et per tanto il detto mathematico dalla detta superficie colorata considerando secondo la ragione quel comun termine, ch'è fra quella colorata superficie, & l'aere che sopra vi sta, il qual comun termine vien a esser realmente la superficie mathematica, laqual superficie non è ne negra, ne bianca, ne d'altro colore per non esser alcuna parte di quella colorata materia, ne manco dell'aere, che vi sta sopra, ma solamente è quel simplice comun termine, ch'è (com'è detto) fra ambidoi, il qual comun termine, ouer superficie mathematica vien a esser precisamente tanto longa, & larga quanto ch'è la detta superficie naturale, o vuoi dir colorata, & li termini di tal superficie mathematica vien a esser quelle medesime quattro linee mathematiche dette di sopra, cioe a b. c d. a c. & b d. & la sua longhezza sarà per la distantia, ch'è dal ponto e. al ponto f. & la larghezza quella, ch'è dal ponto g. al ponto h.

Da notare sopra il ponto, & la linea, & la superficie naturale, & mathematica.

Bisogna notar, che il ponto naturale non puo essere, ne stare senza il ponto mathematico, ma il ponto mathematico non solamente puo essere, & stare senza il ponto naturale, o vuoi dir artificiale, ma quel è realmente in ogni luogo, & parte, e pero lo potemo considerare in che luogo ne pare, ma perche consideramo che facilmente si scordaressimo il luogo di tal nostra consideratione, la maggior parte delle volte in quel tal luogo per nostra memoria gli notemo il detto ponto naturale, ouero artificiale. Per esser adunque il detto ponto mathematico in ogni luogo, & parte, gli nostri antichi sapienti attribuirno questo nome Ponto al summo, & magno Iddio (come nelli suoi 72 nomi appare) per esser quello in ogni luogo, & parte, si, com'è detto del ponto mathematico.

Similmente dico della linea naturale, ouero artificiale, che la non puo esser, ne stare senza la linea mathematica, ma la linea mathematica non solamente puo esser, & stare senza la linea naturale, ouero artificiale, ma quella è realmente in ogni spacioso luogo, e pero la potiamo considerare in qual spacioso luogo ne pare, ma perche in molti spaciosi luoghi considerata che facilmente si scordaressimo la sua precisa estensione, & la quantità, & qualità di quella vi designamo (per nostra memoria) l'artificiale, ma pero il non resta, che auanti, che vi fusse designata l'artificiale, che non vi fusse prima la detta linea mathematica. Similmente anchora per esser la detta linea mathematica in ogni spacioso luogo, & parte, li sopradetti nostri antichi sapienti attribuirno questo nome linea al detto nostro summo, & magno Iddio, come nelli detti suoi 72 nomi si troua scritto.

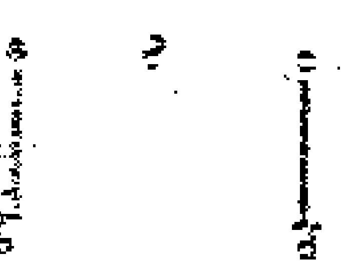
Questo medesimo si debbe intendere della superficie artificiale, cioe che ogni superficie artificiale non puo essere, ouer stare senza la superficie mathematica (per esser sempre contigua con quella) ma la superficie mathematica non solamente puo esser, & stare senza l'artificiale, ma quella non solamente è d'intorno, ma anchora di dentro di ogni qualità di corpo, & lei non è parte alcuna di quel tal corpo. Essempi gratia auanti che fusse designata la detta colorata superficie a b c d. nel margine di questa carta prima di lei vi era la superficie mathematica, qual era quel comun termine, ch'era generalmente fra la biancheza di questo foglio di carta, & quell'aere, che sopra staua, & sopra sta a questo detto foglio di carta, & tal superficie mathematica non era, ne manco è bianca, ne negra, ne grisa per non esser parte, ne di questa carta, ne manco dell'aere, che vi sta sopra, ma solamente è vn simplice comun termine (com'è detto) fra l'uno, & l'altro quasi alla similitudine, ch'è quella pellicula, ch'è comun termine fra il rosumo, & la chiara del ouo, laqual pelicula non è parte del rosumo, ne manco della chiara, questo essempio te l'ho adutto, accioche tu intenda doue si considera la superficie mathematica, ma non per questo dico, che quella pellicula del ouo sia superficie mathematica, perche anchora lei ha alquanto di grossezza, anchor che sottilissima sia. Et tutto questo c'habbiamo detto del ponto, et della superficie secondo la consideration del mathematico, lo vien a confirmar in sostanza Auerrois nel sesto della phisica commento 24. Quando ch'el dice, che intra duoi ponti egli è necessario, che gli sia vna linea, & che intra due linee egli è necessario, che gli sia vna superficie, & intra due superficie egli è necessario, che gli sia vn corpo, et similmente, che tra duoi instanti egli è necessario, che gli sia tempo. E pero dato, ouer considerato duoi ponti, ponemo a. & b. egli è necessario, che fra quelli gli sia la linea mathematica, anchor che da l'uno all'altro di quelli non gli sia tirata la linea artificiale, perche quella simplice distantia da l'uno all'altro di quelli non è altro che vna linea, come fu detto della distantia di due citta, ouer di due stelle, & essemplificato sopra le botte di quelli duoi schiopettieri. Et per tanto essendo signati, ouer considerati, ouero immaginati li detti duoi ponti a. & b. & li duoi c. & d. essendo adunque fra li duoi a. & b. vna linea, & vn'altra fra li duoi c. & d. seguita, che saranno date due linee l'una sara dal a. al b. & l'altra sara dal c. al d. fra lequali due linee per le ragioni dette è necessario, che fra quelle vi sia la superficie mathematica, anchor che non vi sia designata, ouer dipinta la superficie artificiale, perche oltra le dette due linee a. b. & c. d. ne vien a esser causate due altre, l'una sara fra li duoi ponti a. & c. & l'altra fra li duoi altri, cioe b. & d. lequali quattro linee vengono a serrare, & a terminar la detta superficie mathematica dentro da quelle, anchor che non vi siano tirate le dette quattro linee artificiali, ne tanto la detta colorata superficie. E pero nelle superficie terree dati li termini materiali, che si costumano a terminare le terre, immediatamente vien a esser nota quella terminata particolar superficie terrea, dico particolare, perche quasi ogni particolar superficie vien a esser parte di vn'altra piu generale superficie. Essempi gratia la sopradetta superficie terminata dalle dette quattro linee a. b. c. d. a c. & b. d. si vede che la è parte della general superficie, che si espone sopra questa carta, ò della banda chenon di questo foglio di carta, perche come in principio fu detto la detta superficie mathematica è il termine, non solamente a ogni qualita di corpo dalla natura prodotto, ma anchora a ogni altro da l'arte fabricato, & per tal suo esser estremo, & anchora di dentro di ogni qualita di corpo, li moderni mathematici hanno attribuito questo nome superficie al summo Iddio, come che nelli detti suoi va nominandolo notato.

Correlario.

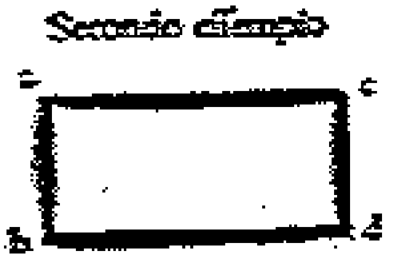
Da tutte le cose dette di sopra circa del ponto, & della linea, & della superficie, secondo la consideration del mathematico, si manifesta qualmente il ponto mathematico è visibile per mezzo della linea mathematica, & la linea mathematica è visibile per mezzo della superficie mathematica, & la superficie mathematica è visibile per mezzo del corpo, il corpo poi resta inuisibile, perche di quello solamente li suoi termini si pon vedere, come piu amplamente in vn nostro trattato di perspettiua piacendo a Iddio si fara noto, ouer manifesto.

Che cosa sia superficie piana.

Primo essempio



Secondo essempio

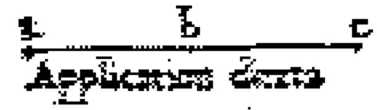


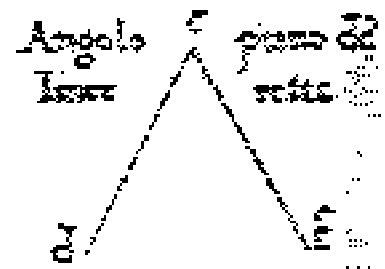
7 La superficie piana (come diffinisse Euclide) è la breuissima estensione de vna linea a vn'altra, che riceua nelle sue estremita l'una, & l'altra di quelle due linee, laqual diffinitione è simile a quella della linea retta. Essempi gratia essendo le due linee a b. & c d. esposte nel primo essempio, dico che dalla linea a b. & c d. si pon estendere in tutto, ouer con la mente infinite superficie incurvate in suso verso, el'una maggior dell'altra, cioe quella, che sara piu altamente incurvata, sara di maggiore estensione di quella, che sara manco incurvata in suso, & infinite altre se ne potra estendere incurvate in giuso, cioe penetrante questo foglio di carta dall'altra banda, ma la piu breuissima sara quella, che sara stesa per questo foglio di carta, come ch'è questo, ch'è designata nel secondo essempio, & questa sara superficie piana secondo il detto Euclide, & perche penso che tu mi habbi inteso, non sturo a porti altro figurato essempio.

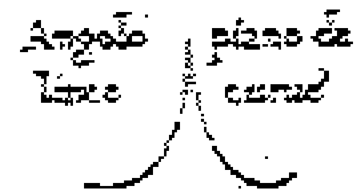
Che cosa sia angolo piano.

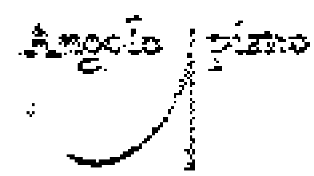
8 L'Angolo piano (come diffinisse Euclide) è il toccamento, & l'applicatione non diretta di due linee, si rette, come curue, che la espansione di quelle sia in vna superficie piana. E per tanto il detto angolo piano (come habbiamo detto sopra a tal diffinitione in Euclide) è composto sotto di tre conditioni.

conditioni. La prima è il toccamento di due linee, nondimeno tal toccamento per se solo non formaria angolo, quando l'applicatione delle dette due linee fusse diretta, alla similitudine delle due linee a b. & b c. lequali si toccano in ponto b. di vna diretta applicatione, & per esser tal applicatione diretta non formano angolo, anzi delle dette due linee se ne forma vna sola, laqual è tutta la a b c. Ma se le dette due linee si toccassero di vna applicatione non diretta alla similitudine delle due linee d e. & e f. in ponto e. nondimeno se le dette due d e. & e f. s'ispandessero sopra vna superficie globosa, ouer monticulosa il detto angolo e. non saria angolo piano, ma monticulo, ouer globoso, come saria quando fusse descritto sopra la superficie di vna balla, ouer d'un'ouo, perche douendo esser angolo piano bisogna, che habbia la terza conditione, cioe che le dette due linee si spandano per la superficie di sopra scritta (cioe piana) che cosi intende Euclide, non dimeno vno angolo piano puo esser contenuto da due linee rette, & da due curue, & da vna retta, & vna curua, come ne gli essempi posti figuratamente in margine. Egli è vero che l'angolo piano si potria dir piano a differentia del angolo solido, del quale al suo conueniente luogo parlaremo.



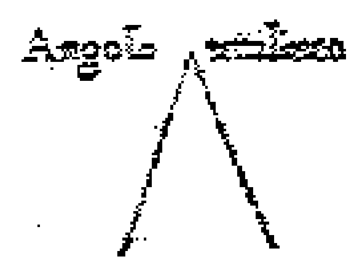






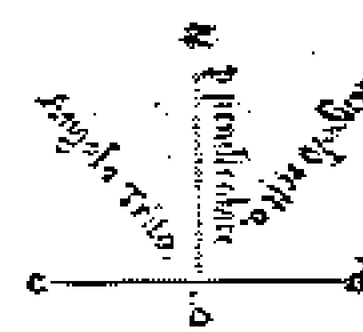
Che cosa sia angolo rettilineo.

17 L'Angolo rettilineo (come diffinisse Euclide) è quello, ch'è contenuto da due linee rette, come in margine si vede, vero è che le specie dell'angolo rettilineo sono tre, cioe retto, maggior del retto, & menor del retto.



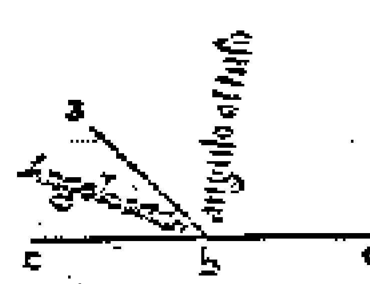
Che cosa sia angolo retto.

18 EVclide dice, quando che vna linea retta sarà sopra vn'altra linea retta, & che li duoi angoli contenuti da l'vna, & l'altra parte siano eguali, l'uno, & l'altro di quelli sara retto, & la detta linea è detta perpendicolare, ouer catheto sopra di quella, doue sopra sta. Essempi gratia, perche la linea a b. sta sopra la linea c b d. talmente che l'angolo formato dalla detta linea a b. con la parte b d. sia eguale a quell'altro angolo formato dalla medesima a b. con l'altra parte c b. si concluderà (per la presente diffinitione) l'uno, & l'altro di quelli esser angolo retto, & la detta linea a b. si chiama perpendicolare, ouer catheto sopra della detta linea c d. Ma per esser meglio inteso nel nostro processo, bisogna notare, che quando si vuol notificar vno angolo in scrittura, quel si notifica la maggior parte delle volte con tre lettere, dellequali la lettera media sempre sarà quella, che ne dinotarà il ponto doue termina il detto angolo. Essempi gratia volendo per questo modo dir quello, che di sopra habbiamo detto, diremo in questa forma. Se l'angolo a b d. sara equale all'angolo a b c. l'uno, & l'altro sara retto, onde per l'angolo a b d. s'intende l'angolo contenuto dalla linea a b. & dalla linea b d. in ponto b. & per l'angolo a b c. s'intende per l'angolo contenuto dalla medesima linea a b. & dalla linea c b. in ponto b. & cosi si douera intendere nel nostro processo.



Come si chiami l'angolo, ch'è maggiore, & quello ch'è menor del retto.

19 L'Angolo ch'è maggior del retto (come diffinisse Euclide) è detto ottuso, & quello, ch'è menore del retto se gli dice acuto. Essempi gratia se la linea a b. sara inclinata sopra alla linea c b d. (come appar in questa seconda figuratione) lei formara duoi angoli inequali, l'uno di quali sara maggior del retto, & questo sara l'angolo a b d. & l'altro sara menore, & questo sara l'angolo a b c. l'angolo adunque a b d. per la presente Euclidiana diffinitione sara detto ottuso, & l'altro ch'è menor del retto, cioe l'angolo a b c. sara chiamato acuto.

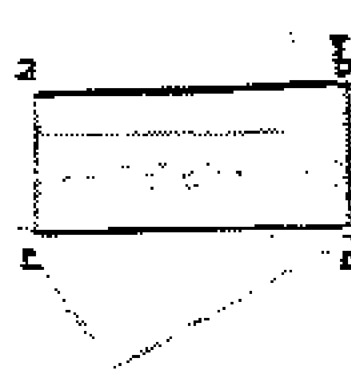


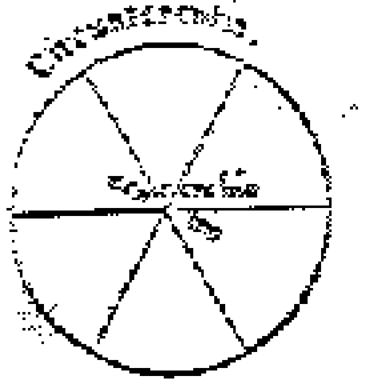
Che cosa sia termine.

20 IL termine (come diffinisse Euclide) è quello, ch'è fine della cosa. Essempi gratia sia la linea a b. & similmente la superficie a b c d. & perche ciascun delli duoi ponti a. & b. sono principio, & fine della detta linea a b. E per tanto l'uno, & l'altro di quelli s'intende esser termine della detta linea a b. Similmente perche la superficie a b c d. finisse in quelle quattro linee a b. a c. c d. & b d. E pero ciascuna delle dette quattro linee sara termine della detta superficie.

Che cosa sia figura.

21 FIgura (come diffinisse Euclide) è quella, ch'è contenuta sotto a vno, ouer a piu termini, quali sono le figure superficiali, contenute sotto di vn solo termine si narrara nella sequente diffinitione,





& quelle che sono poi contenute sotto di duoi, ouer tre, ouer quattro, ouer piu termini, nelle altre consequenti diffinitioni si fara manifesto.

Che cosa sia cerchio, ouer circolo.

22 IL cerchio (come diffinisse Euclide) è vna figura piana contenuta da vna sola linea, laqual è chiamata circonferentia, in mezzo dellaqual figura è vn ponto, dalquale tutte le linee rette, che vsciscono, & vadino alla circonferentia sono fra loro equali, & quel tal ponto è detto centro del cerchio. PEr esser il cerchio figura communamente cognita da ogni pratico, & similmente la circonferentia, & il centro di quello, non voglio star a dichiarire altramente la sua diffinitione, per esser da se chiara, ma voglio che basti la sua figura posta in margine.

Che cosa sia il diametro del cerchio.

23 IL diametro del cerchio (come dice Euclide) è vna linea retta, che passa per il centro di quello, & applica le sue estremita alla circonferentia, & diuide il cerchio in due parti equali, come che in margine appare in figura.

Che cosa sia mezzo cerchio.

24 IL mezzo cerchio (come dice Euclide) è vna figura piana contenuta dal diametro del cerchio, & dalla mita della sua circonferentia, come figuratamente in margine appare.

Che cosa sia portion di cerchio.

25 POrtion di cerchio è vna figura piana contenuta da vna linea retta, & da vna parte della circonferentia maggiore, ouer menore del mezzo cerchio, come che nelle due figurate in margine appar, dellequali l'una è detta portion maggiore, & l'altra è chiamata portion menore.

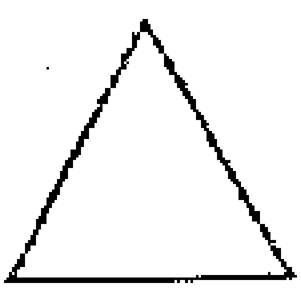
Che cosa siano figure rette linee.

26 LE figure rette linee (come diffinisse Euclide) sono quelle, che sono contenute da linee rette, delequali alcune sono dette trilatere, & queste sono quelle, che sono contenute da tre linee rette, alcune sono dette quadrilatere, & queste sono quelle, che sono contenute da quattro linee rette, alcune sono dette moltilatere, & queste sono quelle, che sono contenute da piu di quattro linee rette, come che nelle sequenti diffinitioni essemplarmente si notificara.

Delle specie delle figure di tre lati in rispetto di suoi lati.

Triangolo equilatero, ouer isopleuro.

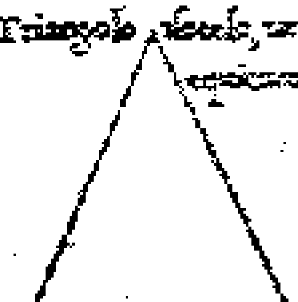
27 LE specie delle figure di tre lati in rispetto di suoi lati (come diffinisse Euclide) sono tre, la prima è detta triangolo equilatero, & questo è quello, ch'è contenuto sotto di tre lati equali, l'altra è chiamata triangolo isoscele, ouer isocele, & questo è quello, ch'è contenuto solamente sotto di duoi lati equali, l'altro è chiamato triangolo scaleno, & questo è quello, ch'è contenuto sotto di tre lati inequali, altramente tengo da Arabi, sono denominati detti triangoli, cioe al equilatero gli dicono isopleuro, al isocele, equicurio.



Delle specie delle figure di tre lati in rispetto di suoi angoli.

28 ANchora delle dette figure di tre lati in rispetto di suoi angoli (dal detto Euclide) se ne assegna tre specie, dellequali la prima è detta triangolo orthogonio, ouer rettangolo, & questo è quello, che ha vn'angolo retto, l'altra specie è chiamata triangolo ambligonio, & questo è quello, che ha vn'angolo ottuso, la vltima specie è detta triangolo oxigonio, & questo è quello, che ha tutti li suoi tre angoli acuti.

Triangolo isoscele, ouer equicuro.

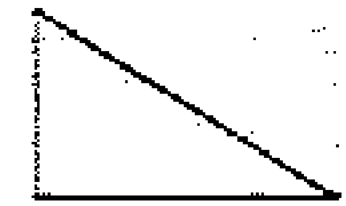


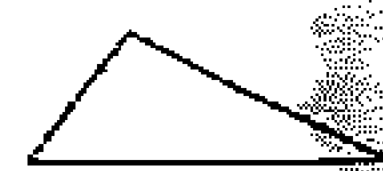
Delle specie delle figure di quattro lati.

29 LE specie delle figure di quattro lati, vna è detta quadrato, & questo è quello, che ha li suoi quattro lati equali. Et oltra di questo ha anchora gli angoli retti, l'altra è detta tetragono longo, & questa tal figura è rettangola, cioe che ha tutti li suoi angoli retti, ma nõ è equilatera, come è il quadrato, anzi e piu longa, che larga. L'altra è detta da Arabi Helmuaym, & da Greci Rhombo. Et questa tal figura è equilatera, si come il quadrato, ma non è rettangola, anzi ha duoi angoli ottusi, & duoi acuti, come che in margine si puo vedere. L'altra è chiamata da Arabi simile Helmuaym, & da Greci Rhomboide, & questa ha gli opposti lati equali, & similmente gli angoli opposti equali.

Triangolo scaleno.

equali, nondimeno non è contenuta da lati equali, ne da angoli retti. Tutte le altre specie di figure quadrilatere, eccettuando le sopradette, da arabi sono chiamate Helmuariphe, & da greci trapezie.

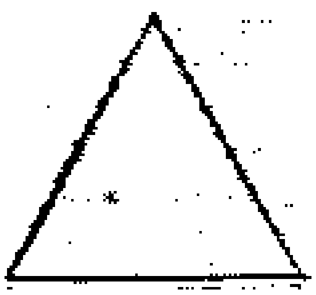

Triangolo rettangolo.


Triangolo ambigonio.

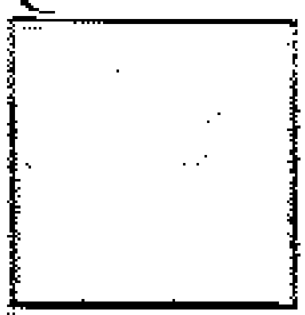
Da notare.

30 Bisogna auertire, che le sopra narrate quattro specie di figure di quattro lati, cioè il quadrato, il Tetragon longo, il Rhombo, & il Rhomboide generalmente da greci sono dette figure parallelograme, & di queste quattro specie di figure parallelograme, il quadrato, & similmente il Tetragon longo è detto Parallelogramo rettangolo, ma il Rhombo, & il Rhomboide sono ben detti parallelogrami, ma non rettangoli per non hauere li suoi angoli retti.

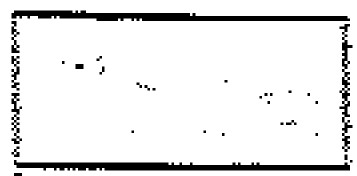
Triangolo oxigonio



Quadrato.

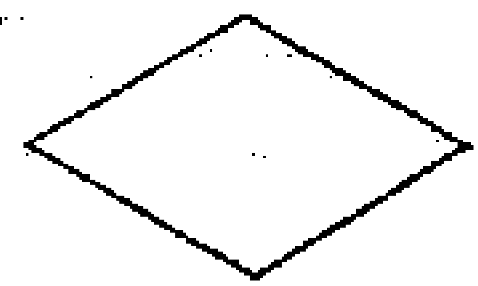


Tetragon longo



Helmuariphe, ouer trapezie

Helmuaym, ouer Rhombo

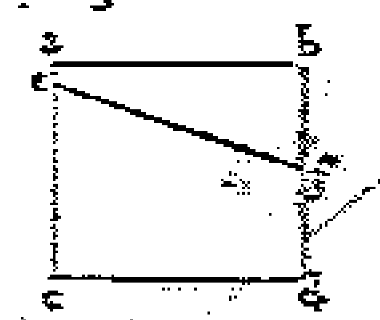


Simile Helmuariphe, ouer Rhomboide.

Di alcune altre specie di figure quadrilatere, lequali frequentemente occorrono nel misurar di terreni, ouer campi dette capo tagliato.

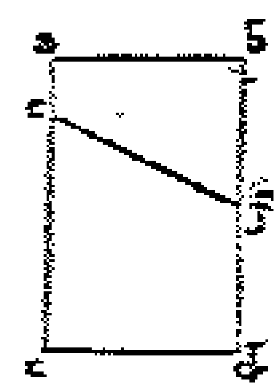
31 Nel misurare, & squadrare di terreni di figure difforme quasi sempre dal perito agrimensore si risolueno in triangoli, & in vna specie di figura di quattro lati detta capo tagliato, laqual figura deriua dal parallelogrammo rettangolo, cioè dal quadrato, ouero dal tetragon longo, perche se dall'uno, & dall'altro ne sara tagliato via vn di suoi capi con vn taglio obliquo, la restante figura sara detta capo tagliato. Essempi gratia sia il quadrato a b c d. & da quello con la linea retta e f. obliquamente tirata ne sia tagliata la parte a b e f. dico che la restante figura e c f d. è detta capo tagliato, il medesimo si diria anchora alla parte tagliata, cioè alla figura a e b f. Questo medesimo si diria del tetragon longo a b c d. tagliandone con la retta linea e f. obliquamente tirata, cioè che la restante figura e c f d. si chiamaria capo tagliato, & similmente la parte tagliata a b e f. si chiamaria pur capo tagliato, il medesimo seguiria se il detto tetragon longo a b c d. fusse tagliato per longo, come nella terza figura si vede esser tagliato per detta linea e f. cioè che la parte a e c f. saria pur detta capo tagliato, & similmente l'altra parte e b f d.

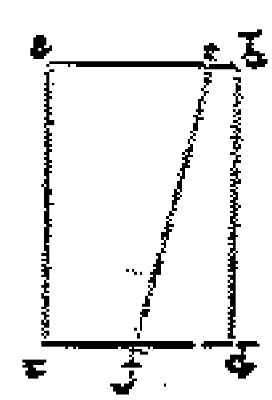
Donde deriui la figura detta capo tagliato.



Di alcune altre figure quadrilatere, che occorre pur frequentemente nel misurar di terreni, che ragioneuolmente se gli poria dir doppio capo tagliato.

32 Molte volte accade alle mani del misurator di terreni vn'altra figura quadrilatera, cioè di quattro lati, laqual ragioneuolmente si poria chiamar doppio capo tagliato, laqual figura deriua pur alle volte dalla figura quadrata quando gli fusse tagliato con due linee rette, ma obliquamente tirate, li duoi capi contraposti. Essempi gratia sia il quadrato a b c d. & da quello con la linea retta e f. obliquamente tirata ne sia tagliato il capo a b e f. & che dal l'altro capo opposito al primo con la linea retta, g h. obliquamente tirata ne sia tagliato il capo g h c d. dico che la intermedia figura e f g h. ragioneuolmente si puo chiamar doppio capo tagliato, per esserli stato tagliato via li duoi capi oppositi. Questo medesimo si debbe intendere del tetragon longo a b c d. cioè essendoli tagliato il capo a b e f. & l'altro a quel opposito, cioè il capo g h c d. dalle due linee rette obliquamente tirate e f. g h. la intermedia restante figura e f g h. sara chiamata doppio capo tagliato, il medesimo si diria quando li detti duoi capi fussero tagliati per longo, & circa ciò non ti pongo altramente essempio in figura, perche so che tu mi hai inteso senza quella.



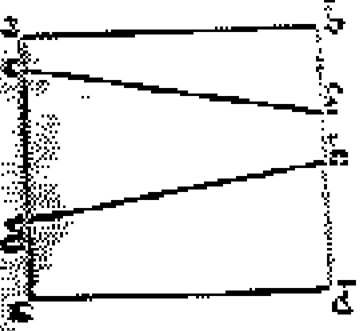


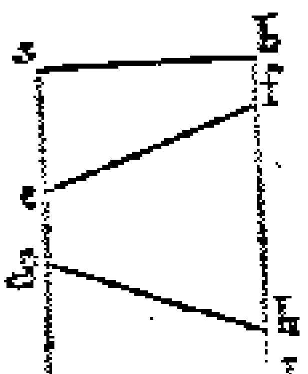
Che cosa siano linee equidistante, ouero parallele.

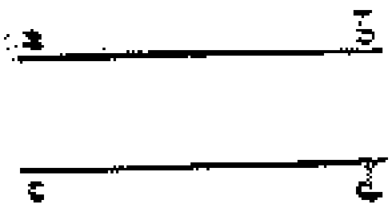
33 Le linee equidistanti, ouer parallele (come diffinisse Euclide) sono quelle, che sono in vna superficie collocate, con tal conditione, che protratte nell'una, & l'altra parte non concorreno infe-

me, anchor che fussero protratte in infinito. Essempi gratia essendo le due linee a.b. & c.d. in tal modo assettate sopra la superficie di questo foglio di carta, che protraendole, ouero allongandole ambedue dall'una, & l'altra parte (cioe dalla parte verso a. & c. & dall'altra verso .b. & d.) che giamai concorreranno insieme, anchor che fussero allongate in infinito, tai due linee si chiamariano equidistanti, ouer paralelle. Questa e l'ultima diffinitione del primo di Euclide, e pero voglio che la sia finita di questo nostro primo. Vero e che dapoi questa tal diffinitione nel detto primo di Euclide seguita le sue sei petitioni, & doppo quelle seguita le sue noue commune sententie, lequali tutte per non esser al proposito per la pratica, ma sono solamente per disputar in scientia speculatiuamente, le habbiamo intralasciate.

Donde deriui la figura detta doppio capo tagliato.







Che differentia sia a mostrare, ouer dichiarare, ouero a essemplificare vna questione parlando mathematicamente, & naturalmente.

PEr a mostrare, dichiarare, ouero essemplificare vna questione mathematicamente, & naturalmente parlando non vi e altra differentia, saluo che parlando mathematicamente, la si dichiara, & essemplifica solamente formalmente, cioe astratta da ogni materia sensibile, ma naturalmente la si proferisse sempre congionta con qualche materia sensibile. Essempi gratia parlando mathematicamente egli e vn parallelogrammo rettangolo longo 70. & largo 64. si adimanda la quantita di tal rettangolo, onde moltiplicando 64 fia 70 fara 4480. & tanto si rispondera mathematicamente esser la quantita di tal parallelogrammo rettangolo. Ma volendo proponere tal questione naturalmente diremo egli e vna pezza di terra parallelogramma rettangola longa pertiche 70 da piedi 6 per pertica, & larga pertiche 64. si adimanda quanto sara tal pezza di terra secondo il costume di Verona, che vna pertica quadra fa vna tauola, & 30 tauole fa vna vanezza, & 24 vanezze fanno vn campo. Onde multiplicando medesimamente le pertiche 64 fia le pertiche 70 fariano pur 4480. & queste diremo esser tauole di terra, quai partendole per 30 (perche 30 tauole fanno vna vanezza) ne venira 149 vanezze, & tauole 10. dapoi partendo le dette vanezze 149 per 24 (perche vanezze 24 fanno vn campo) ne venira campi 6. vanezze 5. & queste tauole 10. & tanto si rispondera naturalmente parlando, esser la quantita di tal pezza di terra. E pero si vede che tal questione, mathematicamente parlando, esser piu generale dell'altra, perche tal questione non solamente la s'intende in vna tal figura terrea, ma in qual si voglia altra specie di materia, & misurata con qual si voglia specie di misura. E pero di questa cosa te ne ho voluto narrare accio conoschi, ouero intendi la differentia di tai duoi modi di parlare.

Il fine del primo libro.

LIBRO SECONDO DELLA TERZA PARTE. CAP. I.

1 PErche la pratica di geometria (come fu detto nella ottaua diffinitione del precedente libro) hebbe principio circa il misurar delle terre, & da quel primo principio li posteriori poi di mano in mano la sono andati talmente aggrandando, & assottigliando, che non solamente per mezzo di quella potemo venire in cognitione di tutte le specie di quantita terrestre, che materialmente misurar potiamo, ma anchora delle celeste, & altre che materialmente misurar non potiamo. E per tanto conueniente cosa mi pare, che il principio di questa pratica di geometria sia circa il misurare delle terre, come cosa piu communemente vsitata, & naturale, & per esser meglio inteso proferiremo le cose congionte in materia, come costumano li naturali, dapoi di mano in mano andaremo piu speculatiuamente ascendendo.

Che cosa sia il voler saper la quantita dell'area di vna superficie.

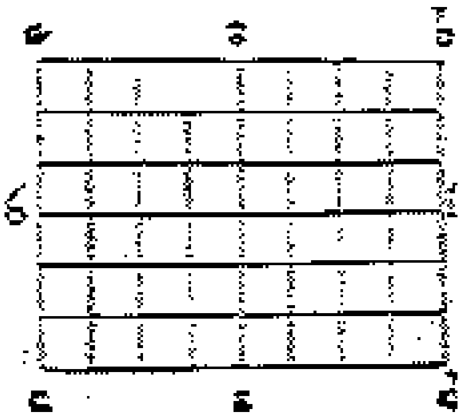
2 QVesto voler saper la quantita dell'area di vna superficie, non e altro che vn volersi certificare quante volte vi e quadrata di qualche famosa, ouer costumata misura laquale si troua in quella tal superficie. Et per esser meglio inteso voglio adduire vn molto accomodato essempio. Il calegaro volendosi certificare quante sole di scarpe potra cauare di vna qualche croppa di curame da lui comperata, lui pigliara vn certo cartone sino alla forma d'vna sola di scarpe, & quel tal cartone lo andara superponendo a quella croppa di curame, designando, & compassando talmente la superficie di quella croppa di curame, che venira in cognitione quante sole di scarpe potra cauar di quella tal croppa di curame.

Questo medesimo (ma per altre vie con arte fatte più accommode) conferma il geometra, cioè volendo saper la quantità dell'area di una superficie, non è altro, che a voler saper quante volte intra, over misuri la detta superficie un quadrato di una consueta lineal misura per lato, vero è che grosso modo se ne poria certificar secondo l'ordine detto di quel calzolaro, cioè se la consueta misura del paese fusse poniamo una pertica longa p. 6. lui poria far far un quadrato di tauola di una pertica per lato, & quel tal quadrato andario superponendo di mano in mano per quella tal superficie, & tener conto delle volte, che ve lo hauera soprapposto, & tanto quanto sarà il numero de dette volte, tanto porrà dir esser la quantità di detta superficie, cioè tanti di quelli tai quadrati, & se vi occorresse alcuna parte, over parti grosso modo se ne poria certificare, & questo modo lo insegna la natura all'huomo, qual usandolo non poria incorrere in grande errore, ma per esser una via molto fastidiosa, & discommoda l'arte l'ha tirata a via più facile, & commoda, come che nella sequente, & nel nostro longo processo s'intenderà.

Nota che quel quadrato di una pertica, o altra misura simile per lato, s'intende esser quella quadrata superficie, che diffinisse Euclide nella settima diffinitione del suo decimo libro, con laquale dal presupposito, ratiocinamo, che da lui è detta superficie rationale per esser a noi cognita, & famigliare. Et tal superficie quadrata s'intende la nostra superficial misura da misurar tutte le specie di superficie a noi ignote, & questo è quello che tutti li filosofi affermano, che ogni misura è necessario esser omogenea, con la cosa misurata, cioè di quella medesima specie. Essempi gratia a misurar una quantità lineale, tal effetto si esseguisse con una misura lineale, cioè con un passo, over pertica, over altra longhezza simile, ma a misurare una quantità superficiale, si esseguisse tal effetto naturalmente con una misura superficiale, alla similitudine di quel calzolaro, anchor che l'arte habbia trouato a esseguir tal effetto con altri mezzi più facili, & così a voler misurare un corpo, bisogna esseguir tal effetto con una misura corporea (come al suo luogo s'intenderà) & così volendo misurar un tempo, bisogna esseguir tal effetto con una misura di tempo, cioè con l'anno, over con un mese, over con un giorno, over hora &c.

Da notare.

3 PEr ben intendere questa pratica da saper con arte calcular, & determinar l'area superficiale, di qual si voglia pezza di terra, che sia di forma parallelogramma rettangola, bisogna notare, come che la superficie di ogni figura parallelogramma rettangola (come afferma Euclide nella prima diffinitione, over suppositione del suo secondo libro, & come anchora da noi più volte stranamente è stato detto, & essemplificato) è contenuta sotto di quelle due linee, che comprendeno uno di suoi angoli retti, e però tal superficie viene a esser il prodotto della moltiplicatione delle misure di una di dette linee fia le misure dell'altra, il che non è altro, che il produtto della longhezza fia la larghezza di quella. Essempi gratia sia la superficie di terra a b c d parallelogramma rettangola, laquale sia longa pertiche 8. & larga pertiche 6. dico che l'area sua superficiale sarà il produtto della moltiplicatione della larghezza fia la longhezza, cioè di 6 fia 8. che fara 48. & così diremo la superficie di detta pezza di terra esser 48 pertiche quadre, cioè 48 quadretti di terra di una pertica per lato, over per faccia, come che sensibilmente nella detta figura puoi vedere.



Da notare.

4 ANchora bisogna notare qualmente quasi ogni città ha un certo suo particolar ordine, over costume, non solamente nel vendere, & comprar li terreni, ma anchora nella misura materiale, che oprano per misurar quelli, & quantunque sia impossibile a poterti narrare il costume della centesima parte delle città d'Italia, nondimeno te ne dichiarirò tal parte di quelle, & con tal modo, & ordine, che per mezzo di tai mie dichiarationi saprai da te medesimo, con una piccola informatione, trouar il modo, & la regola di saper calcolare, & risoluere in qual si voglia strano paese ogni pertegatione, che ti fusse proposta. Et per dar principio a questo, conueniente cosa mi pare, che cominciar debba dal costume della città di Verona, & del suo territorio, come mia patria, perche anchor che sia nato in Brescia, nondimeno Verona non solamente fu il mio primo appoggio (uscito fuor del nido, dou'io nacqui) ma anchora da quella son stato amorevolmente nutrito, cresciuto, & honorato per circa anni 25 (nella mia gioventù) con non poca mia utilità, & honore. Ma da Brescia ho riceuuto tutto al contrario molto, & molto più al danno, cioè che da quella ho riceuuto in 18 mesi, che vi sono chiamato, & condotto da alcuni nobili per legger publicamente Euclide, della summa della utilità, che nella mia puerizia, et parte della adolescentia habbia riceuuto da quella, come nella mia travagliata inventione appare.

Et perche il mio secondo appoggio è stata la magnifica città di Venetia, nellaquale per anni 16. che continuamente vi son habitato, per li molti vtili beneficii, che di quella ne ho riceuuti non posso negare, che tal magnifica città non sia la mia seconda, & amena patria. E pero tratato che hauremo il costume di Verona, parleremo delli costumi delle città circonstanti a Venetia, & dapoi andaremo procedendo nel costume di alcune altre secondo che ne ritornara piu a proposito.

Del costume di Verona, & del suo territorio, circa al vendere, & comprar di terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli. Cap. II.

Division della misura lineale detta pertica con le sue parti.
la pertica è piedi 6.
il piede è oncie 12.
la oncia è ponti 12.

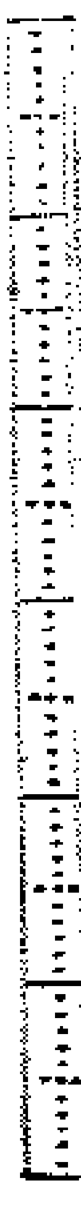
Divisione del campo superficiale con le sue parti.
il campo è vanezze 24.
la vanezza è tavole 30.
la tavola è piedi 36.
il piede è oncie 12.
le oncie è ponti 12.
il ponto è athomi 12.
l'athomo è menuzoli.

1 Verona con il suo territorio costumano di vendere, & comprare il terreno a campi, & per misurar quelli vsano vna misura chiamata pertica longa piedi 6. & il piede è diuiso in 12 parti, chiamate oncie 12 di misura. Et vn quadro di terreno di vna pertica per lato gli dicono vna tauola di terra, & 720 di dette tauole fanno vn campo di terra, ma per non hauer a maneggiar cosi gran numero, qual è quel 720 hanno diuiso il detto campo in 24 parti, & a ciascuna di dette parti gli dicono vna vanezza, laqual vanezza vien a esser tauole 30 di terra, siche 30 tauole fanno vna vanezza, & 24 vanezze fanno vn campo di terra. Ma perche la pertica è diuisa in piedi 6. (come di sopra è stato detto) seguita, che vna tauola di terra sia 36 piedi superficiali, cioe 36 quadretini di terra di vn piede per lato, ouer per faccia. Et perche il piede lineale è diuiso in oncie 12 di misura seguita, che'l piede superficiale sia 144 oncie superficiali, cioe 144 quadretini di vna oncia di misura per lato, ouer per faccia, ma per nõ hauer da maneggiar cosi gran numero, qual è quel 144 queste tal oncie quadre gli dicono ponti, delliquali costumano che 12 facciano vna oncia di terra, & che 12 di dette oncie di terra facciano vn piede di terra, laqual distintione torna molto cõmoda al ragioneuo, perche non vi occorre mai a partir per [illegible], ouer [illegible], massime sapendo la multiplicatione del 24. & del 36 a mente, come si costuma qua in Venetia, & similmente il 12 come si costuma per tutta Italia. Concluderemo adunque il campo veronese esser 24 vanezze, & la vanezza esser 30 tauole, & la tauola esser 36 piedi superficiali, & vn piede superficiale esser oncie 12 (vero è che vna di tal oncie vien a esser vna superficie longa oncie 12 lineale, & larga vna sola oncia lineale) & tal oncia superficiale vien a esser 12 ponti superficiali, ma questi ponti superficiali vengono a esser (come è detto di sopra) ciascun di loro vn quadretino di terra di oncie 1 lineal per lato, ouer faccia.

Ma perche nel squadrar le pezze di terra in forma di triangolare, ouer in forma di capo [illegible], pur se volse gl'incorrano qualche rotto di oncia lineale, & per fuggir detti rotti, con l'intelletto, o vuoi dir con la immaginatione diuideremo anchora la oncia lineale in 12 ponti lineali, per laqual distintione veneremo a diuider il ponto superficiale in 144 quadretini di vn ponto lineale per lato, ma per abbreuiar la distintione costumaremo a diuidere il ponto superficiale in 12 parti, & a ciascuna di dette parti gli diremo athomo, & ciascuno di detti athomi diuideremo pur in 12 parti, & a ciascuna di dette parti gli diremo vn menuzolo, & questo menuzolo viena a esser vn quadretino di terreno di vn ponto lineale per lato.

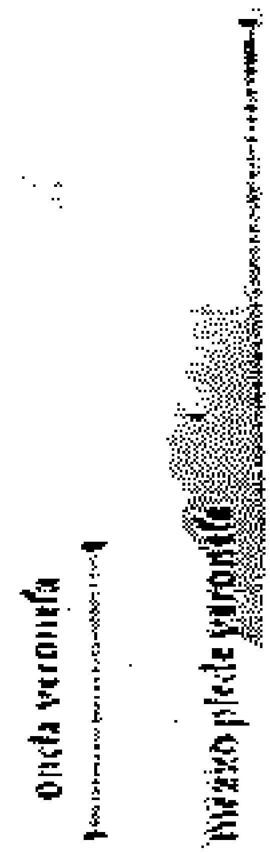
Di vn'altra seconda distintione del campo veronese.

2 Per vn'altro modo si costuma da diuider il cãpo veronese, laqual distintion è molto piu cõmoda per quelli ragioneri, che non sanno partir per 144 a mente, ne manco per 12. e pero tal distintion è cõmunamente piu costumata da contadini, & altri, che sono mal pratichi nel partir, laqual seconda distintione procede secondo la distintion della ℔ di ß, qual ℔ di ß, come si sa si diuide in ß 20. & il ß si diuide in ₰ 12. E pero qual quadretto di terra di vna pertica per lato, che di sopra nella prima distintiõ fu chiamato vna tauola di terra, in questa seconda distintion gli dicono vn ₰ di terra, e cosi 12 di questi ₰ di terra fanno vn ß di terra, & 20 di questi ß di terra fanno vna ℔ di terra, & finalmente ℔ 3 di terra fanno vn cãpo pur di terra, il qual cãpo di terra vien a esser in quantita eguale a quello della prima distintione, perche se ben cõsideraremo questa secõda distintione, ritrouaremo, che se ℔ 3 di terra fanno vn cãpo, ß 60 di terra fanno pur vn cãpo, & se ß 60 fanno vn cãpo, ₰ 720 di terra fara pur vn campo, & perche ₰ 1 di terra è tanto quanto vna tauola di terra, & gia fu per la prima distintione, che tauole 720 fanno pur vn cãpo di terra, e pero è manifesto tanto esser la quantita del detto cãpo per vna via quanto per l'altra, circa alla distintion della tauola, & del dinaro, osseruano il medesimo ordine, cioe si come, che la tauola si diuide in piedi 36 superficiali, similmente diuidono il detto dinaro pur in piedi 36 superficiali, & cosi il piede superficiale (per l'uno, & l'altro modo) lo diuidono in 12 oncie superficiali, & la oncia in 12 ponti superficiali, & il ponto in 12 ath. & l'ath. in 12 me.


Forma della pertica veronese

3 Et accioche ogni principiante di questa pertica del misurar le terre, & altre particolarita accidenti intenda la qualita, ouer forma della sopradetta misura, che oprano non solamente a misurar li detti terreni, ma anchor li fieni, muri, biaue, legne, tauole, camini, & vini in botte, & altre, qua in margine.

margine ne ho dessignata una piccola simile alla grande, cioe divisa in p. 6. & ciascun piede ☉ 12.
Ma acciò che occorrendoti il bisogno tu possi formare una pertica reale, cioe grande, per qua in margine ti ho dessignata la real quantita della oncia, & anchora del mezzo piede, con laqual potrai eseguire il proposito, dovendo che tu sia diligentissimo nel operare, perche eglie cosa difficile con una misura piccola a formarne una grande, che sia giusta, che non è diligentissimo.



4 Hor che t'ho avertito dell'ordine, & modo, che si costuma a vendere, & comprar li terreni sul veronese, & della misura, che oprano per misurar quelli, ci resta mo a dechiararti la regola, & modo di saper con il calculo determinare, overo di saper assignar la quantita superficiale di qual si voglia pezza di terra ben squadrata, over che sia di forma parallelogramma rettangola, per mezzo delle misure della longhezza, & larghezza di quella, a te proposte. Dico adunque tal quantita superficiale potersi determinare, & assignare per tre diverse vie, & massime dove, che interviene varie denominationi di misure, lequali a volerle intendere tutte tre, Eglie necessario di saper a mente quello, che rappresenta non solamente le pertiche multiplicate fra altre pertiche, ma anchora le pertiche fra qual si voglia delle sue parti, & similmente le altre parti multiplicate in tutti li versi fra loro, le qual rappresentationi, acciò che con facilita tu le possi mandar a memoria qua di sotto tale ho poste ordinatamente, cominciando prima secondo la divisione costumata fra cittadini.

Della rappresentatione delle misure multiplicate l'una fra l'altra.

A multiplicar pertiche fra pertiche rappresentano tavole di terra, cioe superficiale.
A multiplicar pertiche fra piedi rappresentano sesti di tavole da piedi 6 per sesto.
A multiplicar pertiche fra oncie rappresentano mezzi piedi di terra da oncie 6 l'uno.
Oltra di questo a multiplicar piedi fra piedi rappresentano piedi di terra da 36 alla tavola.
A multiplicar piedi fra oncie rappresentano oncie di terra da 12 al piede di terra, cioe superficiale.
Oltra di questo a multiplicar oncie fra oncie rappresentano ponti di terra da 12 alla oncia di terra.

Et perche como di sopra è stato detto, nel squadrare di triangoli, & capitagiani, molte volte v'interviene nelle misure di rotti di oncia, & perche alle volte bisogna dividere la oncia lineale con la tua imaginatione in 12 ponti lineali, e pero per causa di detta divisione bisogna notare, che a multiplicar pertiche fra ponti rappresentano mezze oncie di terra, cioe superficiali.
Et a multiplicar piedi fra ponti rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.
Et a multiplicar oncie fra ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

Et a multiplicar ponti fra ponti rappresentano momenti di terra da 12 al athomo, & questo momento, come nella prima fu detto, vien a esser un quadretino di terra di un ponto lineale per lato, e pero in fine della operatione, si colui, che compra, come colui, che vende non debbe tener conto, ne delli ponti, ne delli athomi, & manco delli momenti, perche sono di pochissimo valore, ma nel principio della operatione ben si debbe tener conto di ponti lineali, perche anchor che siano quasi insensibili, alle volte pon causar non puoco errore in fine della conclusione, perche ogni picciolo errore fatto nel principio di una operatione nel fine si trova maggiore, ma li piccoli errori, che si fanno volontariamente nella conclusione non si augumentano piu di quello, che sono, come piu volte è stato detto nella prima, & seconda parte.

Prime rappresentationi.
pe. fra pe. fa tavole
pe. fra pie. fa $\frac{1}{6}$ di tavola
pe. fra ☉ fa $\frac{1}{2}$ pie
pe. fra po. fa $\frac{1}{2}$ ☉

pie. fra pie. fa piedi
pie. fra ☉ fa ☉
pie. fra po. fa ponti

☉ fra ☉ fa ponti
☉ fra po. fa athomi.

po. fra po. fa momenti

5 Il medemo, che haverai a mente le sopra scritte rappresentationi secondo la divisione della cita, similmente alla divisione costumata da contadini le potrai vedere non mutando altri vocaboli salvo, che alle tavole, cioe dove che tu debbi dir tavole, dirai danari, & haverai l'intento tuo.

Della rappresentatione delle misure l'una fra l'altra
secondo la divisione di contadini veronesi.

Pertiche fra pertiche rappresentano danari di terra da 12 al soldo.
Pertiche fra piedi rappresentano sesti di danari da piedi 6 per sesto.
Pertiche fra oncie rappresentano mezzi piedi da oncie 6 l'uno.
Oltra di questo piedi fra piedi rappresentano piedi da 36 al danaro.
Piedi fra oncie rappresentano oncie di terra da 12 al piede.
Anchora oncie fra oncie rappresentano ponti di terra da 12 alla oncia.

Similmente per la divisione della oncia, fatta con la imaginatione, in 12 ponti, diremo (come nelle precedenti rappresentationi fu detto) che
Pertiche fra ponti rappresentano mezze oncie di terra.
Piedi fra ponti rappresentano ponti di terra.
Oncie fra ponti rappresentano athomi di terra da 12 al ponto.
Ponti fra ponti rappresentano momenti di terra da 12 al athomo.

Seconde rappresentationi
pert. fra pert. fa danari
pert. fra pie. fa $\frac{1}{6}$ di danaro
pert. fra ☉ fa $\frac{1}{2}$ piedi
pert. fra po. fa $\frac{1}{2}$ oncie

piedi fra piedi fa piedi
piedi fra oncie fa oncie
piedi fra ponti fa ponti

oncie fra oncie fa ponti
oncie fra ponti fa athomi

ponti fra ponti fa momenti

Siche si vede, che havendo ben alla mente le prime rappresentationi queste seconde con poco studio si fanno famigliari, perche non vi accade altro, che di tramutare quel nome di tavola, over tavole in danaro, over danari.

prima

Pertiche 60.

pertiche 12

fa un Campo.

6 Poche hai inteso le rappresentationi delle misure in tutti li versi, che occorre potemo dar principio alla materia promessa, cioe al far le ragioni di ogni pertegation propria. Supponeremo, che sia una pezza di terra squadrata, over parallelogramma rettangola longa pertiche 60. & larga pertiche 12. volendo saper quanto sia questa pezza di terra, multiplica le pertiche 12 della larghezza fia le pertiche 60 della longhezza, & faranno 720. & perche gia sai per le prime rappresentationi, che pertiche fia pertiche rappresentano tavole, e pero dirai tal pezza di terra esser tavole 720. lequali partirai per 30 (per farne vaneze) perche 30 tavole fa una vaneza, te ne venira vaneze 24 a ponto, & perche vaneze 24 fanno un campo, diremo tal pezza di terra esser a ponto un campo veronese.

Il medesimo ti seguira per il modo di contadini, cioe diremo quel prodotto di 720 esser danari, i quali tirandoli in soldi a ₰ 12 al soldo faranno ß 60. i quali tirandoli in lire faranno ₤ 3. & perche ₤ 3 di terra fa un campo, concluderemo medesimamente questa pezza di terra per questo secondo modo esser un campo, il medesimo seguiria, over faria una simil pezza di terra, che fusse longa pertiche 80. & larga pertiche 9. perche multiplicando 9 fia 80 faria per tavole, over danari 720 che faria pur un campo.

seconda

Pertiche 80.

Pertiche 9.

fa un Campo.

terza

una pezza di terra
longa pertiche 125.
tesa pertiche 84.

fa campi 14 va. 14 ta. 0

7 Poniamo anchor che sia una pezza di terra parallelogramma rettangola pertiche 125. & larga pertiche 84. volendo saper quanto sia questa pezza di terra, multiplica le pertiche 84 della larghezza fia le pertiche 125 della longhezza faranno per le prime rappresentationi tavole 10500 lequali partendole per 30 te ne venira v. 350. & tavole 0. partendo poi le dette vaneze 350 per 24 te ne venira campi 14. vaneze 14. & tavole 0. & tanto concluderai esser la detta pezza di terra rettangola.

Et nota che la larghezza di ogni pezza di terra squadrata, over parallelogramma rettangola fra pratici misuratori si costuma di chiamarla tesa, cioe in questa tal essi proferiscano in questo modo, longa pertiche 125 tesa pertiche 84. e pero il medesimo costumaremo anchora noi, & similmente negli essempi, che in margine poneremo, anchora per abbreviar la scrittura, usaremo le sottoscritte abbreviature.

Abbreviature, che si hanno da costumare per l'avenire

per. cioe pertiche	cam. cioe campi di terra	cā. cioe campi di terra
p. cioe piedi	va. cioe vaneze di terra	₤ cioe lire di terra
on. cioe oncie	ta. cioe tavole di terra	ß cioe soldi di terra
pō. cioe ponti	p. cioe piedi di terra	₰ cioe danari di terra
pez. cioe pezza	on. cioe oncie di terra	
lō. cioe longa	pō. cioe ponti di terra	
te. cioe tesa	at. cioe attomi di terra	
	m̄. cioe momenti di terra	

una pezza di terra
longa pertiche 125.
tesa pertiche 84.

fa cam. 14 ₤ 1 ß 15 ₰ 0.

Ma volendo concludere la soprascritta pertegatione, over misuratione secondo il modo di contadini, mutarai quel nome di tavole in danari, dicendo tal prodotto esser ₰ 10500 i quali tirandoli in soldi faranno ß 875 i quali tirandoli in lire faranno ₤ 43 ß 15 tirando poi le ₤ 43 in campi, partendole per 3 te ne venira in tutto campi 14 ₤ 1 ß 15.

quarta

una pezza di terra
longa pertiche 124. piedi 4.
tesa pertiche 76.

fa cam. 22 v. 15 ta. 24 p. 24.

8 Egli è una pezza di terra parallelogramma rettangola longa pertiche 124 piedi 4. & per tesa pertiche 76. Si dimanda quanto sera tal pezza di terra.

Questa si puo risolvere per tre diversi modi. Il piu longo, & tedioso modo è a redure quelle pertiche 124 piedi 4 tutte in piedi, il che facendo trovarai esser piedi 1288. i quali multiplicandoli per le pertiche 76 della larghezza faranno 97888. & perche pertiche fia piedi rappresentano sesti di tavole, e pero partendoli per 6 ne venira tavole 16314 $\frac{4}{6}$ partendo le dette tav. 16314 per 30 te ne venira vaneze 543 & ta. 24 $\frac{4}{6}$, partendo poi quelle vaneze 543 per 24 te ne venira cam. 22 va. 15 ta. 24 $\frac{4}{6}$, che multiplicando quelli 4 sesti per 6 (perche ogni sesto è piedi 6) faranno in tutto campi 22 va. 15 ta. 24 p. 24 & tanto diremo esser la detta pezza di terra.

Il secondo modo di far una tal pertegatione, è a non mover le misure del suo essere, ma lasciarle nel suo grado, cioe multiplicar quelle pertiche 124 della longhezza, per quelle pertiche 76 della larghezza, il che facendo faranno tavole [illegible]. quale notarai da banda, poi bisogna multiplicare

quelli

quelli piedi quattro della longhezza, per per quelle pertiche 76. della larghezza, faranno 304. i quali saranno sesti di tauole, perche pertiche fia piedi rappresentano sesti di tauole, quali partendoli per 6. te ne venira tauole 50. & sesti quattro, che saranno tauole 50. & piedi 24. quale notarai sotto alle altre tauole, che salusti, & summando tutte insieme faranno tauole 16314. piedi 24. quale tirandole in vanezze (partendole per 30) te ne venira vanezze 543. tauole 24. lequal vanezze 543. partendole per 24. per farne campi te ne venira in tutto campi 22. vanezze 15. tauole 24. piedi 24. si come per il primo modo.

Il terzo modo di far tal peregratione è questo, recca quelli piedi quattro della longhezza a parte di pertica, che faranno doi terzi di pertiche. Fatto questo multiplica le pertiche 76. fia pertiche 214. & doi terzi secondo la regola di rotti, trouarai che faranno tauole 16314. & doi terzi, onde tramutando quelli doi terzi di tauola in piedi, trouarai che faranno piedi 24. quali insieme con le dette tauole 16314. faranno pur tauole 16314. piedi 24. si come per gli altri doi modi, lequal tauole tirandole in vanezze, & in campi, faranno pur li medesimi campi 22. vanezze 15. tauole 24. piedi 24.

vna pezza di terra
longa pertiche 214.p.4.
sesa pertiche 76.

fa ca. 22.₤ 1.ß 19.₰ 6.p.24.

Ma volendola risoluere secondo la diuision di contadini, tramutarai quel nome di tauole in danari, & hauerai danari 16314. piedi 24. onde tirando tai danari 16314 in soldi, & poi in lire, & in campi, trouarai campi 22. lire 1. soldi 19. danari 6. piedi 24. che in quantita sara equale all'altra sopradscritta conclusione.

5 Occorre anchora che sia vna pezza di terra squadrata longa pertiche 154. piedi 5. & larga (cioe per testa) pertiche 87. piedi 2. Volendo sapere quanto sia tal pezza di terra per quel primo modo detto nella precedente, recaremo tal longhezza, & larghezza in piedi, & dapoi multiplicaremo li piedi di tal longhezza per li piedi di tal larghezza, & il produtto di tal multiplicatione saranno piedi terra da 36 alla tauola, quali tirandoli in tauole, & le tauole in vanezze, & le vanezze in campi, si trouara venir in tutto campi 18. vanezze 18. tauole 22. piedi 4. & tanto concluderemo esser tal pezza di terra.

quinta
vna pezza di terra
longa pertiche 154.piedi 5.
sesa pertiche 87.piedi 2.

sara campi 18.vanezze 18.tauole 22.piedi 4.

Ma volendola soluere per il secondo modo, che senza alterar le misure del suo essere, multiplica le pertiche 154. della longhezza per le pertiche 87. della larghezza, sara tauole 13398. quale saluarai da banda, poi multiplicarai li piedi cinque della longhezza per le medesime pertiche 87. della larghezza, & trouarai, che faranno 435 sesti di tauola, quali partendoli per 6. te ne venira tauole 72. & tre sesti, che facendo li tre sesti in piedi, faranno piedi 18. & queste tauole 72. piedi 18. notarai sotto alle altre tauole 13398. che salusti, fatto questo multiplicarai le pertiche 154. della longhezza per quelli piedi 2. della larghezza, & trouarai che faranno 308 sesti di tauola, quali partendoli per 6 te ne venira tauole 51. & doi sesti facendo li doi sesti in piedi faranno tauole 51. piedi 12. quali notarai sotto alle altre tauole, che salusti ordinatamente, fatto questo multiplicarai li piedi cinque della longhezza per li p. 2. della larghezza, faranno piedi 10. quali notandoli sotto a gli altri produtti, & summandoli insieme, trouarai che faranno in summa tauole 13522. piedi 4. quale tirandole in vanezze, & le vanezze in campi trouarai che faranno medesimamente campi 18. vanezze 18. tauole 22. piedi quattro, come per l'altro modo.

tauole	13398.	
tauole	72.	piedi 18.
tauole	51.	piedi 12.
tauole		piedi 10.

Summa tauole 13522. piedi 4. che fara cam. 18. van. 18. ta. 22. piedi 4.

Nota che in tale specie di multiplicationi, tu poteresti procedere per via di crocetta, & anchora per via di scachiero, come fu fatto sopra il multiplicar di binomii, & residui nella seconda parte, & saria via molto leggiadra, ma perche dubito di non ti confondere con tanti varii modi, me ne passo solamente con questi 3 piu communamente vsitati, ma mi è parso di auertirtene, accioche sopra tal medesimo ti possi industriare per molti versi.

Ma volendo anchora concludere il proposito per il terzo modo, recca li piedi della longhezza, & della larghezza a parte di pertica, & hauerai per longhezza pertiche 154. & cinque sesti, & per larghezza pertiche 87. & vn terzo, poi multiplicarai 87. & vn terzo fia 154. & cinque sesti, secondo la regola di rotti, & trouarai che ti venira il medesimo, cioe campi 18. vanezze 18. tauole 22. piedi 4.

vna pezza di terra
longa pertiche 134. p. 5
te. pertiche 5. p. 2

fa cam. 18. ... 2. § 6. § 10. p. 4

Et se ti paresse di volerla conchiudere secondo la ditione di contadini, trasmutarai quel tanto della tauole in danari dicendo, che fa danari 13322. piedi quattro, tirando poi quelli danari in soldi, & li soldi in lire, & le lire in campi hauerai in vltimo campi 18. ... 2. § 6. § 10. p. 4.

10 Ponianno anchora che sia vna pezza di terra squadrata, che sia longa pertiche 124. & per testa pertiche 103. piedi 5. oncie 4. Et volendo saper quanto sia la detta pezza di terra per il primo modo, qual per esser tedioso, & longo te lo replicaro solamente in parole, cioe recarai quelle pertiche 103. piedi 5. oncie 4. della larghezza tutto in oncie, & quella quantita di oncie multiplicarai per quelle pertiche 124. della longhezza, & quel prodotto sara mezzi piedi di terra, perche se ben ti aricordi della rubrica a multiplicar pertiche fia oncie rappresentano mezzi piedi di terra, e pero tirando li detti mezzi piedi in piedi integri, & li piedi in tauole, & le tauole in vanezze, & le vanezze in campi, trouarai in vltimo campi 17. vanezze 3. tauole 101. piedi 8. & tanto conchiuderai esser la detta pezza di terra.

vna pezza di terra
longa pertiche 124.
testa pertiche 103. p. 5. oncie 4.

fara cam. 17. va. 3. ta. 101. p. 8.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, quale in vero e piu da huomo perito, multiplicarai le pertiche 124. della longhezza per quelle pertiche 103. della larghezza, & trouarai che fara tauole 12772. quale saluarai, dapoi multiplicarai anchora le medesime pertiche 124. della longhezza per quelli piedi 5. della larghezza, & trouarai che faranno 620. sesti di tauola, che facendone tauole, & piedi, faranno tauole 103. piedi 12. quali notarai sotto all'altro prodotto, che saluasti. Fatto questo multiplicarai anchora le medesime pertiche 124. della longhezza per quelle oncie quattro della larghezza, & trouarai che faranno 496. mezzi piedi, quali facendone piedi, & dapoi tauole, trouarai esser tauole 6. & piedi 32. quali notandole sotto a gli altri doi prodotti, & summandoli insieme trouarai, che faranno in summa tauole 12881. piedi 8. quale tirandole in vanezze, & le vanezze in capi, & hauerai in vltimo campi 17. va. 3. ta. 101. p. 8. come per l'altro modo.

Ma volendo procedere per il terzo modo recarai quelli piedi 5. & oncie 4. a parte di pertica, & hauerai per la larghezza pertiche 103 $\frac{8}{9}$, quale multiplicarai fia quelle pertiche 124. della longhezza, & trouarai che ti venira tauole 12882 $\frac{2}{9}$, onde trasmutando quelli $\frac{2}{9}$ di tauola in piedi, trouarai quelli esser piedi 8 di terra, che sara pur in tutto tauole 12881. piedi 8. come per l'altro modo.

Ma volendola conchiudere secondo l'ordine di contadini, trasmutarai quel tanto di tauole in danari (come piu volte ti ho detto) i quali tirandoli in soldi, & in lire, & in campi hauerai in vltimo campi 17. ... 2. § 13. § 6. piedi 8.

vna pezza di terra
longa pertiche 124.
te. pertiche 103. p. 5. oncie 4.

fa ca. 17. ... 2. § 13. § 6. oncie 4.

11 Ponendo anchora, che sia vna pezza di terra squadrata, longa pertiche 105. piedi 2. oncie 4. & per larghezza pertiche 74. piedi 3. Et volendo sapere quanto sia tal pezza di terra per il primo modo, recarai quelle pertiche 105. piedi 2. oncie 4. della longhezza tutto in oncie, & quelle pertiche 74. piedi 3. della larghezza recarai tutte in piedi, fatto questo multiplicarai quelli piedi della larghezza fia quelle oncie della longhezza, & quel prodotto sara oncie di terra da 12 al piede (come nelle sue rappresentationi fu detto) e pero le tirarai in piedi (partendole per 12) & li piedi in tauole, & le tauole in vanezze, & le vanezze in campi, il che facendo trouarai in vltimo campi 10. va. 3. tauole 123. piedi 2. oncie 8. & tanto conchiuderai esser la detta pezza di terra.

Seconda
vna pezza di terra
longa pertiche 105. p. 2. oncie 4
te. pertiche 74. p. 3.

fa ca. 10. v. 3. ta. 123. p. 2. oncie 8.

Ma volendola risoluere per il secondo modo piu laudabile di tutti gli altri, cioe senza mouer le misure del esser suo, multiplica le pertiche 105. della longhezza per le pertiche 74. della larghezza, & trouarai che faranno tauole 7770. quale saluarai da banda, poi multiplicarai li piedi 3. della larghezza per quelle medesime pertiche 74. della larghezza, & trouarai che faranno 222. sesti di tauola, i quali tirarai in tauole, & in piedi, trouarai che faranno tauole 37. piedi 0. quale notarai sotto alle altre che saluasti, dapoi multiplicarai anchora quelle oncie 4. della longhezza per quelle medesime pertiche 74. della larghezza, & trouarai che faranno 296. & questi saranno mezzi piedi di terra (come fu detto nelle rappresentationi) quali tirandoli in piedi, & in tauole, trouarai che faranno tauole 4. p. 4. quali notarai sotto a gli altri 2 prodotti. Fatto questo multiplicarai li piedi 3 della larghezza fia quelle pertiche 105. della longhezza, & trouarai che faranno 315. sesti di tauola, quali tirandoli in tauole, & piedi, trouarai che faranno tauole 52. piedi 18. quali notarai sotto a gli altri tre prodotti, dapoi multiplicarai li piedi 3 della larghezza fia quelli piedi 2 della longhezza, & trouarai che faranno piedi 6. di terra, quali notarai sotto a gli altri 4 prodotti, finalmente multiplicarai li medesimi piedi 3 della larghezza fia quelle oncie 4 della longhezza, & trouarai che faranno 12. & questo 12 faranno oncie di terra (come fu detto nelle rappresentationi) quale tirandole in piedi faranno piedi 1. oncie 0. quali notandoli sotto a gli altri 5 prodotti, & summandoli tutti insieme trouarai, che faranno in summa tauole 7863. piedi 2. oncie 8. come per l'altro modo.

vna pezza di terra
longa pertiche 105. p. 2. oncie 4
te. pertiche 74. p. 3

fa ca. 10. v. 3. ta. 123. p. 2. oncie 8.

Ma volendola soluere per il terzo modo recta quelli piedi 2. oncie 4. della longhezza a parte di pertica (secondo le regole date nel trattato di rotti) & trouarai esser $\frac{7}{18}$, similmente recarai quelli piedi

cinque

cinque della larghezza per a parte di pertica, che faranno $\frac{5}{6}$, fatto questo multiplicarai pertiche 74$\frac{5}{6}$ della larghezza fia pertiche 105$\frac{3}{4}$ della longhezza (secondo le regole date nel multiplicar di fani, & rotti, & il produtto sara tauole, & parte di tauola, onde tirando le tauole in van. & in campi, & il rotto di tauola trasformandolo in piedi, & in oncie in ultimo trouarai li medesimi campi 10. vanezze 23. tauole 9. piedi 2. oncie 8. che per gli altri duoi modi fu trouato.

Et volendola concludere secondo la diuision di contadini, procederai per l'ordine piu volte detto, cioe trasmutarai quel rotto di tauole in danari, & quelli tirandoli in soldi, & li soldi in lire, & le lire in campi, hauerai in ultimo campi 10. ₤ 2. ß 18. ₰ 3. piedi 2. oncie 8.

12 POngo anchora che'l sia vna pezza di terra squadrata longa pertiche 134. piedi 3. oncie 5. & larga pertiche 86. piedi 4. oncie 3. Volendo mo sapere per la prima regola quanto sia tal pezza di terra tira tutte le dette due misurationi in oncie, dapoi multiplicarai le oncie della longhezza, per le oncie della larghezza, & il loro produtto sara ponti di terra da 12 alla oncia di terra (come fu detto nelle rappresentationi delle misure) e pero tal ponti tirarai in oncie, partendoli per 12. & le oncie tirarai in piedi, & li piedi in tauole, & le tauole in vanezze, & finalmente le vanezze in campi, il che facendo trouarai hauer in tutto campi 16. vanezze 4. tauole 28. piedi 10. oncie 6. ponti 3. & tanto dirai che sia la detta pezza di terra.

Ma volendola concludere per la seconda regola, ouer modo, cioe senza mouere le misure del suo esser, multiplica le pertiche 134 della longhezza, per quelle pertiche 86 della larghezza, & trouarai che faranno tauole 11524. quale saluarai, poi multiplicarai li piedi 3 della longhezza, per per quelle pertiche 86 della larghezza, & trouarai che ti fara 258 sesti di tauola, quali tirandoli in tauole, faranno tauole 43. quale notarai sotto alle altre, che saluasti, poi multiplicarai le oncie 5 della longhezza, pur per quelle medesime pertiche 86 della larghezza, & trouarai che fara 430 mezzi piedi di terra, quali tirandoli in piedi, & dapoi in tauole, & trouarai che faranno tauole 35. piedi 5. quali notarai sotto a gli altri duoi produtti, fatto questo multiplicarai li piedi 4 della larghezza fia le pertiche 134. della longhezza, & trouarai che faranno 536 sesti di tauola, quali tirandoli in tauole, & lo auanzo in piedi, trouarai che faranno tauole 89. piedi 12. quali notarai sotto a gli altri tre produtti, poi multiplicarai li medesimi piedi 4 fia li p. 3 della longhezza fara piedi 12. quali notarai sotto a gli altri 4 produtti poi multiplicarai li medesimi piedi 4 della larghezza fia le ◊ 5 della longhezza fara 20 oncie di terra, perche piedi fia oncie rappresentano oncie di terra da 12 al piede, che faranno piedi 1. & oncie 8. quale notarai sotto a gli altri cinque produtti, fatto questo multiplicarai le oncie tre della larghezza fia le pertiche 134 della longhezza, & trouarai che faranno 402 mezzi piedi, i quali tirandoli in piedi, & dapoi in tauole, trouarai che faranno tauole 33. piedi 21. quali notarai sotto a gli altri 6 produtti, poi multiplicarai li piedi 3 della longhezza per quelle medesime oncie 3 della larghezza fara ◊ 9 di terra da 12 al piede, perche pie fia oncie fa ◊, quale notarai sotto a gli altri 7 produtti, finalmente multiplicarai le medesime oncie 3 della larghezza fia quelle oncie 5 della longhezza, & faranno 15 ponti di terra da 12 alla oncia, perche oncie fia oncie rappresenta ponti da 12 alla oncia di terra, liquali ponti 15 faranno oncia vna, & ponti tre, i quali notandoli sotto alle altre otto multiplicationi, & summandoli tutti insieme faranno in summa tauole 11768. piedi 10. oncie 6. ponti 3. onde tirando le tauole in vanezze, & le vanezze in campi, hauerai in ultimo li medesimi campi 16. vanezze 4. tauole 28. piedi 10. oncie 6. ponti 3. si come per il primo modo.

Anchor che credo, che tu habbi inteso l'ordine, che osseruiamo nel multiplicar quelle tre specie di misure della larghezza fia quelle tre della longhezza, nondimeno a bona cautella te lo voglio dichiarire di nuouo in parole.

Prima si debbe multiplicare quelle pertiche 86 della larghezza fia quelle tre specie di misure della longhezza, cioe fia quelle pertiche 134. piedi 3. oncie 5. di vna in vna, cioe cominciando prima dalle pertiche 134. & dapoi proseguir alli piedi 3. & dapoi alle oncie 5. & cosi questi 3 produtti notarli l'uno sotto l'altro, spedite le dette pertiche 86. contra alle dette tre misure della longhezza, tu venirai a quelli piedi quattro della larghezza, & quelli medesimamente multiplicarai pur fia quelle medesime 3 specie di misure della longhezza, cominciando per dalle pertiche 134. & dapoi fia quelli piedi tre, & dapoi fia quelle oncie cinque, & cosi questi altri tre produtti notarli sotto a quelli altri tre. Fatto questo tu venirai a quelle oncie tre della larghezza, & quelle multiplicarai pur fia quelle medesime tre specie di misure della longhezza, cominciando pero prima da quelle pertiche 134. & dapoi fia quelli piedi tre, & finalmente fia quelle ◊ 5. & cosi questi altri tre produtti notarai sotto a gli altri 6. & dapoi summar tutti li detti 9 produtti insieme, & dapoi proseguire, come nel nostro processo è stato detto. Et questo medesimo ordine (se ben consideraremo) è stato da

vna pezza di terra
lon. pert. 105. p. 3. ◊ 4.
la. pert. 74. p. 5.

fa c. 10 ₤ 2 ß 18 ₰ 3 p. 2 ◊ 8

terra
vna pezza di terra
lon. pert. 134. p. 3. ◊ 5.
la. pert. 86. p. 4. ◊ 3

fa c. 16. va. 4. ta. 28. p. 10. ◊ 6. ponti 3.

noi osseruato in tutte le passate, e pero anchora tu cerca di osseruarlo, perche non tenendo sempre tal ordine fermo sarai soggetto a lasciare, ouero a scorrere qualche multiplicatione. Vero è che tu poterai anchora procedere secondo l'ordine del multiplicar per scachiero, ouer della crosetta come fu detto nel multiplicar di binomij, & trinomij nella seconda parte, si che ti lascio al tuo arbitrio, ma ti essorto a mantener vn sol ordine, altramente sarai soggetto a mutarti nelle tue operationi.

Volendo anchora risoluere la tua peregatione per il terzo modo, recca quelli piedi 3. oncie 5 della longhezza a parte di pertica, onde operando per le regole date nel trattato di rotti, trouerai quelli esser [illegible], & medesimo farai di quelli piedi 4. oncie 5 della larghezza, che trouerai quelli esser [illegible] di pertica, fatto questo multiplicarai quelle pertiche 86 [illegible] fia pertiche [illegible], & lo auenimento sara tauole, & parte di tauola, tirando poi le tauole in vanezze, & le vanezze in campi, & il rotto di tauola in piedi, oncie, & ponti, trouerai finalmente venirti li medesimi campi 26. va. 4. tauole 28. piedi 10. oncie 6. & ponti 3.

Ma volendo dar la conclusione secondo la diuisione di comadini, doue dice tauole 11668. dirai danari 11655. piedi 10. oncie 6. ponti 3. onde tirando poi quelli danari in soldi, & li soldi in lire, & le lire in campi, hauerai in fine campi 26 [illegible] 0. [illegible] 11. [illegible] 4. piedi 10. oncie 6. ponti 3. & tanto concluderai esser tal pezza di terra.

13 Anchora per fortificarti meglio, pongo che sia vna pezza di terra squadrata longa pertiche 65. piedi 0. oncie 8. & larga pertiche 25. piedi 0. oncie 6. & volendo saper per il primo modo quanto sia tal pezza di terra, farai quelle pertiche 65. piedi 0. oncie 8. tutto in oncie. Finalmente farai di quelle pertiche 25. piedi 0. [illegible] 6. poi multiplicarai quelle due quantita di oncie, l'una fia l'altra, & quel produtto sara ponti di terra (come nelle superficiationi fu detto) i quali tirandoli in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tauole, & le tauole in vanezze, & le vanezze in campi, hauerai in vltimo campi 2. vanezze 4. tauole 25. piedi 2. oncie 4. & tanto sara la detta pezza di terra.

Ma volendo procedere per il secondo modo, multiplicarai le pertiche 25 della larghezza fia quelle due specie di misure della longhezza, cioe fia quelle pertiche 65. & quelle oncie 8. commenzando prima dalle pertiche (secondo il solito) multiplicando adunque le dette pertiche 25. fia quelle pertiche 65. fara tauole 1625. quale saluarai da banda, poi multiplicarai quelle medesime pertiche 25 della larghezza, fia quelle oncie 8 della longhezza fara 200 mezzi piedi di terra, quali tirandoli in piedi, & in tauole faranno tauole 2. piedi 28. quali notarai sotto alle altre tauole, che salualti, fatto questo multiplicarai poi quelle oncie 6 della larghezza fia quelle medesime due specie di misure della longhezza, cioe fia quelle pertiche 65. & oncie 8. commenzando prima da quelle pertiche 65. & trouarai che faranno 378 mezzi piedi, quali tirandoli in piedi, & in tauole, faranno tauole 5. & piedi 9. quali notarai sotto a gli altri dui produtti. Finalmente multiplicarai le dette [illegible] 6. fia quelle oncie 8. faranno ponti 48. quali tirandoli in [illegible] faranno oncie 4 di terra, quale notarai sotto a gli altri tre produtti, & summandoli tutti quattro insieme faranno in summa tauole 1528. piedi 2. oncie 4. onde tirando le dette tauole in vanezze, & le vanezze in campi, hauerai pur campi 2. vanezze 4. tauole 25. piedi 2. oncie 4. si come per l'altro modo.

Volendola anchora soluere per il terzo modo, recca quelle oncie 8 della longhezza a parte di pertica, onde operando per l'ordine dato nel trattato di rotti, trouarai quelle esser [illegible] di pertica, qual posto appresso a quelle pert. 65. diranno pert. 65 [illegible], similmente reccarai anchora quelle [illegible] 6. a parte di pertica, & trouarai quelle esser [illegible] di pertica, qual posto appresso a quelle pe. 25 della larghezza, diranno pert. 25 [illegible], hor multiplica le dette pert. 25 [illegible], fia quelle pert. 65 [illegible] fara tauole 1528 [illegible], reducendo quel [illegible] di tauola in piedi, & [illegible] trouarai, che fara in tutto tauole 1528. piedi 2. [illegible] 4. si come per gli altri dui modi, che tirando le dette tauole in vanezze, & campi, faranno quelli medesimi campi 2. vanezze 4. tauole 25. piedi 2. oncie 4.

Ma volendo dar la risposta secondo la diuisione di comadini, dirai tal pezza di terra esser danari 1528. piedi 2. oncie 4. onde tirando li detti danari in soldi, & li soldi in lire, & le lire in campi, hauerai in vltimo campi 2 [illegible] 0. [illegible] 11. [illegible] 11. p. 2. [illegible] 4.

14 Anchora perche nel squadrare le pezze di terra occorre alcuni pezzetti piccoli, et grandi, i quali daranno nel giustar le teste vna mezza oncia di misura, come che al suo luogo si vedera ti voglio ponere questa piccola. Eglie vna pezza di terra longa pertiche 4. piedi 2. oncie 9. & larga solamente piedi 5. oncie 5½, si adimanda quanto sara questa pezzetta di terreno. Volendola risoluere per il primo reccarai quelle pertiche 4. piedi 2. oncie 9. tutto in oncie, che faranno 321. similmente farai quelli piedi 5. oncie 5½ in oncie, che faranno oncie 65½, fatto questo multiplica queste oncie 65½ fia quelle oncie 321. & trouarai che faranno 21025½.

vna pezza di terra longa pertiche 5 4. p. 3. [illegible] 5. larga pert. 86 p. 4. oncie 3.
fa cã. 26 [illegible] 0 [illegible] 11 [illegible] 4 p. 10. oncie 6. ponti 3.

nona
vna pezza di terra longa pertiche 65. p. 0. oncie 8. larga pertiche 25. p. 0. oncie 6.
fa cã. 2. va. 4. ta. 25. p. 2. [illegible] 4. ponti nulla.

vna pezza di terra longa pertiche 65. p. 0. [illegible] 8. larga pertiche 25. p. 0. oncie 6.
fa cam. 2 [illegible] 0 [illegible] 11 [illegible] 11 p. 2 oncie 4.

decima
vna pezza di terra longa pertiche 4. p. 2. oncie 9. larga pertiche 0. p. 5. oncie 5½
fa cam. 0. va. 0. ta. 5. p. 3. 3. oncie 6. ponti 7½.

2078 1/2, & questi saranno ponti di terra da 12 alla oncia, e pero sarano oncie, & di oncie in piedi, & di piedi in tavole, il che facendo trovarai esser tavole 3. piedi 33. oncie 6. ponti 7 1/2. Ma non essendo ben esperto nelli rotti, tu puoi ridur la larghezza in ponti di misura, che saranno ponti 76 2. i quali multiplicandoli fra quelle oncie 7 1 1. faranno atho. 1446 0 2. i quali tirandoli in ponti di terra, & dapoi in oncie. Trovarai finalmente tavole 3. piedi 33. oncie 6. ponti 7. athomi 6.

Ma volendola risolvere per il secondo modo, cioe senza mouere le misure del suo essere, multiplica quelli piedi 5 della larghezza fra quelle tre specie di misure della longhezza cominciando secondo il solito dalle pertiche 4. dicendo 5 fia 4. fara 20 sesti tavole, che saranno tavole 3. & piedi 12. quali salvarai da banda, poi multiplica quelli medesimi piedi 5 della larghezza fra quelli piedi 2 della longhezza fara piedi 10. i quali notarai sotto all'altro produtto, poi multiplicarai anchora li medesimi piedi 5 della larghezza fra quelle onc 9 della longhezza, & fara 45 onc, quale tirandole in piedi saranno piedi 3 onc 9. quale notarai sotto a gli altri 2 produtti, fatto questo multiplicarai anchor quelle oncie 7 1/2 della larghezza, fra quelle 3 specie di misure, cominciando dalle pert. 4 quale multiplicate per quelle onc 7 1/2, faranno 30 mezzi piedi, che saranno p. 15. quali notarai sotto a gli altri tre produtti poi multiplicarai anchora quelli piedi 2 della longhezza per quelle medesime oncie 7 1/2 della larghezza faranno 15. & questi saranno oncie, quale notarai sotto a gli altri quattro produtti. Finalmente multiplicarai quelle medesime oncie 7 1/2 della larghezza fra quelle oncie 9 della longhezza fara 67 1/2, & questi saranno ponti, quali tirandoli in oncie saranno oncie 5. ponti 7 1/2, quali notandoli sotto a gli altri cinque produtti, & summandoli tutti 6 insieme si trovara, che saranno medesimamente tavole 3. piedi 33. oncie 6. ponti 7 1/2, come per l'altro modo.

Ma ponendo per la mezza oncia ponti 6 di misura, & multiplicando li detti ponti 6. fra le tre misure della longhezza, trovarai che produrranno [illegible] piedi 2. oncie 3. ponti 1. che tutta la summa sara pur tavole 3. piedi 33. oncie 6. ponti 7 athomi 6 come di sopra.

Ma volendo dar la risposta secondo la dimanda del contadino, tu dirai, che sara danari 3. piedi 33. oncie 6. ponti 7 1/2, overo dir pon. 7. athomi 6 come di sopra.

15 ANcora per sforzarmi meglio, pongo che sia un pezzetto di terreno longo pertiche 2. piedi 3. oncie 4. ponti 3. & largo pertiche 1. piedi 0. oncie 7. ponti 5. si adimanda quanto sara quello pezzo terreno. Per risolvere questa pertegatione per il primo modo reducerai quelle pertiche 2 piedi 3 oncie 4 ponti 3 della longhezza a ponti, & trovarai esser ponti 3374, finalmente tirarai quelle pertiche 1. piedi nulla, oncie 7. ponti 5 della larghezza, & trovarai esser ponti 937 & questi multiplicarai fra quelli altri ponti 3374. & trovarai, che saranno [illegible] e questi saranno menicoli, perche a multiplicar ponti fra ponti fanno (se ben ti ricordi di quello, che in sorro giouato alle rapprensentationi) menicoli, i quali tirandoli in athomi (con partirli per 12) faranno ath. [illegible] & menicoli 2. poi tirando gli athomi in ponti (per esser partirli per 12) faranno ponti 2467 2. atho. 6 & cosi andar tirando li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tavole, trovarai in ultimo tavole 1. piedi 19. oncie 7. ponti 4. ath. 6. menicoli 2.

undecima
una pezza di terra
lon. pert. 2. p. 3. onc 4. ponti 3
la. pert. 1. p. 0. onc 7. ponti 5.

fa tau. 1. p. 19. onc 7
pon. 4. menicoli 2.

Ma per solverla per il secondo modo multiplicarai quella pertica una della larghezza fra quelle quattro specie della longhezza a una per una, cominciando secondo il solito da quelle pertiche 2. & fara tavole 2. poi multiplica quella medesima pertica 1 fra quelli piedi 3. fara 3 sesti di tavola, che faranno piedi 18. poi multiplicala fra quelle oncie quattro, & fara quattro mezzi piedi, che saranno piedi 2. dapoi multiplicala fra quelli ponti tre, & fara tre mezze oncie, che saranno oncia una, & ponti 6. quali notarai tutti secondo il solito, poi multiplicarai quelle oncie 7 della larghezza fra quelle medesime quattro misure della longhezza, & prima con le pertiche 2. & fara 14 mezzi piedi, che saranno piedi 7. poi fra quelli piedi 3. fara oncie 21. che saranno piedi 1. oncie 9. poi fra quelle oncie 4. fara ponti 28. che saranno oncie 2. ponti 4. poi fra quelli ponti 3 fara athomi 21. che saranno ponti uno, athomi 9. quali quattro produtti assettarai secondo il solito. Poi multiplicarai finalmente quelli ponti 5 della larghezza fra quelle medesime quattro misure della longhezza, & prima fra le pertiche 2. & fara 10 mezze oncie, che saranno oncie 5. poi fra quelli 3 piedi faranno 15 ponti, che saranno oncie 1 ponti 3. poi fra quelle oncie 4. & faranno 20 athomi, che saranno ponti 1. athomi 8. poi multiplicarai finalmente quelli ponti 3. & faranno menicoli 15. che saranno atho. 1. menicoli 3. quali assettandoli sotto a quelli altri otto produtti, & summandoli poi tutti 12 insieme trovarai, che saranno medesimamente tavole 1. piedi 19. oncie 7. ponti 4. athomi 6. menicoli 3. & come per il primo modo, & se ti parera di volerla solvere per il terzo modo, reccarai tutte quelle ascheduna parte di pertica, & le multiplicarai secondo la regola di rotti, & trovarai il medesimo. Et nota che quantunque nella quinta del secondo capo, cioe in fine delle prime rappresentationi ti habbia detto, che colui, che compra, & colui, che vende non debba tener conto, ne di ponti, ne di atomi, ne manco di menicoli di terra, per esser quasi di niun valore, nondimeno colui che calcula tal peregatione bisogna tenerne puntalmente conto per causa della proua, che di sotto ti mostraro, perche ogni volta, che tu errasti di vn solo menicolo, ouer di piu, la proua no ti verria buona, e pero bisogna in cio auertire, & co questo voglio facciamo fine a questo capo.

Regola di saper prouare con la proua del sette, ouer del noue tutte le operationi fatte in qual si voglia conclusa peregatione. Cap. III.

HAuendo mostrato il modo di saper determinar la quantita di qual si voglia pezza di terra squadrata, ouer paralellogramma rettangolo in tutti quelli sferati modi, che mi ho posuto immaginare di poter occorrere le misurationi di quella. Hora intendo di mostrarte la regola di saper approuare, con vna sola proua tutte le calculationi, & altre operationi fatte circa alla conclusione di qual si voglia peregatione.

Del modo di saper cauar la proua del sette, ouer del noue di pertiche, piedi, & oncie &c.

ANcor che per le regole date nel terzo libro della prima parte, di saper cauar la proua si del 9. come del 7. delle varie denominationi di monete, pesi, & misure, son certo che senza alcun mio aiuto saperesti anchora cauar la detta proua di pertiche, piedi, & oncie, & anchora nelle tauole oncie. Et finalmente nelle conclusioni di campi, vanezze, tauole, piedi, oncie, & ponti, & parte, ouer parti di ponti, nondimeno a tua maggior informatione ne porro alcune di cauate solamente per la proua del sette.

1 VOlendo adunque cauar la proua del 7. di pertiche 158. piedi 2. oncie 6. cauo prima la proua di quelle pertiche 158. che trouarai tal proua esser pertiche 4. quale ridurrai in piedi multiplicandole per 6. (perche piedi 6 fanno vna pertica) fara piedi 24. alliquali aggiongendo quelli altri piedi 2. faranno piedi 26. cauane la proua, & trouarai quella esser piedi 5. & quelli farai in oncie multiplicandoli per 12. fara oncie 60. alle quali giontoui quelle altre oncie 6. fara oncie 66. cauane la proua, & trouarai quella esser oncie 3. & cosi concluderai la proua di dette pertiche 158. piedi 2. oncie 6. esser oncie 3. Et cosi con tal ordine procederai nelle altre simili, che per abbreuiar scrittura, & parole te ne pongo quattro altri essempij in margine di cauate, lequali per le regole date (come è detto) nel terzo libro della prima parte, & anchora nel trattato di rotti, non dubito che da te medesimo, non solamente le intenderai, ma le saperai anchora cauar per la proua del 9. Nota che a ridur la proua di piedi in oncie tu la puoi multiplicare solamente per la proua del 12. ch'è 5. & sara piu breue la operatione.

di pertiche 158. p. 2. on. 6. la proua è on. 3.
di pertiche 24. p. 4. on. 5. la proua è on. 2.
di pertiche 9. p. 2. on. 8. la proua è on. 1.
di pertiche 3. p. 5 —— la proua è p. 2.
di pertiche 17. p. 5. on. 5 $\frac{1}{3}$ la proua è on. $\frac{2}{3}$
ouero che tal proua sara ponti 2.

2 SImilmente volendo cauar la proua del 7. di campi 17. vanezze 16. tauole 12. piedi 30. oncie 5. ponti 10. prima cauo la proua di campi 17. che sara campi 3. i quali campi 3. di proua, volendoli ridur in vanezze, bisognaria multiplicarli per 24. ma in questo alla proua si modestaro tu diuersi multiplicarli per la proua di 24. ch'è 3. e pero dicendo 3 fia 3 fara 9. alliqual giontoui quelle vanezze 16. fara vanezze 25. la cui proua sara vanezze 4. le quali volendole ridur in proua di tauole basta a multiplicarle per la proua di 30. ch'è 2. & fara tauole 8. la cui proua è tauole 1. laqual volendola ridur in proua di oncie, basta a multiplicarla per la proua di 12. ch'è 5. dicendo 1 fia 5 fa 5 oncie, alle quali giontoui quelle altre oncie 5. fara oncie 10. la cui proua è oncie 3. laqual proua volendola ridur in ponti, basta a multiplicarla per la proua di 12. ch'è 5. & fara ponti 15. alliquali giontoui quelli altri ponti 10. faranno ponti 25. la cui proua sara ponti 4. & cosi concluderai la proua di detti campi 17. vanezze 16. tauole 12. piedi 30. oncie 5. ponti 10. (prouando per 7) la proua esser ponti 4. Et con tal ordine procederai volendo cauar la detta proua per 9. Et acciò che meglio la intendi te ne pongo 4. altre in margine con la sua proua cauata per 7. lequali non dubito, che senz'altro mio aiuto da te medesimo la intenderai.

Di campi 17. vanezze 16. tauole 12. piedi 30. oncie 5. ponti 10. la proua è ponti 4.
Di campi 25. vanezze —— tauole 13. piedi 19. oncie 5. ponti 2. la proua è ponti 6.
Di campi 9. vanezze 10. tauole 9. —— —— —— —— la proua è tauole 3.
Di campi 34. vanezze —— tauole 19. piedi 26 —— —— —— la proua è piedi 4.
Di campi 25. vanezze 15. tauole 13. piedi 9. oncie 6. ponti 6 $\frac{1}{3}$ la proua è ponti $\frac{4}{3}$,
ouer che tal proua saria atomi 5.
Di campi 22. vanezze 13. tauole 15. piedi 13. oncie 5. ponti 7. atho. 9. meni. 4. la proua è 2.

Di campi

Non dubito anchora che da te medesimo saprai, come reggerti volendo cauar le dette proue nelle produttioni fatte secondo la diuisione di contadini, cioe a campi [illegible], &c. Che a volerti essemplificare ogni minima particolarita alle persone d'ingegno veniria in infinito, e pero da te medesimo finderai gli essempii di quelle che cauate ti ho posto in margine.

Di campi 11. [illegible] 2. [illegible] 10. [illegible] 11. p. 16. oncie 9. la proua è [illegible] 1.
Di campi 41. [illegible] 2. [illegible] 15. [illegible] 5. p. 17. oncie 6. la proua è oncie 2.
Di campi 71. [illegible] 2. [illegible] 15. [illegible] 8. p. 8. oncie 5. la proua è oncie 5.
Di campi 119. [illegible] 2. [illegible] 9. [illegible] 5. p. 11. oncie 9. la proua è oncie 5.
Di campi 11. [illegible] 2. [illegible] 12. [illegible] 2. p. 12. [illegible] 5. p. 7. atho 4. meniscoli 9. la proua è meniscoli 2.

3 Hor per approuare in vn colpo solo ciascuna di quelle perteggationi concluse nel precedente capo cominciaremo dalle due prime proposte nella sesta del precedente capo, dellequali la prima è longa pertiche 60. & larga pertiche 11. & fu concluso, che fosse precisamente vn campo di terra. Et per far la proua di tal conclusione, caua la proua di quelle pertiche 60. della longhezza, che sara pertiche 4. quale notarai consequentemente, come in margine vedi, & similmente cauarai la proua di quelle pertiche 11 della larghezza, che sara pertiche 2. hor multiplica le dette due proue l'una fia l'altra fara tauole 20. la cui proua è tauole 6. & tauole 6 debbe esser la proua della conclusione, cioe di quel campo 1. la proua di quel tal campo 1. sara per campo 1 qual farai in proua di vanezze, multiplicando per la proua di 7, e che fara 4. & fara vanezze 4 di proua, laqual bisogna ridur in proua di tauole (come ch'è il produtto delle prime proue delle misure) multiplicandola per la proua di 30 (che fara 2. & fara tauole 6. che ben è eguale al produtto delle due proue delle misure, il qual produtto fu pur tauole 6. e pero tal nostra operatione è buona.

Il medesimo farai della seconda, cioe caua la proua di quelle pertiche 80. che fara pertiche tre, & similmente caua la proua di quelle pertiche 9. che fara pertiche 2. poi multiplica queste due proue l'una fia l'altra, & fara per tauole 6. & tanto debbe esser la proua della conclusione, cioe di quel campo 1. la proua delqual campo 1. riducendola in proua di vanezze, & poi di tauole secondo l'ordine dato di sopra, & trouarai tal proua esser medesimamente tauole 6. Et pero bisogna notar, che la proua del produtto bisogna sempre ridurla per fin alla natura del produtto delle proue delle due prime misure, anchor che nella conclusione non vi fusse quantita di tal natura.

4 Volendo anchora approuar per la proua, del 3. la terza perteggatione posta nella settima del precedente capo, nellaquale fu posto tal pezza di terra esser longa pertiche 113. & larga pertiche 84. & fu concluso esser campi 14. vanezze 3. & tauole 11. caua la proua delle pertiche 113 della longhezza, che fara pertiche 4 (quale notarai come in margine vedi) poi cauarai anchora la proua di quelle pertiche 84. della larghezza, qual trouarai esser pertiche 0. poi multiplica quelle due proue l'una fia l'altra, & trouarai che faranno tauole 0. & tanto debbe esser la proua della conclusione, cioe di quelli campi 14. vanezze 3. tauole 11. laqual cauandola per le regole date di sopra, quella trouarai medesimamente esser tauole nulla, e pero sta bene.

5 Hor approuar la quarta posta nella ottaua del precedente capo, nellaquale tal pezza di terra fu supposto esser longa pertiche 114. piedi 4. & larga pertiche 76. & fu concluso esser campi 11. vanezze 15. tauole 14. piedi 24. Caua la proua di quelle pertiche 114. piedi 4 della longhezza, & trouarai quella esser piedi nulla. Caua anchora la proua di quelle pertiche 76 della larghezza, laqual trouarai esser pertiche 6. ma per fuggir rotti, cioe per non venir in sotti di tauola, reduarai tal proua di pertiche in proua di piedi, il che farai multiplicandola per 6. & fara piedi 36. la cui proua saria piedi 1. poi multiplica le dette due proue l'una fia l'altra, & trouarai, che fara piedi 0. di terra, & tanto debbe esser la proua della conclusione, cioe di quelli campi 11. vanezze 15. tauole 14. & piedi 24. laqual proua cauandola secondo l'ordine dato, ben la trouarai esser piedi nulla di terra, e pero la è buona.

Se ti parera di voler far tal proua, si di questa, come di tutte quelle, che seguitano ne lascio la impresa, perche so che la ti sara facile per mezzo de gli essempii per auanti posti in margine.

6 Volendo anchora approuar la quinta perteggatione (posta nella nona del precedente capo) nellaquale la pezza di terra fu supposta esser longa pertiche 114. piedi 5. & per ...essa pertiche 87. piedi 2. & fu concluso tal pezza di terra esser campi 18. vanezze 18. tauole 12. piedi 4. Caua la proua di quelle pertiche 114. piedi 5 della longhezza, che

La prima.
lon. pert. 60. la proua è pert. 4.
la. pert. 11. la proua è pert. 2

fu campo 1. la proua è ta. 6.

la seconda.
lon. pert. 80. la proua è pert. 3.
lar. pert. 9. la proua è pert. 2.

fu campo 1. la proua è ta. 6

terza.
lo. pert. 113. la proua è pert. 4
la. pert. 84. la proua è pert. 0.

fu ca. 14. v. 3. ta. 11. proua t. 0

quarta
lo. pe. 114. p. 4. la proua è p. 0
lar. pert. 76. la proua è p. 1

fu ca. 11. va. 15. ta. 14. p. 24. la proua è p. 0.

quinta.
lo. pe. 114. p. 5. la proua è p.
la. pert. 87. p. 2. la proua è p.

fu ca. 18. va. 18. ta. 12. p. 4. la proua è piedi 2.

trouarai quella esser piedi 5. poi caua anchora la longhezza di quelle pertiche 17. piedi 2. della larghezza, che trouarai quella esser piedi 6. poi multiplica queste doe proue l'una fia l'altra, & faranno piedi 30 di terra, la cui proua è piedi 2 di terra, & tanto debbe essere anchora la proua della conclusione, cioe di quelli campi 18. vanezze 17. tauole 22. piedi 4. che se la cauarai trouarai cosi essere, e pero sta bene.

7 Volendo anchora approuar la sesta peregatione, posta nella decima del precedente capo, la cui pezza di terra fu supposta esser longa pertiche 114. & larga pertiche 103 piedi 5 oncie 4. & fu concluso esser campi 17. vanezze 11 tauole 12 piedi 8. caua la proua di quelle pertiche 114. che trouarai quella esser pertiche 5 ma per schiuar roui(che peneria della proua di pertiche sia la proua di oncie, che saria menarui piedi) riduerai quelle cinque pertiche a proua di piedi, multiplicandole per 6. & faranno piedi 30 la cui proua è piedi 3, qual metterai al suo luogo, poi cauarai la proua di quelle pertiche 103. piedi 5 oncie 4. che trouarai quella esser oncie 4. Hor multiplica queste due proue l'una fia l'altra, & faranno oncie 8. la cui proua è [illegible] 1. di terra, & tanto debbe esser la proua della conclusione, cioe di campi 17. vanezze 11. tauole 12. piedi 8 laquale trouarai prima esser piedi 5 i quali bisogna ridurli in proua di oncie per esser la proua del produtto delle misure prime oncie di terra, e pero riduerai quelli piedi 5. a proua di oncie multiplicandoli per la proua di 12 (qual è 5) & fara oncie 15. la cui proua è pur oncie 1. di terra, e pero la sta bene.

8 Per prouare anchora la settima peregatione posta nella vndecima del precedente capo, nella quale fu supposta vna pezza di terra esser longa pertiche 105. piedi 3. oncie 4. & larga pertiche 74. piedi 5. caua la proua delle misure della longhezza, che trouarai tal proua esser oncie 4. Similmente caua la proua delle misure della larghezza, che trouarai esser piedi 1. poi multiplicarai queste due proue l'una fia l'altra, & trouarai che fara oncie 5 di terra, & tanto debbe esser la proua della conclusione, cioe di campi 10. vanezze 2. tauole 9. piedi 2. oncie 8. laquale se la cauarai la trouarai cosi essere, e pero sta bene.

9 Anchora volendo prouare la ottaua peregatione fatta nella duodecima del precedente capo, laqual peregatione fu supposta esser longa pertiche 124. piedi 3. oncie 5. & larga pertiche 16. piedi 4. oncie 3. & fu concluso esser campi 16. vanezze 4. tauole 22. piedi 10. oncie 6. ponti 3. caua la proua delle misure della longhezza, che trouarai esser [illegible] 1. Similmente caua la proua delle misure della larghezza, che trouarai quella esser oncie 6. poi multiplica queste due proue l'una fia l'altra, & trouarai che fara ponti 2 di terra, & tanto debbe esser la proua della conclusione, cioe di quelli campi 16. vanezze 4. tauole 22. piedi 10. oncie 6. ponti 3. laqual proua se la cauarai la trouarai cosi essere, e pero sta bene.

10 Per prouare anchora la nona conclusione fatta sopra la nona peregatione addutta nella decimaterza del precedente capo, laquale fu supposta esser pertiche 61. piedi 0. oncie 8. & larga pertiche 35. piedi 0. oncie 6. & fu concluso quella esser campi 2. vanezze 4. tauole 23. piedi 1. oncie 4. ponti 0. caua la proua delle misure della longhezza, che trouarai esser oncie 2. & similmente quella delle misure della larghezza, & trouarai quella esser oncie nulla, poi multiplica queste due proue l'una fia l'altra, & trouarai che fara ponti 0. di terra, & tanto debbe esser la proua della nostra conclusione, cioe di quelli campi 2. vanezze 4. tauole 23. piedi 1. oncie 4. ponti 0. che se la cauarai trouarai cosi essere.

11 Volendo anchor prouar la decima peregatione data nella decimaquarta del precedente capo, laqual fu supposta esser longa pertiche 4. piedi 2. oncie 0. et larga pertiche 0. piedi 5. oncie $3\frac{1}{2}$, laqual larghezza non essendo tu ben esperto nell'operar di rotti, tu puoi trouare tal mezza oncia per ponti 6. di misura, tal che la detta conclusione venira a esser tauole 3. piedi 33. oncie 6. ponti 0. athomi 6. onde per prouar tal conclusione, caua la proua delle misure della longhezza, che trouarai esser [illegible] 6. Dapoi caua anchora la proua delle misure della larghezza, che trouarai tal proua esser ponti 6. poi multiplica queste due proue l'una fia l'altra, & trouarai che faranno 36. & questi faranno athomi

(perche

sesta
longa p. 114. la proua è piedi 3.
larga p. 103. p. 5. [illegible] 4. proua [illegible] 4

fa c. 17. v. 11. ta. 12. p. 8. la proua è [illegible] 1.

settima
longa p. 105. p. 3. [illegible] 4. la p. è [illegible] 4
larga p. 74. p. 5. la proua è p. 1

fa cam. 10. v. 2. ta. 9. p. 2. [illegible] 8. la proua è [illegible] 5.

ottaua
longa p. 124. p. 3. [illegible] 5. la p. è [illegible] 1
larga p. 16. p. 4. [illegible] 3. la p. è [illegible] 6

fa c. 16. v. 4. ta. 22. p. 10. [illegible] 6. pon. 3. la proua è pon. 2.

nona
longa pertiche 61. p. 0. [illegible] 8. la proua è [illegible] 2.
larga pertiche 35. p. 0. [illegible] 6. la proua è [illegible] 0.

fa campi 2. vanezze 4. tauole 23. p. 1. oncie 4. ponti 0. la proua è ponti 0.

decima
longa pertiche 4. p. 2. [illegible] 0. la proua è oncie 6
larga pertiche 0. p. 5. [illegible] $3\frac{1}{2}$. la proua è pon. 6

fa c. 0. vanezze 0. ta. 3. p. 33. [illegible] 6. pon. $0\frac{1}{2}$. la proua è atho. 1.

(perche oncie fia ponti rappresentano athomi) la qual proua sarà athomi 1. di terra, & tanto debbe esser la proua della nostra conclusione, cioe di tauole 2. piedi 13. oncie 6. ponti 7. athomi 6. che se la cauarai la trouarai cosi essere, e pero sta bene.

11 PEr prouare finalmente la undecima & ultima peretigatione posta nella ultima del precedente capo, laqual fu supposta esser longa pertiche 2. piedi 1. oncie 4. ponti 3. & larga pertiche 1. piedi 0. oncie 7. ponti 5. & fu concluso esser tauole 2. piedi 29. oncie 7. ponti 4. athomi 6. menicoli 5. Caua la proua delle misure della longhezza, che trouarai quella esser ponti 6. Similmente caua anchora la proua delle misure della larghezza, che trouarai quella esser ponti 2. poi multiplica queste doe proue l'una fia l'altra, & trouarai che faranno 12. & questi saranno 12 menicoli (perche a multiplicare ponti fia ponti rappresentano menicoli) & tanto debbe essere la proua della nostra conclusione, cioe di tauole 2. piedi 29. oncie 7. ponti 4. athomi 6. menicoli 5. che se la cauarai, la trouarai cosi essere, e pero è buona, & con questa voglio far fine a questo capo.

undecima

lon. pert. 2. p. 1. ōc 4. pon. 3 —— la proua è ponti 6.
la. pert. 1. p. 0. ōc 7. pon. 5 —— la proua è ponti 2.

fa campi 0. tau. 0. ta. 2. p. 29. oncie 7. ponti 4. atho. 6. menicoli 5. la proua [illegible]

Del costume di Padoua, & del suo territorio circa al vendere, & comprar di terreni, & della misura, che operano per misurar quelli. Cap. IIII.

1 PAdoua con il suo territorio costumano di vendere & comperare il terreno par a campi, & per misurar quelli costumano par una misura chiamata pertica longa piedi 6. (si come quella di Verona) & il piede è diuiso in 12 oncie. Et cosi uno quadretto di terreno di una di dette pertiche per lato, gli dicono par una tauola di terreno (si come a Verona) & tauole 840. fanno un campo di terreno padoano, ma per non hauer a maneggiare cosi grande numero di tauole hanno diuiso il detto campo in 4 quarteri, talche ogni quartero veneria a esser tauole 210. cioe il quarto di dette tauole 840. Ma perche la pertica è diuisa in piedi 6. (come è detto) seguita che la detta tauola di terreno veneria esser diuisa in piedi 36 di terreno, cioe in 36 quadretini di terra di un piede di misura per lato (si come la tauola Veronese) Et perche il piede della misura, cioe il piede lineale è diuiso in oncie 12 lineali, seguiria che il piede superficiale fosse diuiso in oncie 144 superficiali, cioe in 144 quadretini di terra di una oncia lineale per lato. Ma per esser tal numero di 144. troppo grande da maneggiare costumano il medesimo che fu detto del Veronese a chiamarli ponti di terreno, cioe tal piede superficiale, lo diuidono in 12 parti, & ciascuna di dette parti gli dicono una oncia di terra, laqual oncia di terra veneria a esser composta da 12 ponti di terra, cioe da 12 di quelli quadretini di terra, da una oncia lineale per lato, come fu detto nel costume di Verona, & per tanto diremo il campo Padoano esser 4 quarteri, & il quartero esser tauole 210. & la tauola esser piedi 36 superficiali, & il piede esser 12 oncie superficiali, & la oncia superficiale esser 12 ponti superficiali, & il ponto superficiale viene a essere uno quadretino di terra, come di sopra è stato detto di una oncia lineale per facia, ouer per lato, ma perche nel squadrare di triangoli, & capetagliati (come nel seguente libro s'intendera) molte volte gli interuiene qualche rotto di oncia, onde per schiuar li detti (per li multiplicati in quelli) diuideremo con la imaginatione la detta oncia lineale in 12 ponti lineali, come fu fatto anchora nella pratica di Verona. Per laqual diuisione veniremo anchora ad hauer diuiso il ponto superficiale par in 144 quadretini di uno ponto lineal per lato (come che anchor fu fatto nella pratica di Verona) ma per esser tal numero di 144 discomodo, costumaremo a diuidere il ponto superficiale in 12 athomi superficiali, et ciascuno di detti athomi diuideremo pur in 12 parti, & ciascuna di dette parti gli diremo menicolo, & questo menicolo viene a essere uno di quelli quadretini di terra di uno ponto lineal per lato, come nel costume di Verona fu anchor detto, & anchor fatto.

Diuisione della misura lineale chiamata pertica con le sue parti.
La pertica è piedi 6.
El piede è oncie 12.
La oncia è ponti 12.

Diuisione del campo superficiale cō le sue parti.
Il campo è quarteri 4.
Il quartero è ta. 210.
La tauola è piedi 36.
Il piede è oncie 12.
La oncia è ponti 12.
Il ponto è athomi 12.
L'athomo è meni. 12.

Della rappresentatione delle misure lineali multiplicate fra loro.

2 PErche le rappresentationi delle misure di Padoua non sono differente da quelle, che nelle prime rappresentationi delle misure di Verona non starò abondare in parole, ma noterò semplicemente le dette rappresentationi in margine.

Rappresentationi
pert. fia pert. fanno ta.
pert. fia p. fan $\frac{1}{6}$ di ta.
pert. fia ōc fanno $\frac{1}{6}$ p.
pert. fia ponti fan $\frac{1}{6}$ ōc

piedi fia piedi fa piedi
piedi fia oncie fa oncie
piedi fia ponti fa ponti.

ōc fia ōc fa pō.
ōc fia pō. fa ath.

pō. fia pō. fa menicoli.

vna pezza di terra
longa pertiche 70.
larga pertiche 12.

fa a ponto campo 1 di terra.

	longa pertiche 70.
larga 12.	tauole 840. che campo 1.

3 HOra per dar meglio ad intendere quello che sia hormai questa pratica Padouana habbiamo detto. Poniamo che sia vna pezza squadrata, ouer parallelogramma rettangola (che cosi si ha da intendere se altro non si dice) longa pertiche 70. & larga pertiche 12. volendo tu sapere quanta sia questa pezza di terra, multiplica le pertiche 70. della longhezza per le pertiche 12. della larghezza fara 840. & queste saranno tauole di terra, perche pertiche sia pertiche fanno tauole, le quali tauole facendone quarteri con partirle per 210. (perche tauole 210. fanno vn quarto di campo) te ne venira quarteri 4. quali partendoli per 4. per farne campi, te ne venira vno campo di terra a ponto.

Il medesimo seguira essendo vna pezza di terra longa pertiche 40. & larga pertiche 21. perche a multiplicare 21 fia 40. fara medesimamente tauole 840. che sara pur vn campo di terra.

vna pezza di terra
lõ. pert. 932. la proua è p. 5.
la. pert. 131. la proua è p. 5.

fa c. 145. q. 1. t. 82. la p. p. 7.

4 POniamo anchora che sia vna pezza di terra longa pertiche 932. & larga pert. 131. multiplica pur secondo l'ordinario il numero delle pert. 932. della longhezza per il numero delle pertiche 131. della larghezza fara tauole 122092. lequali partendole per 210. per farne quarteri te ne venira quarteri 581. & tauole 82. poi partendo li quarteri 581. per 4. per farne campi te ne venira campi 145, quarteri 1. tauole 82. & tanto concluderemo esser tal pezza di terra, se ne farai proua per la proua del 9. la trouarai buona, & anchora con quella del 7. ma per variare, in queste variremo la proua del 9.

Similmente bisogna notare che in questa, & similmente nelle altre seguenti cittadi che intendiamo di trattar [illegible] loro costumi circa il vendere, & comperare di loro terreni, & della misura che operano nel misurar quelli, ti ponero solamente 3. ouer 4. essempi di pertegationi, perche a volerti in ciascuna porre tante pertegationi, come ti ho fatto nel costume di Verona v'intraria scrittura assai, ma per mezzo delle varie pertegationi, & essempi posti nella detta pratica di Verona da te medesimo non dubito, che in tutte le altre simili saperai come regerti.

Similmente non staro a darti il modo in ciascuna di queste di saper cauar le proue, & di approuar tal pertegationi per le ragioni dette, ma ti ponero solamente le proua[?] sopra di ciascuna pertegatione, con laquale se non farai vn bufalo da te medesimo sapras come gouernarti a cauarle, & a prouarle, auertendoti solamente che queste Padouane le prouaro con la proua del 9. per la ragion di sopra detta. Anchora nota che questa breuiatura q. significa quarteri in questa pratica, & quest'altra pro. significa proua, il resto seguita, come in quelle di Verona.

vna pezza di terra
lõ. pe. 309. p. 4. la proua è p. 4.
la. pert. 42. p. 4. la proua è p. 1

fa c. 16. q. 0. t. 82. p. 4. la p. p. 4

5 POniamo anchora, che sia vna pezza di terra longa pert. 309. p. 4. & larga pert. 42. p. 4. volendo saper quanto sia tal pezza di terra. Queste medesime pertegationi si possono risoluere in 3. modi, si come fu detto in quelle di Verona, cioe facendo si la longhezza, come la larghezza in piedi, & multiplica quelle due quantita di piedi, l'una fia l'altra, & il produtto sara per piedi di terra, quali partendoli per 36 te ne venira ta. 13522. & p. 4. si come seguiria anchora secondo l'ordine di Verona, ma volendo di quelle ta. 13522. far campi per ciò seguirai l'ordine di Verona, anzi partirai tal ta. 13522. per 210. per farne q. & te ne venira q. 64. ta. 82. onde tirando quelli q. 64. in campi con partirli per 4. te ne venira campi 16. q. 0. ta. 82. p. 4. & tanto concluderai esser la detta pezza di terra, che se ne farai proua la trouarai buona, si per 9. come per 7.

Ma volendola fare per il secondo modo (cioe senza mouere le misure de l'esser suo, procederai secondo il medesimo modo, che fu fatto nella pratica di Verona, cioe multiplica le pertiche 42. della larghezza fia quelle due specie di misure della longhezza, cioe fia quelle pertiche 309. & dapoi fia quelli piedi 4. & trouarai che la prima multiplicatione fara ta. 12978. & la seconda fara ta. 28. & piedi 24. quale ponerai (secondo il solito) sotto le altre, poi multiplicarai quelli piedi 4 della larghezza fia quelle medesime pertiche 309. piedi 4. della longhezza, il che facendo trouarai che li detti 4. piedi fia quelle pertiche 309. fara tauole 206. io non sto a dirti che li detti piedi 4. fia le dette pertiche 309. fanno 1236. sesti di tauola, perche penso che hormai ti sia famigliare per la pratica data nel costume di Verona, che cosi fanno, & che partendoli poi per 6. fanno le dette tauole 206. & che non ti marauigliare se mi vado di mano in mano restringendo nel dire, perche per hauerti amplamente narrato l'ordine del procedere nella detta vlanza, ouer costume di Verona, quella amplezza di dire voglio, che ti serua anchora in questa, & anchora in quelle, che si ha da pariare, hor per tornar al nostro proposito, multiplicarai anchora li medesimi piedi 4. della detta larghezza (come detto) fia quelli altri piedi 4. della longhezza, fanno piedi 16. onde ponendo tutti quattro li detti produtti l'uno sotto l'altro secondo il solito, & summandoli poi tutti insieme trouarai che saranno in summa le medesime tauole 13522. piedi 4. ridutte in quarteri, & in campi trouarai pur li medesimi campi 16. quarteri 0. tauole 82. & piedi 4.

Il medesimo ti venira per il terzo modo, cioe reducendo quelli piedi 4. si della longhezza, come della larghezza

larghezza a parte di pertica, che saranno [illegible] di pertica, & così multiplicando pertiche [illegible] per pertiche [illegible], trouarai che ti venira le medesime tauole [illegible], & piedi 4. che saranno pur li medesimi campi [illegible] quarti [illegible] tauole [illegible] piedi 4.

Non ti merauigliar lettor se io non ti pongo tante varietà di peregrationi in questo capo del costume di Padoua, & nelle altre città, che andaremo dichiarando, come nel precedente capo è stato fatto, over nel costume di Verona, perche superfluo saria a gli huomini di giudicio, ma ti pongo in questa, & così in ciascuna delle altre città, che seguita una peregratione facile, & una mediocre, & una difficile, cioè una peregratione ti pongo, & ponero, nelle altre con pertiche semplice, si nella longhezza, come nella larghezza, & una con pertiche, & piedi, & l'altra, cioè la ultima con tutte le specie di misure, si nella longhezza, come nella larghezza, come la seguente, laqual son certo che ti suffica per tutte le altre varietà date nella pratica di Verona.

6 PONiamo anchora per abbreuiar essempij, che sia una pezza di terra longa perti. [illegible] piedi 4. oncie 7. ponti [illegible] & larga pertiche [illegible] piedi [illegible] oncie 3. ponti 5. Et volendo saper (per il primo modo) quanto sia questa pezza di terra, reducai si le misure della longhezza, come quelle della larghezza tutte in ponti lineali, & trouarai quelli della longhezza esser ponti [illegible] & quelli della larghezza esser ponti [illegible] quali multiplicando fra lor, trouarai che faranno [illegible] & questi saranno menicoli di terra, quali reducendoli in arbori (con partirli per [illegible]) faranno arbori [illegible] & menicoli [illegible] poi tirarai li detti arbori in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tauole trouarai in ultimo esser tauole [illegible] piedi [illegible] oncie 3. ponti [illegible] arbori 9. menicoli [illegible] dapoi tirarai le dette tauole [illegible] in quarteri partendole per [illegible] & trouarai che te ne venira quarteri [illegible] & tauole [illegible] tirando poi li detti quarteri in campi (con partirli per 4) faranno in tutto campi 8. quarteri 3. & tanto concluderai esser la detta pezza di terra, & se ne farai prouarai trouarai così essere.

	una pezza di terra	
longa pertiche [illegible] p. 4. oncie 7. pon. [illegible]		la proua è ponti 6.
larga pertiche [illegible] p. [illegible] oncie 3. pon. 5.		la proua è ponti 5.
fa cam. 8. qu. 3. ta. [illegible] p. [illegible] oncie 3. pon. [illegible] arbori 9. menicoli [illegible]		la proua è menicoli [illegible]

Ma volendola risoluere per il secondo modo, cioè senza alterare, over mouere le misure del esser suo procederai secondo l'ordine dato in quello del costume di Verona, cioè multiplica quelle pertiche [illegible] della larghezza fra quelle 4 specie di misure della longhezza a una per una, tenendo sempre l'occhio alle rappresentationi, & quelli 4 prodotti notarli l'uno sotto a l'altro di mano in mano, fatto questo multiplicar poi quelli p. [illegible] di detta larghezza fra quelle medesime 4 specie di misure della longhezza, & quelli 4 prodotti notarli ordinatamente sotto a gli altri 4. & fatto questo multiplicar anchora quelle oncie 3 di detta larghezza, fra quelle medesime 4 specie di misure della longhezza, & quelli altri 4 prodotti notarli ordinatamente sotto a gli altri 8. & fatto questo multiplicare finalmente quelli 5 ponti pur di detta larghezza, pur fra quelle 4 specie di misure della longhezza, & quelli ultimi 4 prodotti notarli sotto a gli altri 12. & così sommando poi tutti 16 prodotti insieme si trouara quelle medesime tauole [illegible] piedi [illegible] oncie 3. ponti [illegible] arbori 9. menicoli [illegible] dapoi tirando le dette tauole in quarteri, & li quarteri in campi, trouarai li medesimi campi 8. quarteri 3. tauole [illegible] piedi [illegible] oncie 3. ponti [illegible] arbori 9. menicoli [illegible]

Et se ti paresse di voler procedere per il terzo modo, cioè reducendo tutti quelli fragmenti a parte di pertica, & dapoi procedendo secondo l'ordine piu volte detto trouarai il medesimo, ma il tutto sta che tu intendi il modo di reccar li detti fragmenti in parte de pertica, secondo le regole date nel trattato di rotti. Et perche hauendo tu inteso il modo, & la regola da risoluere, ouer di saper calcolar la sopra notata peregratione, con tutte quattro le specie di misure (cioè di pertiche, piedi, oncie, & ponti) si nella longhezza, come nella larghezza, stimo che da te medesimo piu facilmente saperai risoluere, & calcolare quelle doue interuenira men di dette quattro specie di misure, notati negli essempi posti nella pratica di Verona.

Del costume di Vicenza, & del suo territorio circa al uendere, & comprar di terreni, & della misura, che operano per misurar quelli.

7 VIcenza con il suo territorio costumano di vendere & comperare li terreni a campi, & per misurar quelli costumano una misura per chiamata pertica longa p. 6. & il piede è diuiso in 12. oncie, si come fu detto della pertica di Padoua, & similmente un quadrato di terreno di una per-

tica per lato gli dicono per vna tauola di terra, & cosi tauole 840. fanno pur vn campo di terreno, si come costuma anchora Padoua, & perche questa non è in cosa alcuna differente del costume di Padoua per non far altro capo li essempi pratichi di tal cita li rimettiamo a quelli di Padoua.

Del costume di Rouigo, & del suo territorio circa al vendere, & comperar di terreni, & della misura che oprano per misurar quelli.

8 ROuigo con il suo territorio costumano di vendere, & comperar il terreno secondo il medesimo modo che costuma Padoua, cioe a campi, & per misurar quelli costumano anchora loro vna pertica diuisa in piedi 6. et il piede in oncie 12. si come costuma Padoua, & il loro campo è pur di tauole 840. si come costuma Padoua, & la sua tauola è pur medesimamente vn quadro di terreno di vna pertica per lato, e pero li materiali essempi, & la pratica sua operatiua per non far altro capo li rimettiamo a quelli adotti nel costume di Padoua.

Del costume di Treuiso, & del suo territorio circa al vendere, & comperar di terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli. Cap. V.

Diuisione della misura lineale, chiamata pertica, ouer passo con le sue parti.
La pertica è piedi 5.
Il piede è oncie 12.
La oncia è ponti 12.

9 TReuiso con il suo territorio costumano di vendere, & comperar il terreno a campi, & per misurar quelli costumano vna misura chiamata pertica, ma nel misurar di fabriche [illegible] detta passo, diuisa in piedi 5. e pero piu se gli conuien questo nome passo, ch'è pertica, perche communamente il passo è diuiso in piedi 5. ma perche questo non importa a questo, che vogliamo trattare la chiamaremo pur pertica diuisa, com'è detto, in piedi 5. & il piede è diuiso in oncie 12. si come nelle altre passate è stato detto. Et similmente vno quadrato di terreno di vna di dette pertiche per lato è detta tauola di terreno, & tauole 1250. fanno vn campo di terra Triuisano, ma per non hauer a maneggiar cosi gran numero di tauole (come nelle passate è stato detto) egli da credere che anchor loro habbiano diuiso il detto campo in altre denominationi di parti secondo il parer di loro primi inuentori, li nomi delle quali parti per non hauerne notitia li lassaremo da banda, perche non m'importa in questo caso. Ma per esser diuisa la pertica lineale in 5. piedi seguita, che anchora la tauola venghi a esser diuisa in piedi 25 superficiali, cioe in 25 quadretini di terra di vn piede lineale per lato, et perche il piede lineale è diuiso in 12 oncie seguita, che il piede superficiale saria diuiso in 144 quadretini superficiali di vna oncia lineal per lato, & quali 144 quadretini sariano realmente oncie quadre, ma per non hauer a maneggiar cosi grande numero tali quadretini li chiamaremo ponti superficiali da 12 alla oncia superficiale, si come nelle due precedenti cita è stato fatto, cioe diremo la tauola del terreno esser piedi 25. & il piede esser oncie 12 di terra, & la oncia di terra esser ponti 12 di terra, cioe superficiali. Ma perche nel squadrare di triangoli, & capi trapezi (come nelli costumi delle due precedenti cita è stato detto) spesso incorre rotti di oncia lineale, onde per fuggir li detti rotti diuideremo idealmente la oncia lineale in 12 parti, lequali chiamaremo 12 ponti lineali, si come nelle passate due cita è stato fatto, per laqual diuisione seguita, che il ponto di terra, cioe superficiale venghi diuiso in 12 athomi di terra, & l'athomo in 12 menicoli di terra, cioe superficiali, dicendo il campo esser tauole 1250 la tauola esser piedi 25 il piede esser oncie 12. la oncia esser ponti 12. il ponto esser athomi 12. & lo athomo esser menicoli 12. Et tutte queste parti, & parti di parti si debbe intendere esser tutte superficiali, cioe di terreno.

Diuision del campo cō le sue parti.
Il cāpo è tauole 1250.
La tauola è piedi 25.
Il piede è oncie 12.
La oncia è ponti 12.
Il ponto è athomi 12.
L'athomo è menicoli 12.

Nota che il detto campo, & anchor la tauola si poria altramente diuider secondo il parer de gli huomini, ma perche questa diuisione mi pare assai commoda in tal modo mi è parso di diuidere la tauola, & le parti di quella.

Della rappresentatione delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro.

Rappresentation
perti. fia perti. fa tauole.
perti. fia pie. fa $\frac{1}{5}$ di pie.
perti. fia ōz fa $\frac{1}{5}$ di oncie
perti. fia pōti fa $\frac{1}{5}$ di pō.

pie. fia pie. fa pie.
pie. fia ōz fa ōz.
pie. fia pōti fa pō.

ōz fia ōz fa pō.
ōz fia pō. fa ath.

pō. fia pō. fa menī.

A Multiplicar pertiche fia pertiche rappresentano tauole di terra, cioe superficiali.
A multiplicar pertiche fia piedi rappresentano quinti di tauola di terra, ouer quintupli di piedi di terra da cinque piedi l'uno.
A multiplicar pertiche fia oncie rappresentano quintupli di oncie da oncie 5 l'uno.
A multiplicar pertiche fia ponti rappresentano quintupli di ponti da 5 ponti l'uno.

A multiplicar piedi fia piedi rappresentano piedi da 25 alla tauola, cioe superficiali.
A multiplicar piedi fia oncie rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar piedi fia ponti rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.

A multiplicar oncie fia oncie rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.

A multiplicar

A multiplicar oncie fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

A multiplicar ponti fia ponti rappresentano menicoli di terra, cioe superficiali.

Nota che li quinqupli di piede superficiali, s'intendono valer 5 piedi superficiali l'uno. Et li quinqupli si rappresentano in questo modo $\frac{p}{5}$ di piedi. Et cosi li quinqupli di oncie s'intende valer oncie 5 l'uno, & tal quinquplo, over quinqupli si scrive in questo modo $\frac{o}{5}$ di oncie. Et similmente li quinqupli di ponti, s'intendono valer ponti 5 l'uno.

5 DApoi che hai inteso le rappresentationi delle misure lineali multiplicate fra loro, per venir al nostro intento. Poniamo che sia una pezza di terra (rettangola si debbe sempre intendere) longa pert. 25. & larga pert. 50. & volendo saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica (secondo il solito) quelle pert. 50 della larghezza fia quelle pert. 25 della longhezza fara ta. 1250. quale partendole per 1250. per farne campi, te ne venira un campo solo, & tanto sara tal pezza di terra. pertiche 50. | Tavole 1250 cioe un campo

4 SUpponiamo anchora che sia una pezza di terra longa pert. 275. & larga pert. 146. per saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica pur quelle pert. 275. per quelle pert. 146. trovarai che faranno tavole 40150. quale per farne campi partirai per 1250. & trovarai che te ne venira campi [illegible] & tavole [illegible] & tanto sara la detta pezza di terra. una pezza di terra lon. pert. 275. la. pert. 146. fa campi [illegible] ta. [illegible]

5 SUpponiamo anchora, che sia una pezza di terra longa pert. 123. p. 3. once 4. & larga pert. 47. p. 2. once 3. Per saper quanto sia tal pezza di terra, tu poi procedere communamente per 3 vie, over modi, come nella pratica delle 2 precedenti terre ti ho mostrato, il primo modo e a ridur le pert. p. et once, si della longhezza, come della larghezza, nella minima specie di quelle sue misure, cioe in oncie, & che facendo trovarai la longhezza esser once 1420. et la larghezza esser once 285. fatto questo multiplica le dette due quantita di once l'una fia l'altra, & trovarai che faranno ponti 2 1 1 5 4 4 2 0 superficiali, quali tirandoli in once (con partirli per 12) te ne venira once 176 2 0 3 5 po. 4. poi tirarai le dette once in piedi, partendole pur per 12 haverai p. 14 6 8 6 5. once 3. po. 4. poi tirarai li piedi in tavole, partendoli per 25. perche p. 25. superficiali fanno una tavola, & haverai ta. 5276. p. 15. once 3. ponti 4. finalmente tirando quelle tavole in campi partendole per 1250. perche ta. 1250. fa un campo, te ne venira campi 4. ta. 276. p. 15. once 3. ponti 4. & tanto concluderai esser la detta pezza di terra, & se ne farai la prova generale la trovarai buona. una pezza di terra pert. 123. p. 3. oncie 4. per. 47. p. 2. oncie 3. fa cam. 4. ta. 276. p. 15. once 3. po. 4.

Nota che per veder la prova di campi in tavole, tu la multiplicarai per la prova di 1250. che e 4. & vi aggiongerai la prova delle tavole, nel resto seguirai l'ordine dato in quelle di Verona, havendo pero rispetto alla varieta delle altre parti.

Ma volendo risolvere tal peregratione per il secondo modo, cioe lassando tutte le misure nel esser suo, multiplica quelle pert. 47 della larghezza, fia quelle 3 specie di misure della longhezza a una per una, & prima fia quelle pert. 123 di detta longhezza, fara ta. 5781. quale notarai da banda, poi multiplicarai le medesime pert. 47 fia quelli p. 3. di detta longhezza fara quinqupli 141 di piedi, delli quali quinqupli ogni 5 fa una tavola, e pero partirai per 5. & te ne venira ta. 28. & quinqupli 1. & perche ogni quinquplo e p. 5. e pero diremo tal prodotto esser ta. 28. p. 5. quali notarai sotto al primo prodotto, poi multiplicarai quelle medesime pert. 47. fia quelle once 4. di detta longhezza fara 188 quinqupli di once, quali tirai in once, multiplicandoli per 5. perche ogni quinquplo val once 5. faranno once 940. quale tirandole in piedi faranno p. 78. once 4. tirado anchora quelli p. 78 in tavole (partendoli per 25) te venira in tutto ta. 3. p. 3. once 4. da notar sotto a gli altri duoi prodotti, fatto questo multiplicarai anchora quelli p. 2 della larghezza fia quelle medesime 3 specie di misure della longhezza, et prima fia quelle pert. 123 fara 246 quinqupli di piede, quali partirai per 5 (per farne tavole) te ne venira ta. 49. quinqupli 1. cioe ta. 49. p. 5. da notar sotto a gli altri 3 prodotti, poi multiplica anchora quelli medesimi p. 2. fia quelli altri p. 3 di detta longhezza, fara p. 6. da notar sotto a gli altri 4 prodotti, poi multiplica anchora li medesimi p. 2. fia quelle once 4. della longhezza fara once 8. da notar sotto a gli altri 5 prodotti, fatto questo multiplicarai anchora quelle once 3 della detta larghezza fia quelle medesime 3 specie di misure della longhezza, & prima fia quelle pert. 123. fara 369. quinqupli di once, quali multiplicandoli per 5. faranno once 1845. quale tirandole in piedi (per 12) & li piedi in tavole (per 25) faranno ta. 6. p. 3. once 9. da notar sotto a gli altri 6 prodotti, poi multiplicar anchora quelle medesime once 3. fia quelli p. 3 della detta longhezza fara once 9. che faranno p. 9. once 9. da notar sotto a gli altri 7 prodotti, poi multiplicarai finalmente le medesime once 3. fia quelle altre once 4 della longhezza, fara ponti 12. che faranno once 1. ponti 4. quali notandoli sotto a gli altri 8 prodotti, & dapoi sumando tutti li detti 9 prodotti insieme, trovarai che faranno tavole 5276. piedi 15. oncie 3. ponti 4. onde tirando le dette tavole 5276. in campi (partendole per 1250) haverai finalmente campi 4. tavole 276. piedi 15. oncie 3. ponti 4. si come per l'altro modo.

Et se ti parera di voler essequire tal partegatione per il terzo modo recarai quelli piedi, & oncie, si della longhezza, come della larghezza a parte di ponti, & da poi procedere secondo l'ordine del moltiplicar de sani & rotti, & trovarai il medesimo.

6. SUpponiamo anchora (per illuminar questa pratica nel maggior numero di varie specie di misure) che sia una pezza di terra longa pertiche 234. piedi 3. oncie 4. ponti 5. & larga pertiche 106. piedi 4. oncie 3. ponti 6. per sapere quanto sia questa pezza di terra per il primo modo recarai tutte quelle 4 specie di misure, si della longhezza, come della larghezza in ponti, il che facendo, haverai per la longhezza ponti 168965. & per la larghezza ponti 76938. poi moltiplicarai li ponti della longhezza per quelli della larghezza. Et trovarai che fara menicoli 12999829170. quali tirarai in athomi (per 12) & gli athomi in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tavole (partendoli per 25) & haverai in ultimo tavole 25076. piedi 20. oncie 9. ponti 3. athomi 5. menicoli 6. poi riducendo quelle tavole 25076 in campi partendole per 1250. trovarai che in ultimo ti venira campi 20. tavole 76. piedi 20. oncie 9. ponti 3. athomi 5. menicoli 6. & tanto concluderai esser la detta pezza di terra, & se ne vorrai far la prova generale, cavarai la prova della longhezza, che trovarai quella esser ponti 6. poi cavarai quella della larghezza, che trovarai quella esser ponti 1. quale moltiplicandole insieme faranno menicoli 6. & tanto debbe esser la prova della conclusione, che se la cavarai ben trovarai esser menicoli 6. e pero sta bene.

una pezza di terra

lon. pert. 234. p. 3. on. 4. pon. 5. // la prova è pon. 6.

lar. pert. 106. p. 4. on. 3. pon. 6. // la prova è pon. 1.

---

fa camp. 20. ta. 76. p. 20. on. 9. pon. 3. atho. 5. me. 6. // la prova è menicoli 6.

Ma volendola risolvere per il secondo modo, cioe senza movere le misure de l'esser suo, moltiplica quelle pertiche 106. della larghezza, fra quelle 4 specie di misure della longhezza, & prima fra quelle pertiche 234. fara tavole 24804. quale notarai da banda, poi moltiplica quelle medesime pertiche 106. fra quelli piedi 3. della longhezza fara 318 quintupli di piedi, quali partirai per 5. ne venira tavole 63. & quintupli 3. che saranno tavole 63. piedi 15. quali notarai sotto a l'altro primo produtto, poi moltiplica le medesime pertiche 106. fra quelle oncie 4. della longhezza, fara 424 quintupli di oncie, quali moltiplica per 5 (per farne oncie) fara oncie 2120. che saranno piedi 176. oncie 8 cioe tavole 7. piedi 1. oncie 8. da notar sotto a gli altri 2 produtti, poi moltiplica anchora le medesime pertiche 106. fra quelli ponti 5 della longhezza, fara 530 quintupli di ponti, quali moltiplicandoli per 5 faranno ponti 2650. quali tirandoli in oncie, & in piedi faranno piedi 18. oncie 4. ponti 10. quali notarai sotto a gli altri 3 produtti fatto questo moltiplicarai anchora quelli piedi 4. della larghezza fra quelle medesime 4 specie di misure della longhezza, e prima fra quelle pertiche 234. di detta longhezza fara 936 quintupli di piedi, quali partendoli per 5. (per farne tavole) ne venira tavole 187. e quintupli 1. il qual quintuplo fara piedi 5. e pero notarai tavole 187. piedi 5. sotto a gli altri 4 produtti, poi moltiplica anchora li detti piedi 4. fra quelli altri piedi 3 della longhezza fara piedi 12. da notar sotto a gli altri 5 produtti, poi moltiplica anchora li medesimi piedi 4 fra quelle oncie 4 della longhezza, fara oncie 16. che saranno piedi 1. oncie 4 da notar sotto a gli altri 6 produtti, poi moltiplica anchora quelli medesimi piedi 4. fra quelli ponti 5 della detta longhezza fara ponti 20. che saranno oncie 1. ponti 8. da notar sotto a gli altri 7 produtti, fatto questo moltiplicarai anchora quelle oncie 3 della detta larghezza fra quelle 4 specie di misure della detta longhezza, & prima fra quelle pertiche 234. fara 702 quintupli di oncie, quali moltiplicarai per 5 (per farne oncie) faranno oncie 3510. quale tirandole in piedi, & in tavole faranno tavole 11. piedi 17. oncie 6. da notar sotto a gli altri 8 produtti, poi moltiplica anchora le medesime oncie 3. fra quelli piedi 3 della longhezza fara oncie 9. quale notarai sotto a gli altri 9 produtti, poi moltiplicarai le medesime oncie 3. fra quelle altre oncie 4. della longhezza, fara ponti 12. che saranno oncie 1. quale notarai sotto a gli altri 10 produtti, poi moltiplicarai anchora le medesime oncie 3. fra quelli ponti 5 della longhezza fara athomi 15. che saranno ponti 1. athomi 3. da notar sotto a gli 11 produtti, fatto questo moltiplicarai anchora quelli ponti 6 della larghezza, fra quelle medesime 4 specie di misure della longhezza, & prima fra quelle pertiche 234. fara 1404 quintupli di ponti, quali moltiplicandoli per 5. faranno ponti 7020. quali tirandoli in oncie, & in piedi, & in tavole faranno tavole 1. piedi 23. oncie 9. quale notarai sotto a gli altri 12 produtti, poi moltiplica anchora li medesimi ponti 6 fra quelli piedi 3 della lon

ghezza

ghezza fia ponti 1 8. che faranno oncie 1. ponti 6. da notar sotto a gli altri 12 prodotti, poi multiplica anchora li medesimi ponti 6. fia quelle oncie 4. della longhezza fara athomi 24. che faranno ponti 2. quali notarai sotto a gli altri 14 prodotti, poi multiplica finalmente, quelli medesimi ponti 6. fia quelli altri ponti 5 della longhezza fara menicoli 30. che faranno athomi 2. menicoli 6. quali notarai sotto a gli altri 15 prodotti, & fatto questo summarai tutti li detti 16 prodotti, & trouarai che faranno tauole 15076. piedi 10. oncie 9. ponti 5. athomi 5. menicoli 6. onde partendo le tauole 15076. in campi partendole per 720. te ne venira finalmente campi 20. tauole 76. piedi 10. oncie 9. ponti 5. athomi 5. menicoli 6. si come per l'altro modo.

Et se ti paresse di volerla ridurre per il terzo modo reducendo tutti quelli piedi, oncie, & ponti, si della longhezza, come della larghezza a parte di pertica, & dapoi multiplicar secondo l'ordine de sani, & rotti, & trouarai il medesimo.

Del costume di Milano, & del suo territorio, circa al vendere & comprar de terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli. Cap. VI.

Milano con il suo territorio costumano di vendere, & comprare il terreno a pert. di terra, & per misurar quelli usano una misura chiamata volgarmente (come narra Cesare Cesariano commentatore di Vitruuio) trauca, longa braccia 12. il braccio è diuiso in oncie 12. Et un quadrato di terreno di una trauca per lato gli dicono una tauola di terra, & 24 di dette tauole di terra fanno una pertica di terra. Et perche la trauca lineale è diuisa in 12 braccia, seguiria che la tauola fosse diuisa in 144 braccia quadri superficiali, cioe in 144 quadretti di terra di uno braccio per lato, ma per ridure la diuisione della detta tauola a menor numero di parti (per commodita) a questi tali braccia quadri gli dicono oncie di terra, delle quali 12 fanno un piede di terra, & 12 piedi di terra fanno una tauola di terra, laqual diuisione ritorna piu commoda al calculatore, perche non vi occorre a partir saluo che per 12. come nella rappresentatione della sopradetta trauca, & le sue parti fra loro, & pero diuidono la detta tauola di terra in 12 parti, allequai parti gli dicono 12 piedi di terra, & il piede di terra lo diuidono in oncie 12 di terra, & la oncia di terra la diuidono in 12 ponti di terra. Ma perche nel squadrare di triangoli, & capi tagliati vi occorre molte volte di diuidere la oncia lineale (come che nel sequente libro s'intendera) cioe della misura, talche per fuggir quelli rotti di dette oncie lineali (per quelli che non hanno la pratica di rotti) si costuma di diuidere con la imaginatione, la detta oncia lineale in 12 parti, lequai parti se gli puo dire 12 ponti lineali, a differentia di ponti superficiali, come che nella pratica di Verona fu anchor fatto, e detto, & pero per causa di questa diuisione della detta oncia lineale, egli è necessario a diuidere il ponto superficiale (per seguir l'ordine) in 12 parti, lequali chiameremo 12 athomi, & ciascuna di dette parti, cioe di detti athomi la diuideremo in 12 menicoli, come fu fatto nel costume di Verona, & lo menicolo diuideremo in 12 momenti di terra, cioe di superficie. Concluderemo adunque la pertica superficiale (cioe di terra) Milanese esser tauole 24. & la tauola esser 12 piedi superficiali, & il piede esser 12 oncie, & la oncia 12 ponti, & il ponto esser 12 athomi, & lo athomo esser 12 menicoli, & lo menicolo esser 12 momenti, & tutte queste parti s'intendono superficiali, cioe di terra.

Diuisione della principal misura lineale detta trauca con le sue parti.
La trauca è braccia 12.
Il braccio è oncie 12.
La oncia è ponti 12. lineali.

Diuisione della pertica superficiale, con le sue parti.
La pertica è tauole 24.
La tauola è piedi 12.
Il piede è oncie 12.
L'oncia è ponti 12.
Il ponto è athomi 12.
L'athomo è menic. 12.
Il menic. è momenti 12. superficiali.

Della rappresentatione delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro.

A multiplicare trauce fia trauce rappresentano tauole di terra, cioe superficiali.
A multiplicare trauce fia braccia rappresentano piedi di terra, cioe superficiali.
A multiplicare trauce fia oncie rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicare trauce fia ponti rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.

A multiplicare braccia fia braccia rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicare braccia fia oncie rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.
A multiplicare braccia fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

A multiplicare oncie fia oncie rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.
A multiplicare oncie fia ponti rappresentano menicoli di terra, cioe superficiali.

A multiplicare ponti fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.

Rappresentationi.
trauce fia trauce fa ta.
trauce fia brac. fa piedi
trauce fia oncie fa on.
trauce fia ponti fa pōti

br. fia br. fa oncie.
br. fia oncie fa ponti.
br. fia ponti fa athomi.

on. fia on. fa atho.
on. fia pōt. fa meni.

pōt. fia pōt. fa momēti.

una pezza di terra.
lon. ca. 8.
la. ca. 3.

fa ta. 24. che saria per. 1.

cauezzi 8.
cauezzi 3
tauole 24.
cioe una pertica

2 Hor che hai inteso le rappresentationi delli produtti delle multiplicationi fatte delle misure fra loro. Supponiamo che sia una pezza di terra rettangola longa cauezzi 8. & larga cauezzi 3. volendo sapere quanto sia tal pezza di terra, gia sai che a multiplicar quelle cauezzi 3 della larghezza fia quelle cauezzi 8 della longhezza, che fara 24. (per la prima suppositione del secondo di Euclide) sara l'area superficiale di tal pezza di terra, & perche cauezzi fia cauezzi fanno tauole, & pero diremo tal pezza di terra esser tauole 24 di terreno, & perche tauole 24 di terreno fanno una pertica di terra. E per tanto concluderemo tal pezza di terra esser una pertica, secondo il costume di Milano. Il medesimo seguiria se la detta pezza di terra fusse longa cauezzi 6. & larga 4. perche 4 fia 6 fa 24 tauole, che saria pur una pertica. Nota che questa ca. significa cauezzi.

una pezza di terra
lon. ca. 39. proua ca. 4
lar. ca. 23. la proua c. 2

fa pe. 37. ta. 9. pro. ta. 1.

3 Poniamo anchora, che sia una pezza di terra rettangola longa cauezzi 39. & larga cauezzi 23. Volendo tu sapere quanto sia tal pezza di terra, multiplica quelle cauezzi 23 fia quelle cauezzi 39. fara tauole 897. quale partirai per 24. per farne pertiche, & trouarai, che te ne venira pertiche 37. tauole 9. & tanto sara la detta pezza di terra, facendone proua che la trouarai buona.

una pezza di terra
lon. ca. 33. bra. 4. la pro. b. 1
lar. ca. 25. la proua c. 4

fa pe. 34. ta. 17. p. 4. pro. p. 4

4 Poniamo anchora che sia una pezza di terra rettangola longa ca. 33. braccia 4. & larga cauezzi 25. volendo saper quanto sia tal pezza di terra. Questa similmente si puo risoluere per tre diuerse vie, ouer modi, come in tutte le altre e stato detto, il primo e a ridur quelle cauezzi 33. braccia 4. tutte in braccia, che saranno braccia 400. & quelli multiplicali per quelle cauezzi 25 della larghezza, faranno 10000. & quelli saranno piedi di terra, perche cauezzi fia braccia fanno piedi di terreno, liquali piedi 10000. tirarai in tauole partendoli per 12. te ne venira tauole 833. piedi 4. fatto questo tirarai le dette tauole 833. in pertiche partendole per 24. & te ne venira pertiche 34. tauole 17. & piedi 4. & tanto concluderai che sia la detta pezza di terra, & se ne farai la proua la trouarai buona.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, cioe senza mouere le misure del suo essere, multiplica quelle cauezzi 25 della larghezza, fia quelle due specie di misure della longhezza, cioe fia quelli cauezzi 33. braccia 4. dicendo prima 25 fia 33. fara 825 tauole, quale saluarai, poi multiplica anchora quelle medesime cauezzi 25. fia quelli braccia 4. fara piedi 100. quali tirandoli in tauole faranno tauole 8. piedi 4. quale ponerai sotto alle altre, che saluasti, & summarle poi tutte insieme, & trouarai che faranno tauole 833. piedi 4. che tirandole in pertiche faranno pur pertiche 34. tauole 17. piedi 4. si come per l'altro modo.

Volendola anchora risoluere per il terzo modo recarai quelli braccia 4. a parte di cauezzo, che sara in tutto cauezzi 33 $\frac{1}{3}$, & queste multiplicandole per quelle cauezzi 25. per l'ordine dato nelli rotti trouarai, che fara tauole 833 $\frac{1}{3}$, il qual $\frac{1}{3}$ di tauola fa piedi 4. si come per l'altre due vie, ouer modi.

5 Pogo anchora che sia una pezza di terra rettangola longa cauezzi 42. braccia 8. & larga cauezzi 23. braccia 3. Et volendo saper per il primo modo quanto sia la pezza di terra, riducerai le misure, si della longhezza, come della larghezza tutte in braccia, & hauerai per la longhezza braccia 512. & per la larghezza braccia 279. multiplicarai li detti braccia della larghezza fia quelli della longhezza, & hauerai che faranno oncie 142848 di terra, perche braccia fia braccia fa oncie, lequal oncie 142848. tirandole in piedi, & di piedi in tauole, & di tauole in pertiche, hauerai in ultimo perti. 41. tauole 8. piedi 0. oncie 0. & tanto dirai, che sia tal pezza di terra, che se ne farai proua la trouarai buona.

Vna pezza di terra.
lon. ca. 42. braccia 8. la proua e braccia 1.
la. ca. 23. braccia 3. la proua e braccia 6.

fa perti. 41. ta. 8. p. o. on. o. la proua on. 6.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, multiplica quelle cauezzi 23 della larghezza fia quelle due specie di misure della longhezza di una in una, onde multiplicando le dette cauezzi 23. fia quelle cauezzi 42. fara tauole 966. quale saluarai, poi multiplica anchora le dette cauezzi 23. fia quelli br. 8 della detta longhezza, fara piedi 184. quali tirandoli in tauole (per 12) faranno tauole 15. piedi 4. quale notarai sotto alle altre, che saluasti, fatto questo multiplicarai anchora quelli braccia 3 della larghezza fia quelle medesime due specie di misure della longhezza a una per una, onde a multiplicar li detti braccia 3. fia quelle cauezzi 42. fara piedi 126. quali tirandoli in tauole (per 12) faranno tauole 10. piedi 6. quale notarai sotto a gli altri 2 produtti, poi multiplicarai anchora quelli medesimi braccia 3. fia quelli braccia 8 della longhezza fara oncie 24. che faranno piedi 2. quali notandoli sotto a gli altri 3. produtti, & summandoli tutti 4. insieme trouarai, che faranno tauole 992. piedi 0. oncie 0. lequal tauole tirandole in pertiche (per 24) faranno medesimamente pertiche 41. tauole 8 piedi 0. oncie 0. come per l'altro modo.

Similmente

Similmente trouarai il medesimo procedendo per il terzo modo, cioe recando li braccia a parte di mezza, che te ne venira per la longhezza mezze 41 $\frac{3}{4}$, & per la larghezza mezze 21 $\frac{1}{4}$, li che multiplicando una 21 $\frac{1}{4}$ fia 41 $\frac{3}{4}$ fara tauole 901. che faranno pur pertiche 41. tauole 8.

4 MA per vltimar questa pratica nelle piu strane misurationi (quasi) che occorrer possa. Pongo che sia vna pezza di terra rettangola, longa mezze 24. braccia 9. oncie 5. ponti 4. & larga mezze 31. braccia 3. oncie 6. ponti 5. Volendo saper quanto sia tal pezza di terra, per il primo modo, ouer per la prima regola ridurrai tutte quelle misure, si del la longhezza, come della larghezza in ponti lineali, siche facendo trouarai la longhezza esser ponti 60112. & la larghezza ponti 31803. quali multiplicandoli fia quelli della longhezza ti produranno momenti 1354550760. liquali momenti riducendoli (per 12) in menicoli, & li menicoli in arbori, & gli arbori in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tauole, & le tauole in pertiche, trouarai in vltimo pertiche 4. tauole 19. piedi 3. oncie 1. ponti 2. arbori 7. menicoli 1. momenti 8. & tanto concluderai esser tal pezza di terra.

vna pezza di terra

lon. mz. 24. br. 9. $\overline{o}$ 5. pon. 4 —— la proua è ponti 2.

lar. mz. 31. br. 3. $\overline{o}$ 6. pon. 5 —— la proua è ponti 4.

fa pertiche 45. ta. 19. p. 3. oncie 1. pon. 2. arbo. 7. meni. 1. momenti 8. la proua è momenti 3.

Nota che li ponti, & li arbori, & li menicoli, & li momenti di terra sono quantita da tenerne poco conto nella conclusione, si da colui, che compra, come da colui, che vende, come e stato detto anchora sopra la quarta del secondo capo, per esser quasi di niun valore, vero è che'l calculatore bisogna tenerne conto, & ponctualmente, per causa della proua, perche se in tutta la operatione tu hauerai errato di vno sol momento, la proua ti mostrara tal tua operatione esser falsa, come che anchora in fine della 15 del secondo capo fu detto, e pero auertirai.

Ma volendo risoluere la sopraditta pertegatione, per il secondo modo, o vuoi dir per la seconda regola, cioe senza mouere le misure dal esser suo, procederai secondo l'ordine dato nel costume di Verona, cioe multiplicarai quelle mezze 31. della larghezza, fia quelle quattro specie di misure della longhezza a vna per vna, e per tanto multiplicarai prima le dette mezze 31. della larghezza fia quelle mezze 24. della longhezza, & fara tauole 1032. poi multiplica anchora le dette mezze 31. fia quelli braccia 9. fara piedi 141. che sono tauole 14. quale notarai sotto alle altre, poi multiplica anchora le dette mezze 31. fia quelle oncie 5. (pur della longhezza) fara oncie 156. che faranno piedi 13. oncie 4. da mettere sotto a gli altri duoi prodotti. Multiplica anchora le dette mezze 31. fia quelli ponti 4. (pur della longhezza) faranno ponti 128. quali riducendoli in oncie faranno oncie 10. ponti 8. quale notarai sotto a gli altri tre prodotti, fatto questo piglierai tu li braccia 3. della larghezza, & multiplicarali fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, cominciando prima da quelle mezze 24. dicendo 3 fia 24. fara piedi 102. quali riducendoli in tauole faranno tauole 8. piedi 6. quali notarai sotto a gli altri quattro prodotti, poi multiplica anchora li medesimi braccia 3. fia quelli braccia 9 della detta longhezza fara oncie 27. che faranno piedi 2. oncie 3. quali notarai sotto a gli altri 5 prodotti, poi multiplicarai anchora li detti braccia 3 fia quelle oncie 5 della longhezza, fara ponti 15. che faranno oncie 1. ponti 3. da notar sotto a gli altri 6 prodotti, poi multiplica anchora li detti braccia 3 fia quelli ponti 4 della longhezza fara arbori 12. che sono ponti 1. da notar sotto a gli 7. prodotti, fatto questo multiplicarai anchora quelle oncie 6 della larghezza fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, cominciando pur prima dalle mezze 24. dicendo 6 fia 24 fara oncie 204. che faranno piedi 17. da notar sotto a gli altri 8 prodotti, poi multiplica anchora le medesime oncie 6 fia quelli braccia 9. della longhezza fara ponti 54. che sono oncie 4. ponti 6. da notar sotto a gli altri 9 prodotti, poi multiplicar anchora quelle medesime oncie 6 fia quelle oncie 5 della longhezza fara arbori 30. che sono ponti 2. arbori 6. da notar sotto a gli altri 10 prodotti, poi multiplicarai anchora quelle medesime oncie 6 fia quelli 4 ponti della longhezza fara menicoli 24. che faranno arbori 2. momenti 0. da notar sotto a gli altri 11 prodotti, fatto questo multiplica anchora quelli ponti 5 della larghezza fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza cominciando prima da quelle mezze 24. dicendo 5 fia 24 fara 170 ponti, che faranno oncie 14. ponti 2. da notar sotto a gli altri 12 prodotti, poi multiplicar anchora li medesimi ponti 5. fia quelli braccia 9 della longhezza fara arbori 45. che sono ponti 3. arbori 9. da mettere sotto alli altri 13. prodotti. Poi multiplica li medesimi ponti 5. fia quelle oncie 5. della longhezza faranno menicoli 25. che sono athomi 2 menicoli 2. da mettere sotto a gli altri 14 produtti, similmente multiplica li medesimi ponti 5 fia quelli ponti 4 della longhezza fanno momenti 20 che sono menicoli 1 momenti 8 da metter sotto a gli altri 15 produtti, & fatto questo summar tutti quelli 15 produtti insieme, il che facendo trouerai che ti venira tauole 1123. piedi 3 oncie 2. ponti 2 athomi 7. menicoli 2. momenti 8. onde tirando poi le tauole in pertiche hauerai quelle medesime pertiche 46. tauole 19. piedi 3. oncie 2 ponti 2 athomi 7 menicoli 2 momenti 8 come per l'altro modo.

Et se ti paresse di volerlo far per il terzo modo reduce tutte quelle braccia, oncie, & ponti si della longhezza, come della larghezza a ponte di cauezzo, & dapoi procedendo secondo l'ordine del multiplicar di sani, & rotti, & trouerai il medesimo.

Del costume di Bergamo, & del suo territorio circa al vendere, & comperar di terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli. Cap. VII.

1 Bergamo con il suo territorio costumano di vendere, & comperar li terreni a pertiche di terra, si come il costume di Milano, ma per misurar detti terreni usano una misura chiamata cauezzo longa braccia 6. & ciascun brazzo è diuiso per in 12 oncie, la oncia anchora per le ragioni piu volte dette, con la imaginatione si diuide in 12 ponti. Et uno quadrato di terreno di duoi detti cauezzi per lato, gli dicono una tauola di terra, & 24 di dette tauole fanno una pertica di terreno, siche il costume di questa citta non è differente dal costume di Milano, eccetto nel nome della misura, perche la tauola è longa braccia 12. si come che è anchora li duoi cauezzi, siche una tauola di terreno, si secondo il costume di Milano, come secondo il costume di Bergamo viene a esser uno quadrato di terreno di braccia 12 per lato, siche se'l brazzo della misura di Milano sara precisamente eguale in longhezza al brazzo della misura di Bergamo seguita di necessita, che la tauola della terra alla Milanese sia precisamente eguale alla tauola della terra alla Bergamasca, & consequentemente la pertica alla pertica, & le parti della tauola dell'una alle parti dell'altra, & cosi le parti delle parti, & se per sorte il brazzo della misura di Milano sara maggiore, ouer minore del brazzo della misura di Bergamo seguita il medesimo nella tauola, & nella pertica, & similmente nelle parti, & parti di parte della tauola, ma egli è ben vero che li nomi delle parti, & parti di parti della tauola sono li medesimi, & anchora mantengono uno medesimo ordine, cioe che la tauola della terra secondo il costume di Bergamo si diuide in piedi 12. & il piede in 12 oncie, & l'oncia in 12 ponti, & il ponto in 12 athomi, & lo athomo in 12 menicoli, & il menicolo in 12 momenti di terra, cioe superficiali, come che fu anchora detto di quella secondo il costume di Milano, vero è che volendo nelle misurationi proferir in voce, & notar in scritto li detti cauezzi causaranno piu oscure le sue rappresentationi di quello si fa nelle misurationi fatte, ouer notate a braccia secondo il costume di Milano, perche se vorremo notare le dette misurationi per cauezzi, braccia, oncie, & ponti, le sue rappresentationi saranno come di sotto vedi.

Diuisione della principal misura lineale, detta cauezzo, & delle sue parti, & parti di parti.
Il cauezzo è braccia 6.
Il brazzo è oncie 12.
La oncia è ponti 12.

Diuision della pertica, & tauola superficiale, & delle sue parti, & parti di parti.
La pertica è tauole 24.
La tauola è piedi 12.
Il piede è oncie 12.
La oncia è ponti 12.
Il ponto è athomi 12.
L'athomo è meni. 12.
Il menic. è momenti 12.

Della rappresentatione delle sopradette misure lineali multiplicate tra loro secondo le notationi di simplici cauezzi.

A multiplicar cauezzi fia cauezzi rappresentano $\frac{1}{4}$ di tauole di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cauezzi fia braccia rappresentano $\frac{1}{2}$ piedi di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cauezzi fia oncie rappresentano $\frac{1}{2}$ oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cauezzi fia ponti rappresentano $\frac{1}{2}$ ponti di terra, cioe superficiali.

A multiplicar braccia fia braccia rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar braccia fia oncie rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.
A multiplicar braccia fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

A multiplicar oncie fia oncie rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.
A multiplicar oncie fia ponti rappresentano menicoli di terra, cioe superficiali.

A multiplicar ponti fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.

Rappresentation sotto breuita.
cauez. fia cauez. fa $\frac{1}{4}$ ta.
cauez. fia br. fa $\frac{1}{2}$ pie.
cauez. fia on. fa $\frac{1}{2}$ on.
cauez. fia pon. fa $\frac{1}{2}$ po.

---

braccia fia br. fa oncie.
braccia fia on. fa ponti.
braccia fia pon. fa ath.

---

on. fia on. fa athomi.
on. fia po. fa menicoli.
po. fia po. fa momenti.

Si che si vede le sue rappresentationi esser assai piu difficultose da tener alla memoria di quelle secondo il costume di Milano, per causa di quelli rotti di tauole, piedi, oncie, et ponti che rappresentano, & perche tutto questo procede per causa del cauezzo, qual è solamente la mita della tauola. Ma

volendo

volendo ridure tal rappresentationi alla medesima facilita di quelle di Milano, egli e da pensar, che coloro che misurano li detti terreni non adoprino vn semplice cauezzo, perche per la contenenza di tal misura, longa solamente braccia 6. gli causaria doppia fatica con il tanto spesso inchinarsi a terra a ponere, & a leuare il detto semplice cauezzo, anzi egli e da credere, che per misurare li detti terreni oprino vna misura longa doi cauezzi, cioe longa 12 braccia. E per tanto a voler facilitar le dette rappresentationi, si doueria notar le dette misurationi a misure di doi cauezzi per misura, & a 12 braccia per misura. Essempi gratia sel fosse vna pezza di terra longa poniamo cauez. 137. braccia 4. oncie 7. voria che tal misuratione fosse notata in questa forma. Doppi cauezzi 68. braccia 10. oncie 7. cioe pigliar la mita di quelli cauezzi 137. che saria li detti 68 doppi cauezzi, & braccia 6 li quali braccia 6. gionti con quelli altri braccia 4. faranno poi li detti doppi cauezzi 68. braccia 10. oncie 7. & cosi a tal modo notarai le altre specie di misurationi si nelle larghezze, come nelle longhezze le rappresentationi di tai notationi veniranno senza rotti, come di sotto appare. Auertendoti, che per abbreuiar la scrittura li detti doppi cauezzi si notaranno in questa forma 2 cauezzi, & alcune volte per maggior breuita li detti doppi cauezzi li notaremo in quest'altro modo 2.c. e pero auertisti.

Della rappresentatione delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro a doi cauezzi per misura principale.

Doppi cauezzi fia 2 cauezzi rappresentano tauole di terra, cioe superficiali.
Doppi cauezzi fia braccia rappresentano piedi di terra, cioe superficiali.
2 cauezzi fia oncie rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
2 cauezzi fia ponti rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.

Rappresentationi sotto maggior breuita.
2.c. fia 2.c. fa ta.
2.c. fia br. fa p.
2.c. fia on. fa on.
2.c. fia po. fa po.

braccia fia braccia rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
braccia fia oncie rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.
braccia fia ponti rappresentano atomi di terra, cioe superficiali.

braccia fia br. fa oncie.
braccia fia on. fa ponti.
braccia fia pon. fa ato.

oncie fia oncie rappresentano atomi di terra, cioe superficiali.
oncie fia ponti rappresentano meticoli di terra, cioe superficiali.

on. fia on. fa atomi.
on. fia po. fa meticoli.

ponti fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.

po. fia po. fa momenti.

Le qual rappresentationi, se ben le considerarai trouarai esser molto piu facile da conseruar nella memoria, di quelle che di sopra con li semplici cauezzi furno narrate, e pero quelle, che per l'auenire notaremo nelle sotto ponegationi se poneremo a doppi cauezzi.

vna pezza di terra
lon. 2 c. 8.
lar. 2 c. 3.

fa 2 c. 24. che saria per. 1.

2 Or che hai inteso le rappresentationi delli produtti delle multiplicationi delle sopradette misure lineali fra loro. Supponeremo mo, che sia vna pezza di terra rettangola longa doppi cauezzi 8. & larga doppi cauezzi 3. volendo saper quanto sia tal pezza di terra, gia sai, che a multiplicare quelli doppi cauezzi 3 della larghezza, fia quelli 8. doppi cauezzi della longhezza (che fara 24) sara l'area superficiale della detta pezza di terra, & perche doppi cauezzi fia doppi cauezzi rappresentano tauole, e pero diremo tal pezza di terra esser tauole 24 di terra, & perche tauole 24 fanno vna pertica, e pero concluderemo tal pezza di terra esser vna pertica secondo il costume di Bergamo. Il medesimo seguiria se tal pezza di terra fosse longa doppi cauezzi 6. & larga 4. perche 4 fia 6 faria pur 24 tauole, che saria pur vna pertica.

2 cauezzi 8.
3 c. 2 | tauole 24. cioe vna pertica.

3 SVpponiamo anchora che sia vna pezza di terra rettangola longa doppi cauezzi 78. & larga doppi cauezzi 46. per saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica quelli doppi cauezzi 46 della larghezza, fia quelli 2 c. 78 della longhezza, & fara ta. 3588. quali tauole reducendole in pertiche (partendole per 24) trouarai esser pertiche 149. tauole 12.

vna pezza di terra
lon. 2 c. 78. proua 2 c. 6.
lar. 2 c. 46. proua 2 c. 4.

fa pe. 149. ta. 12. p. 14.

4 SVpponiamo anchora che sia vna pezza di terra rettangola longa doppi cauezzi 46. braccia 6. & larga doppi cauezzi 22 braccia 4. per saper quanto sia tal pezza di terra, per quel primo modo, ouer regola detta in tutti gli altri costumi, ridurrai si le misure della longhezza, come quella della larghezza in braccia, & trouarai la longhezza esser braccia 558. & la larghezza braccia 268. onde multiplicando 268 fia 558. trouarai che fara 149544 lequali saranno oncie di terra, perche braccia fia braccia fa oncie di terra, lequali riducendole in piedi, & li piedi in tauole, & le tauole in pertiche trouarai finalmente esser pertiche 43. tauole 18. & mezo concluderai esser tal pezza di terra, ricordandoti che per tutto e necessario di sa-

vna pezza di terra
lon. 2 c. 46. br. 6. proua 5
lar. 2 c. 22. br. 4. proua 4

fa pe. 43. ta. 18. pon. on. 6.

rar la proua di quelle pertiche 41. tauole 8. (quale sara tauole 5) in proua di oncie di terra, che fara oncie 6. per causa che il produtto delle due prime proue, delle quali l'una è braccia 1. & l'altra braccia 4. fanno oncie di terra 4. che facendo la trouarai buona.

Ma volendo concludere la sopradetta partegatione per il secondo modo, cioe senza alterare le misure dal esser suo, multiplicarai li doppi cauezzi 21 della larghezza fra quelle due specie di misure della larghezza, multiplicando prima li detti doppi cauezzi 21. fra quelli d. ca. 46. & trouarai che fara tauole 966. quale saluarai, poi multiplicarai li medesimi 21 ca. della larghezza fra quelli braccia 6 della longhezza fara 126 piedi, quali tirandoli in tauole faranno tauole 10. piedi 6. quale notarai sotto l'altro primo produtto, fatto questo multiplicarai anchora li braccia 4 della larghezza, fra quelle medesime due specie di misure della longhezza, & prima 4 fra quelli 46 doppi cauezzi faranno piedi 184. quali tirandoli in tauole faranno tauole 15. piedi 4. quale notarai sotto a gli altri duoi produtti, poi multiplica li medesimi braccia 4 fra quelli braccia 6 della longhezza, fanno oncie 24. che faranno piedi 2. quali notandoli sotto a gli altri 3 produtti, & summando poi tutti quattro insieme trouarai che faranno in tutto tauole 992. quale tirandole in pertiche fanno pertiche 41. tauole 8. si come per l'altro modo.

Volendola anchora risoluere per quel terzo modo piu volte detto, recarai quelli braccia, si della longhezza, come della larghezza a parte di doppio cauezzo, & hauerai per la longhezza doppi cauezzi $46\frac{1}{2}$, & per la larghezza doppi cauezzi $21\frac{1}{3}$, onde multiplicando poi $21\frac{1}{3}$ fra $46\frac{1}{2}$ secondo la regola di rotti trouarai, che ti venira medesimamente tauole 992. che sono per per. 41. ta. 8.

5 Supponiamo anchora (per vltimar questa pratica di Bergamo nelle piu difficultose misurationi, che occorrer possa) che sia vna pezza di terra retangola longa doppi cauezzi 43. braccia 10. oncie 4. ponti 6. & larga doppi cauezzi 24. braccia 8. oncie 6. ponti 10. per saper quanto sia questa tal pezza di terra per il primo modo, ridurrai tutte quelle misure della longhezza, & anchora quelle della larghezza in ponti, & trouarai la longhezza esser ponti 75798 lineali, & la larghezza ponti 42706. pur lineali, fatto questo multiplica li detti ponti 42706 della larghezza fra quelli ponti 75798 della longhezza, & trouarai che faranno 3237029-388. & questi saranno momenti di terra, perche ponti lineali fra ponti lineali rappresentano momenti superficiali, e per tanto tirando li detti momenti in menuti, & li menuti in athomi, & gli athomi in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tauole, & le tauole in pertiche hauerai in vltimo pertiche 45. tauole 4. piedi 0. oncie 10. ponti 8. athomi 10. menuti 9. momenti 0. & tanto sara la detta pezza di terra.

Nota (come piu volte ti ho detto nelli costumi delle altre citta) che li ponti, & gli athomi, & li menuti, & li momenti in fine della conclusione, cioe nel far il conto del amontar di tal pezza di terra, non è da tenerne conto per esser quantita di valore quasi insensibile, ma per causa di voler conoscere per la proua se vi è errore nella operatione non bisogna lasciar cosa alcuna, perche la detta proua veneria a darla la tua operatione per falsa.

vna pezza di terra

longa doppi cauezzi 43. braccia 10. oncie 4. ponti 6 —— la proua è ponti 2.
larga doppi cauezzi 24. braccia 8. oncie 6. ponti 10 —— la proua è ponti 6.

fa pertiche 45. ta. 4. piedi 0. oncie 10. ponti 8. ath. 10. menuti 9. momenti 0. la proua è momenti 5.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, cioe senza mouere le misure dal esser suo procederai, si come nelli costumi delle altre citta, nelle simili è stato fatto, cioe multiplica li doppi cauezzi 24 della larghezza fra tutte quelle quattro specie di misure della longhezza, di vna in vna, cioe multiplica prima li detti doppi cauezzi 24 di detta larghezza, fra quelli 43 della longhezza, & fara tauole 1032. quale notarai da parte, poi multiplicarai li medesimi doppi cauezzi 24. fra quelli braccia 10 della longhezza fara 240 piedi, che faranno tauole 20. quale notarai sotto al secondo produtto, che saluarai, poi multiplicarai anchora li medesimi doppi ca. 24. fra quelle 4. oncie della longhezza fara 96 oncie superficiali, che faranno piedi 8. quali notarai sotto a gli altri duoi produtti, poi multiplicarai li medesimi doppi cauezzi 24. fra quelli ponti 6 della longhezza, fara ponti 144 superficiali, che faranno oncie 12. cioe piedi 1. qual notarai sotto a gli altri 3 produtti, fatto questo multiplicarai anchora quelli braccia 8 della larghezza, fra quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, cominciando per quelli doppi cauezzi 43 di detta longhezza dicendo 8 fia 43 fara piedi 344. che fara tauole 28. piedi 8. quale notarai sotto a gli altri quattro produtti, poi

multiplicarai

multiplicarai li medesimi braccia 2. fia quelli altri braccia 10 della longhezza, fara 20 bra. superficiali, che fara piedi 5. oncie 2. quali notarai sotto a gli altri cinque produtti, poi multiplicarai li medesimi braccia 2. fia quelle oncie 4 della longhezza fara ponti 32 superficiali, che faranno oncie 2. ponti 8. quali notarai sotto a gli altri 6 produtti, poi multiplicarai li medesimi braccia 2. fia quelli ponti 6 della longhezza fara athomi 42. che sono ponti 4 superficiali, quali notarai sotto a gli altri 7 produtti, fatto questo salterai alle oncie 6 della larghezza, & quelle multiplicarai pur fia quelle quattro medesime specie di misure della longhezza, & prima dalli doppi cavezzi, dicendo 6 fia 45 fara oncie 258. che faranno piedi 21. oncie 6. quali notarai sotto a gli altri 8 produtti, poi multiplicarai anchora le medesime oncie 6. fia quelli braccia 10 della detta longhezza fara ponti 60. che faranno oncie 5. quali notarai sotto a gli altri 9 produtti, poi multiplicarai anchora le medesime oncie 6. fia quelle oncie 4 della longhezza, faranno athomi 24. che faranno ponti 2. quali notarai pur sotto a gli altri 10 produtti, poi multiplicarai anchora le medesime oncie 6. fia quelli ponti 6 di detta longhezza fara menicoli 36. che faranno ponti 3. quali notarai pur sotto a gli altri 11 produtti, fatto questo salterai in quelli ponti 10 della larghezza, & quelli multiplicarai pur fia quelle quattro specie di misure della detta longhezza, & prima con li doppi cavezzi 45. fara ponti 450 superficiali, che faranno piedi 3. oncie 1. ponti 6. quali notarai sotto a gli altri 12 produtti, poi multiplicarai li medesimi ponti 10 lineali fia quelli braccia 10 della longhezza, & fara athomi 100. che faranno ponti 8. athomi 4. quali notarai sotto a gli altri 13 produtti, poi multiplicarai anchora li medesimi ponti 10. fia quelle oncie 4. della detta longhezza fara menicoli 40. che faranno athomi 3. menicoli 4. quali notarai sotto a gli altri 14 produtti, poi multiplicarai similmente li medesimi ponti 10. fia quelli ponti 6 della longhezza fara momenti 60 di terra, che faranno menicoli 5. quali notandoli sotto quelli altri 15 produtti, & summandoli poi tutti insieme trovarai, che faranno in summa tavole 1084. piedi 0. oncie 10. ponti 4. athomi 10. menicoli 9. onde tirando le tavole in pertiche faranno pur pertiche 45. tavole 4. piedi 0. oncie 10. ponti 4. athomi 10. menicoli 9. si come per l'altro modo.

Et se si quella di voler risolvere tal pertegatione per il terzo modo recarai li braccia, oncie, & ponti, si della larghezza, come della longhezza in parte di doppi cavezzi, & dapoi multiplicarai le dette due quantita secondo l'ordine di rotti, & trovarai che ti venira il medesimo.

Del costume di Crema, & del suo territorio circa al vendere, & comperar di terreni, & della misura che oprano per misurar quelli.

6 CRema con il suo territorio costumano di vendere, & comperare il terreno a pertica, si come costuma Bergamo, & per misurar quelli costumano una misura, pur chiamata cavezzo longa braccia 6. & ciascun braccio è diviso in oncie 12. si come quello di Bergamo, & la oncia, per le ragioni piu volte dette, con la imaginatione si divide in ponti 12. Et similmente uno quadretto di terreno di duoi di detti cavezzi per lato gli dicono pur una tavola di terra, & 24 di dette tavole fanno una pertica di terreno, talche il costume di questa città, & suo territorio non è differente in cosa alcuna dal costume di Bergamo, et suo territorio. Et per tanto la essemplificatione del costume di questa per non far altro capo la rimettiamo a quelli medesimi essempi adutti nel costume di Bergamo.

Del costume di Mantoa & del suo territorio circa al vendere, & comperar di terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli. Cap. VIII.

Divisione della misura lineale chiamata cavezzo, & delle sue parti.
Il cavezzo è braccia 6.
Il braccio è 12 oncie.
La oncia è ponti 12.

1 MAntoa con il suo territorio costumano di vendere, & comperare, li terreni a biolchi, & per misurar detti terreni costumano pur una misura chiamata cavezzo, longa pur braccia 6. alla similitudine di Bergamo, & ciascun braccio è pur diviso in oncie 12. & anchora la oncia (per le ragioni piu volte dette) con la imaginatione dividono in ponti 12. Et similmente uno quadrato di terreno di duoi di detti cavezzi per lato gli dicono pur una tavola di terra, & tavole 100. fanno un biolco di terreno, alcuni gli dicono una biolca di terra. Onde si vede, che la tavola secondo il costume di questa è simile alla tavola secondo il costume di Milano, & anchora di Bergamo, perche ciascheduna è un quadrato di terreno di braccia 12 per lato, e pero anchora le parti della detta tavola sono similmente denominate, cioe che la detta tavola è divisa in piedi 12 di terreno, & il piede in oncie 12. & la oncia in ponti 12. & il ponto in athomi 12. & l'athomo in menicoli 12. & il menicolo in momenti 12.

Divisione del biolco superficiale, & delle sue parti.
Il biolco è tavole 100.
La tavola è piedi 12.
Il piede è oncie 12.
La oncia è ponti 12.
Il ponto è athomi 12.
L'athomo è menic. 12.
Il menic. è momenti 12. di terra, cioe superficiali

Delle rappresentatione delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro.

Le rappresentationi delle sopra narrate misure dette cavezzi fra loro, & le sue parti a semplici cavezzi, come che in voce si proferiscono, rappresentano precisamente, come fu detto nelle prime rappresentationi narrate nel precedente costume di Bergamo, cioe come qua sotto si vede notato.

Rappresentationi scritte sotto brevita.
cavez. fia cavez. fa $\frac{1}{4}$ ta.
cavez. fia br. fa $\frac{1}{4}$ p.
cavez. fia on. fa $\frac{1}{4}$ on.
cavez. fia ponti fa $\frac{1}{4}$ pō.

A multiplicar cavezzi fia cavezzi rappresentano $\frac{1}{4}$ di tavole di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cavezzi fia braccia rappresentano $\frac{1}{4}$ piedi di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cavezzi fia oncie rappresentano $\frac{1}{4}$ oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cavezzi fia ponti rappresentano $\frac{1}{4}$ ponti di terra, cioe superficiali.

---

braccia fia br. fa oncie
braccia fia oncie fa pon.
braccia fia pon. fa ath.

A multiplicar braccia fia braccia rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar braccia fia oncie rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.
A multiplicar braccia fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

---

on. fia on. fa ath.
on. fia pō. fa me.

A multiplicar oncie fia oncie rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.
A multiplicar oncie fia ponti rappresentano menicoli di terra, cioe superficiali.

---

pō. fia pō. fa momenti.

A multiplicar ponti fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.

Ma per fuggir quelle rotte rappresentationi, sodaresi, che li cavezzi si reducessero a misure di duoi cavezzi per misura, come fu detto, & fatto nel precedente capo, del costume di Bergamo, il che facendo tai rappresentationi veranno senza rotti, & piu facilmente si conservaranno nella memoria, e pero qua di sotto tele ho annotate, & in tal modo le poneremo nelle nostre sinistre pertegationi, cioe a misure di doppi cavezzi, & a braccia 12 per ciascuna di tai misure.

Rappresentationi notate sotto brevita.
2. ca. fia 2. ca. fa ta.
2. ca. fia br. fa p.
2. ca. fia on. fa on.
2. ca. fia pō. fa pō.

Rappresentationi delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro a duoi cavezzi per misura principale, detta doppi cavezzi.

Doppi cavezzi fia 2 cavezzi rappresentano tavole di terra, cioe superficiali.
Doppi cavezzi fia braccia rappresentano piedi di terra, cioe superficiali.
2 cavezzi fia oncie rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
2 cavezzi fia ponti rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.

---

braccia fia br. fa oncie.
braccia fia on. fa ponti.
braccia fia pon. fa ath.

braccia fia braccia rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
braccia fia oncie rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.
braccia fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

---

on. fia on. fa athomi.
on. fia pō. fa menicoli.

oncie fia oncie rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.
oncie fia ponti rappresentano menicoli di terra, cioe superficiali.

---

pō. fia pō. fa momenti.

ponti fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.

---

una pezza di terra longa 2 ca. 20. larga 2 ca. 5.
fa ta. 100. cioe un biolco

2 HOr che inteso hai le rappresentationi delle sopra notate misure lineali multiplicandole fra loro. Supponeremo che sia una pezza di terra rettangola longa doppi cavezzi 20, & larga doppi cavezzi 5. Volendo mo saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica per secondo il solito li doppi cavezzi 5 della larghezza, fia quelli doppi cavezzi 20 della longhezza, fara tavole 100 che veniria a esser un biolco di terreno.

2 cavezzi 20.
2 ca. 5
tavole 100. cioe un biolco.

Il medesimo seguiria quando che una tal pezza di terra fosse longa doppi cavezzi 25, & larga doppi cavezzi 4, perche multiplicando la larghezza fia la longhezza faria medesimamente tavole 100 che saria pur un biolco di terreno.

una pezza di terra longa 2 ca. 321. larga 2 ca. 54.
fa biolchi 173 ta. 34.

3 SUpponemo anchora che sia una pezza di terra (intendendo sempre quadra rettangola, se ben non si dice) longa doppi cavezzi 321, & larga doppi cavezzi 54, per saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica pur li doppi cavezzi 54 della larghezza fia li doppi cavezzi 321 della longhezza faranno tavole 17334 di terreno, le quali partendole per 100 ne veniria biolchi 173, & tavole 34, & tanto sara la detta pezza di terra.

Supponemo

4 SUpponemo anchora che sia una pezza di terra longa doppi cavezzi 54. braccia 10. & larga doppi cavezzi 35. braccia 7. oncie 8. per saper quanto sia tal pezza di terra, & volendo proceder per quel primo modo piu volte detto, ridurrai quelli doppi cavezzi 54. braccia 10 della longhezza, tutti in braccia, che fara braccia 658. & ridurrai anchora quelli doppi cavezzi 35. braccia 7. oncie 8 tutti in oncie, che faranno oncie 5132. poi multiplica quelli braccia 658 della longhezza fia quelle oncie 5132 della larghezza fara 3376856. & quelli faranno ponti di terreno, cioe superficiali, quali tirandoli in oncie faranno oncie 281404. ponti 8. tirando poi le oncie in piedi, & li piedi in tavole haverai tavole 1954. piedi 2. oncie 4. ponti 8. facendo poi le tavole in biolche (partendoli per 100) haverai finalmente biolche 19. tavole 54. piedi 2. oncie 4. ponti 8. & tanto sara la detta pezza di terra, che se la proverai secondo l'ordine, che nel costume di Verona t'insegnai, la trovarai buona.

vna pezza di terra

longa d. ca. 54. braccia 10 —— la proua è braccia 0.
larga d. ca. 35. braccia 7. oncie 8. la proua è oncie 1.

fa biolche 19. tauole 54. piedi 2. oncie 4. ponti 8. la proua è ponti 0.

Ma volendo procedere in tal conclusione per il secondo modo, cioe senza mutare le misure dell'esser suo, multiplica quelli doppi ca. 35 della larghezza, fia quelle due specie di misure della longhezza, & prima fia quelli doppi cavezzi 54 di detta longhezza, fara tavole 1890. quale salvarai da banda, poi multiplica li medesimi doppi cavezzi 35 fia quelli braccia 10 della longhezza, & fara piedi 350. che faranno tavole 29. piedi 2. quale notarai sotto all'altro primo produtto, fatto questo multiplicarai anchor quelli braccia 7 della detta larghezza, fia quelle medesime due specie di misure della longhezza, & prima fia quelli doppi ca. 54. fara piedi 378. che faranno tavole 31. piedi 6. quali notarai sotto a gli altri doi produtti, poi multiplicarai quelli medesimi braccia 7. fia quelli altri braccia 10 della longhezza fara oncie 70. che faranno piedi 5. oncie 10. quali notarai sotto a gli altri tre produtti, fatto questo multiplicarai anchora quelle oncie 8 della larghezza fia quelle medesime due specie di misure di detta longhezza, & prima fia quelli doppi cavezzi 54. fara oncie 432. che faranno tavole 3. quale notarai sotto a gli altri quattro produtti, poi multiplicarai le dette oncie 8. fia quelli braccia 10 della longhezza fara ponti 80. che faranno oncie 6. ponti 8. da notar sotto a gli altri cinque produtti, finalmente summarai insieme li detti 6 produtti, & trovarai che faranno in summa tavole 1954. piedi 2. oncie 4. ponti 8. facendo poi le tavole in biolche (partendoli per cento) haverai finalmente biolche 19. tavole 54. piedi 2. oncie 4. ponti 8. si come per l'altro modo.

Se ti paresse mo di volerla far per il terzo modo, recarai quelli braccia 10 della longhezza a parte di doppio cavezzo, che trovarai esser $\frac{5}{6}$, & similmente farai di quelli braccia 7. oncie 8 della larghezza, che trovarai esser $\frac{23}{36}$, poi multiplicando li doppi cavezzi 35 $\frac{23}{36}$ fia li doppi cavezzi 54 $\frac{5}{6}$ secondo l'ordine dato nelli rotti, come piu volte è stato detto, & trovarai che ti verra il medesimo.

5 PEr ultimar questa pratica nel maggior numero di varie specie di misure. Supponemo anchora, che sia una pezza di terra longa doppi cavezzi 53. braccia 10. oncie 3. ponti 4. & larga doppi cavezzi 42. braccia 9. oncie 8. ponti 6. & volendo saper quanto sia tal pezza di terra. Volendo proceder per il primo modo ridurrai quelle 4 specie di misure, si della longhezza, come della larghezza in ponti lineali, che trovarai la longhezza esser ponti 93064. & la larghezza ponti 73974. poi multiplica quelli ponti della larghezza fia quelli ponti della longhezza, & trovarai che faranno 6884316336. & quelli faranno momenti di terra, cioe superficiali quali tirandoli in menicoli con il partirli per 12. & li menicoli in athomi, & gli athomi in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tavole, haverai in ultimo tavole 2305. piedi 6. oncie 6. ponti 3. athomi 4. menicoli 4. & momenti 0. Tirando poi le tavole in biolche, con partirli per 100. & haverai biolche 23. tavole 5. piedi 6. oncie 6. ponti 3. athomi 4. menicoli 4. momenti 0. & tanto concluderai esser tal pezza di terra. Aricordandoti, che se la provarai a procedere con la prova per fino alli momenti nella tua conclusione.

vna pezza di terra

longa d. ca. 53. braccia 10. oncie 3. pon. 4. —— la proua è ponti 6.
larga d. ca. 42. braccia 9. oncie 8. pon. 6. —— la proua è ponti 5.

fa biol. 23. ta. 5. p. 6. oncie 6. pon. 3. athomi 4. menicoli 4. momenti 0. la proua è momenti 2.

Ma volendo in tal operatione procedere per il secondo modo, cioe senza mutare le misure del suo essere, multiplicarai li doppi cavezzi 42 della larghezza sia quelle quattro specie di misure della longhezza, & prima sia quelli altri doppi cavezzi 33 & trovarai che fara tavole 1386, qual notarai da banda, poi multiplicarai li medesimi doppi cavezzi 42 sia quelli braccia 10 della longhezza fara piedi 420 di terra, che fara tavole 35, quale notarai sotto alle altre prime, poi multiplicarai li medesimi doppi cavezzi 42 sia quelle oncie 3 della longhezza fara oncie 126 superficiali, che fara piedi 10 & 6, quale notarai sotto a gli altri duoi prodotti, poi multiplicarai li medesimi doppi cavezzi 42 sia quelli ponti 4 della longhezza fara ponti 168, che faranno piedi 1 oncie 2 ponti 0, quali notarai sotto a gli altri 3 prodotti, & fatto questo pigliarai li braccia 9 della larghezza, & quelli multiplicarai sia quelle medesime 4 specie di misure della longhezza, & prima sia quelli doppi cavezzi 33 & fara piedi 297, che faranno tavole 24 piedi 9, quali notarai sotto a gli altri quattro prodotti, poi multiplicarai li medesimi braccia 9 sia quelli braccia 10 della longhezza fara oncie 90, che faranno piedi 7 oncie 6, quali notarai sotto a gli altri cinque prodotti, poi multiplicarai li medesimi braccia 9 sia quelle oncie 3 della detta longhezza, & fara ponti 27 che fara oncie 2 ponti 3, li quali notarai sotto a gli altri 6 prodotti, poi multiplicarai li medesimi braccia 9 sia quelli ponti 4 della larghezza, fara athomi 36, che faranno ponti 3, quali notarai sotto a gli altri 7 prodotti, fatto questo pigliarai le oncie 8 della larghezza, & multiplicarai sia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, & prima sia quelli doppi cavezzi 33, che fara oncie 264, che fara piedi 22 oncie 0, cioe tavole 1 piedi 10 oncie 0, quali notarai sotto a gli altri 8 prodotti, poi multiplicarai le medesime oncie 8 sia quelli braccia 10 della longhezza fara ponti 80, che faranno oncie 6 ponti 8, quali notarai sotto a gli altri 9 prodotti, poi multiplicarai le medesime oncie 8 sia quelli ponti 3 della longhezza fara athomi 24, che faranno ponti 2, quali notarai sotto a gli altri 10 prodotti, poi multiplicarai le medesime oncie 8 sia quelli ponti 4 della longhezza fara menicoli 32, che faranno athomi 2 menicoli 8, quali notarai sotto a gli altri 11 prodotti, fatto questo pigliarai quelli ponti 6 della detta larghezza, & quelli multiplicarai medesimamente sia quelle quattro specie di misure della detta longhezza, & prima sia quelli doppi cavezzi 33, fara ponti 198, che faranno oncie 16 ponti 6, cioe piedi 1 oncie 4 ponti 6 da mettere sotto a gli altri 12 prodotti, poi multiplicare anchora quelli medesimi ponti 6 sia quelli braccia 10 di detta longhezza fara athomi 60, che faranno ponti 5 da ponere sotto a gli altri 13 prodotti, poi multiplicare anchora li medesimi ponti 6 sia quelle oncie 3 della detta longhezza fara 18 menicoli, che faranno athomi 1 menicoli 6 da mettere sotto a gli altri 14 prodotti, poi multiplicare finalmente li medesimi ponti 6 sia quelli ponti 4 della detta longhezza, fara momenti 24, che faranno menicoli 2 da mettere sotto a gli altri 15 prodotti, & dapoi summando tutti li detti 16 prodotti insieme, trovarai che faranno medesimamente tavole 1450 piedi 6 oncie 6 ponti 3 athomi 4 menicoli 4. & momenti 0, che fara per biolchi 14 tavole 50 ponti 3 ath. 4 menicoli 4 & momenti 0. si come per l'altro modo fu trovato.

Ma se ti parera di voler procedere per il terzo modo, per esser chiaro per tutti li versi, reducerai tutti quelli braccia, oncie, e ponti, si della larghezza, si della longhezza, a parte di doppio cavezzo, poi multiplicando secondo la regola di rotti, & trovarai il medesimo.

Divisione della principale misura lineale detta cavezzo, & delle sue parti, & parti di parti.
Il cavezzo è braccia 6.
Il braccio è oncie 12.
La oncia è ponti 12.

Del costume di Brescia, & del suo territorio circa al vendere, & comperar di terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli. Cap. IX.

BResia con il suo territorio costumano di vendere, & comperare il terreno a pio, & per misurare detti terreni costumano per una misura chiamata cavezzo, per longo braccia 6 (alla similitudine di Bergamo, & di Mantoua) & il braccio di tal misura lo dividono per in 12 oncie, & la oncia (per le ragioni piu volte dette) con la imaginatione (& non in atto) lo dividono in ponti 12. Et uno quadro di terreno di duoi detti cavezzi per lato gli dicono per una tavola di terreno, & 100 di dette tavole, fanno un pio di terra, la tavola poi la dividono per in 12 piedi, & il piede in 12 oncie, & la oncia in 12 ponti, & il ponto in 12 athomi, l'athomo in 12 menicoli, & il menicolo in 12 momenti, & tutte queste parti, & parti di parti di detta tavola s'intendono di terra, cioe superficiali, come piu volte e stato detto, negli costumi delle altre citta, e pero si vede che il costume di questa citta nõ e differente dal costume di Mantoua, eccetto in quel nome biolca, che lo chiamano pio, ma in tutti gli altri nomi, divisioni, et quantita, si della misura lineale, & parti di quella, come che anchora nella divisione del biolco, over pio sono in tutto simili. Et anchora le rappresentationi delle sopradette misure lineali, & le sue parti, multiplicate fra loro saranno simile, e per tanto anchora in queste si puo notar le misurationi, & rappresentationi

Divisione del pio, et della tavola di terra, cioe superficiale, & delle sue parti, & parti di parti.
Il pio è tavole 100.
La tavola è piedi 12.
Il piede è oncie 12.
La oncia è ponti 12.
Il ponto è athomi 12.
L'athomo è meni. 12.
Il meni. è momenti 12.
di terra, cioe superficiali

rappresentationi

rappresentationi in doi modi, cioe a semplici cavezzi, come si proferiscono in voce, overo in scritto, come che nel costume di Mantova fu detto, come di sotto vedi, & anchora per maggior commodita si ponno notar a doppi cavezzi.

Della rappresentatione delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro secondo la notatione di semplici cavezzi.

A multiplicar cavezzi fia cavezzi rappresentano $\frac{1}{4}$ di tavole di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cavezzi fia braccia rappresentano $\frac{1}{2}$ piedi di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cavezzi fia oncie rappresentano $\frac{1}{2}$ oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar cavezzi fia ponti rappresentano $\frac{1}{2}$ ponti di terra, cioe superficiali.

A multiplicar braccia fia braccia rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
A multiplicar braccia fia oncie rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.
A multiplicar braccia fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

A multiplicar oncie fia oncie rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.
A multiplicar oncie fia ponti rappresentano menuti di terra, cioe superficiali.

A multiplicar ponti fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.

Rappresentationi notate sotto brevita.
caue. fia caue. fa $\frac{1}{4}$ ta.
caue. fia br. fa $\frac{1}{2}$ p.
caue. fia on. fa $\frac{1}{2}$ on.
caue. fia pon. fa $\frac{1}{2}$ pō.

braccia fia br. fa oncie
braccia fia oncie fa po.
braccia fia po. fa ath.

on. fia on. fa ath.
on. fia pō. fa me.

pō. fia pō. fa momenti.

Ma perche in effetto per questi rotti, che intervengono in tal rappresentationi si causa alquanto difficulta a mandarle alla memoria, e per tal cagione, che tal misurationi si notassero a misure di doi cavezzi per misura (come fu detto nel costume di Bergamo, & di Mantova) & tal misure chiamarle doppi cavezzi, divisi in braccia 12. & le dette rappresentationi saranno senza rotti, vero è che coloro, che sono usati, & assuefatti alla usanza antica gli parera strano a rimoversi da quella, e pero per satisfare a l'una, & l'altra opinione habbiamo posto le dette rappresentationi per l'una, et l'altra via, delle quali usarai quella, che piu ti aggradira, vero è che le nostre essemplari misurationi le notaremo a misure di doppi cavezzi.

Della rappresentatione delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro, secondo la notatione di doppi cavezzi per misura principale.

Doppi cavezzi fia 2 cavezzi rappresentano tavole di terra, cioe superficiali.
Doppi cavezzi fia braccia rappresentano piedi di terra, cioe superficiali.
2 cavezzi fia oncie rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
2 cavezzi fia ponti rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.

braccia fia braccia rappresentano oncie di terra, cioe superficiali.
braccia fia oncie rappresentano ponti di terra, cioe superficiali.
braccia fia ponti rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.

oncie fia oncie rappresentano athomi di terra, cioe superficiali.
oncie fia ponti rappresentano menuti di terra, cioe superficiali.

ponti fia ponti rappresentano momenti di terra, cioe superficiali.

Rappresentationi a doppi cavezzi per misura principale.
2 c. fia 2 c. fa ta.
2 c. fia br. fa p.
2 c. fia on. fa on.
2 c. fia pō. fa pō.

braccia fia br. fa oncie.
braccia fia on. fa ponti.
braccia fia pon. fa ath.

on. fia on. fa athomi.
on. fia pō. fa menuti.

pō. fia pō. fa momenti.

1 HOr che inteso hai le rappresentationi delle sopradette misure lineali multiplicate fra loro, & si secondo la notatione di semplici cavezzi, come di doppi cavezzi. Supponeremo mo, che sia una pezza di terra rettangola doppi cavezzi 25. & larga doppi cavezzi 4. Volendo saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica secondo il solito li doppi ca. 4 della larghezza, fia quelli doppi cavezzi 25 della longhezza fara 100. & queste saranno tavole (perche doppi ca. fia 2 ca. rappresentano tavole) & perche tavole 100 fanno un pio di terreno, diremo tal pezza di terra esser un pio. Il medesimo seguiria se tal pezza di terra fosse longa doppi cavezzi 20. & larga doppi cavezzi 5. perche multiplicando 5 fia 20 fariano pur tavole 100. che faria pur un pio.

una pezza di terra
lon. 2 c. 25.
la. 2 c. 4.

fa ta. 100. cioe un pio

2 ca. 25.
2 ca. 4
tavole 100. cioe un pio.

una pezza di terra
lon. 2 ca. 235.
la. 2 ca. 123.

2 SUpponemo anchora che sia una pezza di terra (pur rettangola) longa doppi cavezzi 235. & larga doppi cavezzi 123. per saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica pur secondo il solito li doppi cavezzi 123 della larghezza fia li doppi cavezzi 235 della longhezza, & trovarai, che faranno tavole 28905. lequali tirandole in pio con il partirle per 100 faranno pio 289. & tavole 5.

fa pio. 289 ta. 5.

4 SVpponiamo anchora che sia vna pezza di terra rettangola, longa doppi cauezzi 53. braccia 10. oncie 5. & larga doppi cauezzi 46. braccia 5. oncie 3. per saper quanto sia tal pezza di terra, & secondo quel primo modo piu volte detto, ridurrai tutte quelle tre specie di misure, si della longhezza, come della larghezza a oncie lineali, & trouerai la longhezza esser oncie 7757. & la larghezza oncie 6687. fatto questo multiplica le dette oncie 6687. fia quelle oncie 7757. & trouerai che faranno atomi 51871059. quali tirandoli in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tauole, hauerai in vltimo tauole 2501. piedi 5. oncie 11. ponti 8. atomi 3 di terreno, & tirando poi le tauole in pio (partendole per 100) hauerai pio 25. tauole 1. piedi 5. oncie 11. ponti 8. atomi 3. & se ne farai proua la trouerai buona.

vna pezza di terra

longa doppi cauezzi 53. braccia 10. oncie 5. la proua è oncie 1.

larga doppi cauezzi 46. braccia 5. oncie 3. la proua è oncie 2.

---

fa pio 25. tauole 1. piedi 5. oncie 11. ponti 8. atomi 3. la proua è atomi 2.

Ma volendo risoluere tal pertegatione per il secondo modo, cioe senza mouere le misure dal esser suo, procederai come nelle passate, cioe multiplica quelli doppi cauezzi 46 della larghezza, fia quelle 3 specie di misure della longhezza di vna in vna, & prima fia quelli doppi cauezzi 53. che trouerai che fara tauole 2438. quale saluerai da banda, poi multiplicarai li medesimi doppi cauezzi 46. fia quelli braccia 10 della longhezza fara piedi 460. che faranno tauole 38. piedi 4. quali notarai sotto all'altro primo prodotto, poi multiplicarai li medesimi doppi cauezzi 46. fia quelle oncie 5 della longhezza, fara oncie 230. che faranno piedi 19. oncie 2. cioe tauole 1. piedi 7. oncie 2. quali notarai sotto a gli altri dui prodotti, fatto questo multiplicaremo quelli braccia 5 della detta larghezza, fia quelle 3 specie di misure della gia detta longhezza, & prima fia quelli doppi cauezzi 53. fara piedi 265. che faranno tauole 22. piedi 1. quali notarai sotto a gli altri 3 prodotti, poi multiplicarai li medesimi braccia 5. fia quelli altri braccia 10 della longhezza, fara oncie 50. che faranno piedi 4. oncie 2. da notar sotto a gli altri 4 prodotti, poi multiplicar anchora li medesimi braccia 5. fia quelle oncie 5 della detta longhezza, fara ponti 25. che faranno oncie 2. ponti 1. quali notarai sotto a gli altri 5 prodotti, fatto questo multiplicarai quelle oncie 3 della detta larghezza fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, & prima fia quelli doppi cauezzi 53. fara oncie 159. che faranno piedi 13. oncie 3. cioe tauole 1. piedi 1. oncie 3. quali notarai sotto a gli altri 6 prodotti, poi multiplicarai le medesime oncie 3. fia quelli braccia 10 della detta longhezza, fara ponti 30. che faranno ℥ 2. ponti 6. quali notarai sotto a gli altri 7 prodotti, poi multiplicarai finalmente le medesime ℥ 3. fia quelle altre oncie 5 della longhezza faranno atomi 15. che faranno ponti 1. atomi 3. quali ponerai sotto a gli altri 8 prodotti, & summando poi tutti li detti 9 prodotti insieme trouerai, che faranno per tauole 2501. piedi 5. oncie 11. ponti 8. atomi 3. che tirando le tauole 2501. in pio, faranno in tutto pio 25. tauole 1. piedi 5. oncie 11. ponti 8. atomi 3. si come per l'altro modo.

Et parendoti di voler essequire tal pertegatione per quel terzo modo detto in ciaschedun de gli altri occorsi passati, credo che horamai ti debba esser noto senza piu particolarmente ti dica, che tutti quelli braccia, & oncie, si della longhezza, come della larghezza si debbano reccare a parte di doppio cauezzo, poi multiplicando secondo la regola di sani, & rotti si trouera il medesimo.

5 SVpponiamo anchora (per vltimar questa pratica in tutte le varieta di misure, che occorrer possa) che sia vna pezza di terra rettangola, longa doppi cauezzi 54. braccia 9. oncie 7. ponti 3. & larga doppi cauezzi 51. braccia 5. oncie 8. ponti 10. per saper quanto sia tal pezza di terra per il primo modo, ridurrai tutte quelle quattro specie di misure, si della longhezza, come della larghezza a ponti lineali, il che facendo trouerai la longhezza esser ponti 94695. & la larghezza pō. 88954. fatto questo multiplicarai quelli pō. 88954 della larghezza, fia quelli ponti 94695 della longhezza, & trouerai che faranno momenti 8423499030. di terreno, cioe superficiali, i quali tirandoli in menicoli (con partirli per 12) & li menicoli in atomi, & gli atomi in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in piedi, & li piedi in tauole, & le tauole in pio (con partirle per 100) hauerai in vltimo pio 28. tauole 21. piedi 0. oncie 1. ponti 10. atomi 1. menicoli 0. momenti 6. & se ne vorrai far la proua general per 7. trouerai la proua della longhezza esser ponti 6. & quella della larghezza esser ponti 5. & multiplicando le dette due proue faranno momenti 30. la cui proua è momenti 2. & tanto trouerai esser la proua della conclusione, come di sotto in figura appare.

una pezza di terra
longa doppi cauezzi 54. braccia 5. oncie 7. ponti 3 —— la proua è ponti 6.
larga doppi cauezzi 31. braccia 5. oncie 8. ponti 10 —— la proua è ponti 5.

---

fa pio 28. tauole 11. piedi 0. oncie 2. ponti 10. ath. 2. menicoli 0. momenti 6. la proua è momenti 2.

Ma volendo risoluere tal pertegatione per il secondo modo, cioe lasciando tutte le misure nel esser suo, procederai secondo il solito, cioe multiplicarai quelli doppi cauezzi 31 della larghezza, fia quelle quattro specie di misure della longhezza, & prima fia li doppi cauezzi 54. & trouarai che fara tauole 1674. quale salvarai da banda, poi multiplicarai li medesimi doppi cauezzi 31. fia quelli braccia 5 di detta longhezza, fara piedi 465. che faranno tauole 38. piedi 9. quale notarai sotto a l'altro primo prodotto, poi multiplicarai li medesimi doppi cauezzi 31. fia quelle oncie 7 della longhezza, fara oncie 217 di terra, che faranno tauole 1. piedi 6. oncie 1. quale notarai sotto a gli altri duoi prodotti, poi multiplicarai li medesimi doppi cauezzi 31. fia quelli pōti 3 della longhezza, fara ponti 93. che fara oncie 7. pōti 9. quali notarai sotto a gli altri 3 prodotti, fatto questo multiplicarai anchora quelli braccia 5 della larghezza, fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, & prima fia li doppi cauezzi 54. fara piedi 270. che fara tauole 22. piedi 6. quali notarai sotto a gli altri quattro prodotti, poi multiplicarai anchora li medesimi braccia 5. fia quelli altri braccia 5 della longhezza fara oncie 45. che faranno piedi 3. oncie 9 da notar sotto a gli altri 5 prodotti, poi multiplicar anchora li medesimi braccia 5. fia quelle oncie 7 della longhezza, fara ponti 35. che fara oncie 2. ponti 11 da notar sotto a gli altri 6 prodotti, poi multiplicar anchora li medesimi braccia 5. fia quelli ponti 3 della longhezza, fara athomi 15. che fara pō. 1. ath. 3 da notar sotto a gli altri 7 prodotti, fatto questo multiplicar anchora quelle oncie 8 della larghezza fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, & prima fia li doppi cauezzi 54. fara oncie 432. che faranno tauole 3. piedi 0. oncie 0. da notar sotto a gli altri 8 prodotti, poi multiplicar anchora le medesime oncie 8. fia quelli braccia 5 della longhezza, fara ponti 72. che faranno oncie 6. da notar sotto a gli altri 9 prodotti, poi multiplicar anchora le medesime oncie 8. fia quelle altre oncie 7 della longhezza, fara athomi 56. che fara ponti 4. athomi 8. da notar sotto a gli altri 10 prodotti, poi multiplicar anchora le medesime oncie 8. fia quelli ponti 3 della longhezza fara menicoli 24. che faranno athomi 2. da notar sotto a gli 11 prodotti, fatto questo multiplicar anchora quelli 10 ponti della larghezza, fia quelle medesime quattro specie di misure della longhezza, & prima fia li d. ca. 54. che fara ponti 540. che faranno piedi 3. oncie 9. da notar sotto a gli altri 12 prodotti, poi multiplicar anchora li medesimi ponti 10. fia quelli braccia 5 della detta longhezza, fara athomi 90. che fara ponti 7. athomi 6. da notar sotto a gli altri 13 prodotti, poi multiplicar anchora li medesimi ponti 10. fia quelle oncie 7 della detta longhezza, fara menicoli 70. che fara athomi 5. menicoli 10. da notar sotto a gli altri 14 prodotti, poi multiplicar anchora li medesimi ponti 10. finalmente fia quelli altri ponti 3. fara momenti 30. che fara menicoli 2. momenti 6. da notar sotto a gli altri 15 prodotti, poi summando tutti li detti 16 prodotti insieme si trouara che faranno medesimamente tauole 2811. piedi 0. oncie 2. ponti 10. athomi 2. menicoli 0. momenti 6. si come per l'altro modo, cioe pio 28. tauole 11. piedi 0. oncie 2. ponti 10. athomi 2. menicoli 0. momenti 6. & con tal ordine procederai nelle altre simili.

Nota che queste simile, & altre si potriano risoluere secondo l'ordine del multiplicar per crosetta, & anchora per via di scachiero, come fu detto nel costume di Verona, & fariano molto piu leggiadre operationi, ma per non ti confondere gli ho posposti, perche mi basta hauerti di cio auertito.

Volendo soluere la medesima per il terzo modo, per esser pratico per tutti li versi, cioe reccando tutti quelli braccia, oncie, ponti, si della longhezza, come della larghezza a parte di doppio cauezzo, & multiplicar secondo l'ordine di numeri fratti, & tutto lo potrai fare, & facendo trouarai che ti venira il medesimo.

Del costume di Firenza, & del suo territorio circa al vendere, & comprar di terreni, & della misura, che oprano per misurar quelli, secondo che narra Frate Luca dal Borgo San Sepolcro. Cap. X.

1 FRate Luca dal borgo nel suo trattato di Geometria, volendo dichiarare il modo, che si costuma a Firenza, & per la Toscana a vendere, & comperar li terreni, & la misura con che si costuma di misurarli, & del modo che si costuma a fare, circa a risoluere le loro pertegationi, dice precisamente in questa forma.

Diuisione della misura sua detta braccio.
Il braccio è oncie 12.

Divisione del staioro superficiale.
Il staioro è 12 panora.
Il panoro è 12 pugnora.
Il pugnoro è 12 braccia.
Il braccio è 12 oncie.
La oncia è 12 ponti superficiali anchor che fra Luca non lo dica.

Per lo contado di Firenze si vende il terreno a staiora, che un staioro è 1728 braccia quadri di terra, & soggiunge che 'l detto staioro si divide in 12 parti eguali, & che ciascuna di quelle se gli dice panoro. Et che un panoro si divide in 12 parti eguali, & ciascuna di quelle se gli dice pugnoro, & che anchora il pugnoro si divide in 12 parti, & a ciascuna di quelle se gli dice braccio di terra quadro, onde un panoro è 144 braccia di terra quadri, & un pugnoro è 12 di quelli braccia quadri, & anchora lo staioro è 144 pugnora. Et dapoi la sopradetta dichiaratione, lui seguita poi precisamente, come di sotto è notato.

Parole di Frate Luca formale.

1 HAvendo detto la divisione, & il modo che si usa di misurare è da dire, come si multiplica gran quantita di braccia infra loro. Dice che havendo a multiplicare una summa di gran numero, come sarebbe a dire 3940 braccia via 3940 braccia, doue puoi tenere il modo delle caselle, ouero per bericocolo, & haverai 15523600 braccia quadri, delliquali farai staiora in questo modo, che prima ne farai pugnora, che sono 1293633 pugnora 4 braccia. Et dapoi di 1293633 pugnora farai panora, partendo per 12. & haverai 107802 panora 9 pugnora 4 braccia, & dapoi ne farai staiora dividendo per 12. & haverai, che sono 8983 staiora 6 panora 9 pugnora 4 braccia, & per tal modo si puo anchora fare.

Parole di fra Luca formale seguitante le precedenti.

Et anchora potresti per l'altro modo fare la detta multiplicatione, ma prima diremo questa ordinatione nel multiplicar Panora, & gli altri nomi fra loro, cioe

Multiplicando braccia per braccia, fanno braccia quadre.
Multiplicando braccia per pugnora, fanno pugnora.
Multiplicando braccia per panora, fanno panora.
Multiplicando braccia per staiora, fanno staiora.
Multiplicando pugnora per pugnora, fanno pugnora, come dicendo 6 pugnora via 8 pugnora, fanno 48 panora, che sono 4 staiora.
Multiplicando pugnora per panora, fanno staiora, come dicendo 6 pugnora via 8 panora, fanno 48 staiora.
Multiplicando pugnora via staiora, fanno per ogni volta 12 staiora, come a multiplicare 6 pugnora via 8 staiora, fanno 48 volte 12 staiora, che sono 576 staiora.
Multiplicando panora per panora fanno per ogni volta 144 staiora, che havendo a multiplicare 6 staiora via 8 panora fanno 48 volte 144 staiora, che sono 6912 staiora.
Multiplicando staiora per staiora fanno per ogni volta 1728 staiora, come
Multiplicando 6 staiora via 8 staiora, fanno 48 volte 1728 staiora, che sono 82944 staiora.

Parole del detto Fra Luca seguitanti le precedenti.

2 ET accio che meglio s'habbia lo intendimento diremo, io voglio multiplicare 3940 braccia via 3940 braccia di terra quadri. Doue farai prima di 3940 braccia staiora, e panora, pugnora, & braccia, che sono 2 staiora, & 3 panora, & 4 pugnora, & 4 braccia, adunque a multiplicare 3940 braccia via 3940 braccia, è come a multiplicare 2 staiora 3 panora 4 pugnora 4 braccia, doue per questo fare seguirai queste quantita a modo di caselle, ouer crocetta, cioe 2 staiora, 3 panora, 4 pugnora, & 4 braccia, segnando le specie eguali, cioe le staiora sotto le staiora, & le panora sotto le panora, & le pugnora sotto le pugnora, & le braccia sotto le braccia, come io ho fatto nella dispositione dal lato, & incomincia al minor grado sempre ascendendo per ordine, & diremo 4 braccia via 4 braccia fanno 16 braccia, che sono un pugnoro, & 4 braccia, & questo segna. Et dapoi multiplicarai le braccia contra alle pugnora, dicendo 4 braccia via 4 pugnora, fanno 16 pugnora, & un'altra volta per la crocetta, 4 braccia via 4 pugnora, fanno 16 pugnora, che aggionte alle 16 pugnora di prima, fanno 32 pugnora, che sono 2 panora, & 8 pugnora, i quali segna, come ordinando un casellamento, dipoi multiplicarai li braccia contra le panora multiplicando sempre per tutto, dicendo 4 braccia via 3 panora, fanno 12 panora, & un'altra volta per la crocetta 4 braccia via 3 panora, fanno 12 panora, che aggionte alle 12 panora, fanno 24 panora, & a questi aggiongi la multiplicatione di 4 pugnora via 4 pugnora, che fanno 16 panora, fanno 40 panora, che sono 3 staiora, & 4 panora & segnale, dipoi multiplicarai li braccia contra alle staiora dicendo 4 braccia via 2 staiora, fanno 8 staiora, &

	sta.	pa.	pu.	br.
	2.	3.	4.	4.
	2.	3.	4.	4.
	0.	0.	1.	4.
	0.	2.	8.	0.
	3.	4.	0.	0.
	40.	0.	0.	0.
	300.	0.	0.	0.
	1728.	0.	0.	0.
	6912.	0.	0.	0.
Summa	8983.	6.	9.	4.

con

con vn'altra volta per la crosera 4 braccia via 2 staiora, fanno 16 staiora, & a questo aggiongi la multiplicatione di 4 pugnora in 3 panora, & anchora 4 pugnora in 3 panora, ch'è 24 staiora, che con 16 staiora fanno 40 staiora, i quali segna, dipoi multiplicarai 4 pugnora via 2 staiora, & vn'altra volta per la crosera 4 pugnora via 2 staiora, & questo aggiongi la multiplicatione di 3 panora in 3 panora, et haremo 25 volte 12 staiora, cioe staiora 300, i quali segna, et dipoi multiplicarai 3 panora via 2 staiora, & 2 staiora per 3 pugnora, & haueremo 12 volte 144 staiora, cioe 1728 staiora, & segna, & dapoi multiplica 2 staiora via 2 staiora fanno 4 volte 1728 staiora, cioe 6912 staiora, lequali segnarai, & dapoi aggiongi le dette summe fanno 8253 staiora, 6 panora, 9 pugnora, & 4 braccia quadre, come di sopra trouammo. Onde qual modo vuoi puoi vsare, & questo basti quanto a questo, che circa l'instromento del misurare è da dire.

Parole dell'Auttore della presente opera.

4 IL sopradetto fra Luca in dichiarare questo sol costume di Firenza patria sua, circa al misurare delle terre alquanto oscuramente lo sprime, & per tanto cercaremo di dilucidarlo. Dico adunque per quanto che lui inferisse in la citta di Firenza con il suo territorio costumano di vendere, & comperare il terreno a staiora, & per misurare quelli costumano vna misura chiamata vn braccio, & abenche non dica che tal braccio sia diuiso in altre parti per esser forsi la sua minima misura, nondimeno anchor che in atto tal braccio non fusse diuiso in altre parti, egli è necessario, per causa di fuggir li rotti di braccio nel squadrar di triangoli, & capi rugini (come nel sequente libro s'intendera) lo diuidere il detto braccio, con la imaginatione in 12 parti equali, & queste tai 12 parti, per accordarsi con le altre dittioni passate, le chiamaremo 12 oncie lineali. Et vn quadretto di terra di vno braccio lineale per lato gli dicono per braccio di terra, cioe vn braccio quadro, o vuoi dir vn braccio superficiale & 1728 di detti braccia quadri, fanno vn staiora di terreno, ma perche tal numero di 1728 è molto discommodo da maneggiare per la grandezza sua, e pero hanno diuiso il detto staiora di terreno in 12 parti, & ciaschaduna di dette parti gli dicono panora, & questo panora lo diuidono anchora in altri 12 parti, a ciascuna di dette parti gli dicono pugnora, & ciascun pugnora viene a esser diuiso in 12 di quelli braccia quadri, cioe di terreno, talche 12 braccia superficiali fanno vn pugnora superficiale, & cosi 12 pugnora fanno vn panora, & 12 panora fanno vno staiora di terreno, cioe superficiale, ma per quanto posso considerare (per la sua operatione, & conclusione) non solamente vuol che il detto staiora, panora, & pugnora s'intendono superficiali, ma anchora lineali, si come s'intende anchora il braccio, il qual braccio vi s'intende linealmente, & superficialmente, & questo si manifesta per quelle multiplicationi, & rappresentationi da lui notate, lequali non mi accade di replicarle, perche tal sue rappresentationi, non credo che siano vsate, ne costumate da quelli del paese per esser via longa, & assai oscura, ma penso che tal via sia stata da lui trouata per concluderla per via di crosera, ma tengo che dalli misuratori di tal paese sia costumato per il primo modo da lui narrato per esser piu facile assai de l'altro da lui narrato, e pero essemplificaremo alquante particolari, et a lequale non accade a tenerle in memoria saluo queste sottoscritte poche rappresentationi.

Rappresentationi delle sopradette braccia lineali, & delle sue parti multiplicate fra loro.

A multiplicar braccia fia braccia rappresentano braccia quadri, cioe superficiali.
A multiplicar braccia fia oncie rappresentano oncie di terreno, cioe superficiali.
A multiplicar oncie fia oncie rappresentano ponti di terreno, cioe superficiali.

Rappresentationi sotto breuita notate.
braccia fia braccia fa br.
braccia fia oncie fa on.
on. fia on. fa pon.

5 HOr che io ho dichiarato le rappresentationi della misura lineale fra loro multiplicate. Supponeremo che sia vna pezza di terra rettangola longa braccia 48. & larga braccia 36, per saper quanto sia tal pezza di terra, multiplica secondo l'ordinario quelli braccia 36 della larghezza fia quelli braccia 48 della longhezza, fara 1728. & questi sono braccia quadri, cioe superficiali, delliquali ne farai pugnora (partendoli per 12. perche 12 braccia quadri fanno vn pugnoro, ouer pugnora) & te ne venira pugnora 144 di terreno, quali tirarai in panora (partendoli per 12) ne venira panora 12. quali farai in staiora partendoli per 12. & finalmente ne venira vn staiora. Et cosi diremo tal pezza di terra esser precisamente vn staiora.

vna pezza di terra longa braccia 48 larga braccia 36

fa br. 1728. che sono vn staiora.

braccia 48.

br. 36.

braccia 1728. cioe vn staiora.

6 SVpponemo anchora che sia vna pezza di terra longa braccia 175. & larga braccia 150. per saper quanto sia la detta pezza di terra, multiplica quelli braccia 159 della larghezza fia

vna pezza di terra
longa braccia 175.
larga braccia 139.

fa fra. 14. pa. 0. p. 11. b. 1

quelli braccia 175 della longhezza, & trouarai che faranno 24325. et quelli faranno braccia quadri, cioè superficiali, quali tirandoli in pagnora (con partirli per 12) faranno pagnora 2027. braccia 1. poi tirarai li detti pagnora in panora, partendoli per 12. te ne venira panora 168. pagnora 11. braccia 1. finalmente tirarai li detti panora 168 in fraiora, partendoli per 12. te ne verrà in tutto fraiora 14. panora 0. pagnora 11. braccia 1. & tanto sarà la detta pezza di terra, che se ne farai proua la trouarai buona.

7 SVpponemo anchora che sia vna pezza di terra rettangola longa braccia 123. oncie 10. & larga braccia 114. oncie 7. per saper quanto sia quella tal pezza di terra, potrai procedere per 3 vie, come che in tutti li costumi delle altre città è stato detto, la prima via è a reducer quelli braccia, & oncie, si della longhezza, come della larghezza, in oncie, il che facendo trouarai la longhezza esser oncie 1486. & la larghezza oncie 1375. hor multiplicarai queste due quantità di oncie l'una fia l'altra, & trouarai che farà ponti 2043250 superficiali, li quali tirandoli in oncie, con partirli per 12. & le oncie in braccia quadri, & li braccia in pagnora, & li pagnora in panora, & li panora in fraiora, il che facendo hauerai in vltimo fraiora 8. panora 2. pagnora 6. braccia 5. oncie 2. ponti 10. & tanto concluderai esser la detta pezza di terra, che se ne farai la proua generale la trouarai buona.

vna pezza di terra
lõga braccia 123. oncie 10 —— la proua è 2.
larga braccia 114. oncie 7 —— la proua è 5.

fa fraiora 8. panora 2. pagnora 6. braccia 5. oncie 2. ponti 10.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, cioè lasciando li braccia, & le oncie, si della longhezza, come della larghezza nel esser suo, multiplicarai li braccia 114. della larghezza fia quelli braccia 123. oncie 10 della longhezza, & prima fia quelli braccia 123. & trouarai che farà 14022 braccia quadri, cioè superficiali, quali notarai da banda, poi multiplicarai quelli medesimi braccia 114. fia quelle oncie 10 della longhezza, & farà oncie 1140. quali tirandoli in braccia, farà braccia 95. oncie 0. quali notarai sotto al primo prodotto, fatto questo multiplicarai anchora quelle oncie 7 della larghezza, fia quelli medesimi braccia 123. oncie 10. & prima fia li braccia 123. farà oncie 861. le quali tirandole in braccia faranno braccia 71. oncie 9. quali notarai sotto a gli altri 2 prodotti, poi multiplicarai finalmente quelle medesime oncie 7 fia quelle altre oncie 10 della longhezza, farà ponti 70. che faranno oncie 5. ponti 10. quali notandole sotto a gli altri 3 prodotti, & summandoli poi tutti 4 insieme, trouarai che faranno braccia 14189. oncie 2. ponti 10. onde tirando le braccia in pagnora, & li pagnora in panora, & li panora in fraiora, hauerai finalmente il medesimo fraiora 8. panora 2. pagnora 6. braccia 5. oncie 2. ponti 10. si come per l'altra via.

Et se ti paresse di voler essequir tal perteggatione per quel terzo modo più volte detto, recarai quelle oncie, si della longhezza, come della larghezza a parte di braccio, poi procedi secondo la regola di rotti, & trouarai il medesimo.

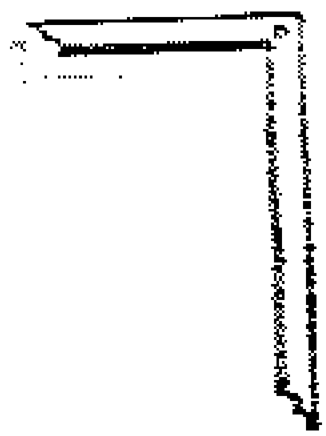
Nota che questa, & altre simili (come fu detto sopra la pratica di Verona) si potriano far per modo di crosetta, & anchora secondo l'ordine del scachiero, cioè cominciando le multiplicationi dalle minime nature, cioè dalle oncie, ma per non ti confondere con tante varietà di modi, io me ne scorrerò con silentio.

FINE DEL SECONDO LIBRO.

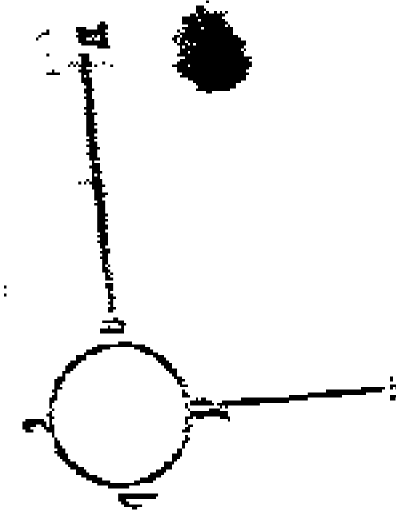
IL TERZO LIBRO DELLA TERZA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI ET MISVRE.

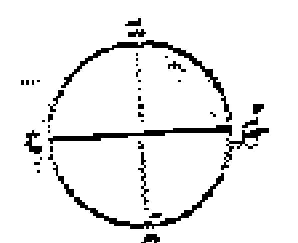
Dell'istromento materiale, necessario a misuratori di terreni, chiamato squadro, & come si fabrica, & si conosce s'egli e giusto. Cap. I.

squadra materiale necessaria a marangoni, murari, spezza predi, dessignatori, & altri.

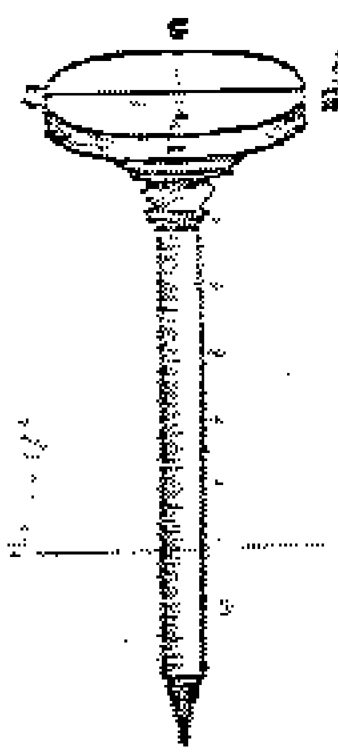


Havendo nel precedente libro dichiarato il modo, & la regola da saper trovare, & assignare con numeri & misure la quantita dell'area superficiale di ogni pezza di terra di forma rettangola, ma perche rare volte interviene, che una pezza di terra sia rettangola, e pero e cosa necessaria di mostrare il modo di saper squadrar le dette pezze di terra non rettangole, essendo personalmente in sul fatto. Et per tanto si, come che li marangoni, murari, spezza predi, dessignatori, & altri, e impossibile di ridur le opere loro a perfettione senza quel istromento materiale communamente chiamato squadra (che da mathematici e detto angolo retto) per poter con quella ridur le forme imperfette (come e detto) a perfettione, il medesimo interviene al misurator di terreni, che gli e impossibile di poter ben squadrare una pezza di terra di forma non rettangola, senza lo aiuto di quell'istromento materiale chiamato squadro, over squadra a tal negocio pertinente, il qual squadro non e altro, che uno istromento da saper formar con l'aspetto l'angolo retto, che da pevori e detto angolo a squara, il qual istromento communamente si costuma di far far al tornitore un tondo alla similitudine di uno taiero di buon legno sotto, piano da una banda, grosso circa duoi dita, & da l'altra banda con un boso, talmente che si possa fittar in cima d'un bastone, over asta longa circa piedi 4. la qual asta habbia da l'altro capo un pontal di ferro per poter piantare tal istromento in terra, la suprema parte piana, & tonda, vuole esser di diametro circa una spanna, vero e quanto ch'egli e di maggior diametro, egli e piu giusto, ma e poi piu disconmodo da portarsi dietro, poi per compire questo tal istromento, alcuni costumano di assettarvi nella detta suprema circolar superficie piana, qual io pongo sia il cerchio . a b c d. quattro busolini, over forami nelli 4 ponti a b c d. l'uno adirimpetto all'altro, cioe il forame b sia adirimpetto al forame a. & il forame d. adirimpetto al c. talmente che la linea visuale, che transira per b. & a per sin in . d. seghi ad angoli retti la linea visuale, che transira per c. & d. per sin in . e. nel centro del cerchio a b c d. alcuni altri costumano di ponere in luogo di 4 forami 4 pontine acute, & co quelle si serveno in tai negocii. Ma a me pare, che ne uno, ne l'altro di questi duoi modi possa servire per traguardare da alto a basso, over da basso in alto (essendo piantato lo detto istromento perpendicolarmente) laqual cosa spesso accade, e pero a me mi par che segando diligentemente la detta superficie a b c d. con una seghetta sotile dal ponto a. al ponto b. profondando la detta segatura, quasi per tutta la grossezza del detto istromento, & il medesimo far dal ponto c. al ponto d. talmente che quelle due segature si venghino a interseccare ad angoli retti nel centro di tal superficie piana, vero e che bisogna esser diligentissimo in far le dette due segature, cioe che s'intersechino talmente che faciano li quattro angoli nel centro di tal istromento equali fra loro, & che le segature procedino rettamente, o vuoi dir perpendicolarmente per la grossezza di tal istromento, & fatto questo sara compito il detto istromento, qual nelle operationi stara, come che in margine vedi, & essendo tal istromento perpendicolarmente piantato, & occorrendo a traguardare per la segatura b a. qualche segno in alto posto dalla banda verso a. sempre potrai essequire il tuo intento abbassando con l'occhio di sotto dal ponto b. cioe nel fondo della segatura, facendo uscir la linea visuale per la suprema parte della segatura verso il ponto a. & cosi volendo traguardare per qualche bassura dalla banda verso b. procederai al contrario con il tuo occhio nel ponto a. & pero piu accomodo e tal istromento con le dette due segature, che per alcuno de gli altri sopradetti duoi modi, come che con la isperienza da te medesimo te ne potrai chiarire, perche tal particularita mal si puo dar ad intendere in scrittura.



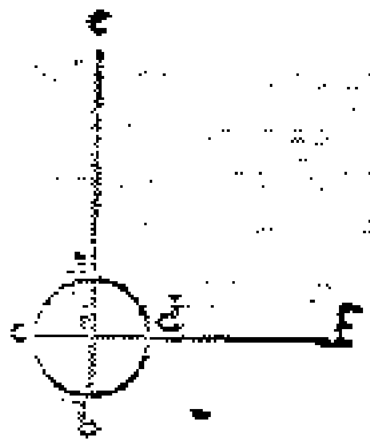


squadro per squadrar li terreni.

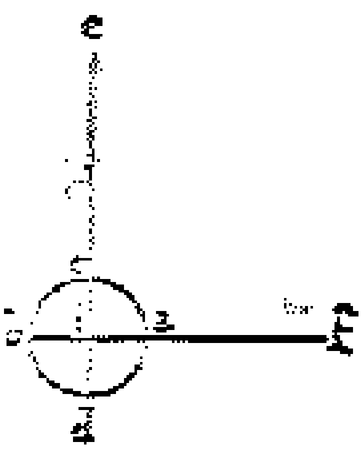


Come si puo conoscere se un squadro material e giustamente segato.

Per conoscere se'l tuo squadro e giusto, cioe, giustamente segato, pianta tal tuo istromento in qualche terreno piano, hor poniamo che la suprema superficie di tal istromento piantato sia il



cerchio. a b. & c d. il cui centro sia il ponto. i. fatto questo farai piantar vn segno alquanto lontano dal detto istrumento, hor poniamo che tal segno piantato sia il ponto. e. mi piantato talmente, che ponendo l'occhio in ponto. b. guardando per la segatura. b. i. a. si veda il detto ponto. e. fatto questo far piantar vn'altro segno, qual sia il ponto. f. talmente che ponendo l'occhio in ponto. c. senza mouere l'istrumento, & guardando per la segatura. c. i. d. si veda il detto ponto. f. fatto questo si debbe voltar il detto istrumento, senza cauarlo del suo luogo, talmente che il ponto. a. si trasferisca nel luogo, doue che al presente è il ponto. d. & che facendo il ponto. d. si trasferisca nel luogo, doue che al presente è il ponto. b. & il. b. si trasferisca nel luogo del. c. & il. c. nel luogo, doue che prima era. a. come che nella subsequente figura appare, & fatto tal reuolutione assettarai talmente il detto istrumento, che ponendo il tuo occhio nel ponto. d. et guardando per la segatura. d. i. c. che tu veda il ponto. e. & fatto questo senza mouere lo detto tuo istrumento, ponerai il tuo occhio in ponto. b. & guardarai per la segatura. b. i. a. se per sorte tu vederai il ponto. f. sarai chiaro tal tuo istrumento esser stato giustamente segato, secondo il proposito, perche seguira l'angolo. a. i. d. della prima positione esser equale. a. i. c. della seconda, e pero l'uno, e l'altro di detti duoi angoli (per la. 8. diffinitione del primo di Euclide) è retto, & similmente gli altri duoi a quelli contraposti (per la. 15. del primo del detto Euclide) saranno retti, e per tal ragioni il detto istrumento sara stato segato giustamente secondo il proposito.



Ma se per sorte quando guardarai per il detto ponto. b. della seconda positione non potesti discernere (per la detta segatura. b. i. a.) il detto ponto. f. sarai certo il tuo istrumento esser fallo, cioe esser stato malamente segato, e pero cercarai di refarne segar vn'altro con maggior diligentia, altramente nelle tue operationi, & squadrationi ne seguiria non piccoli errori, e pero circa cio sarai auertente.

Del modo di saper operar il sopradetto squadro materiale, & come che si ha da intendere nelle essemplar squadrationi. Cap. II.

PErche saria difficultoso, con tal gran forma d'istrumento nel margine della presente opera darti il modo, & la regola di saper operar tal istrumento nelle nostre squadrationi, e per tanto auertirai doue sopra di vna linea trouarai segnato vn. e. quello intenderai per il detto squadro, & massime quando tal. e. sara segnato con questa. s. laqual lettera rappresenta questo nome squadro.

Da notare.

BIsogna notare, che il misurator di terreni debbe sempre hauere vn mazzo di bacchette drite, parte sottile, & parte grosse, che siano bianche, cioe scorzate da far piantare per segno nelli luoghi doue occorrera il bisogno, come per l'auenir s'intendera.

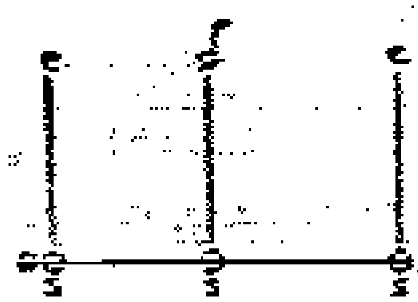
HOr per meglio intendere la regola, & il modo di saper operar il sopradetto squadro, & con ragione dico ch'egli è possibile da vn ponto dato in vna linea retta cauarne vna linea perpendicolarmente, cioe a squadra. Questa propositione Euclide (nella vndecima del suo primo libro) la insegna a essequir con il compasso, & noi in questo luogo mostraremo a mandarla ad effetto con il squadro. Essempi gratia sia la linea retta. a. b. & in quella sia signato il ponto. c. Volendo mo dal detto ponto. c. cauarne vna linea perpendiculare sopra della detta. a. b. farai piantare perpendicolarmente vna bacchetta grossa in vna delle due estremita della detta linea. a. b. hor poniamo che tal bacchetta sia la. b. d. fatto questo piantarai il tuo squadro perpendicolarmente nel ponto. c. & quello girarai talmente, che stando tu con l'occhio dalla banda verso. a. & guardando per vna delle. 2. segature tu veda la detta bacchetta. b. d. & vista quella, senza mouere il squadro, tu te voltarai con l'occhio a l'altra segatura verso. e. et guardarai per quella, & farai piantar vna bacchetta delle grosse, talmente che tu la veda guardando per la detta seconda segatura, laqual seconda bacchetta pongo sia la. e. f. hor dico la distantia, ch'è dal ponto. c. al ponto. e. sara la ricercata linea perpendicolare sopra la linea. a. b. laqual linea, ouer distantia, che è dal ponto. c. (doue piantato il nostro istrumento) al ponto. e. doue piantata la bacchetta. e. f. non l'ho voluta tirare altramente con inchiostro in questo primo essempio, per due ragioni prima, perche nelle peregrationi tal linee non si segnano con inchiostro, come che in carta si costuma, anzi s'intendono con la imaginatione, perche come fu detto nella diffinitione della linea, per la distantia di duoi ponti, non è altro che vna linea, ancor che tal linea non vista con color dipinta, ne designata. Et perche quando che la distantia di duoi ponti simili fosse molto longa volendola far misurare, acio che'l misuratore proceda per linea retta nel misurare bisogna fra la bacchetta. e f. & il nostro istrumento piantato in ponto. c. piantar molte bacchette, come sono quelle. 6. piantate so-

pra la

pra la linea a b. nelli ponti a. c. d. e. f. b. in margine poste, & tale bacchette vogliono esser delle sottile, & non grosse, lontana una dall'altra circa .10. over .12. pertiche lineali, lequali bacchette con facilita si faranno (con l'aspetto) piantar per retta linea, per mezzo della bacchetta grossa e. f. & del nostro instrumento piantato in ponto. c. e pero il misuratore, per vigore delle dette bacchette piantate, volendo misurare dal ponto. c. al ponto. e procederai per retta linea, ma senza le dette bacchette piantate facilmente nel misurare si inarcaria, o da una bāda, o da l'altra, facendo molto piu la detta distantia dal. c. al. e. di quello che la fusse, il che saria in danno di colui, che comprasse tal terreno, e pero colui che compra debbe cercare di trovare un buon misuratore, perche la maggior parte de gli errori, che puo occorrere in una pertegatione sono in danno di colui che compra, & in utile di colui che vende, e per tanto bisogna in cio avertire.

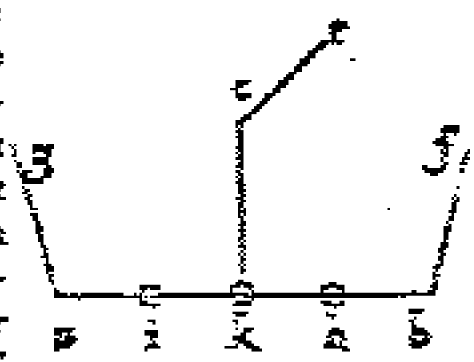
Da notare.

Bisogna avertire, anchor che in questa prima figuratione non ho voluto tirare, over figurare, con inchiostro dal ponto. c. al ponto. e. la sopradetta linea. c. e. (per le ragioni di sopra dette) nondimeno per l'avenire in tutte le simili (per farmi meglio intendere) tiraro tale distantie con inchiostro, e pero nō te ne maravigliare. Anchor nota che cō la sopra detta regola poi elevar .2. over piu linee perpendicolari sopra una medesima linea, come in margine vedi le .3. linee e. c. f. d. e. c. a squadro sopra la. a. b. & pero tutte .3. vengono a esser equidistante tra loro.

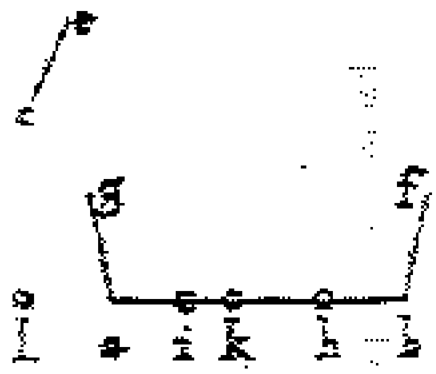


5 Nchora dico, che da un ponto dato fuora di una linea retta, de indefinita quantita, egli e possibile di tirar una linea perpendicolare sopra quella. Questa medesima propositione dimostra di essequire con il compasso Euclide nella .12. del suo primo libro, & noi mostraremo di essequire tal problema con il nostro instrumento materiale chiamato squadro.

Sia adunque la linea retta. a. b. & il pōto dato fuor di quella sia. c. dico che dal detto ponto. c. egli e possibile di condur una linea perpendicolare sopra la. a. b. e per far tal effetto piantarai nel detto ponto c. una bacchetta perpendicolare al piano, quale pongo sia la. c. e. Similmente ne piantarai, over farai piantar un'altra in una delle due estremita della data linea. a. b. over in una, & l'altra estremita dellequali pōgo che l'una sia la. b. f. & l'altra la. a. g. fatto questo piantarai il tuo squadro sopra la detta linea. a. b. talmente che ponendo il tuo occhio dalla banda verso. a. & guardando per la segatura verso. b. che veda la bacchetta. b. f. hor poniamo che tal instrumento talmente posto in questa prima positione sia. h. hor bisogna senza muover l'instrumēto mettere l'occhio tuo verso. h. & se guardando per tal segatura per sorte tu potrai rettamente veder la bacchetta. c. e. la distantia lineale dal detto ponto. h. al detto ponto. c. saria perpendicolare sopra la data linea. a. b. che saria il proposito. Ma se per caso in tal prima positione. h. (come la maggior parte delle volte accade) nō potrai veder la detta bacchetta. c. e. trasportarai tal instrumento piu verso. a. over verso. b. secondo che la ragion naturale ti dira, hor trasportandolo nel ponto. i. & assettandolo pur secondo l'ordine detto, cioe ponendo l'occhio tuo verso. a. che tu veda per la segatura la bacchetta. b. f. over che ponendo il detto tuo occhio verso. b. & guardando per la segatura verso. a. che tu veda la bacchetta. a. g. perche quello che ti venira per un verso ti doveria venir anchora per l'altro, essendo la linea. a. b. retta, e pero se ponendo l'occhio dalla banda verso. a. & vedendo per la segatura la bacchetta. b. f. & ponendo poi l'occhio dalla banda verso. b. et guardando per la segatura verso. a. tu non potessi veder la bacchetta. a. g. saria segno la data linea nō esser retta, perche tutti li pōti interposti nella linea retta debbono corrispondere alli estremi di quella, ma tornando al nostro primo proposito. Supponemo pur che da l'una, & l'altra banda che sia posto l'occhio, che li veda la bacchetta contraposta. fatto questo bisogna anchora (senza muovere l'instrumento) trasportar l'occhio dalla banda verso. i. & guardar se per tal segatura tu poi veder la bacchetta. c. e. & se per sorte la vederai, la distantia lineale, che sara dal ponto. c. al ponto. i. sara perpendicolare sopra la detta linea. a. b. che saria il proposito.



Ma se per sorte guardando per la detta segatura non potrai veder la detta bacchetta. c. e. a te sara necessario a trasportar il tuo instrumento sopra la data linea. a. b. verso. a. over verso. b. secondo che la ragion naturale ti dira, hor poniamo che trasportandolo in ponto. K. faccia lo sperato effetto, cioe che ponendo l'occhio dalla banda dell'instrumento verso. a. & guardando per la segatura verso. b. che tu veda la bacchetta. b. f. & ponendo anchora il detto occhio dalla bāda verso. K. & guardando per la segatura verso il pōto. c. che tu veda la bacchetta. c. e. trovato tal luogo sara chiaro

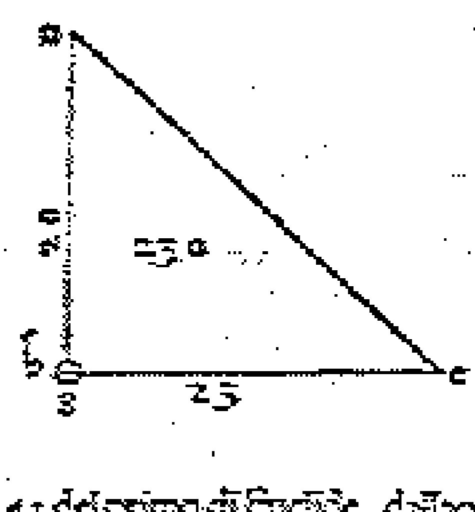


che la distantia lineale, che sara dal ponto .c. al ponto .k. esser perpendicolare sopra la detta linea .a b. come che era il proposito di trouare, laqual distantia .c k. in fatto proprio tu la notificaresti con il far piantar rettamente piu bacchette fra l'istrumento, & la bacchetta .c e. come nella precedente fu detto. laqual cosa facilmente farai far a vna seconda persona incontrando tu con l'aspetto ciascuna di dette bacchette, con la bacchetta .c e. & con il tuo istrumento, ma accio meglio la comprendi ti ho tirata tal linea dal .c. al .k. con inchiostro, come che in margine puoi vedere.

Ma quando che per sorte non trouassi luogo sopra la data linea terrena .a b. di poter vedere per le due seguature la bacchetta .b f. & la bacchetta .c e. come che in questa seconda figuratione appare, saria segno, che dal detto ponto .c. non si potria tirare vna perpendicolare sopra la terminata linea .a b. ma perche la propositione dice sopra vna linea de indefinita quantita, & per tanto per trouar di essequir tal effetto, bisogna procedere in piantar il nostro istrumento direttamente in longo, fuora della detta terminata linea .a b. da quella banda, doue si vedera il bisogno, come saria a dir in ponto .l. nel qual ponto .l. se trasguardando per le due seguature potrai discernere la bacchetta .a g. & la .c e. la distantia lineale, che sara dal .c. al .l. sara perpendicolare sopra la linea .a b. intesa di indefinita quantita, perche protrahendo la detta linea .a b. con inchiostro per fin al detto ponto .l. & continuando la distantia lineale con inchiostro dal .c. al .l. quella si vedera sensibilmente esser perpendicolare sopra la linea .a b c. che saria il proposito.

Del modo di squadrar li terreni contenuti da linee rette. Cap. III.

DApoi che inteso hai le due precedenti propositioni, lequali in effetto sono il fondamento del maneggiar l'istrumento del squadro, nel squadrar di terreni, voglio che principiamo al detto squadrar di terreni, & prima di quelli che sono in forma triangolare. Et per tanto supponemo che sia la pezza di terra .a b c. in forma triangolare, hor volendo saper quanto sia questa pezza di terra, prima troua, se possibile e, vna linea, che dal ponto .a. venghi perpendicolarmente sopra la linea .b c. onde procedendo secondo l'ordine dato nella precedente, se per sorte tal linea cascasse precisamente in ponto .b. detto tal triangolo .a b c. esser rettangolo, cioe l'angolo .b. (detto e il squadro) saria retto, & perche ogni triangolo rettangolo e sempre la mita di vna superficie rettangola, laqual superficie rettangola in questo caso saria longa quanto che e la linea .b c. qual la supponemo esser pertiche 25. & larga quanto che e la linea .a b. laqual supponemo esser pertiche 20. onde tutta la detta superficie rettangola, in questo caso veneria a esser il produtto di pertiche 20. fia pertiche 25. che faria tauole 500 di terreno, ma perche il detto triangolo e solamente la mita di tal integra superficie rettangola, e pero pigliaremo la mita di quelle .500. che sara .250. & cosi diremo tal pezza di terra triangolar esser ta. 250 di terreno, & tutto questo generalmente si dimostra nella



41 del primo di Euclide, dallaqual propositione nella pratica di geometria si costuma a determinare l'area superficiale di ogni specie di triangolo rettilineo, in tre modi, prima con il multiplicare la quantita della perpendicolare fia la quantita di quel lato doue casca sopra la detta perpendicolare, il qual lato si chiama basa del detto triangolo, & di tal produtto pigliarne la mita, come che di sopra e stato fatto, che habbiamo multiplicato la quantita della perpendicolare .a b. laqual e pertiche 20. fia la quantita della basa .b c. quale e 25. fa 500. & la mita di quello, che sara 250. habbiamo detto esser l'area superficiale di tal triangolo .a b c.

Il secondo modo e a multiplicar la mita della perpendicolar .a b. laqual mita sara pertiche 10. fia quelle pertiche 25 della basa, & fara medesimamente tauole 250. si come per l'altro modo.

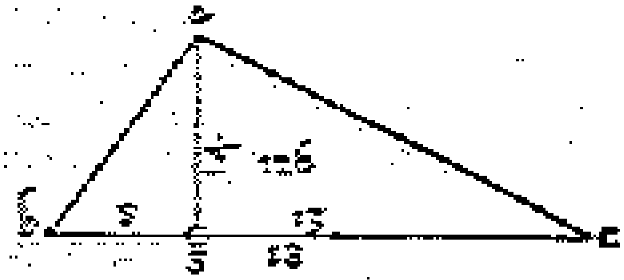
Il terzo modo e a multiplicar tutte quelle pertiche 20 della perpendicolare fia la mita di quelle pertiche 25. laqual mita sara pertiche 12 $\frac{1}{2}$, onde multiplicando 20 fia 12 $\frac{1}{2}$, fara medesimamente 250. si come per gli altri duoi modi.

Son certo che coloro, che intende queste pratiche, con queste mie tanto minute dichiarationi gli veniro in fastidio, ma tai mie minute dichiarationi non le pongo per color che le sanno, ma solamente per insegnarle a coloro che non le sanno, e pero non si scandalizar di me, perche vna cosa e a voler mostrar simplicemente, che l'huomo sa, & vn'altra e il voler insegnar a quelli, che non sanno.

SVpponemo anchora che sia la triangolar pezza di terra .a b c. dellaquale supponemo anchora che la basa .b c. sia pertiche 28. per saper quanto sia tal pezza di terra, bisogna dal ponto

.a. che

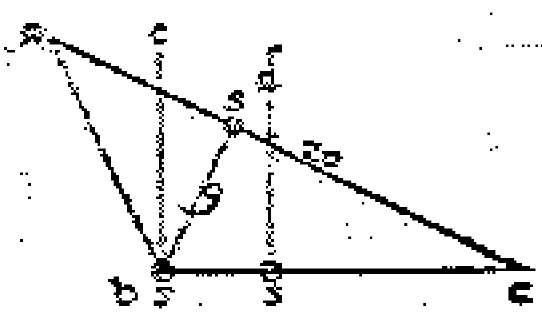
anche è fuora della detta linea b c. condure una linea perpendicolare, se possibil è, sopra la detta terminata linea b c. onde operando per la regola data nella terza del precedente capo, & supponemo che quella sia la a s. & che quella sia pertiche 14. e per tanto pigliaremo la mità di 14. che sarà 7. & multiplicaremo il detto 7. fia tutta la quantità della basa b c. che è pertiche 18. farà 126. & così tavole 126. diremo esser tal pezza di terra, il medesimo si veniva multiplicando la mità della basa, che saria 9. fia tutta la perpendicolare, ch'è 14. & similmente tutta la perpendicolare fia tutta la basa, & di tal produtto pigliarne poi la mità, come nella passata fu fatto, & detto, & questa particularità tienela in memoria, perche più non intendo parlarne, ma nelle operationi bisogna di detti tre modi operar quello, che torna più in proposito per schivar li rotti, cioè se il numero delle misure della perpendicolare sarà numero dispari, & quel della basa paro, pigliaro la mità della basa, & lo multiplicaro fia tutta la detta perpendicolare, & se fusse al contrario, cioè che la basa fusse numero disparo, & quello della perpendicolare paro pigliaro la mità della perpendicolare, & la multiplicaro fia tutta la basa. Et se per sorte, si il numero della basa, come quello della perpendicolare fusse numero disparo, multiplicaro tutta la perpendicolare, fia tutta la basa, & di tal prodotto pigliaro la mità, & di questa cautela ti ho voluto avertire.



Da notare.

Bisogna notare, che si nelli sequenti essempi di pertegationi, & squadrationi, come nelle due sopra notate, te le ponero solamente con misure simplici, per non ti confondere, perche havendoti mostrato nel precedente libro il modo di calculare in tutte le varietà di misurationi composte di diverse specie di misure quello si debbe satisfare in tutte le altre occorrentie.

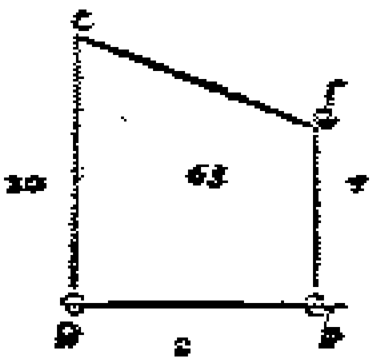
5 SUpponemo anchora, che sia una pezza di terra di forma triangolare alla similitudine del triangolo a b c. volendo squadrare tal triangolo con il trovar la perpendiculare, che discenda dal ponto, over angolo a. sopra la terminata basa b c. tal cosa trovarai esser impossibile, perche se andarai tastando per la linea b c. con il tuo instrumento, secondo l'ordine dato nella ultima del precedente capo, tu vedi, che niuna delle due linee visuale s d, & s e. passar tutte molto lontano dal detto ponto a. e pero tal perpendicolare veneria a cascar fuora del triangolo dalla banda del ponto b. come fu detto anchora nella penultima del precedente capo, cioè protraendo la c b. per fino a tal luogo, laqual perpendicolar in un simil caso la me servirìa, trovata che fusse, perche multiplicando tal perpendicolare per la mità della quantità della linea, over basa b c. me produria la quantità di tal pezza di terra triangolare, ma perche bisogna pensare, che a far tal effetto bisogna intrare sul terreno del tuo confinante, che par una cosa strana a chi poco intende, e pero nelle simili per far tal effetto, piglia per la basa il maggior lato di tal triangolo, sopra del quale sempre si trovarà il ponto, dove cadera la perpendicolare dal angolo opposito a tal maggior lato, laqual perpendicolare in questo caso, il ponto del suo cadimento lo cercaremo sopra il lato a c. discendendo quel dal angolo b. a tal lato opposito, onde procedendo per la regola data nella ultima del precedente capo trovaremo quella esser b s. laqual perpendicolare supponendo che la sia, ponimo pertiche 9. & supponendo la basa a c. esser pertiche 20. seguiria l'area superficiale di tal pezza di terra esser tavole 90. cioè 90 pertiche quadre, o vuoi dir 90 quadretti di terreno di una pertica lineale per lato, & se in tal misuratione havessi misurato con una canna, overo con cavezzo, overo con un passo, overo con un'altra misura sorta a tuo piacere, tal pezza di terra saria 90 quadretti di terreno di una di quelle tai misure per lato, & di questo te ne ho voluto avertire, perche per l'avenire la maggior parte delle volte non ponero nome alle misure, acciochè la questione s'intenda generalmente, cioè con qual si voglia specie di misura.



Come si quadrano le pezze di terra in forma di capo tagliato, & doppi capi tagliati.

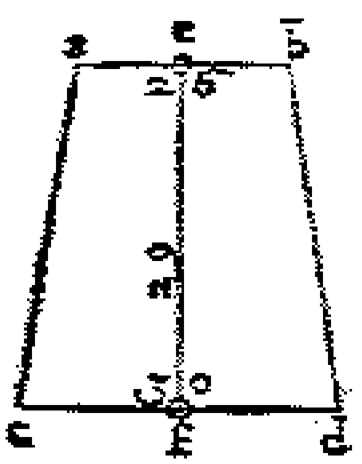
4 ESsendo una pezza di terra in forma di capo tagliato, & volendola squadrare sempre si debbe summar insieme le quantità di quelli duoi lati fra loro equidistanti, & di tal summa pigliarne

la mità, & tal mità multiplicarla fia la quantita di quel lato, doue sopra furno perpendicolarmente quelli duoi lati equidistanti, & il produtto di tal multiplicatione sara l'area superficiale di tal capo tagliato. Essempi gratia sia il capo tagliato a b c d. & per conoscere se sia capo tagliato, con il squadro bisogna vedere se li duoi angoli a. & b. sono retti, ouer anchora non, & questo facilmente conoscerai per la regola data sopra la seconda del precedente capo, cioe dimando due linee nelli ponti a. & b. perpendicolari sopra la a b. & se tai perpendicolari l'una cascara precisamente sopra il lato a c. & l'altra sopra il lato b d. tal forma di terreno sara capo tagliato, hor ponemo che la linea a c. sia 10. & la a b. 8. & la b d. 7. volendo mo squadrare tal capo tagliato summa insieme le quantita di duoi lati equidistanti, cioe 10. & 7. che fa 17. pigliane la mita, che sara 8 $\frac{1}{2}$, & questa multiplica fia la quantita della a b. qual è supposta 8. & fara 68. & tanto sara l'area superficiale del detto capo tagliato a b c d. & con tal regola squadrarai gli altri simili, auertendoti che le misure di capi tagliati se notano in polizza con due teste, & vna longhezza, come che in margine vedi, perche nel squadrare le simile forme delle pezze di terra si risolueno la maggior parte in triangoli, & capi tagliati, perche si misura prima vna delle due teste, & poi la longhezza, & finalmente l'altra seconda testa. Et pero si come di mano in mano si vanno facendo misurare, cosi anchora di mano in mano se vanno notando in su la sua polizza per non scordarsele.



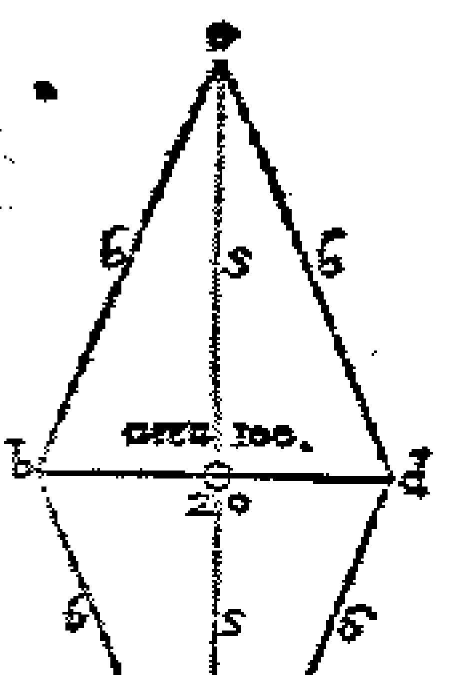
vna pezza di terra
te. pertiche 10.
lõ. pertiche 8.
te. pertiche 7.

5 Essendo anchora vna pezza di terra in forma di doppio capo tagliato, & volendola squadrare, & saper quanto sia tal pezza di terra, summarai per le due teste equidistanti, & la mita di tal summa multiplicarai fia la longhezza di tal figura, & il produtto sara l'area superficiale di tal pezza di terra. Essempi gratia sia la pezza di terra a b c d. in forma di doppio capo tagliato, cioe che la testa a b. (quale supponiamo che sia 26 misure) sia equidistante all'altra maggior testa c d. laqual supponemo che sia 30 misure, & supponemmo anchora che la sua longhezza f e. (qual debbe esser a squadro sopra l'una, & l'altra testa) sia 29 misure, ma se per sorte la f e. non si potesse trouare con il squadro esser perpendicolare sopra a l'una, & l'altra testa saria segno tal forma di terreno non esser doppio capo tagliato, e pero in tal caso altramente bisognaria procedere per saper quanto fusse tal pezza di terra, di quello che di sopra habbiamo narrato, & questo nel nostro processo si dira. Ma in questa supponemmo per che la testa a b. non solamente sia equidistante alla testa c d. ma che dimando dal ponto f. la linea f e. a squadro sopra della c d. che quella vada a cascare sopra la a b. in ponto e. pur a squadro. Onde per saper quanto sia tal pezza di terra, summa le due teste, cioe 26. & 30. fara 56. pigliane la mita, che fara 28. & questo 28 multiplica fia la longhezza, cioe fia quel 29. fara 812. & tante misure quadre sara tal pezza di terra.



Nota che li duoi lati a c. & b d. s'intende che siano retti, & non curui, perche quando che fussero alquanto curui non saria tal forma doppio capo tagliato, e pero in tal sorte di forme bisognaria procedere altramente di quello, che è stato detto di sopra, come per lo auenire s'intendera.

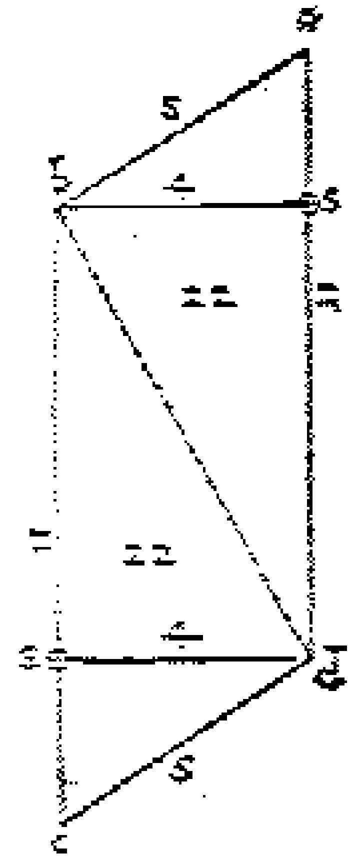
6 Essendo anchora vna pezza di terra in forma di helmuaym, ouer rhombo, & volendo squadrare, & sapere quanto sia tal pezza di terra, resoluerai tal pezza di terra in duoi triangoli, & dapoi squadrarai l'uno, & l'altro di quelli per la regola data sopra di triangoli, & la summa de l'uno, et l'altro di detti 2 triangoli, sara la quatita superficiale di tal forma rhombica di terreno. Essempi gratia sia vna pezza di terra a b c d. in forma rhombica, & sia misure 6. per lato. Hor e manifesto, che se tal pezza di terra fusse rettangola, che la saria vno quadrato, & l'area superficiale di tal quadrato saria 36. ma per esser rombica dal presupposito seguita necessariamente queste tre particolarita, cioe che niun di suoi angoli sia retto, cioe a squadro, ma li duoi di quelli saranno acuti, & duoi ottusi, come che anchora al senso si vede, cioe che li duoi a. & c. contraposti sono acuti, & li duoi b. & d. contraposti sono ottusi, l'altra particolarita sara questa, che l'area superficiale di tal rhombo di necessita sara meno di 36. perche la maggior superficie, che contener si possa fra 4 linee equali è la forma quadrata, & quanto piu che tal forma si va allontanando dalla figura quadrata (con piu acuti, & ottusi angoli) tanto piu men superficie andara contenendo, la terza, & vltima particolarita è che resoluendo tal figura, ouer forma in duoi triangoli, con il tirarui il diametro a c. ouer b d. trouando poi le due perpendicolari con il squadro le dette due perpendicolari cascaranno nel mezzo di tal diametro, come nella forma si vede, hor supponemmo, che la basa de l'uno, & l'altro di duoi triangoli a b d. & c b d. cioe la qual è b d. sia 20 misure, & l'una, & l'altra delle due perpendicolari, ponemo che sia 5. onde multiplicando la detta perpendicolare fia la mita della basa fara 50. & tanto saria l'uno di detti duoi triangoli, talche tutti duoi li detti triangoli veniriano a essere 100. & perche a multiplicar tutta la perpendicolare d'vn triangolo fia tutta la basa di quello, il produtto è sempre doppio all'area superficiale di quel



tal

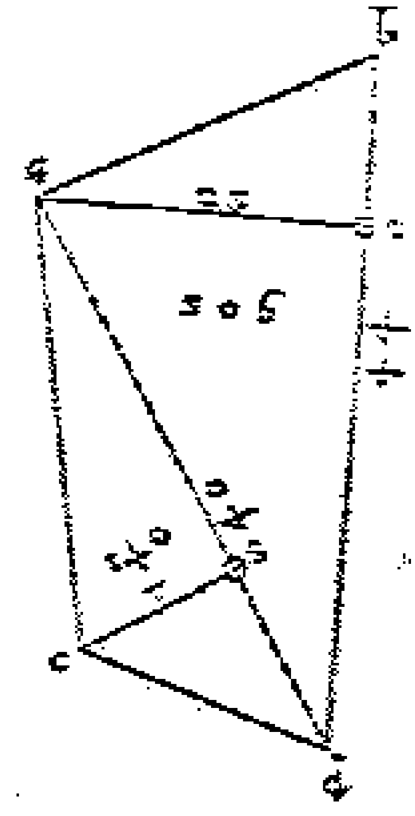
tal triangolo, e pero in questo caso il produtto di vna delle dette due perpendicolari fia tutta la basa b d. ne dara l'area superficiale di tutta tal figura rhombica.

7 Poniamo anchora che sia vna pezza di terra in forma di vno simile helmuaim, ouero rhomboide, laqual volendola squadrare, & determinare la quantita superficiale di quella, tal atto si puo fare in duoi modi, il piu laudabile da ogn'uno è a risoluerla in duoi triangoli, tirando l'uno di suoi diametri, & dapoi trouar l'area superficiale di ambiduoi li detti triangoli, & la summa di quelle sara l'area superficiale di tal pezza di terra. Essempi gratia sia il detto rhomboide a b c d. che l'uno, & l'altro di duoi lati maggiori, & contraposti di quello sia vndici misure, & l'uno, & l'altro di duoi menori sia cinque misure. Volendo mo squadrare, & determinare l'area superficiale di tal figura terrea, eglie manifesto quando che tal figura fusse rettangola, quella saria vn tetragon longo, o vogliamo dire vno rettangolo, & l'area superficiale di quello saria 55 misure superficiali, ma per non esser rettangolo, anzi li duoi angoli a. & c. contraposti sono acuti, & gli altri duoi b. & d. sono ottusi, e pero la detta sua area superficiale necessariamente sara men di 55. & tanto piu sara meno (come fu detto nel rhombo) quanto piu li detti angoli acuti, ouero ottusi saranno discosti dal angolo retto, & perche tal discostamento puo procedere in infinito, e pero il suo minuimento puo diminuir in infinito.



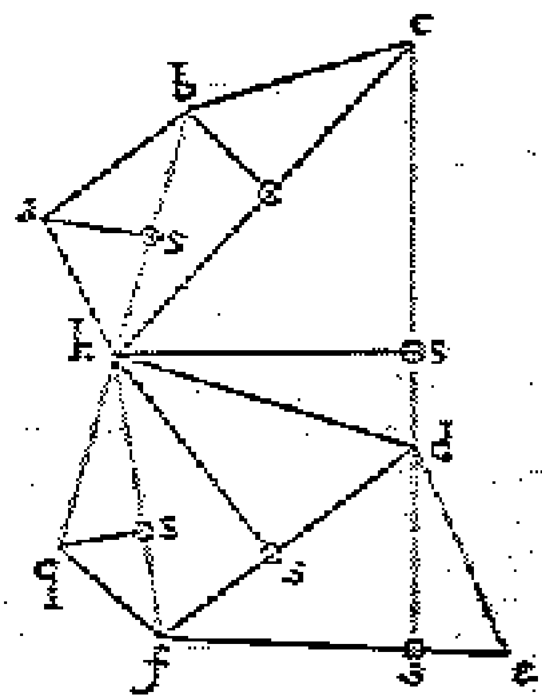
Hor per tornar al nostro primo proposito, per squadrar tal figura per il primo modo, qual e il piu laudabile da ogn'uno, tiraremo l'uno di suoi diametri, hor tiramo il diametro b d. & cosi tal figura sara diuisa nelli duoi triangoli a b d. & b d c. delliquali trouando con il squadro le due perpendicolari b s. & d s. & supponeremo che l'una, & l'altra di quelle sia quattro misure, onde multiplicando la mita de l'una, & l'altra di quelle fia la basa, & fara 22. & tanto sara l'area superficiale di vno, & anchora dell'altro di detti duoi triangoli, la summa dellequal due aree venira a esser 44. & tanto sara l'area superficiale di tutta la detta figura, il medesimo ti veniria al primo colpo multiplicando tutta la perpendiculare di qual si voglia di detti duoi triangoli fia tutta la basa di quello, come fu detto anchora del rhombo.

8 Volendo anchora squadrare, & determinare l'area superficiale di vna pezza di terra, che habbia forma di vno helmuariffe, o vuoi dire di vna trapecia, laquale è contenuta di quattro lati, & angoli disregolarmente posti, tal figura si puo squadrare in piu modi, secondo la qualita di tal forma, ma la general sua regola è a risoluerla in duoi triangoli (con il tirare l'uno di suoi diametri) & dapoi procedere, come nelle due precedenti, cioe trouar l'area de l'uno, & l'altro di detti triangoli secondo le regole date sopra di detti triangoli, & la summa di tai due aree superficiali sara l'area superficiale di detta figura. Essempi gratia sia la trapecial forma di pezza di terra a b c d. Volendo squadrare tal pezza di terra per il modo piu lodato da ogn'uno, tiraremo il diametro a d. & cosi sara risolta tal pezza di terra nelli duoi triangoli a b d. & a c d. delliquali trouando la perpendicolare a ciaschaduno di quelli, lequal perpendicolari sono sia la c s. (laqual supponemo che la sia misure 7) et l'altra sia la b e. (laqual supponemo che sia misure 23) supponeremo anchora che la basa a d. sia 40 misure, & la b d. 44. onde per le ragioni date sopra il squadrar di triangoli il triangolo a c d. faria 140 misure superficiali, cioe quadrate, & il triangolo a b d. ne faria 506. quale due quantita superficiali gionte insieme faranno 646. & tanto sara l'area superficiale di tutta la trapecial forma terrea a b c d.



9 Volendo anchora squadrare, & determinare la quantita di vna pezza di terra rettilinea di 5. ouer di 6. ouer di piu lati contenuta la commune opinione de gli intelligenti è, che si debbia risoluere tal figura rettilinea in triangoli, & dapoi trouar l'area superficiale di ciascuno di detti triangoli, secondo le regole date al suo luogo, & cosi la summa di tutte quelle aree superficiali sara la quantita superficiale di tutta tal pezza di terra, laqual sua openione da vna banda la lodo, & da vn'altra nõ molto la commendo, lodo tal sua openione di risoluere ogni specie di figura rettilinea in triangoli, per piu ragioni prima, perche di tutte le figure rettilinee, la prima è il triangolo, & tutte le altre di piu lati contenute sono composte di triangoli, & perche rarissime volte accade, che si troui vna pezza di terra di quattro lati, che sia perfettamente parallelogrammo rettangolo, ne manco che sia perfetto rhombo, ouer rhomboide, e pero sempre per dar tempo alla pratica si puo risoluere in duoi triangoli, & quelli squadrar secondo che nelle precedenti è stato detto, & cosi se tal pezza di terra sara di cinque lati rettilinei risoluerla in tre triangoli, & se la sara di 6. risoluerla in quattro triangoli, & se la sara di sette lati risoluerla in cinque triangoli, & cosi discorrendo in qual si voglia numero di lati distinti retti, che sia contenuta vna pezza di terra, tu la puoi sempre risoluere in tanti triangoli quanti sono li suoi lati meno duoi, cioe se la sara di otto lati, tu la puoi risoluere in 6. triangoli, cioe in 8 men 2. che è pur in 6. & cosi ti seguira nelle altre di maggior numero.

Ma perche faria cosa tediosa a essemplificare tante pezze di terra quanto è la varieta del numero di lati, che le possono contener, e pero per vltimar il squadrar di queste figure rettilinee lo voglio far con vna figura di otto lati, qual sia la a b c d e f g h. hor volendola squadrare (con il risoluerla in 6 triangoli) tal risolutione si puo far in diuersi modi, secondo il parer de l'operante, delliquali l'uno è questo, che in margine ti ho descritto, i quali 6 triangoli, squadrandoli a vno per vno secondo la regola data sopra quelli, & finalmente trouando la quantita superficiale di ciaschaduno di quelli, & summando poi tai sei quantita superficiali insieme, tal summa sara la quantita superficiale di tal figura terrea di otto lati, & quantunque tal risolutione, & conclusione, non si puo negare, che la non sia buona, & giustamente conclusa, nondimeno dico, che colui, che via tal modo in tutte le figure rettilinee esser poco prudente, perche lui non auuerde quanto fatica, e tempo gli accresca il proceder per tal via, ouer modo, perche el non si puo negare, che in tutti li luoghi, doue si vede esser piantato il squadro, bisogna che lui vi vada personalmente, per che tutte le altre accadenti operationi (come è il far piantar li signali neli angoli di tal pezza di terra, & similmente il far piantar le bachette, per misurar rettamente le perpendicolari di tai triangoli, & similmente il misurar doue bisogna) le puo, & le debbe far fare a quelli contadini, ouer altri a cio deputati, ma il maneggiar de l'instrumento del squadro a lui solo s'appartiene di far tal officio, & non ad altri. Et pero si vede quante volte bisogna che lui vada trauersando tal proposta pezza di terra per andare a piantar il detto squadro alli luoghi doue bisogna, oltra molte altre sue discommodita, che gli seguono appresso, che longo saria a narrarli, ma tu nelle operationi in tal caso le conoscerai se in tal modo procederai.



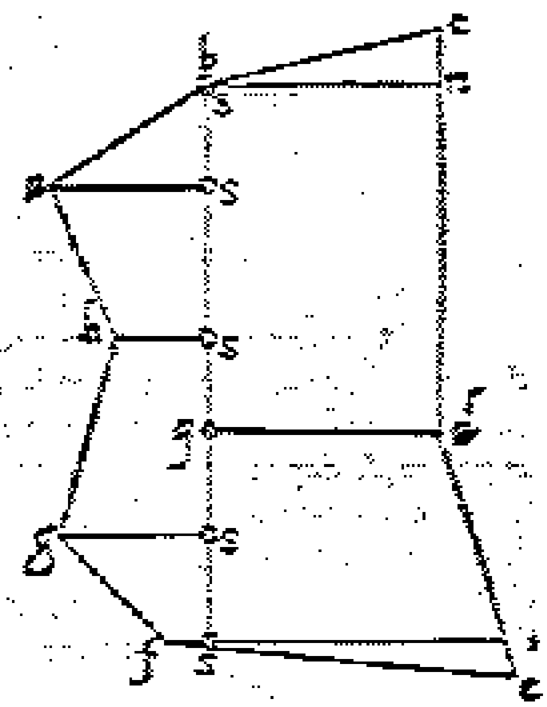
Et se a risoluere vna pezza di terra in triangoli per volerla squadrare con l'instrumento del squadro è via molto fatiosa, & longa, molto piu fatiosa & longa sara a voler squadrar li detti triangoli per via di radici, come vogliono molti, & massime Hieronimo Cardano, & non si auertiscono questi tali, che il squadrare vna figura per via di proportioni, & di radici, non è stato inuestigato da nostri antichi geometri, per operarlo nel squadrar di terreni, ne in quelle figure, che manualmente si possono misurar doue, che fa di bisogno, ma solamente per quelle che manualmente non si possono misurare in quelli luoghi, doue fa di bisogno, come nella seguente quarta parte si fara manifesto, perche egliè vna simplicita espressa a voler star a trouar per forza di radici, & di proportioni (nelle attioni naturali, ouer materiali) quelle linee che manualmente con la misura si possono misurare. Alcuno potria dire, che con la misura non si puo realmente misurare quelle linee, che sono irrationali, rispondo che nelle simili questioni di terreni, & altre materiali questioni non si tien conto nelle conclusioni naturali de gli errori insensibili.

Anchora per vn'altra ragione non molto comendo tal modo di risoluere ogni figura rettilinea in triangoli, perche colui che compra, come colui che vende per ragion naturale non sono tanto capaci della regola, che si costuma a squadrare li detti triangoli, come sono di quella, che si costuma in squadrare li capi tagliati, e pero il misuratore (per tal ragione) si debbe sforzare di procedere, tal mente che le sue attioni siano intese per ragion naturale dalli interessanti, cioe si da colui che vende, come da colui che compra, si vuole esser da loro, & altri soprastanti comendato.

10 Ma volendo procedere secondo la mia openione, in tal mia openione si poria anchora procedere in diuersi modi, delliquali te ne narraro vn solo, qual è questo, formati vna linea retta, che passi da vn capo a l'altro di tal pezza di terra a b c d e f g h. come che in questa saria la a s h. & questa tenirai per tuo principal fondamento in tal squadratione, & similmente con il tuo instrumento voglio, che da l'angolo f tu vi tiri la linea f s. a squadra sopra la fondamental linea a s h. & questa linea f s. sara la seconda tua linea fondamentale, & per non ti abbagliare nelle tue operationi, voglio che nel andare dal s. al h. che tu vadi trouando col squadro la linea perpendiculare dalla banda destra q d. & similmente la h s. con lequal linee tu harrai risolta la parte destra nelli duoi capi tagliati s i q d. & q d h a. & nel triangoletto h a c. & anchora nel triangolo f i e. & perche nel andar (com'è detto dal s. al h.) dei far misurare di mano in mano le longhezze, & le teste di detti duoi capi tagliati, & andarle notando in vna polizza, secondo che le vai facendo misurare di mano in mano talmente, che quando sarai gionto al

ponto

ponto. b. che tu habbi notate le dette misure, acciochè tu non habbi causa a tornar a far misurar le dette perpendicolari, & giunto al detto ponto. b. per non hauer a tornar piu in quel luogo squadrarai quel triangoletto. b a c. secondo le regole date, & notarai nella tua polizza la misura della basa, & della perpendicolare di tal triangolo, & fatto questo voglio che tu ti parti dal detto ponto. b. & che venghi ritornando verso. s. sopra la medesima linea. b s. & in tal ritornare voglio che di mano in mano tu vadi trouando le perpendicolari a s. h s. g s. & secondo che le vai trouando di mano in mano, voglio che tu le vadi facendo misurare insieme con le base, ouer longhezze. b s. s s. & s s. & che tu medesimamente le vadi notando di mano in mano su la tua polizza, siche facendo giunto che farai al ponto. s. sopra la linea. f i. tu ritrouerai nella tua polizza (nel detto tuo ritorno) hauer prima il triangolo. a b s. & il capo tagliato. a s h s. & l'altro capo tagliato. h s g s. & anchora l'altro capo tagliato. g s f s. finalmente squadrarai quel triangolo f i e. & notarai le misure della sua basa, et quelle della sua perpendicolare nella tua polizza, et fatto questo tu te ne ritornarai alla stantia tua, & in quella commodamente trouarai la quantita superficiale di quelli cinque capi tagliati, & di quelli tre triangoli nella tua polizza annotati, & trouate le dette otto quantita superficiali ordinatamente assettandole l'una sotto l'altra, & summandole poi insieme, & tal summa concluderai essere la detta pezza di terra. a b c d e f g h.



Non ti ho voluto ponere alcun numero di misura alle dette perpendicolari, ne manco alle parti fatte sopra la linea fondamentale. s b. con il squadro, perche tali numeri generarino piu presto confusione, che chiarezza alcuna.

L'ordine di formar la polizza, & del far misurar la sopra data pezza di terra per ispedirsi con summa breuita di tempo.

22 Hauendoti dato il modo, & la regola di saper squadrare la soprascritta pezza di terra contenuta da linee rette in dui modi, conueniente cosa mi par a narrarti sotto breuita, non solamente l'ordine di formar la tua polizza, ma anchora l'ordine di far misurar quella, accioche con breuita di tempo ti sappi ispedir in tai negotii, laqual cosa non e di poca vtilita, & honore al buon misuratore di terreni, & per tanto dico che subito, che hai tirato la prima linea fondamentale. s b. & similmente la seconda. f s i. auanti che tu ti parti di quel luogo tu farai misurare la linea, ouer perpendicolar. s i. laqual ponimo che sia pertiche 26. & tu subito notarai nella tua polizza, testa pertiche 26. come che in margine vedi, dapoi tu farai misurar dal squadro. s. per fin al ponto. q. doue hauerai trouato il ponto del cadimento dell'altra perpendicolare q. d. hor ponimo che dal detto ponto. s. al ponto. q. vi sia pertiche 21. & tu le notarai per longhezza nella tua polizza, come che in margine vedi, & dapoi tu farai misurar l'altra perpendicolare. q d. quala pongo che sia perti. 23. & tu le notarai per l'altra testa nella tua polizza, come in margine vedi, & cosi quando che vna portegatione si troua notata con 2 teste, & vna sol longhezza si piglia, & intende per vn capo tagliato, hor per misurar l'altro secondo capo tagliato. q d n b. tu notarai per la sua prima testa. q d. quelle medesime perti. 23. gia misurate, come in margine vedi, & dapoi tu farai misurar dal ponto. q. al ponto. b. doue cade l'altra terza perpendicolare. b n. & pongo che dal detto ponto. q. al ponto. b. vi sia perti. 34. & tu le notarai per longhezza nella tua polizza, come in margine vedi, poi farai misurare la perpendicolare. b n. & pongo che la sia perti. 22. & tu le notarai nella tua polizza per l'altra seconda testa, come in margine vedi, fatto questo tu farai misurar la basa del triangolo. b n c. cioe qual lato trouarai esserti piu commodo di tuor per basa, laqual basa pongo sia perti. 24. poi tu farai misurare la sua perpendicolare (trouata, che l'hauerai) qual pongo sia perti. 10. & quelle notarai in polizza, come in margine vedi, & cosi per abbreuiar le parole, tu andarai procedendo, et notando in polizza le misure de gli altri capi tagliati, & triangoli, che nel tornar per la fondamental linea. s b. che da l'altra banda sinistra andarai facendo misurare, & compito tutte le dette portegationi tu te ne andarai alla tua stantia, come di sopra vn'altra volta ti ho detto, & cosi con tua commodita andarai calculando le dette portegationi di vna in vna, & ogni tua conclusione andarai ponendo, & notando adirimpetto della sua portegatione, & cosi similmente summarai tutte le tue conclusioni insieme (come che di sopra vn'altra volta ti ho detto) &

vna pezza di terra
testa pertiche 26.
longa pertiche 21.
testa pertiche 23.

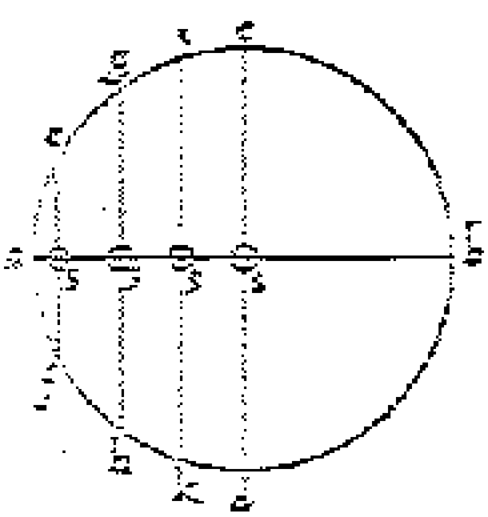
secondo capo tagliato
testa pertiche 23.
longa pertiche 34.
testa pertiche 22.

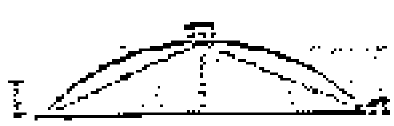
per il triangolo. b n c.
basa perti. 24.
perpen. perti. 10.

tamo conchiuderai esser tutta la detta pezza di terra a b c d e f g h.

Non ti marauigliare se in molte occasioni tal hora l'una, & l'altra retta è più longa della larghezza di tal pezza di terra, ma questo non importa anchor che paia strano, che tal pezza di terra sia più larga, che longa, perche così si costuma, & questo medesimo ordine, che ti ho mostrato con vna sola specie di misure osseruarai doue ti occorrera nelle tue misurationi più specie di misure, come che la maggior parte delle volte interuiene (come vn'altra volta ti ho detto) ma te le ho poste tutte di vna sola specie, accio meglio apprendi l'ordine del procedere, & con questo voglio far fine a questo capo.

Del modo, ouer regola di squadrare quelli terreni, che sono contenuti da vna, ouero da più linee curue, & finalmente quelli che sono contenuti da linee curue, & rette. Cap. IIII.





Anchora che rare volte si ritroui vna pezza di terra, che sia realmente in forma di cerchio, nondimeno per altri rispetti, voglio che ne supponiamo vna, qual sia la a b c d. laqual volendola naturalmente squadrare con il nostro instrumento del squadro per mezzo di tal figura circolare tiraremo la nostra fondamental linea a b. & alquanto di dentro dal ponto a. sopra la medesima linea a b. tiraremo la seconda linea fondamentale e f. perpendicolare sopra la prima linea a b. cioe a squadro sopra quella, & così farla misurare, & notarla in polita, & dapoi intrar alquanto più auanti con il tuo squadro, & tirar con il medesimo ordine la perpendicolare g h. & similmente la i k. & finalmente la c d. sopra il centro del detto cerchio, & così tirando le corde a e. e g. g i. i c. & a f. f h. h k. & k d. hauerai risolto la mita del detto cerchio nelli tre doppi capi tagliati di i k i k g h. & g h e f. & nel triangoletto a e f. i quali squadrandoli, & misurandoli secondo le regole date sopra il precedente capo, & notandoli in polita, & facendo poi commodamente le calculationi, hauerai poi in summa l'area quasi della mita di detta pezza di terra circolare, laqual area superficiale, duplicandola ti dara quasi l'area superficiale di tutta la detta pezza di terra, vero è che lasseggiaressimo quanto importaria il doppio di quel poco terreno, che si trouaria di dentro di quelli otto archetti a e. e g. g i. i c. a f. f h. h k. & k d. il qual terreno essendo cosa di momento si poria di ciascuno di detti archetti cauarne vno triangolo alla similitudine, che si vede esser cauato del soprascritto archetto l m n. & di tutti li detti otto triangoli trouarne la sua aria superficiale, & la summa di detti otto aree duplicarla (per gli altri otto, che nel l'altra mita del cerchio saria) & tal duplicatione aggiongerla alla prima area cauata di tal cerchio, & a questa vltima summa (per quelli altri archetti, che restara) vi si poria aggiongere anchora quello, che a discretione si poria giudicar, che possa essere tai archetti lassati, & così hauerai cauato naturalmente la quantita superficiale di tal pezza di terra.

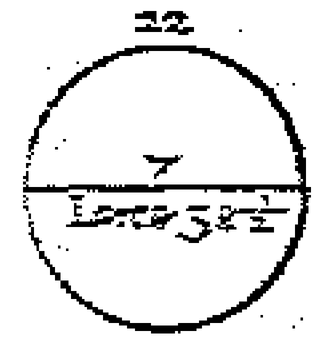
Vero è che parendoti tu poresti risoluere tutto il detto cerchio in 6. ouer più doppi capi tagliati, & triangoli, per non hauer causa a duplicar l'area di quella mita di tal cerchio.

Da notare.

Nota che con questa medesima regola tu poterai squadrar naturalmente con il detto tuo squadro vna pezza di terra, che fusse in forma di mezzo cerchio, ouero in forma di vna portion menore, ouer maggiore di vn mezzo cerchio, laqual cosa per esser facile per causa della soprapposta pertegatione non te ne pongo altro essempio per abbreuiar le parole.

So che molti si marauigliaranno, perche nel squadrare la sopra notata figura circolare di terra, non ho vsato la regola trouata da Archimede Siracusano, il quale geometricamente dimostra, che il dutto della mita del diametro di qual si voglia circolo, nella mita della sua circonferentia, ne da l'aria superficiale di quello (come che nella 4. parte di questo nostro general trattato, abondantemente ne parlaremo) & finalmente dimostra, che la circonferentia di qual si voglia cerchio, è circa tre volte tanto, e vn settimo del suo diametro, cioe che se il diametro d'un cerchio sara sette misure, la circonferentia di quello sara circa 22 di quelle tai misure. Ma il tutto ho fatto per mostrarti questa pratica naturale di saper squadrar vn cerchio con il squadro materiale, con laquale facilmente saperai squadrare anchora vna figura ouale, & ogni altra figura contenuta da vna, ouer più linee curue, & da curue, & rette, lequali figure a volerle squadrare per ragioni geometrice astratte, come costuma il mathematico saria cosa difficilissima, ma più nel misurar di terreni, tal modo operatiuo sara naturalmente meglio inteso da tutti quelli circonstanti, che non hauessero intelligentia di tai archimedane conclusioni, di questo sara procedendo per le dette regole archimedane, & fra la conclusione fatta per le regole del detto Archimede, & quella fatta con l'instrumento del squadro (essendo diligente nel squadrare, & nel far misurar) misure) non vi si troua differentia d'importantia, ne da tenerne conto. Et quantunque la intentione nostra sia di fare nella seguente parte vn particolar trattato circa alle speculationi fatte da Archimede, & da altri filosofi circa alla quadratura del cerchio, nondimeno per varij rispetti sono hor hora in questo luogo voglio narrare la detta regola di Archimede, si per trouare l'aria superficiale, come per trouare per la notitia del suo diametro quanto sia la sua circonferentia di vn cerchio, & cosi per il contrario.

3 SVpponemo adunque che'l sia vn cerchio, che'l suo diametro sia poniamo piedi 35 meali, volendo mo trouare quanto sia la sua circonferentia. Gia di sopra ti ho detto, come che Archimede con mathematiche ragioni approua, che se'l diametro di vn cerchio sara 7 misure, che la circonferentia sara senza error sensibile 22 di quelle tai misure, e pero per trouar la circonferentia di quel nostro, che per diametro è piedi 35, diremo se 7 di diametro mi da 22 di circonferentia, che mi dara piedi 35 di diametro, opera, & trouarai, che ti venira piedi 110. & cosi concluderai il detto nostro cerchio esser di circonferentia piedi 110. & se tal diametro fusse stato pertiche 35 la detta circonferentia saria pertiche 110. il medesimo seguira in quai si voglia altra specie di misure.



4 SVpponemo mo che sia vn cerchio, che la sua circonferentia sia pertiche 110. & volendo trouare quanto sia il suo diametro, procederai con la regola al contrario, dicendo, se 22 di circonferentia mi da 7 di diametro, che mi dara pertiche 110 di circonferentia, opera che trouarai che te ne venira pertiche 35.

5 SVpponemo anchora che sia vna pezza di terra circolare, che per diametro sia passa 35. Volendo saper quanto sia di superficie tal pezza di terra, troua la circonferentia, onde operando per la regola data, trouarai tal circonferentia esser passa 110. Hor per trouar l'area superficiale di tal cerchio, gia di sopra ti ho detto, che Archimede dimostra, che il dutto della mita del diametro fia la mita della circonferentia produra l'area superficiale del detto cerchio, e pero pigliaremo la mita di quelli passa 35 di diametro, che sara passa $17\frac{1}{2}$, & similmente pigliaremo la mita di quelli passa 110 di circonferentia, che sara passa 55, onde moltiplicando $17\frac{1}{2}$ fia 55 fara $962\frac{1}{2}$ passa quadri, cioe superficiali, & tanto concluderemo esser la detta pezza di terra.

Da notare.

Nota che per fuggir rotti, il medesimo fara a multiplicare tutto il diametro di vn cerchio fia tutta la circonferentia, & di quel produtto pigliarne il quarto, & il detto quarto sara l'area superficiale di tal cerchio. Essempi gratia multiplica quelli passa 35 di diametro, della sopradetta questione fia quelli passa 110 di circonferentia, fara 3850. pigliane il quarto, che trouarai esser passa $962\frac{1}{2}$ quadri, & tanto sara la superficie del detto cerchio, come per l'altro modo fu trouato.

Da notare.

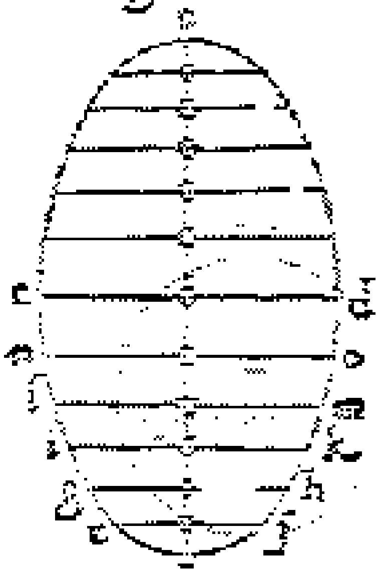
Anchora bisogna notare qualmente Archimede dimostra, che ogni cerchio è li $\frac{11}{14}$ del quadrato del suo diametro, cioe se'l quadrato del diametro fusse piedi 14 superficiali (cioe quadri) quel tal cerchio sara piedi 11 superficiali, e pero per la notitia del diametro di vn cerchio (senza far a cercare la sua circonferentia) potiamo trouar la superficie di quello. Essempi gratia pigliando quelli passa 35 di diametro della sopra notata questione, & quadrandoli, cioe multiplicando 35 fia 35 fara 1225. & di questo trouane li $\frac{11}{14}$, & per trouarli con la regola dirai, se 14 mi da 11, che mi dara 1225. opera che trouarai, che ti venira $962\frac{1}{2}$, & tanto dirai esser la superficie del detto cerchio, come di sopra, & questa tal regola è molto piu ispediente di quella data di sopra.

Da notare.

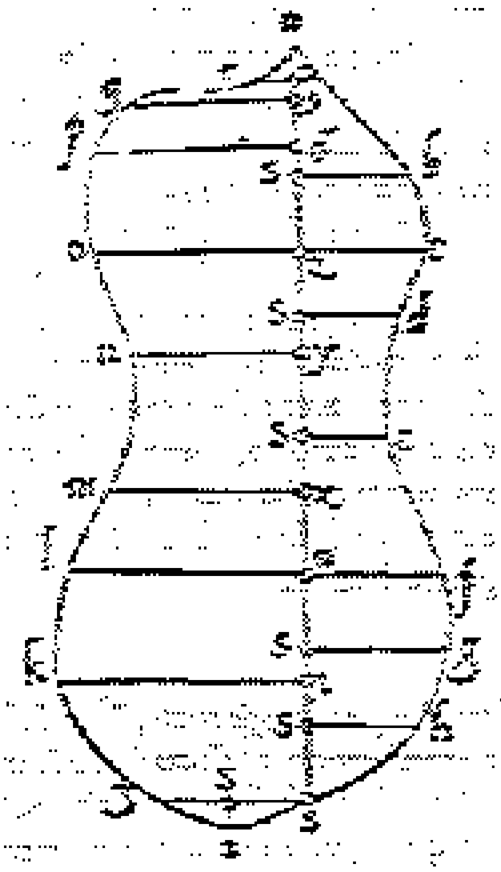
Anchora bisogna notar che dalli sopra notati modi se ne puo formare molte altre regole, che a volerle dir tutte, dubito di non venirti in fastidio, pur ti voglio dire anchora, che per la notitia sola della circonferentia, tu poi trouar la superficie del cerchio, la qual è questa, quadra la circonferentia del detto cerchio, & tal quadrato parti sempre per $12\frac{4}{7}$, & lo auenimento sara la superficie del detto cerchio. Essempi gratia se la circonferentia del detto cerchio fusse passa 110. volendo trouare la superficie del detto cerchio, quadra 110. & fara 12100. & questo partilo per $12\frac{4}{7}$, & trouarai, che te ne venira medesimamente $962\frac{1}{2}$, come per gli altri modi, & questa operatione se ben la consideri non vuol dir altro, che multiplicar il quadrato della circonferentia per 7. & tal produtto partirlo per 88. & lo auenimento sara l'area superficiale del detto cerchio.

6 SVpponemo anchora che sia vna pezza di terra in forma ouale (come che è la a b c d, (laqual figura da Apollonio Pergeo è detta elissione) volendo quadrare naturalmente con l'instrumento del squadro, tira in quella la linea fondamentale a b, & sopra di quella tal linea a b procederai (come fu fatto nel cerchio) cioè segnarai con il squadro le perpendicolari e f, g h, i k, l m, n o, & c. di lequale si supponemo che transiscano per il mezzo della figura, come fu fatto nel cerchio, ma per non star a tener conto di far che passino per il mezzo di tal figura, tu poi risoluere tutta la detta figura ouale in doppi capi tagliati, come che in margine vedi, & quanto piu spesse, ouer piu propinque le dette perpendicolari, manco ti occorrera di cauar quelli altri triangoli, che nel cerchio furno signati in quelli archetti, che intersecavano fra le estremita di dette perpendicolari, perche si vedera la curuita di tali archetti non esser quasi sensibile, e pero non caderanno error, che sia di momento, circa al far misurare li detti doppi capi tagliati, non voglio star a narrarlo, perche mi par cosa superflua, perche quello che fu detto sopra del cerchio, & di quell'altra mixta figura rettilinea ti debbe bastare insieme con la regola di notar le tue misurationi in polizza.

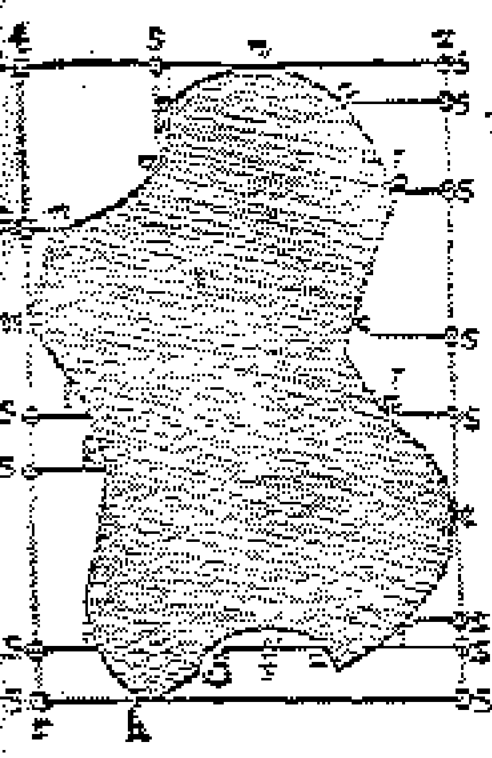
Figura ouale



7 SVpponemo anchora che sia vna pezza di terra della similitudine della figura a b c d e f g h i k l m n o p q r, per squadrare tal forma di pezza di terra, tirerai, ouer farai signare la fondamental linea s a. & dapoi con il tuo instrumento andarai risoluendo in capi tagliati, & prima da vna banda (nel andar dal s al a.) & dapoi da l'altra banda nel ritornar dal a al s. & cosi nel ritornar, come nel andar, si debbe andar facendo misurare di mano in mano le dette perpendicolari secondo l'ordine dato nella nota del precedente capo, accio non habbi causa a ritornar piu in tal luogo, et notar le dette misure di mano in mano in la tua polizza, secondo che si vanno misurando, talche fra l'andar dal s al a. et nel ritornar dal a al s. tu venirai ad hauer squadrata, & fatto misurare tal pezza di terra.



8 MA quando che per sorte ti occorresse di squadrare, & far misurare vna pezza di terra boschiva, ouero piena di altri arbori fruttiferi, di sorte, che per dentro di tal pezza di terra, tu non potessi maneggiar il tuo squadro per squadrar quella, in tal caso a te saria dibisogno di formar vna figura rettangola, ouer vn capo tagliato includendo dentro di quello il detto bosco, & fatto questo trouar la quantita superficiale di tal figura rettangola, ouer capo tagliato, & tal quantita superficiale salvar da banda, & dapoi squadrare, & trouar la quantita superficiale di tutti quelli residui, che trouarai esser fra li termini della detta pezza di terra boschiva, & li termini di quell'altra figura rettangola, ouer capo tagliato, & tal superficie residuali summarle insieme, & tal summa sottrandola di quella superficie seruata, cioè della superficie di quella figura rettangola, ouer capo tagliato, et quello, che ti restara di tal sottratione sara la quantita superficiale di tal pezza di terra boschiva. Essempi gratia sia la detta pezza di terra boschiva a b c d e f g h i k l m n o p, laquale volendola squadrare, & far misurare, & determinare la sua quantita superficiale.



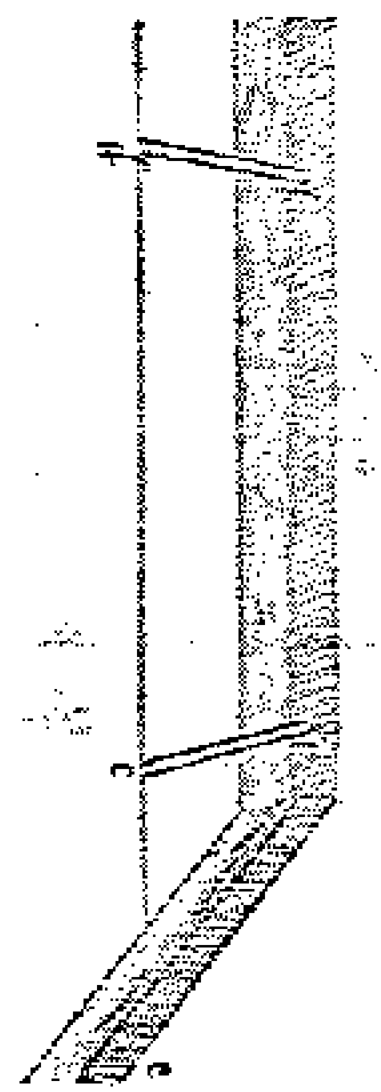
Tu descriuerai con il tuo instrumento del squadro, il rettangolo r s t u. includendo dentro di se il detto bosco, o vuoi dir la detta pezza di terra boschiva, & fatto questo trouar la quantita superficiale di tal rettangolo r s t u. & accio meglio tu intendi supponemo, che la longhezza del detto rettangolo sia misure 694. & la sua larghezza sia misure 321. onde multiplicando 321 fia 694. fara 222774. & tanto sara di superficie il detto rettangolo, cioè sara 222774 di quelle misure quadre, che hauerai operato a misurarlo, cioè tanti quadretti di terra di vna tal misura lineale per lato, & fatto questo notarai tal quantita da banda. Dapoi con il detto tuo instrumento (pigliando per linee fondamentali li quattro lati del detto rettangolo) risoluerai quel terreno, che si trouera fra li detti lati del detto rettangolo, & il bosco in capi tagliati, & in triangoli secondo che vedi in figura, ouer secondo che meglio ti venira in proposito, & le misure di ciascheduno di quelli di mano in mano li andarai notando in polizza, & dapoi te ne ritornerai a casa tua, & di tutti li detti capi tagliati, & triangoli ne trouarai particolarmente la sua quantita superficiale (secondo le regole date nel terzo capo) & tutte le dette quantita summandole poi insieme, & tal summa sottrarai di quella superficie del rettangolo, che serbasti, cioè da 222774. & il rimanente sara la quantita superficiale della detta

pezza

pezza di terra boschiua, & con tal modo puoi trouar la quantita superficiale di vn luogo padulo-so, & similmente della pianta di vn gran palazzo, ouer di vna villa, ouer di vna citta, & similmen te della pianta di vna montagna posta in qualche pianura, & altre cose simili.

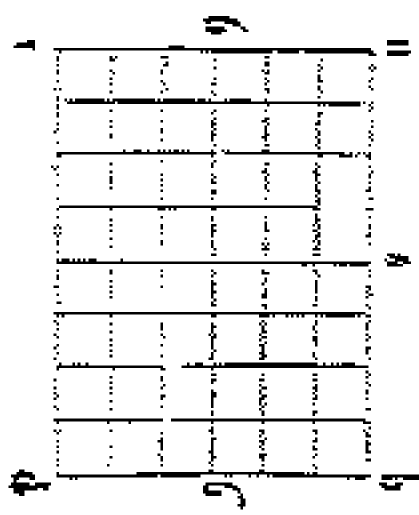
9 SVpponemmo anchora che sia vna pezza di terra circondata, non solamente da lar-ghi, & profundi fossi pieni di acqua, ma che anchora da l'una, & l'altra banda di detti fossi vi sia vna ciesa di folti, alti, & acuti spini, i quali t'impediscano, si dalla bãda di fuo-ra, come di dentro di potere approssimarti alli veri lati terminanti tal pezza di terra per esser li principali termini angolari fra l'una, & l'altra ciesa, & tal hora in mezzo del fosso pieno di acqua, & massime quando che tai fossi sono communi con il tuo vicino confinante con te, come ti dimostra la figura posta in margine.

Dico che in tal caso volendo squadrare, & misurare tal pezza di terra, voglio che la tua linea fonda-mentale, che tu la troui, ouer formi appresso al piu retto lato di tal pezza di terra per vna giusta misura, cioe voglio che per quelli spini tu spingi vn capo della tua misura per fino al segno, doue passa il vero lato di tal pezza di terra, qual in questo caso supponemmo, che tal segno, ouer termi ne, doue passa tal lato sia il ponto a. giustando poi la tua misura in piana terra, & dall'altro capo della detta misura, cioe in ponto c. piantarai vna bacchetta, & il medesimo fa quasi dall'altro ca-po del detto fosso, ouer ciesa, come si vede in figura nelli duoi ponti b. & d. cioe piantar vn'altra bacchetta nel ponto d. & cosi la linea del c. al d. (protratta da l'una, & l'altra banda quanto biso-gnara) venirai per tua linea fondamentale, & a tutte le linee, che cõ il tuo strumento trouarai per-pendicolare sopra la detta linea c. d. nel farle misurare, sempre al numero delle misure di ciasche-duna di quelle tu gli aggiongerai vna misura di piu, cioe la a c. ouer b d. che tu ti sei scostato dal ve-ro retto lato a b. di tal pezza di terra, & se da l'altro capo, doue hai da piantar le grosse bacchette da tirar le perpendicolari necessarie non potessi piantar le dette bacchette al suo proprio luogo ango-lare per causa della ciesa, & fosso d'acqua pieno, tu piantarai ciascheduna di quelle lontane per vna misura dal detto suo proprio luogo verso la linea c. d. & cosi nel far misurar le dette perpendicola ri, alla quantita delle misure di ciascheduna di quelle, tu gli aggiongerai due altre misure, cioe vna per il discostamento della linea d c. dal vero lato a b. di detta pezza di terra, & l'altra per quella misura, che hauerai scostato la grossa bacchetta (nel piantarla) dal suo vero luogo angolare per cau sa di quella ciesa spinosa, & di quel fosso pien di acqua, nel restante poi tu procederai, come che nelle passate è stato detto.



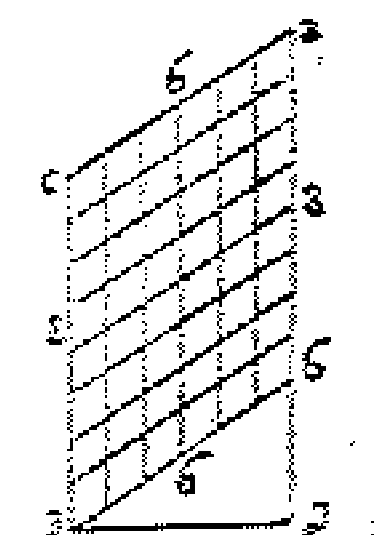
Come che le pezze di terra obliquamente situate (cioe in qualche colina) rendano, ouer fruttano meno di quello farino se fussero situate in piano, & ch'el la causa naturale di tal effetto. Cap. V.

1 TVtte le pezze di terra, che per fino a questo luogo sono state proposte da squadrare, & misurare, si debbono intendere situate in piano, cioe senza alcuna dependentia, ouer to decensione da vna banda piu, che da l'altra, perche ogni volta che vna pezza di ter-ra sara da vna banda eleuata in suso verso il cielo, & da l'altra procedera al basso, tal pezza di terra scemara della sua quantita terrea, & tanto piu scemara di tal sua quantita terrea, quanto che sara piu obliquamente situata, e pero frutaranno meno di quello farino, essendo situa-te in piano. Et pero circa al misurar di tai pezze di terra obliquamente situate, vi bisogna hauer mol to piu auertenza di quelle situate in piano, perche la maggior parte di professori di questa pratica di geometria hanno (per alcune sue ragioni) contraria openione, e pero in tali errori danno alcu-ne bastonate da cieco al compratore di tali pezze di terra, con vn puoco vtile di colui che vende.

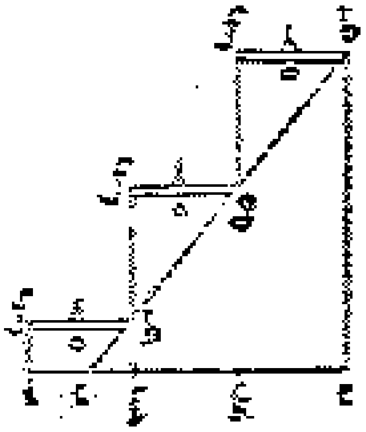


Per essere adunque queste specie di misurationi, & squadrationi, le piu difficultose, & ingeniose di qual si voglia altra, & tutto questo procede, perche la causa propinqua non è perfettamente cono-sciuta. Et per tanto a commun beneficio di studiosi, & etiamdi, voglio che dasponiamo tal parte in questo luogo.

Dico adunque che alcuni misuratori hanno questa openione, che tanto sia vna pezza di terra essen-do situata obliquamente, quanto quella medesima essendo situata in piano. Essempi gratia ponia-mo, che sia la superficie rettangola a b c d. situata in vno perfetto piano, & quella medesima sia an chora situata obliquamente, cioe in forma di vna colina, o vuoi dir che vada a scarpa, come nella seconda figuratione appare, & l'una, & l'altra ponimo che sia 8 misure, & larga 6. Et per tanto di-cono alcuni di questi professori di geometria, che'l non si puo negare, che la superficie dell'una, & dell'altra di queste due pezze di terra rettangole, non sia 48 di quelle tai misure quadrate, che si ha uera operato a misurarle, cioe che l'una, & l'altra di quelle sara 48 quadretti di terra di vna di quelle misure lineali per lato, come che anchora sensibilmente si vede in margine, anchor che la



perspettiva ne faccia parer tal seconda figura a b c d. in forma di un rhomboide, niente dimeno in fatto proprio, chi ben vi considera tal figura sara rettangola, si come che è la prima, anchor che sia obliquamente situata. E per tanto questi tal professori di geometria vogliono, che tanto debbia rendere, ouero fruttar l'una quanto l'altra (essendo il terreno di vgual bonta, & grassezza) & mi hanno fatto ad alcuno alcuni quest'altra ragione dicendo, che coprisse l'una, & l'altra di queste due pezze di terra di tela alla vna di quelle misure operate, poniamo che siano braccia, tanta tela gli vorra precisamente a coprir l'una quanto l'altra, cioe braccia 4 8 per ciaschaduna, e per tanto par che non vi si possa negare, che essendo le dette due superficie vguali in quantita, che tanto debbia rendere, ouer fruttar l'una quanto l'altra essendo (come è detto) di vgual bonta.



Per risoluere adunque questo dubbio. Dico quando che le gambe del formento, segala, miglio, melega, ouer sorgo, & altre simili frute procedessero perpendicolarmente alla superficie di quella tal pezza di terra obliquamente situata, si come fanno in quella situata in piano, senza dubbio hauerebbeno ragion da vendere, ma egli è cosa manifesta, che tutte le frute, che nascono da un terreno (o sia tal terreno situato in piano, ouero obliquamente) tutte procedono rettamente in suso verso il cielo, talche la gamba di ciaschaduna frua occupa piu di quella superficie terrea obliquamente situata (per causa che vi fa maggior foro) di quello fa in quella situata in piano, perche il foro, che fa in quella situata in piano, è di figura circolare, & quello che fa in quella obliquamente situata, è di figura ouale (cioe bislonga) come che ogni sano intelletto puo considerare, & tanto piu sara bislonga quanto, che piu tal pezza di terra sara obliquamente situata. E pero per ragion naturale si manifesta che ogni pezza di terra obliquamente situata non puo rendere, ouer fruttar piu di quello che fara la basa, ouero il fondo di quella. Essempi gratia la seconda figura a b c d. obliquamente situata non potra rendere, ouer fruttar piu di quello fara la superficie fondamentale rettangola c i f e contenuta sotto della longhezza c d. & della larghezza d e. laqual sara molto menor della larghezza d b. & tanto piu sara menor di quella quanto che piu sara tal superficie a b c d. obliquamente situata.

Correlario.

E pero si manifesta anchora dalle cose dette, che se per sorte la detta seconda superficie a b c d. fusse tanto obliqua, che il ponto e. (doue cade la perpendicolare b e.) si congiongesse con il ponto d. seguiria che la detta superficie a b c d. nulla renderia, ouer frueria, perche nulla superficie fondamentale hauería, perche la sua basa fondamentale saria solamente la linea c d. & nondimeno l'area superficiale della detta seconda figura rettangola a b c d. saria precisamente vguale all'area superficiale della prima figura rettangola a b c d. situata in piano, perche l'una, & l'altra è misure 48 quadre, cioe superficiali, & nondimeno la detta seconda nulla renderia, ne frueria (per causa della sua obliquissima situatione) & la prima piu renderia, & frueria (per causa della sua piana situatione) di qual si voglia altro modo che fusse situata.

Come si debbe procedere a misurare le sopranarrate pezze di terra obliquamente situate, cioe che sono in qualche collina, ouer montagna. Cap. VI.

1 Essendo adonque vna pezza di terra obliquamente situata, solamente tanto quanto è la basa, ouer fondamento di quella, egli è manifesto che nel misurarla di sotto in suso, ouer di suso in giuso non bisogna con la misura procedere secondo la situatione obliqua di tal pezza di terra, anzi bisogna tener la misura direttamente a liuello in aria. Essempi gratia la linea b c. la obliqua larghezza di vna pezza di terra obliquamente situata, & volendo misurare tal larghezza b c. obliqua, come in margine vedi.

Dico che non si debbe proceder con la misura secondo la linea b c. anzi si debbe mettere il principio della misura in ponto b. e tener la misura b f. rettamente a liuello in aria, come nella figura vedi, & dal capo f. con diligentia vedér doue caderia vna perpendicolare dal ponto f. sopra la linea b c. che trouarai che caderia in ponto g. & cosi dal ponto b. al ponto g. diremo che vi sara vna delle nostre misure b f. & dapoi trasportaremo il capo della nostra misura in ponto g. & cosi tenendo pur suspesa la detta misura rettamente a liuello in aria, come si vede nella seconda positione g f. & veder pur dal ponto f. doue caderia la perpendicolare sopra la detta linea b c. & trouarai, che caderia in ponto h. & cosi dal ponto b. al ponto h. diremo che vi sia due delle nostre misure, & cosi di nuouo trasportaremo il capo della nostra misura in ponto h. tenendo pur suspesa la nostra misura rettamente a liuello, come si vede nella terza positione, & finalmente veder doue caderia la perpendicolare dal ponto f. & trouaremo che la cadera piu in fuora del ponto c. come si vede in ponto i. & cosi dal ponto b. al ponto i. diremo che vi sia 3 delle nostre misure, & tanto saranno

chora

chora la larghezza della basa fondamentale di tal pezza di terra, cioe che dal ponto. e al ponto. i. sara medesimamente tre delle dette nostre misure, & di questo te ne potrai certificare se produrai le due perpendicolari f g. & f h. per fino alli duoi ponti k. & l. nella linea. e. i. perche (per la 34 del primo di Euclide) la e k. sara eguale alla b f. & la k l. alla g f. & la l i. alla h f. Ma non volendo tu misurare, saluo che la decadera. b c. dalle dette tre misure tu ne cauarai la parte piana. c i. & il restan te sara la larghezza della detta basa fondamentale di tal pezza di terra obliquamente situata, cioe che tanto sara la linea. e. e.

Ma se per sorte la detta pezza di terra obliquamente situata fusse congionta con vn'altra situata nel piano doue procede la linea. e i. tu continuaresti la tua misurazione di longo, cioe trasportando il capo della misura nel ponto. i. descendendo la detta misura per il piano secondo l'ordine, che nelle misurazioni delle superficie di terra situate in piano si costuma, perche molte volte interuiene, che vna parte di vna pezza di terra sara situata in piano, & vna parte procedera suso per qualche colina, ouer montagna, e pero la parte piana si debbeno misurare secondo, che communamente si costuma, & la parte, che va in colina nel misurare di sotto in suso, ouer di suso in giuso bisogna procedere, come che di sopra e stato detto. Et quantunque in tal materia vi si potria addure molte varieta di questioni, & essempij, nondimeno se ben considerarai questo solo ti bastara per tutti.

Corrolario.

Dalle cose dette, & essemplificate di sopra si manifesta, che essendo vna grandissima montagna carica da tutte le bande, & nella summita di varie, & diuerse pezze di terra pratiue, ouer boschiue di vna communita, & che tal communita la volesse vendere a vn'altra communita sua vicina per pascolar le sue bestie, ouer per far legne, come molte volte accade, & volendo misurar, & trouar con somma breuita, la quantita che fusse poi di tutte quelle tai pezze di terra in summa, che basta a trouar la quantita della basa fondamentale di tal montagna, & tanto quanto sara la detta basa fondamentale, tanto sara anchora la summa di tutte quelle pezze di terra (rispetto a quel che render, ouer fruttar possono) anchor che tal montagna procedesse in altezza per fino al cielo della luna.

Il modo di trouar la quantita della detta basa fondamentale di detta montagna fu detto, & essemplificato sopra la ottaua del quarto capo, perche la detta basa fondamentale non e altro, che la pianta di tal montagna, & quando che tal montagna fusse congionta da vna banda con qualche altra montagna, tu potrai trouar la linea trauersante in piano fra l'una, & l'altra montagna, secondo l'ordine dato di sopra per trouar la larghezza e. della basa fondamentale della sopradetta pezza di terra obliquamente situata.

Da notare.

Bisogna notar qualmente tutte quelle strane sorte di figure di pezze di terra puo occorrer da squadrare obliquamente situate, che habbiamo proposte situate in piano, e pero per squadrarle bisogna tener quelli medesimi ordini, & modi che sono stati mostrati nelle squadrationi di quelle situate in piano, vero e che nel misurare quelle perpendicolari, & altre linee, che procederanno dal basso in alto, ouer da alto a basso, bisogna misurarle secondo l'ordine dato di sopra, cioe direttamente con la misura a liuello.

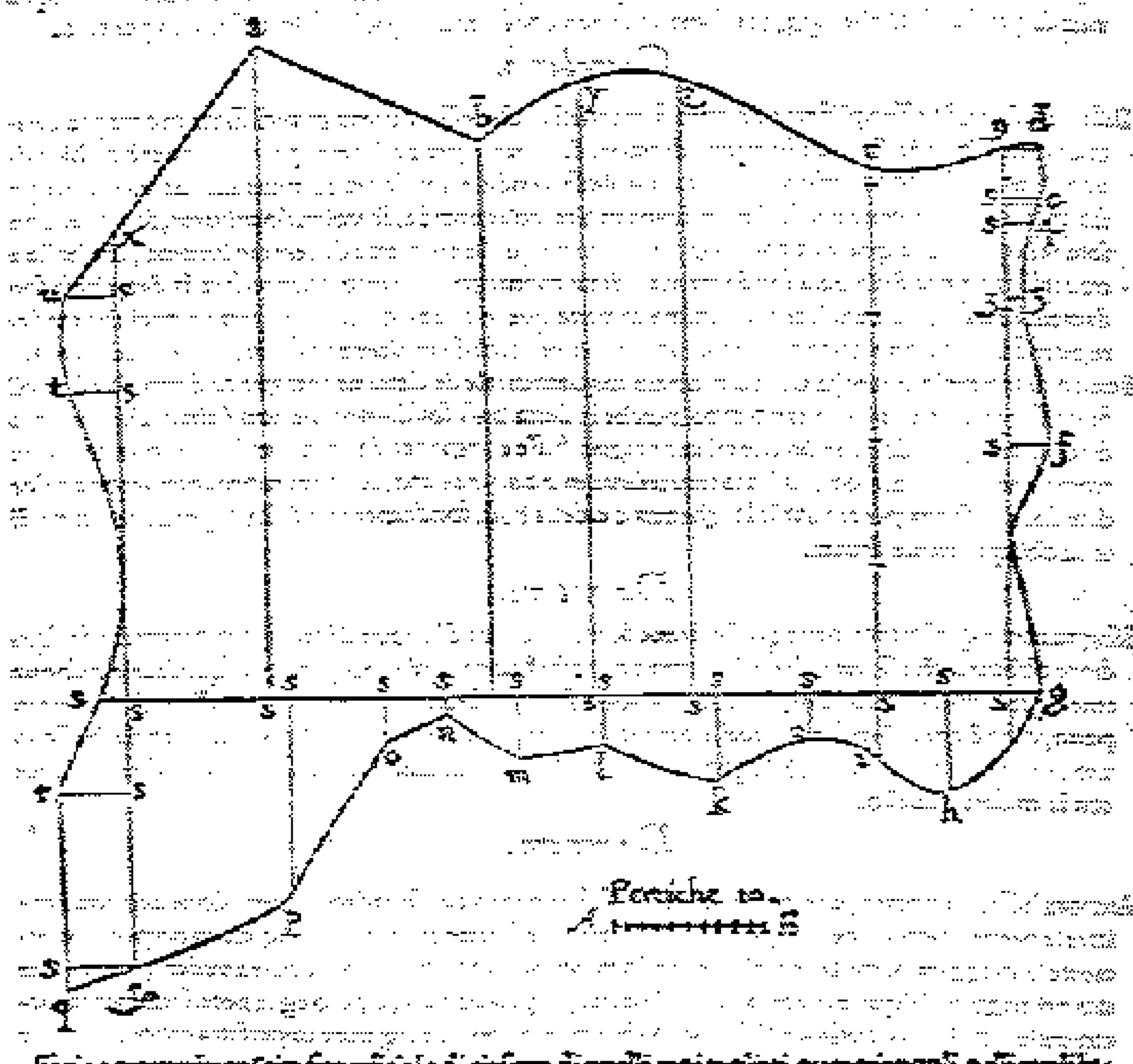
Da notare.

Anchora bisogna notare, che per trouare con l'instrumento del squadro li ponti doue debbono cascare le perpendicolari, nelle superficie obliquamente situate, piantando il squadro perpendicolarmente la maggior parte delle volte (essendo tal squadro con busi) non si potra veder il segno piantato nel angolo, del quale si vorra cauare la detta perpendicolare, e pero egli e necessario per tal occorrentia a far li duoi traguardi del detto instrumento con due segature in perfetta croce, cioe che quelle s'intersechino sul loco del centro di tal instrumento ad angoli retti (come fu detto sopra la prima del primo capo di questo libro) & far le dette due segature con vna segheta sottilissima, & che tai due segature vadi molto profonde, perche quanto piu vanno in profondo, tanto meglio seruino in tai negocij, douendo che si profondino rettamente, e pero quanto e piu grosso il detto rello il detto squadro e meglio, perche le dette due segature si ponno piu profondare.

Regola generale di saper misurare, & trouar la quantita superficiale, & fondamentale di vn grandissimo paese, come saria di vna isola, ouer di tutto il territorio di vna citta, ouer di vna grandissima campagna. Cap. VII.

1 Anchora quando che'l ti occorresse di douer misurare, & trouare la quantita superficiale di qualche isola, ouer di qualche gran territorio di vna citta, ouer di qualche gran paese paludo-

Isola, over di qualche gran campagna. Questo doverai far con una di quelle due forme di bussole narrate nel quinto libro di nostri quesiti, & inventioni diverse, cioe andar per la circonferentia di quel tal gran paese, isola, over territorio, & metterlo in disegno secondo la regola, & modo dato nel quarto, & quinto quesito del detto quinto libro di detti nostri quesiti, & inventioni diverse, & subito che si haverà in disegno, bisogna poi per squadrarlo procedere, come nelle altre pezze di terra è stato detto, & fatto, eccettuando che per trovar le perpendicolari in luogo del strumento del squadro tu le troverai con il compasso, secondo che dimostra Euclide nel suo primo libro, overo tu le troverai con una squadretta simile a quella che usano marangoni, spezza prede, disegnatori, & altri, della qual ne ne parlai, & ne la dette in disegno nella prima del primo capo di questo libro, & trovate le dette perpendicolari, tu misurerai poi diligentemente cadauna di dette perpendicolari con la tua apertura di compasso proportionata alla tua misura, con laquale anchora già formasti li lati del tuo disegno, over secondo l'ordine della tua scala già per avanti ordinata secondo l'ordine dato nel detto secondo, terzo, et quarto quesito del detto mio quinto libro di quesiti, & inventioni diverse, & con il medesimo modo andar misurando tutte quelle altre linee so



ordinate a trovar la quantità superficiale di ciascun di quelli capi tagliati, over triangoli, nelli quali haverai risolto quel tal disegno, & la summa di tutte quelle quantità superficiali sarà la quantità superficiale di quella tal isola, territorio, over campagna, over altro paese, che haverai tolto in disegno. Et ancor grata ponemo che il disegno di quel tal paese, isola, territorio, over campagna. Sia la figura a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u per squadrar, & misurar realmente quella tal figura si può procedere per più vie, come che nelle passate squadrationi di pezze di terra fatte in piano, cioe a risolverle in triangoli, over parte in triangoli, & parte in capi tagliati, over di soli capi tagliati, e però questa anchor che non ne accaderia fatica risolvendola in triangoli più di quello che faria risolvendola in capi tagliati, perche in questa nõ habbiamo d'andare personalmente con il squadro a trovar le perpendicolari di detti triangoli, anzi quelle si hanno da trovar con una squadretta materiale simile a quella di marangoni, & nella nostra camera. Nondimeno voglio pur che la risol

viamo

uiamo in capi tagliati, perche la squadratione sara piu presta, & men confusa. E per tanto tiraremo la linea g s per nostro fondamento, & sopra di quella con vna squadretta simile a quella che adoprano gon. seguaremo la linea s p. perpendicolare alla detta nostra linea g s. & con la medesima tirarai tutte le altre perpendicolari, che a te parera necessarie, come sono s c. s z. s y. s h. s a. s x. & similmente da l'altra banda le s u. s o. s o. s n. s m. s l. s k. s z. s e. aricordati come quella lettera s. significa a squadra, cioe che tal linee vengino in tal ponto a squadra, il medesimo intenderai in quelle residue particole, cioe h. s u. s t. s s. s r. s q. s i. s e. s e. & cosi discorrendo, tu hauerai risolto realmente il detto figural disegno in capi tagliati, come in questo puoi vedere, fatto questo bisogna mo misurare, & trouare la quantita superficiale di ciaschedunno di detti capi tagliati, & triangoli (se per forte hauesti formato qualche triangolo in tal squadratione) & questo essequirai con quella medesima apertura di compasso, con laqual formasti i lati di questo disegno proportionati alli reali lati di quel tal paese, o sia isola, territorio, campagna, o altro, laqual apritura di compasso rappresentaua la sua real misura, o sia tal misura pertica, ouer passo, ouer giornata, ouer cauezzo, o altra misura simile, come nel detto quarto, & quinto quesito del quinto libro delli miei quesiti, & inuentioni diuerse chiaramente ti ho narrato, & se per sorte hauerai formata la scala di piu misure composte, tanto piu breuemente trouarai la quantita lineale di ciaschedune di quelle perpendicolari a vna per vna secondo l'ordine detto, dato nel detto quarto, & quinto mio quesito, & similmente della longitudine di ciaschedunno capo tagliato, con lequal misure trouarai poi la quantita superficiale di ciascuno di detti capi tagliati, lequali quantita poste l'una sotto l'altra di mano in mano secondo, che le si vanno trouando di vna in vna, & finalmente summarle tutte insieme, & cosi tal summa conchiuderai esser la quantita superficiale di quel tal paese, isola, territorio, campagna, o altro, & accio meglio tu intendi, ti voglio dar vn poco di essempio in figura, poniamo che la linea a b. in margine posta, sia quella proportionata scala adoperata nel formar proportionalmente li lati del presente disegno alli lati della detta nostra isola, territorio, capagna, ouer qual si voglia altro paese, & pongo che la detta scala, ouer linea a b. sia stata supposta per 20 pertiche lineali alla misura, ouer costume di Verona. Hor volendo mo misurare realmente, & trouar l'aria superficiale del primo capo tagliato s p s c. vederemo quante volte la detta linea a b. misurara, ouer intrara nella perpendicular s p. & trouaremo che la v'intrara 4 volte, & vi auanzara vna certa particella, che sara circa a due di quelle 20 particole della nostra linea a b. onde tutta la detta perpendicolar s p. veniria a esser circa perti. 42. quale notarai nella tua polizzetta, come in margine vedi, fatto questo vederai quante volte intrara la nostra linea a b. nella longhezza di tal capo tagliato (cioe nella linea ch'e dal primo s. al secondo s.) & trouarai, che la v'intrara vna volta sola, & vi auanzara circa $\frac{2}{3}$ di vna di quelle 20 particole della detta linea a b. & perche vna di quelle 20 particole rappresenta vna pertica lineale li $\frac{2}{3}$, dellaquale sara piedi 4. a ragion di piedi 6. per pertica alla Veronesa, onde tutta la detta longitudine di s p s c. veniria a esser perti. 20 & piedi 4. quali notarai per longhezza nella tua polizza, come in margine vedi, fatto questo tu vederai similmente quante volte intrara la detta nostra linea a b. nell'altra perpendicolare s c. & trouarai che la v'intrara per 4 volte, & auanzara anchora vna certa picciol particella, che sara circa tanto quanto vna di quelle 20 particelle, ouer particole della detta nostra linea a b. onde tutta la detta perpendicolare s c. veniria a esser perti. 41. & queste notarai nella tua polizzetta per la seconda testa del nostro capo tagliato, & co tal ordine andarai misurando tutti li altri capi tagliati (a vno per vno) si li piccoli, come li grandi in che hai risolto il tuo disegno, et il medesimo farai di triangoli quando vi occorresse triangoli. Et fatto questo tu andarai poi facendo la ragione, cioe trouar la quantita superficiale di ciascun di quelli a vno per vno secondo le sue regole date alli suoi luoghi. Ma perche se tu le hauesti scordate ti voglio replicar il modo da conchiudere il sopranotato essempio. Per trouar adunque l'aria superficiale del sopranotato capo tagliato, summarai quelle perti. 42. della prima testa, con quelle perti. 41. della seconda sara perti. 83. pigliane la mita, che sara perti. 41. p. 3. & tanto terrai per vna testa squadrata, & per longhezza notarai le medesime perti. 20. p. 4. fatto questo multiplica quelle perti. 20. p. 4. fia quelle perti. 41. p. 3. onde operando secondo l'ordine dato nel costume di Verona trouarai che te ne veniria tauole 442. p. 24. & tanto sara lo detto capo tagliato s p s c. et quelle ta. 442. p. 24. notarai da banda, & co tal ordine andarai misurando, & conchiudendo tutti gli altri capi tagliati a vno per vno, & cosi le dette conclusioni andarai notando di mano in mano l'una sotto l'altra, & finalmente summarai tutte le dette conclusioni insieme, & tanto quanto sara la detta summa, tanto conchiuderai esser la detta isola, territorio, campagna, ouer altro paese, che pigliasti in disegno, & con tal ordine procederai nelle altre simili misurationi, & con questa voglio far fine a questo libro.

primo capo tagliato
testa perti. 42.
lon. perti. 20. p. 4.
testa perti. 41.

squadrato
lon. perti. 20. p. 4.
testa perti. 41. p. 3.

fa tauole 442. p. 24.

FINE DEL TERZO LIBRO.

IL QVARTO LIBRO DELLA TERZA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI ET MISVRE.

Le diffinitioni di alcune specie di corpi, di che si ha da parlare in questo quarto libro, & in altri. Cap. I.

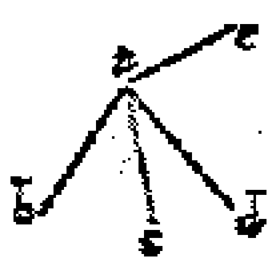
Che cosa sia corpo.

1 IL corpo, qual anchora è detto solido (come diffinisse Euclide nella prima diffinitione del suo vndecimo libro) è quello, che ha longhezza, larghezza, & altezza, li termini del quale sono superficie.

Le specie delle misurationi, ouer misure, che nella pratica di geometria interuengono (come fu detto nella quarta del primo capo) sono tre, la prima è detta misura di linea, ouer lineale, cioe solamente di longhezza, la seconda si è chiamata misura di superficie, ouero superficiale, cioe di longhezza, & larghezza, la terza & vltima è nominata misura di corpo, ouer corporale, cioe di longhezza, larghezza, & di altezza, ne piu oltra ascende le misurationi, e pero il corpo è quello che ha in se queste tre qualita, cioe longhezza, larghezza, & altezza, & li termini del detto corpo vengono a esser quelle superficie, che sono di loro lo rinserrano, & comprendono.

Nota che l'altezza di vn corpo, alle volte è detta profondita, & alle volte è detta grossezza, e pero ro [illegible].

Che cosa sia angolo corporeo, ouer solido.



2 L'Angolo corporeo, ouer solido (come diffinisse Euclide nella decima settima diffinitione del suo vndecimo libro) è quello, che è compreso sotto a piu di duoi angoli piani constituiti a vno medesimo ponto, i quali non siano fatti in vna medesima superficie, cioe si come che due linee rette sferente insieme non ponno cochiudere superficie, similmente duoi angoli piani a vn medesimo ponto terminati riuoltando l'uno sopra l'altro non ponno cochiudere fra loro quantita corporea, ma essendo piu di duoi, egli è possibile alle volte poter formar vn angolo solido, ma nō sempre, come in altro luogo s'intendera, basta solamente a intendere in questo luogo, che l'angolo solido è sempre compreso sotto a piu di duoi angoli piani, & che non siano tai angoli piani in vna medesima superficie, perche se fussero in vna medesima superficie, anchor che terminassero a vn medesimo ponto non poriano formar angolo solido, come si manifesta nelli tre angoli. b a c. c a d. d a e. per esser tutti tre in questa medesima superficie di carta non ponno formar angolo solido, ma che riuoltasse la linea. a e. sopra la linea a b. li detti tre angoli piani veniriano in tal riuolgimento a formar vn angolo solido in ponto. a. il qual angolo solido veniria a esser compreso sotto di detti tre angoli piani, perche in tal riuolgimento li detti tre angoli piani si trasfeririano in tre superficie diuerse.

Che cosa sia angolo solido retto.

3 L'Angolo solido retto (da noi) s'intende quello che è compreso, ouer contenuto sotto di tre angoli piani, & retti.

Che cosa sia corpo, ouer solido rettangolo.

4 IL corpo, ouer solido rettangolo (da noi) s'intende, & piglia ogni specie di corpo, che tutti gli angoli solidi di quello siano retti, e pero seguita tal specie di corpo esser necessariamente sempre compreso sotto di 6. superficie parallelogramme rettangole, formate attorno di quelli 12 lati lineali, & otto angoli solidi, & retti, & ciascuno di detti otto angoli solidi, oltra ch'egli è compreso sotto di tre angoli piani, & retti, ma anchora sono di tre linee rette, lequali tre linee rette sempre ne rappresentano la longhezza, larghezza, & altezza del detto solido rettāgolo, lequali 3 linee alle volte sono equali, & alle volte due sono equali, et l'altra maggiore, ouer minore, et alle volte sono tutte 3 disequali, cioe differenti fra loro, e pero

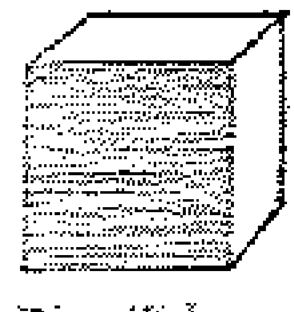
seguita

seguita le specie del corpo rettangolo esser tre, delle quali quello, che la longhezza, larghezza, & altezza sono eguale è il cubo, come nella seguente s'intendera.

Che cosa sia il cubo.

5 IL cubo (come diffinisse Euclide nella ventesima diffinizione del suo undecimo libro) è una figura solida contenuta sotto di 6 superficie quadrate, cioe alla similitudine del dado, con il qual si giuoca, il qual dado è contenuto sotto di 6 superficie quadrate, le qual 6 superficie quadrate nella relevatione del detto cubo causano 12 lati, & 8 angoli solidi, come che in margine si vede, & ogni angolo solido è contenuto sotto di tre angoli retti, & li detti tre angoli retti sono formati da tre linee rette eguali, & le dette tre linee eguali ne rappresentano la longhezza, larghezza, & altezza di tal corpo, e però si manifesta il detto cubo esser solido rettangolo.

cubo



Che cosa sia piramide laterata.

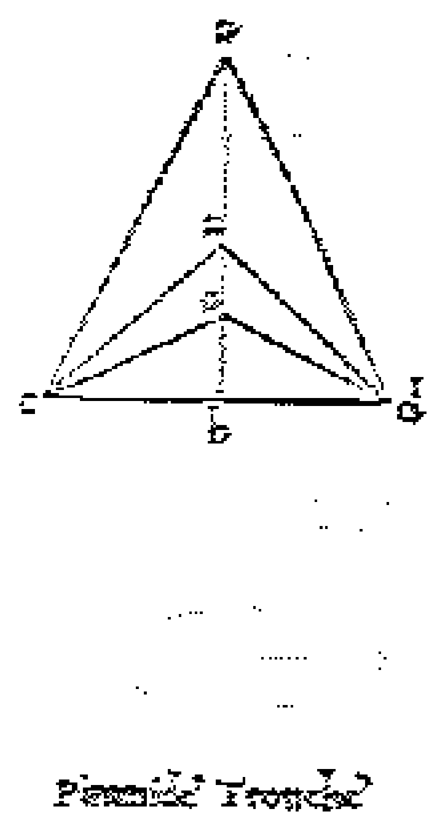
6 LA piramide laterata è una figura corporea, sopra di una basa rettilinea constituita, & terminata d'intorno da tanti triangoli, quanti sono li lati della sua basa, i quali triangoli sono in suso erecti concorrenti tutti a un ponto superiormente, over opposito alla basa.

Piramide laterate

Che cosa sia piramide rotonda detta cono.

7 LA piramide rotonda (che da Apollonio Pergeo, & Archimede, & da altri greci è detta Cono) è una figura corporea (come vuol Euclide nella decimaquinta diffinitione del suo undecimo libro) laqual si forma dal transito del triangolo rettangolo (stante saldo, e fisso il uno di suoi lati contenenti l'angolo retto) & circondando il detto triangolo per fino a tanto, che quel ritorni al luogo, dove diede principio a muoversi. Et se il lato fisso sara eguale al lato circondante, la figura sara rettangola, & se sara piu longo sara acutiangola, & se sara piu corto sara ottusiangola, & l'asse di detta figura sara il lato fisso, & la basa sua sara un cerchio.

Euclide si sforza di darne ad intendere, che cosa sia la detta piramide rotonda con il modo speculativo, & pratico di constituire quella. Essempi gratia sia il triangolo a b c, che habbia l'angolo a b c (cioe l'angolo b) retto, & sia il lato a b perpendicolarmente piantato, & fisso, & essendo circondato il detto triangolo, intorno (stante sempre fermo il detto lato a b fisso) talmente che il ponto c insieme con il lato c b ritorni al medesimo ponto, dove che al presente si ritrova, cioe che in tal revolutione venghi ad haver formato un cerchio, il qual cerchio veria ad esser la basa di tal figura descritta dalla detta revolutione del detto triangolo a b c, stante il lato a b fermo, & fisso in piede, & cosi tal figura è detta piramide rotonda, over cono. Et quando che il lato a b sara eguale al lato c b tal piramide sara detta rettangola, la causa è, che l'angolo c a b del detto triangolo sara la mita d'un angolo retto, e però quando che il ponto c nella revolutione sara gionto al ponto d, l'angolo c a d veniria a esser retto, per esser composto di duoi mezzi angoli retti, e per tanto l'angolo solido di tal piramide sara retto, e per questa causa sara detta rettangola. Ma se il lato a b sara piu longo del lato c b per le medesime ragioni sara acutiangola, perche l'angolo c a b del detto triangolo sara menore di mezzo angolo retto, e però il suo doppio (cioe l'angolo c a d) sara acuto. Et se il detto lato a b sara piu corto del b c per le medesime ragioni, tal piramide sara ottusiangola, perche in tal caso l'angolo b a c sara maggiore della mita di un angolo retto, e però il doppio di quello sara ottuso, & tutto questo si puo dimostrare per la 32 del primo, & per la decimaterza del medesimo del detto Euclide.



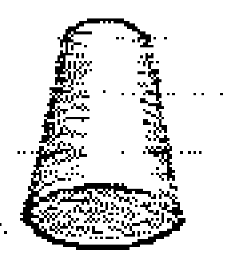
Che cosa siano superficie equidistanti.

8 LE superficie equidistanti sono quelle, che protratte in qual parte si voglia non concorrano anchor che fussero protratte in infinito.

Piramide Tronche

Che cosa sia piramide scavezza, over troncata, over tronca.

9 QVando che di qual si voglia piramide ne sia tagliata una parte verso la ponta con un taglio, che la superficie di quello sia equidistante alla basa della piramide, il restante di tal piramide è detta piramide scavezza, over tronca, over troncata, come per essempio in margine appare in figura.

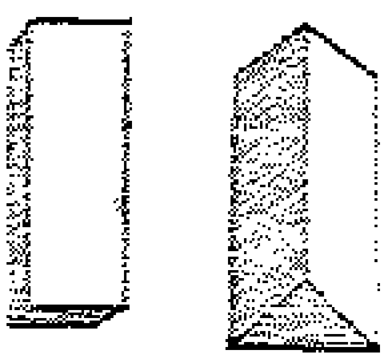


Che cosa sia seratile, over prisma.

20 Euclide nella nona diffinitione del vndecimo suo libro (tradutto dal Campano) dice, che quel corpo, che è contenuto da cinque superficie, dellequali tre sono parallelogramme, & 2 triangole è detto Seratile, & è alla similitudine di quel tetto, che si costuma a fare sopra vna casa di quattro pariete equidistanti, dato che la cima di quel tal tetto sia vna sola linea con vna superficie parallelogramma per banda declinante al basso per poter scorrere giuso per quelle l'acqua che pioue, vero è che tal corpo nella traduttione del Zamberto è chiamato generalmente prisma, ouer colona laterata, cioe che questo nome prisma è generale, qual si applica a tutte le specie di colone laterate, perche tal diffinitione nella traduttione del Zamberto dice precisamente in questa forma.

Prisma è vna figura solida, compresa da superficie piane, dellequali le due, che sono da i capi opposti eguale sono simile, & equidistante, le altre poi sono parallelogramme. E pero ogni colona laterata sia di quanti lati si voglia s'intende prisma.

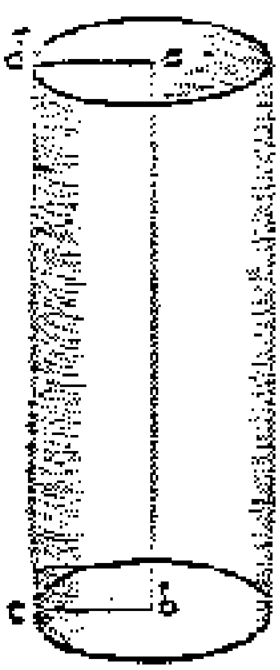
Seratile, & prisma



Che cosa sia colona rotonda detta da greci Cilindro.

21 La figura corporea retonda, che dal Campano è detta colona, laquale in ciascun capo vi ha vn cerchio, Euclide nella 16 diffinitione, con la sua construttione la diffinisse, dicendo, che l'è vna di questa figura è il vestigio del parallelogrammo rettangolo formato il lato, che contien l'angolo retto, & la detta superficie circondutta per fino a tanto che ritorni al luogo suo.

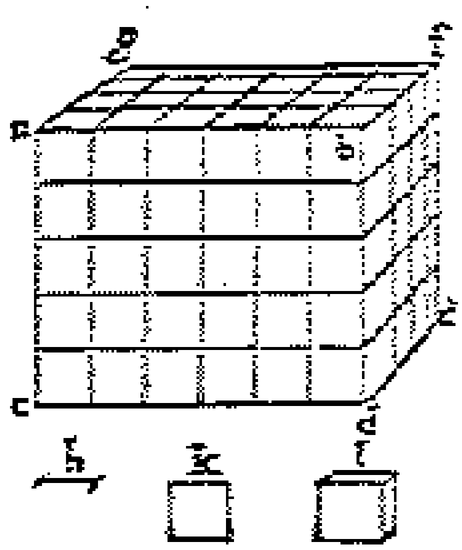
Cilindro



Laqual diffinitione è simile a quella del cono, ouer piramide retonda, dallaqual diffinitione, credo sia stata tratta la regola, che vsano li spezza pietre nel costruere vna colona retonda, perche loro incauano vna tauola, facendo in quella la forma, che etiamdio vogliono dar a tal colona, la qual tauola incauata da loro è detta sagoma, & con la regola di quella vanno scarpellando la detta pietra, che esser vogliono in colona, talmente che cō la regola di tal sagoma la riducono a fine, vero è che per dare vn poco di panzetta a tal colona (che cosi si costuma) non fanno tal incauo nella detta tauola parallelogrammo rettangolo, come dice Euclide, anzi lo fanno alquanto incurato, acciò che tal colona habbia (come è detto) vn puoco di panzetta, laqual panzetta fa molto vistosa tal colona, ma per nō me discostar da Euclide supponeremo per essempio di tal sua diffinitione il detto parallelogrammo rettangolo a b c d. & sia fermato il lato a b. & quel star fisso, & circondar tutto il parallelogrammo per fino a tanto, che'l ritorni al primo luogo, donde dette principio a mouersi. Et cosi la figura corporea descritta dal moto di questo parallelogrammo dice Euclide, ouero il Campano, che si chiama colonna. Ma perche questo medesimo modo praticamente vsano li muratori per far retondamente vn pozzo, cioe che vi piantano in fondo di tal pozzo rettamente vn trauo, & a quello vi attaccano vn parallelogrammo rettangolo di tauole, girabile attorno, la larghezza delqual parallelogrammo, è quasi la mita del diametro della canna del detto pozzo, & la longhezza sua è quanto che debbe esser l'altezza della detta canna, & cosi nel far la detta canna giusta, & retta si regolano con il detto parallelogrammo girabile, e per tanto la sopradetta diffinitione, par che piu si conuenga per far la canna d'vn pozzo, che per far vna colonna, perche la detta canna non preterisse in cosa alcuna alla sopradetta diffinitione, & la forma di detta canna, da greci (come di sopra è stato detto) è chiamata cilindro, e pero quel nome di colonna rotonda tengo che non sia di Euclide, ma che sia stato aggionto dal Campano, ouer da qualche altro.

Suppositione.

22 Euclide nel principio del suo secondo libro diffinisse che'l si suppone che ogni parallelogrammo rettangolo contenersi sotto alle due linee, che circondano l'angolo retto, & noi diffiniamo in questo luogo, che'l si suppone che ogni corpo, ouer solido rettangolo contenersi sotto a quelle tre linee, che circondano l'angolo retto (solido) dellequali tre linee (come di sopra è stato detto) vna ne rappresenta la longhezza, l'altra la larghezza, & l'altra l'altezza, ouer grossezza di tal corpo solido, e pero volendo trouare l'aria corporale di ogni solido rettangolo, si debbe multiplicare il numero delle misure di vna di quelle tre linee fia il numero di quelle di vna delle altre due, & quel produtto fia il numero di quelle dell'altra terza, & tal secondo produtto sarà l'aria corporale di tal solido rettangolo, cioe tal secondo produtto sarà il numero delle volte, che il cubo della nostra misura lineale (che hauveremo operata) intrara, ouer misurara quel tal solido rettangolo. Essempi gratia pongo che sia il corpo, ouer solido rettangolo a b c d e f g. & pongo che la longhezza d e sia 6 misure, cioe passi, ouer 6 pertiche, ouer 6 piedi, ouer altra misura a nostro piacere, & che la larghezza d e ne sia quattro di quelle medesime,



& l'altezza

& l'altezza d b 6. hor per esser meglio inteso supponeremo che la detta nostra misura lineale gia operata a misurar le dette tre linee. d c. d e. d b. sia la linetta h. laqual supponeremo essere vn piede, & il quadrato di tal linetta h. supponeremo che sia il quadretto k. & il cubo di tal linetta h. supponeremo che sia il cubetto l. hor per trouar l'aria corporale del detto nostro solido rettangolo. a b c d e f g. multiplicaremo la larghezza fia la longhezza, dicendo 4 fia 6 fa 24. & cosi 24 superficiali sara la basa di tal solido, cioe che la sara 24 quadretti equali al quadretto k. i quali 24 quadretti li multiplicaremo per l'altezza del detto nostro solido, cioe per 6. & fara 144. & cosi 144 sara l'aria corporale del detto solido, cioe che il detto solido sara 144 cubetti equali al cubetto l. come che sensibilmente nella risolutione, & diuisione del detto solido puoi vedere, & con tal ordine si douera procedere in tutte le altre specie di solidi rettangoli.

Correlario.

E pero si manifesta in questo caso la linetta h. esser la nostra misura lineale, con laquale misuriamo, & veniamo in cognitione di tutte quelle quantita lineali, che con quella misura potiamo, & tal misura lineale da nostri antichi mathematici è detta altimetria.

Anchora si manifesta, che il quadrato della detta linetta h. qual è il quadretto k. esser la nostra misura superficiale (in questo caso) con laquale misuriamo, & veniamo in cognitione di tutte quelle quantita superficiali, che con tal quadretto (con arte) misurar potiamo, laqual misura superficiale da nostri antichi mathematici è chiamata planimetria.

Et similmente si manifesta in questo caso, qualmente il cubo della detta linea h. qual è il cubetto l. esser la nostra misura corporea, ouer corporale, con laquale misuriamo, & veniamo in cognitione di tutte quelle quantita corporee, ouer corporali, che (con arte) misurare potiamo, laqual misura corporea, ouer corporale, da nostri antichi geometrici è nominata stereometria, perche in effetto la misura egli è necessario, che la sia del genere della cosa misurata, ouer che si ha da misurare.

Come si costuma di vendere, & comprar li feni per Italia, & anchora della regola di saper misurar quelli. Cap. II.

1 LI feni si costumano communamente di vendere, & comperar a tanto il carro, ma perche sopra di vn carro vi se ne porria cargar, che piu, che meno, secondo la qualita del detto, & secondo la strettione di quello sopra del detto carro, e pero fu necessario a limitar con il peso, & con la misura il detto carro di feno si sul carro, come su li fenili, accioche li compratori (quali sono la maggior parte malghesi, & pecorari, quando vanno, & vengono con li loro bestiami dalla montagna) come li venditori, i quali sono contadini, gentil'huomini, & altri, habbino vn limitato termine, ma perche quasi ogni famosa citta ha vna sua limitatione a tal materia da loro antichi instituita, che a volerne narrare la millesima parte di quelle, che per Italia si costuma saria cosa longa, & fastidiosa, e pero intendo di narrare solamente il costume di Verona, & di Brescia, con tutte quelle sottilita, che occorrer possa nelle misurationi di quello, con il qual ordine da te medesimo lo sapera accommodare al costume di qual si voglia altra citta.

Come si vendono li feni sul Veronese.

2 IL costume di Verona, & del suo territorio è da vendere il feno a carra, il carro s'intende esser pesi 100. & il peso s'intende esser lire 25 a peso, & per misurar questi feni sopra da loro fenili, ouer su li carri, & in altri luoghi sinanci su le montagne, vsano quella medesima pertica diuisa in piedi 6 che costumano anchora a misurar li campi, vero è che nel misurar li feni non si nomina le pertiche, ma solamente li piedi, & con la esperienza fatta da loro antichi hanno trouato, che 240 piedi cubici di feno commune in bona benissimo accomodo, & assettato su li fenili fanno vn carro di feno, cioe pesi 100. & quelli 240 piedi cubici, per vider la ragion piu facile li chiamano ß 240 i quali fanno soldi 20 di feno, & perche soldi 20 di danari fanno vna lira di danari per similitudine dicono anchora che vna lira a misura di feno fanno vn carro, ma perche li feni ve ne sono di piu grassi, ouer magri della commune institutione, tal hora al stimo di persone di giudicio in tal materia lo conceerano (quando che egli è molto magro) a ragion di soldi 21. ouer 22. ouer 23. il carro, & quando ch'egli è molto grasso, lo conceerano tal hora a soldi 19. ouer soldi 18 il carro, ma il commun termine è soldi 20 il carro, com'è detto.

3 EGlie vn fenile di feno rettangolo longo piedi 25. & largo piedi 12. & alto egualmente per tutto piedi 12. Volendo saper quanto sia questo feno a soldi 20 il carro, multiplica quelli piedi

[illegible] della larghezza fia quelli piedi [illegible] della longhezza fara [illegible], & questi faranno piedi superficiali, liquali multiplicandoli per quelli piedi [illegible] dell'altezza faranno [illegible]. & questi saranno [illegible] di cubici di feno, liquali da loro sono detti danari, onde [illegible] in soldi (con partirli per [illegible], che [illegible] danari di feno fanno un soldo di feno) faranno soldi [illegible] danari [illegible] liquali [illegible], & partendoli per [illegible] ne veniria carra [illegible] soldi [illegible] cioe tanto sara il detto feno, cioe [illegible] esser carra [illegible] soldi [illegible], delquale se ne fa poi il conto al precio, che si vende il carro. Ma se per sorte nel detto feno vi fusse interposto qualche pilastrone, over piu pilastroni (come nella maggior parte occorre) per sostentar il tetto, sara che trouerai il conto di tutto il composito, cioe del feno, & di pilastroni, tu farai poi il conto de l'aria corporale di detti pilastroni, & tal aria corporale tu sottrarai di quella del detto composito, & il rimanente sara la quantita del feno, che per esser cosa facile, & di facile apprensione non ti adduco altro essempio. Auertendoti solamente che'l piede cubo di feno (detto danaro) si divide in dodici oncie di feno, & la oncia in dodici ponti di feno, & il ponto in dodici athomi di feno, cio è corporei.

Della rappresentatione delle misure che puo occorrere nel misurare detti feni secondo il costume di Verona, & suo Territorio.

Rappresentationi senza breuita.
pie. fia pie. fa pie.
pie. fia [illegible] fa [illegible]
pie. fia po. fa po.
[illegible] fia [illegible] fa pon.
[illegible] fia po. fa ath.

4 MA perche rare volte interuiene che le tre misurationi, cioe longhezza, larghezza, & altezza del detto feno vengano a piedi netti, come nella precedente questione è stato supposto, anzi la maggior parte delle volte vengono a piedi, & oncie, & nel giustar le misure, & nel far le ragioni sensa rotti vi occorre non solamente piedi, & oncie, ma anchora piedi, oncie, & ponti, delliquali ponti dodici fanno una oncia, e pero a intendere bene questa pratica, come si conuiene, egli è necessario saper a mente le rappresentationi delle specie delle misure sudette, quale sono le sottoscritte.

A multiplicar piedi fia piedi rappresentano piedi, over danari.
A multiplicar piedi fia oncie rappresentano oncie superficiali, over solide.
A multiplicar piedi fia ponti rappresentano ponti superficiali, over solidi.
A multiplicar oncie fia oncie rappresentano ponti superficiali, over solidi.
A multiplicar oncie fia ponti rappresentano athomi solidi.

un feni di feno.
lon. pie. [illegible] oncie [illegible]
lar. pie. [illegible] oncie [illegible]
alto pie. [illegible] oncie [illegible]

[illegible]

5 HOr che inteso hai le rappresentationi delle specie delle misure, multiplicandole l'una fia l'altra, per venire alla conclusione. Supponeremo che sia uno fenile, over charo di feno retangolo, longo piedi [illegible] oncie [illegible] largo piedi [illegible] oncie [illegible] & alto piedi [illegible] oncie [illegible]. Volendo mo saper quanto sia questo feno a ragion di soldi [illegible] il carro, che saria a ragion di [illegible] piedi cubi al carro, liquali piedi cubi (come di sopra è stato detto) li chiamano danari, quali riducendoli in soldi per [illegible] faranno li detti soldi [illegible] al carro. Hor per trouar quanto sia questo feno si puo procedere per tre vie, la prima, qual è la piu longa è a ridur le dette tre misurationi in oncie, ilche facendo si trouara la longhezza esser oncie [illegible] di misura, & la larghezza oncie [illegible] & l'altezza oncie [illegible] multiplica mo le oncie [illegible] della larghezza fia quelle oncie [illegible] della longhezza faranno [illegible] & questi saranno ponti superficiali, perche nelle rappresentationi si è detto, che a multiplicar oncie fia oncie fanno ponti, poi questi ponti [illegible] multiplicati per quelle oncie [illegible] dell'altezza faranno [illegible] & questi saranno athomi, perche oncie fia ponti fanno athomi di feno, cioe corporei, quali facendone ponti, partendoli per [illegible] faranno ponti [illegible] & [illegible] athomi [illegible] facendo poi li detti ponti in oncie, & le oncie in piedi cubi, over danari, & li danari in soldi, trouerai in tutto soldi [illegible] danari [illegible] oncie [illegible] ponti [illegible] athomi [illegible] di feno, tanto questo feni li detti soldi [illegible] in carra partendoli per [illegible] (perche fu supposto a soldi [illegible] il carro) te ne veniria carra [illegible] soldi [illegible] danari [illegible] oncie [illegible] ponti [illegible] athomi [illegible] & tanto sara il detto feno.

Nota che tu potresti anchora partir li detti athomi [illegible] per il cubo di oncie [illegible] che saria [illegible] ilche facendo te ne veniria alla prima danari [illegible], che faranno per soldi [illegible] danario [illegible]. Ma il primo modo richiede il partir per batello, over galea.

Ma volendo procedere per la seconda via, laqual è assai piu breue della sopradetta (& questa è a non rimouer le misure dal esser suo) assetta la larghezza sotto alla longhezza, come in margine vedi poi multiplica quelli piedi [illegible] della larghezza fia quelle due specie di misure della longhezza una per una, & prima li detti piedi [illegible] fia quelli piedi [illegible] faranno piedi [illegible] quali notarai da banda, poi multiplicarai li medesimi piedi [illegible] fia quelle oncie [illegible] della longhezza fara [illegible] superficiali, liquale riducendole in piedi faranno piedi [illegible] & oncie [illegible] quale notarai sotto a gli altri piedi [illegible] notati, fatto questo multiplicarai anchora quelle oncie [illegible] della larghezza fia quelli piedi [illegible] oncie [illegible] della longhezza, & prima fia li piedi [illegible] fara oncie [illegible] quale facendone piedi faranno piedi [illegible] oncie [illegible] quali notarai sotto a gli altri duoi prodotti, poi multiplicarai le medesime oncie [illegible] della

lon. pie. [illegible] oncie [illegible]
lar. pie. [illegible] oncie [illegible]

[illegible] pie. [illegible] oncie [illegible] pon. [illegible]
alto pie. [illegible] oncie [illegible]

[illegible]

larghezza

larghezza, fia quelle oncie tre di detta longhezza, fara ponti 15. che faranno oncie 1. ponti 3. quali notarai sotto quelli altri tre produtti, & summandoli poi tutti quattro insieme, trouarai che faranno piedi 951. oncie 2. ponti 3. superficiali, & quelli multiplicarai per quelli piedi 23. oncie 7. della altezza, cioe multiplicarai prima quelli piedi 23. fia quelle tre specie di misure superficiali, & prima fia quelli piedi 951. fara 21873. & questi faranno piedi cubi detti dinari, quali notarai da banda, poi multiplicarai li medesimi piedi 23. fia quelle oncie 2. di sopra, fara oncie 46. che faranno piedi 3. oncie 10. & questo notarai sotto alli altri, poi multiplicarai li medesimi piedi 23. fia quelli ponti tre di sopra, fara ponti 69. corporei, che faranno oncie 5. ponti 9. da notar sotto alli altri, fatto questo, multiplicarai le oncie 7. del' altezza, fia quelle medesime tre specie di misure superficiali, & prima fia quelli piedi 951. fara oncie 6657. quale faranno piedi 554. oncie 9. corporei, quali notarai sotto alli altri, poi multiplicarai le medesime oncie 7. fia quelle altre oncie 2. di sopra, fara ponti 14. che faranno oncie 1. ponti 2. da mettere sotto alli altri produtti, finalmente multiplicarai le medesime oncie 7. fia quelli ponti tre di sopra, fara athomi 21. che faranno ponti 1. athomi 9. da notar sotto alli altri produtti, quali summandoli tutti insieme, trouarai che faranno dinari 22960. oncie 6. ponti 0. athomi 9. di feno, onde tirando li detti dinari 22960. in soldi, & in carra, trouarai che faranno per carra 83. soldi 4. dinari 0. oncie 6. ponti 0. athomi 9. si come per l'altra via.

Ma volendolo risoluere per la terza via, recarai le oncie a parte di piede in ciaschedune di quelle tre misurationi, si che facendo hauerai la longhezza esser piedi 35 $\frac{5}{12}$, & la larghezza piedi 26 $\frac{5}{12}$, & la altezza piedi 23 $\frac{7}{12}$, hor multiplicando l'una di queste tre quantita fia vna dell'altre, & quel produtto fia l'altra terza, secondo la regola data a multiplicar tre numeri son, & rotti, sopra il multiplicar di rotti, & trouarai che faranno dinari 22960 $\frac{...}{...}$, quali tirandoli in soldi, & poi in carra, faranno carra 83. soldi 4. dinari 0 $\frac{...}{...}$, ma se risoluerai quel rotto de dinari, (cioe quel $\frac{...}{...}$) in oncie, ponti, & athomi, trouarai che te ne venira medesimamente carra 83. soldi 4. dinari 0. oncie 6. ponti 0. athomi 9. si come per le altre due vie. Et questa terza via torna piu commoda in pratica doue non si ha notitia di nomi delle parti del piede cubo.

$\frac{425}{12}$ fia $\frac{317}{12}$ fia $\frac{283}{12}$ fa $\frac{...}{...}$ cioe carra 83. soldi 4. dinari 0 $\frac{...}{...}$

Come si puo approuar tutte le sopradette operationi, conclusioni, & altre simili, con la proua del 9. ouer del 7. & con vna proua sola.

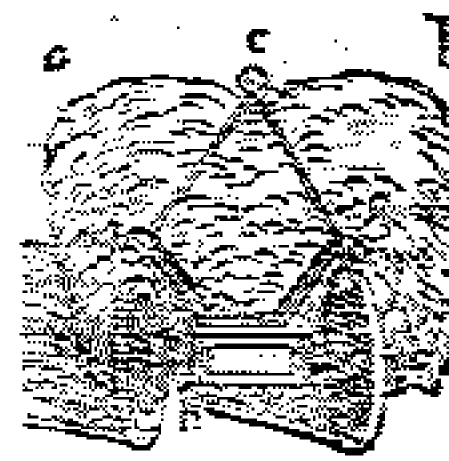
6 PEr approuar tutte le sopranotate operationi con la proua del 9. prima caua la proua di quelli piedi 35. oncie 5. della longhezza, & trouarai quella esser oncie 3. & similmente caua la proua di piedi 26. oncie 5. della larghezza, & trouarai quella esser oncie 2. & il medesimo farai di quelli piedi 23. oncie 7. dell'altezza, & trouarai quella esser oncie 3. come in margine vedi, onde multiplicando queste tre proue l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra, & la proua di tal vltimo produtto debbe esser equale alla proua della conclusione. Essempi gratia, multiplicando queste tre proue, oncie 3. oncie 2. oncie 3. dicendo oncie 3. fia oncie 2. fa ponti 6. & ponti 6. fia quelle altre oncie 3. fara athomi 18. la cui proua e athomi 4. & cosi la proua della conclusione, cioe di carra 83. soldi 4. dinari 0. oncie 6. ponti 0. athomi 9. che se con diligentia la cauarai ben la trouarai athomi 4. e pero sta bene. Nota che la proua di carra 83. fara carra 6. laqual se per tirar tal proua in soldi, bisogna multiplicarla per la proua di 22. per hauer fatta la ragione a soldi 22. per carro, la proua del qual 22. saria 4. qual multiplicandolo fia quelli carra 6. di proua, fara poi soldi 6. di proua, alliquali gionto ai quelli altri soldi 4. fara soldi 10. la cui proua e soldi 1. qual seguendoli in proua di dinari, & dapoi in oncie, & dapoi in ponti, & in athomi secondo la regola data sopra la pratica di terreni, & trouarai, com'e detto, la detta proua esser athomi 4. come si conuiene, & come di sopra e stato detto, e pero sta bene, & cosi procederai nelle altre simili. Auertendoti che se in questo feno vi fusse interposti pilastroni, ouer altri grossi traui in sustentatione del tetto, bisogna poi vltimamente far il conto di detti pilastroni, ouer traui interposti, & tal quantita sottrarla dalla sopradetta conclusione.

a far la proua
lo. pie. 35. on. 5. la proua on. 3.
lar. pie. 26. on. 5. la proua on. 2.
alto pie. 23. on. 7. la proua on. 3.

fa c. 83. s. 4. d. 0. on. 6. p. 0. at. 9.
la proua e at. 4.

Come si misura il feno su li carri.

7 ANchora non solamente si costuma di misurare il feno su li fenili, ma anchora quando quello e cargado, & ristretto sul carro, vero e, che nel misurar l'altezza vsano vna regola piu presto naturale, che geometrica. Essempi gratia, sia il capo di dietro di vno carro di feno, la superficie a b c d f g h i. & siano le due linee e f. & e g. quelle due corde, che ristringono quel carro di feno, con quel capo di quel longo trauo chiamato pertello con li duoi capi delle due sponde del detto carro, hor dico, che per l'altezza del detto feno, pigliano la misura di vna, & de l'altra delle dette due corde e f. & e g. che restringono il detto feno sul carro, & se la corda e f. fusse per sorte equale a l'altra corda e g. toranno la quantita di vna di quelle per l'altezza del



detto feno. Ma se per sorte l'una sia maggiore dell'altra, summano quelle due quantita con equa le, & di tal summa pigliano la mita, & tal mita pongono per l'altezza di quel feno, da quel capo del carro, & il medesimo fanno dall'altro capo del carro, & cosi se per tal sua regola trovarano che sia tanta l'altezza davanti, quanto quella di dietro, pigliano una di quelle per la vera altezza di tal carro di feno. Ma se per sorte trovassero tai due altezze non equale, si costuma pur di summare ambedue misure, & di tal summa pigliano la mita, & tal mita la notano per la giusta altezza squadrata del detto carro di feno. La longhezza, & larghezza del detto carro di feno, la pigliano poi secondo l'ordinario, vero è, che per tor la longhezza solamente del feno sogliono ponere verso il feno uno bastone da l'uno di capi, & l'altro da l'altro del detto feno, & dapoi misurano quanto è da l'un baston a l'altro, & tanto notano per la longhezza del detto feno, il medesimo fanno in tor la larghezza, & perche tal atto mal si puo con essempio essemplificare, (salvo che in fatto) pero tal son stimato di darvelo ad intendere con simplice parole. Et quantunque tal modo di squadrar tal carro sia falso rispetto alle regole di geometria, ma perche non si discosta dalla verita in cosa che sia di momento, come per isperientia hanno trovato tale sue regole, non è da biasimare, anzi da laudare in tal negotio, perche a volerlo squadrare secondo le vere regole di geometria, vi andaria tanta fatica assai per una cosa di niun valore in tal caso.

Ma bisogna notare qualmente il feno misurato sul carro, si costuma a darne comunemente soldi 504 al carro, perche in tal carro non è cosi calcato, ne assettato, come da gli altri sui fenili, cioe suppongono, che un carro di feno debba esser longo piedi 12, & largo piedi 7, & alto piedi 6. che multiplicando queste tre misure l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra fa 504. & questi sono danari di feno, che facendone soldi fanno soldi 504 come è detto, & per sorte facesse piu, over meno di detti S 504 tanto piu, over men d'un carro lo contrattarano, il medesimo si fa della paglia.

Del modo che si costumano sul Bresciano a misurar li detti feni. Capo III.

1 Anchora Brescia, & il suo territorio costumano di vendere, & comprar il feno a carra, & per un carro di feno, s'intende per pesi cento, da lire 25 al peso, si come a Verona, & per misurarlo sui li fenili, & anchora su li carri costumano per quella misura chiamata cavezzo, longa braccia 6. che costumano a misurar li terreni, vero è, che nelle misurationi di feni non partino a cavezzi, ma solamente a braccia, & con la isperientia anticamente hanno trovato che un braccio cubo di feno ben assettato sui fenili sia un peso di feno, & quel braccio cubo lo chiamano un quadretto di feno, & cosi cento quadretti fanno un carro, & perche nelle misurationi di detti feni raro è che vengano braccia neti senza oncie, e pero per spedir questa pratica uno essempio solo, si pongo le rappresentationi delle sue misure qua di sotto. Avertendoti che sul Bresciano, per esser li detti feni molto piu cari di quelli del Veronese, per esser megliori, & piu grassi, li dividono piu per sottile di quello che si fa sul Veronese, cioe il braccio, oltra che lo dividono in oncie 12. anchora la oncia la dividono, over che la intendono esser divisa in ponti 12. lineali. E pero anchora il quadretto corporeo, lo dividono in 12. oncie, et la oncia in 12. ponti, & il ponto in dodici athomi, & l'athomo in dodici minuti, & lo minuto in dodici menicoli, & il menicolo in dodici momenti.

Rapprefentationi delle misure del feno, secondo il costume di Brescia, & suo Territorio.

rappresentationi del feno sotto brevita.

br. fia br. fa bra.	2	A multiplicar braccia per braccia rappresentano braccia, over quadretti.
br. fia on. fa on.		A multiplicar braccia per oncie rappresentano oncie superficiali, over solide.
br. fia pō. fa. pon.		A multiplicar braccia per ponti rappresentano ponti superficiali, over solidi.
br. fia ath. fa ath.		A multiplicar braccia per athomi rappresentano athomi solidi.
on. fia on. fa pon.		A multiplicar oncie per oncie rappresentano ponti superficiali, over solidi.
on. fia pō. fa ath.		A multiplicar oncie per ponti rappresentano athomi superficiali, over solidi.
on. fia ath. fa minuti.		A multiplicar oncie per athomi rappresentano minuti.
pō. fia pō. fa minuti.		A multiplicar ponti per ponti rappresentano minuti superficiali, over solidi.
pō. fia ath. fa menicoli.		A multiplicar ponti per athomi rappresentano menicoli solidi.
pō. fia min. fa momēti.		A multiplicar ponti per minuti rappresentano momenti solidi.

3 HOr che hai inteso le rappresentationi di tutte le specie di misure, che occorrer posta nelle misurationi di feni. Supponeremo che sia un fenil di feno maragegio, longo braccia 12. oncie 5. ponti 6.

ponti 6. et largo braccia 12. oncie 6. ponti 4. & alto braccia 10. oncie 8. ponti 9. Per saper mo quanto sia questo feno, si puo procedere per tre vie diuerse, la piu commune, & longa è a ridur tutte le dette tre misurationi a ponti lineali, si che facendo trouarai la longhezza esser ponti 2 9 2 2. & la larghezza ponti 1 8 0 4. & l'altezza ponti 1 5 4 5. Hor multiplica queste tre quantita l'una sia l'altra, cominciando da quale due ti pare che non importa, ma per andar ordinatamente multiplica li ponti 1 8 0 4. della larghezza, sia quelli ponti 2 9 2 2. della longhezza, & trouarai che fara 5 2 7 1 2 8 8. & questi faranno minuti (perche ponti sia ponti fa minuti) quali multiplicarai per quelli ponti 1 5 4 5. de l'altezza, & trouarai che faranno 8 1 4 4 4 3 9 9 6 0. & questi faranno momenti (perche ponti sia minuti fanno momenti) liquali momenti riducendoli in menicoli (partendoli per 12.) & li menicoli in minuti, & li minuti in athomi, & li athomi in ponti, & li ponti in oncie, & le oncie in braccia, o vuoi dir in quadreti, over cubichetti, hauerai in vltimo braccia cubi 2 7 4 7. oncie 3. ponti 5. athomi 7. minuti 11. menicoli 6. momenti 0. & tanto sara il detto feno, cioe sara pesi 2 7 4 7. & quelli altri fragmenti liquali pesi 2 7 4 7. a ragion di pesi cento al carro fara carra 27. & pesi 47. & quelli altri fragmenti, liquali fragmenti calano alquanto di mezzo peso, e pero non arriuando a mezzo peso si li ponno gettar a monte, perche cosi costumano tal comercanti. Anchora tu poteui partire quelli 8 1 4 4 4 3 9 9 6 0. momenti per il cubo di ponti 1 4 4. che è longo il braccio, & te ne veniria alla prima braccia cubici 2 7 4 7 $\frac{1}{1}\frac{5}{4}\frac{4}{4}\frac{3}{8}\frac{8}{3}\frac{2}{2}\frac{6}{4}$, ma per l'altra via si schiuaria il partir per batello, e pero è piu costumato da contadini, & altri.

4 VOlendola risoluere per la seconda via cioe senza tramutar le misure dal esser suo, tu puoi procedere come se fatto nel costume di Verona, ma per mostrarti, che non solamente in queste di feni, ma anchora in quelle di terreni, nel voler multiplicare diuerse specie di misure, sia diuerse specie di misure, si puo procedere secondo l'ordine del multiplicar per scacchiero, cioe cominciando le multiplicationi dalle minor specie di misure, voglio che questa la risoluiamo per simil ordine, per risoluere adunque questa per simil modo ponerai le misure della larghezza ordinatamente sotto alle misure della longhezza, & di sotto vi tirarai vna linea come in margine vedi, fatto questo multiplicarai quelli ponti 4. della larghezza, sia quelle tre specie di misure della longhezza a vna per vna, ma cominciando prima da quelli ponti 6. dicendo 4. sia 6. fa 24. & questi 24. fara minuti, quali riducendoli in athomi faranno atho. 2. & minuti 0. ponerai giuso minuti 0. al suo luogo sotto alla linea, & saluarai nella penna quelli athomi 2. poi multiplicarai quelli medesimi ponti 4. sia quelle oncie 4. della longhezza, fara athomi 16. alli quali giongerai quelli altri athomi 2. che saluasti, fara athomi 18. che faranno ponti 1. & athomi 6. ponerai giuso quelli athomi 6. & saluarai quel ponto 1. poi multiplicarai quelli medesimi ponti 4. sia quelli braccia 20. della longhezza, fara ponti 80. alliquali giongerai quel ponto 1. che saluasti, fara ponti 81. che faranno oncie 6. & ponti 9. notarai li ponti 9. consequentemente al suo luogo, & quelle oncie 6. per esser in fine, tu le notarai consequentemente dietro a quelli ponti 9. come che in margine vedi, & fatto questo tu pigliarai quelle oncie 6. della detta larghezza, & le multiplicarai sia quelle medesime tre specie di misure della longhezza pur a vna per vna, cominciando pur da quelli ponti 6. dicendo 6. sia 6. fara 36. liquali faranno athomi, che faranno ponti 3. & athomi 0. & notarai li athomi 0. sotto a gli altri athomi, come in margine vedi, & saluarai quelli ponti 3. poi multiplicarai quelle medesime oncie 6. sia quelle oncie 4. della longhezza, fara ponti 24. alliquali giongerai quelli altri ponti tre che saluasti, fara ponti 27. che fara oncie 2. & ponti 3. notarai giuso al suo luogo li detti ponti 3. & saluarai quella oncia 2. poi multiplicarai le medesime oncie 6. sia quelli braccia 20. della longhezza fara oncie 120. alle quali giongerai quella oncia 2. che saluasti fara oncie 122. che faranno braccia 10. & oncie 2. notarai giuso quella oncia 2. al suo luogo, et per esser in capo consequentemente notarai anchora quelli braccia 10. come nella figura vedi, fatto questo multiplicarai anchora quelli braccia 12. di detta larghezza, sia quelle medesime tre specie di misure della longhezza a vna per vna, cominciando prima da quelli ponti 6. dicendo 6. sia 12. fa 72. & questi faranno ponti, quali tirandoli in oncie, faranno oncie 6. & ponti 0. notarai quelli ponti 0. (per seruar l'ordine) sotto a gli altri ponti, & saluarai quelle oncie 6. poi multiplicarai quelli medesimi braccia 12. sia quelle oncie 4. della longhezza, fara oncie 48. alle quali giongerai quelle oncie 6. che saluasti fara oncie 54. che faranno braccia 4. & oncie 6. ponerai giuso quelle oncie 6. al suo luogo, & saluarai quelli braccia 4. poi multiplicarai finalmente li medesimi braccia 12. sia quelli altri braccia 20. della longhezza, fara braccia 240. alliquali giongerai quelli altri braccia 4. che saluasti fara braccia 244. quali notarai al suo luogo, come in margine vedi, fatto questo, summarai le dette tre multiplicationi insieme, si che, facendo trouarai che faranno in summa braccia 254. oncie 2. ponti 6. athomi 2. minuti 0. & tanto fara il produtto della longhezza sia la larghezza del detto feno.

vn fent di feno.
lon. br. 20. on. 4. pō. 6.
lar. br. 12. on. 6. pō. 4.
alt. br. 10. on. 8. pō. 9.

fa car. 27. pesi 17. on. 5.
pō. 5. ati. 7. mo. 2. m. 6

lon. br. 20. on. 4. pō. 6.
lar. br. 12. on. 6. pō. 4.

on. 6. pō. 9. ati. 2. mi. 0
bra. 10. on. 2. pō. 3. ati. 0.
br. 244. on. 6. pō. 0.

br. 254. on. 2. pō. 6. ati. 2. mi. 0

5 ET per multiplicar mo tal prodotto per quelli braccia 10. oncie 8. ponti 5. dell'altezza, assettarai l'uno sotto l'altro, come di sotto vedi, & dapoi multiplica quelli ponti 5. de l'altezza, fia quelle 5. specie di misure superficiali del primo prodotto a una per una, comenzando prima da quelli minuti 0. onde per abbreviar parole trovarai che farà braccia 15. oncie 5. ponti 7. atti 10. minuti 7. menuti 6. momenti 0. come che sotto alla linea ordinatamente poi vedere, & fatto questo, multiplicarai anchora queste medesime 5. misure del detto primo prodotto per quelle oncie 8. dell'altezza a una per una, cominciando pur da quelli minuti 0. onde seguendo ordinariamente trovarai che sarà braccia 169. oncie 5. ponti 8. atti 1. mi. 4. me. 0. quali notarai sotto all'altra multiplicatione, ponendo ogni prodotto sotto alla sua specie, come che anchora nelli scacchieri si costuma, cioe come che di sotto vedi, fatto questo multiplicarai finalmente le dette 5. misure superficiali del primo prodotto, per quelli braccia 10. dell'altezza, cominciando pur da quelli minuti 0. onde seguendo di mano in mano, trovarai che saranno braccia 1541. oncie 1. ponti 1. atti 8. mi. 0. quali vanno notati sotto al suo genere, come nello essempio puoi vedere, & fatto questo, summandoli poi insieme, secondo che nel summare li multiplicati per scacchiero si costuma, trovarai che sarà la summa braccia 17 17. oncie 5. ponti 5. atti 7. minuti 11. menuti 6. momenti 0. Onde facendo li braccia, carra quadri [illegible] in carra, partendoli per cento te ne venira medesimamente carra 17. pedi 17. oncie 5. & quelli altri sequenti, si come per l'altro primo modo fu trovato. Et questo tal modo di multiplicare per via di scacchiero è molto leggiadro operare, benche non si costumi, & con tal modo si puo procedere nel far le ragioni di terreni, & altre multiplicationi di misure di diverse specie.

primo prodotto	braccia 154. on. 1. pon. 6. atti 1. mi. 0.
altezza	br. 10. on. 8. pō. 5.
	braccia 15. on. 10. pō. 7. at. 10. mi. 7. me. 6. mo. 0.
	braccia 169. on. 5. pō. 8. at. 1. mi. 4. me. 0.
	braccia 1541. on. 1. pō. 1. atti 8. mi. 0.
	braccia 17 17. on. 5. pō. 5. atti 7. mi. 11. me. 6. mo. 0.
cioe	carra 17. pe. 17. on. 5. pō. 5. atti 7. mi. 11. me. 6. mo. 0.

Come si puo approuare la soprascritta conclusione con la proua del 7. over del 9.

6 VOlendo far la proua della soprascritta conclusione per la proua del 7. prima cavarai la proua di quelli braccia 10. oncie 3. ponti 5. della longhezza, & trovarai quella esser ponti 5. quali ponerai all'incontro della sua partita. Similmente cavarai la proua di quelli braccia 11. oncie 6. ponti 4. della larghezza, & trovarai che sarà ponti 5. & cosi quella di quelli braccia 10. oncie 8. ponti 5. della altezza, trovarai che sarà medesimamente ponti 5. poi multiplicando queste tre proue l'una via l'altra, & quel prodotto via l'altro, & trovarai che sarà momenti 75. la cui proua è momenti 5. & tanto debbe esser la proua della detta conclusione, cioe di braccia cubi 17 17. oncie 5. ponti 5. atti 7. minuti 11. menuti 6. momenti 0. Il che essendo si dira la detta conclusione esser buona per la proua del 7. ma essendo altramente senza alcun dubbio saria falsa, ma se con diligenza la cavarai, tu la trovarai esser momenti 5. & se per assicurarti meglio la vorrai approvare per la proua del 9. lo potrai fare.

la. b. 10. on. 3. pō. 5. pro. pō. 5
lar. b. 11. on. 6. pō. 4. pro. pō. 5
al. b. 10. on. 8. pō. 5. pro. pō. 5

la multiplicatione delle 3 proue fa momenti 5.

il prodotto br. 17 17. oncie 5. ponti 5. atti 7. mi. 11. meni 6. mo. 0. la proua mo. 5.

7 ANchora volendo fare la soprascritta ragione di sotto, per la terza via, over modo, reduci quelle oncie, & ponti in rotti a parte di braccio, in ciascheduna delle sopradette tre misurationi, & trovarai la longhezza braccia 10 [illegible] & per la larghezza braccia 11 [illegible] & per l'altezza trovarai braccia 10 [illegible] le qual tre quantita se le multiplicarai secondo la regola data sopra di rotti, & massime quella regola data in fine del multiplicar di rotti (cioe della sesta, & settima) trovarai che ti darà il medesimo, & di questa regola te ne potrai servire in piu se fiano quando che tu non haverai cognitione, over notitia di rotti delle parti del braccio, over del piede cubo, perche ti osservaria a rispondere li detti br. over piedi cubi, & le parti di un di quelli.

Del modo che si costuma in diverse citta a vendere, & comperar le legne a misura, & come si fa il conto della quantita di quelle. Cap. III.

Del costume di Venetia circa al vendere, & comperar legne a misura, & del modo di far le ragioni della quantita di quelle.

1 IN Venetia si costuma di vendere, & comperar le legne in duoi modi di parlari, l'uno è dando a carra, & l'altro a passi, & quantunque questi duoi modi siano varii in denominatione, non dimeno sono in sostanza una cosa medesima, perche un carro di legna non è altro che uno quadrato

drato

drato di legne ben assettate longo piedi 3. & alto altri piedi 3. commune di Venetia, il medesimo s'intende essere un passetto, & perche le legne, che si vendono a carra, ouer a passetti sono communamente di due sorte, l'una è detta legne longhe, & l'altra legne corte, le legne longhe sono longhe piedi 3. & le corti sono longhe solamente piedi 1½, onde si manifesta che un carro, ouer un passetto di legne longhe viene a esser longo piedi 3. & alto piedi 3. & grosso piedi 3. che veniria a esser piedi 27 cubici (perche 3 fia 3 fa 9. & 3 fia 9 fa 27. piedi cubici, com'è detto) & tanto saria un carro, ouer passetto di legne longhe, & cosi quel delle corte veniria a esser la mità di quello delle longhe, cioe veniria il carro delle legne corte a esser longo piedi 3. & alto piedi 3. ma grosso solamente piedi 1½, lequal tre misure multiplicando l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra, fara in ultimo piedi 13½ cubici, cioe la mità di piedi 27 cubici, & cosi un carro, ouer passetto de legne corte, veniria a esser piedi 13½ cubici, & bisogna saper che la grossezza di detti carra, ouer passetti di legna, in Venetia se gli dice morello, cioe se sara un legnaro longo, ponemo piedi 15. & alto piedi 12. & grosso piedi 6. diremo un legnaro longo piedi 15, alto piedi 12. & di morello piedi 6. ma per esser meglio intelligenti da ogn'uno, non diremo morello, ma grossezza, & alli passetti gli diremo carra, & per venir alla pratica diremo cosi.

2 Gli e un legnar longo piedi 15. & alto piedi 12. & grosso piedi 6. volendo saper quanto sia la detta legna, multiplica li piedi 15 della longhezza per li piedi 12 dell'altezza fara 180. & questi multiplica per quelli piedi 6 di grossezza (ouer morello) fara 1080. & tanti piedi cubici fara la detta legna, volendo far la ragione a legna longa, & perche gia sai che piedi 27 cubici fanno un carro di legna lo(n)ga, partirai li detti piedi 1080 cubici, per 27. per saper carra, & trouerai che te ne veniria precisamente carra 40. Ma volendo calcularla a ragion di legna corta, tu partirai li detti piedi 1080 cubici per 13½, perche gia sai, che piedi 13½ cubici fanno un carro di legna corta, il che facendo trouerai che te ne veniria carra 80. cioe il doppio di quello che ne vien a ragion di longa.

3 Gli e un legnaro longo piedi 25. oncie 6. alto piedi 15. oncie 4. grosso di morello piedi 10. oncie 3. volendo saper quanti piedi cubici sia tal legna, questa & altre simili puoi far per tre diuerse vie, come fu detto del fieno, il primo e a far quelle tre misurationi in oncie, il che facendo hauerai per longhezza oncie 306. & per altezza oncie 184. & per grossezza oncie 123. onde multiplicando le oncie 306. per oncie 184. trouerai che fara 56304. & questi multiplicarai anchora per quelle oncie 123 della grossezza fara 6925392. vero e che in questo si poteria formar le rappresentationi, come si e fatto alle ragion di fieni, ma per intendere piu modi, ouer piu ordini di procedere, tu puoi partire le dette oncie 6925392 cube, per il cubo di oncie 12 (che supponemmo esser longo il piede lineale) il qual cubo sara 1728. & tante oncie cube fara un piede cubo, onde partendo (com'è detto) le dette oncie 6925392 cube, ne veniria 4007 ⅓ ... & questi saranno piedi cubi di legna, de liquali facendone carra secondo la qualita della legna, cioe a ragion di legna longa tu li partirai per 27 (perche piedi 27. fa un carro di legna longa) il che facendone veniria carra 148. & piedi 11½ cubici. Et se la vorrai far a ragion di legne corte partirai li detti piedi cubici 4007 ⅓ per 13½, perche un carro di legne corte è piedi 13½ cubici, & te ne veniria carra 296. piedi 10½ cubici, & con tal ordine procederai nelle altre simili.

Ma volendola risoluere per il secondo modo, cioe senza mouer le misure del esser suo, tu lo puoi fare secondo l'ordine dato nelle rappresentationi del fieno, come in margine vedi, ma perche penso, che per tal modo hormai ti sia famigliar, non voglio star a narrarlo di nuouo, & tanto piu, che nelle simili, lodo piu il terzo modo di questo secondo, cioe recar le oncie a parte di piede, dicendo esser longo tal legnaro piedi 25½, alto piedi 15⅓, & grosso piedi 10¼, et dapoi multiplicar una di queste misurationi per una delle altre, & quel produtto per l'altra secondo l'ordine dato nell'ultima di multiplicare di fieni, & rotti, & trouerai che fara pur piedi 4007⅓ cubici, come per l'altra via, ouer modo, & con tal ordine procederai nelle altre simili.

Costume di Roma circa al vendere, & comperar legne a misura.

4 Ancor che la intention mia non sia di volerti mostrar li varij costumi, che per Italia si vsa circa al vendere, & comperar le legne a misura perche a me non saria possibile, ma accioche da te medesimo sappi come gouernarti in ogni simil luogo, ti narraro solamente sotto breuita il costume di Roma, & quel di Brescia. Dico adunque che a Roma si vende, & compra le legne a canna, & per misurarla costumano una misura lineale per chiamata canna longa pal. 10 ma una canna di legne s'intende un quadrangolo di legna ben assettata longo una canna lineale (cioe pal. 10.) & alto pal. 5 (cioe mezza canna lineale) & la longhezza di tal legna debbe essere palmi 3½, talche una canna di legna veniria a esser palmi 175 cubici.

un legnaro
longo piedi 15.
alto piedi 12.
grosso piedi 6.

fa carra 40. a ragion di
legna longa.

ouer carra 80. a ragion
di legna corta.

un legnaro
longo piedi 25. oncie 6
alto piedi 15. oncie 4.
grosso piedi 10. oncie 3

fa piedi cubici 4007⅓

che sono car. 148 ...
di legna longa,

ouer carra 296 ... di legna corta.

Rappresentationi delle
misure di legna.
pie. fia pie. fa pie.
pie. fia ō. fa ō.
pie. fia pō. fa pō.
ō. fia ō. fa pō.
ō. fia pō. fa sech.

vn legnaro
longo canne 7. palmi 4
alto canne 5. palmi 3.
grosso canne 1. pal. 4.

sara cane 313. pal. 133.

E per tanto supponemo che sia vn legnaro longo canne 7. palmi 4 lineali, & alto canne 5. palmi 3. pur lineali, & grosso canna vna, & palmi 4 lineali, volendo saper quanto sia la detta legna, redurrai le dette tre misure in palmi, & hauerai per longhezza palmi 74. & alto palmi 53. & grosso palmi 14. & fatto questo multiplica li palmi 74. della longhezza per li palmi 53. dell'altezza fara palmi 3922 superficiali, & questi multiplica per quelli palmi 14 della grossezza fara 54908. & questi saranno palmi cubici, & perche gia sai che palmi 175 cubici, fanno vna canna di legna, e pero per far li sopradetti palmi 54908 cubici in canne di legna, partirli per 175. il che facendo te ne veniria 313 canne di legna, & palmi 133 cubici, & con tal ordine farai le altre simili.

Costume di Bressa circa al vendere & comperar legna a misura.

5 A Bressa costumano di vendere, & co'perar legne dritte, & grosse a meda, la qual meda di legna s'intende vn quadrato di legna ben assettata, longo br. 6. & alto br. 6. la longhezza della detta legna debbe esser braccia 2. e pero la detta meda veniria a esser braccia 72 cubici, ma perche le dette legne da vendere a meda (per fuggir la ragione) si fanno tagliare alla sua debita misura, cioe longhe braccia 2. e pero per misurar poi quelle si regolano con la misura della longhezza, & altezza del legnaro, talche vn legnaro quadro, cioe longo braccia 6. & alto braccia 6. saria vna meda di legna, & similmente vn legnaro longo braccia 12. & alto braccia 3. saria pur vna meda di legna, perche multiplicando la longhezza fia l'altezza in l'uno, & l'altro fa braccia 36 superficiali, hauendo pero la detta legna la sua debita longhezza di braccia 2. i quali braccia 2 veniriano a esser la grossezza del legnaro, e pero multiplicando li detti braccia 2 di grossezza fia quelli braccia 36 superficiali veniriano a far braccia 72 cubici, cioe corpori, ouer solidi, come di sopra è stato detto, ma per venire alle ragioni, & misurationi piu sottile, che poria alle volte in tal materia occorrere, & per introdurti anchora nelle misurationi piu strane formaremo le seguenti questioni.

vn legnaro
longo braccia 23.
alto braccia 13.
grosso l'ordinario.

fa mede $8\frac{11}{36}$.

6 SVpponemo che sia vn legnaro longo braccia 23. & alto braccia 13. & grosso il suo ordinario, cioe braccia 2. & volendo saper quanto sia la detta legna multiplica li braccia 13 dell'altezza fia li braccia 23 della longhezza fara braccia 299 superficiali, delli quali 36 fa vna meda di legna, longa secondo l'ordinario, e pero partirai detti braccia 299 per 36 (per farne mede) te ne veniria mede $8\frac{11}{36}$, cioe mede 8. & braccia 11 superficiali da 36 alla meda.

vn legnaro
longo br. 25. oncie 8
alto br. 16. oncie 9.
grosso l'ordinario.

fa mede 11. br. 33. $\frac{132}{144}$ $\frac{11}{12}$.

7 SVpponemo anchora che sia vn legnaro longo braccia 25 oncie 8 alto br. 16. oncie 9. & grosso secondo l'ordinario, cioe br. 2. per saper quanto sia questa legna si puo procedere per tre diuerse vie, la piu commune è a ridur le misure tutte in oncie, & che facendo tal legnaro sara longo ℥ 308. & alto ℥ 201. hor multiplica quelle ℥ 201. dell'altezza fia quelle ℥ 308 della longhezza fara oncie 61908 superficiali, le quali farai in braccia superficiali partendoli per 144 (perche 144 oncie superficiali fanno vn brazzo superficiale) & trouarai che te ne veniria braccia $429\frac{132}{144}$ superficiali, i quali br. 429 riducendoli in mede (partendoli per 36) faranno mede 11. & braccia $33\frac{132}{144}$, schisa $\frac{11}{12}$, vero è che di quel rotto di brazzo superficiale non se ne teneria conto in far la ragion de l'amontar, & se pur ne vorranno tener conto si pigliaria per vn brazzo, perche passa mezzo brazzo, che cosi si costuma nelli rotti di poco valore.

Rappresentationi superficiale delle misure di legne.
br. fia br. fa br.
br. fia ℥. fa ℥.
℥ fia ℥. fa pũ.

La seconda regola, ouer via da risoluere le simil sorte, a non mutare le misure del suo essere, quasi secondo l'ordine dato nel misurar di terreni formando le rappresentationi delle misure di braccia, & oncie lineali, come in margine vedi, diuidendo il brazzo superficiale in 12 oncie superficiali, & la oncia in 12 ponti superficiali, i quali ponti in questo caso vengono a esser oncie quadre, delle quali 144. fanno vn brazzo superficiale, onde multiplicando li braccia 16 dell'altezza fia quelli braccia 25. oncie 8. della longhezza secondo gli ordini piu volte detti, cioe a vna per vna, & prima fia li br. 25 fara br. 400 superficiali, poi fia quelle ℥ 8. fara br. 10. ℥ 8. da porre sotto alli 400. & dapoi multiplicar anchora le ℥ 9 dell'altezza fia quelli br. 25 della longhezza fara oncie 225. che sono br. 18. ℥ 9. da mettere sotto a gli altri 2 prodotti, poi multiplicar similmente le dette ℥ 9. fia le ℥ 8 fara ponti 72. che sono ℥ 6. le quali poste sotto a gli altri 2 prodotti, & dapoi summarli tutti 4 insieme, & faranno br. 429. ℥ 11 superficiali, onde partendo li detti braccia 429 per 36 (per farne mede) ne veniria medesimamente mede 11. braccia $33\frac{11}{12}$, si come per l'altra via.

La terza regola, ouer modo è a ridur le oncie a parte di brazzo, & hauerai per longhezza br. $25\frac{2}{3}$ & per altezza br. $16\frac{3}{4}$, onde multiplicando tai due quantita secondo la regola di rotti trouarai, che fara quel medesimo, cioe mede 11. braccia $33\frac{11}{12}$ da braccia 36 alla meda.

8 MA per darti ad intendere tutte le difficulta in questa materia (non tanto per questa pratica di Bressa, quanto che per altre materie, che ti poria occorrer di misurare) Supponemo che

sia un legnaro longo braccia 22. oncie 6. alto braccia 20. oncie 3. & grosso braccia 5. oncie 9.

Per saper quanto sia tal legna a ragion di meda ordinaria, tu poi procedere pur per tre diverse vie, la prima è a ridur tutte le misure in oncie, & haverai per longhezza oncie 270. per altezza oncie 243. & per grossezza oncie 69. onde multiplicandole l'una fia l'altra, & il produtto fia l'altra terza quantità, te ne venira oncie 4527090 cube, lequali partendole per 1728 (cioe per il cubo di oncie 12 longhezza del brazzo) te ne venira braccia cubi 2619 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{16}\frac{1}{32}$, & perche braccia 72 cubi fanno una meda, partirai li detti braccia 2619 per 72. & te ne venira mede 36. braccia 27 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{16}\frac{1}{32}$ cubi, cioe dart a ella meda.

La seconda regola da risolvere le frattioni (cioe senza alterar le misure dal esser suo) tutti governarai secondo l'ordine delle rappresentationi del sceno, come che in margine vedi, qual per che honoratissimi debbe esser famigliare a colui che ha il cargo di tal operatione.

Similmente volendola risolvere per il terzo modo, over regola recorrai le oncie parte di brazzo, & così haverai per la longhezza br. 22 $\frac{1}{2}$. & per l'altezza br. 20 $\frac{1}{4}$. & per la grossezza br. 5 $\frac{3}{4}$. lequal tre quantità multiplicandole secondo l'ordinario faranno 2619 $\frac{27}{32}$, & questi saranno braccia solidi, over dir cubi, delliquali ogni 72 fanno una meda di legna, partendoli adunque per 72. te ne venira pur mede 36. braccia 27 $\frac{27}{32}$. si come per l'altro modo. Nota che li rotti di brazzo sono equali anchor che paiano differenti in denominatione.

un legnaro longo br. 22 oncie 6. alto br. 20. oncie 3. grosso br. 5. oncie 9.

fara mede 36. braccia 27 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{16}\frac{1}{32}$

Rappresentationi solide delle misure di legne.

br. fia br. fia br.
br. fia on. fia on.
br. fia po. fia po.
on. fia on. fia po.
on. fia po. fia po.

Come che geometricamente si misura, & conosce la quantità delle biave sul li granari in generale, & in particolare. Cap. V.

2 Molte volte per conto delli datii, & gabelle, che vengono imposti sopra delle biave, occorre a saper la quantità delli formenti, & altre biave, che sono su li granari, over in altri luoghi, lequal cose a volerle misurare con le sue misure ordinarie, vi occorreria un disturbo, & fatica grandissima, e per tanto per venir al generale, ti voglio narrare, come si sono governati alcuni nostri antichi per formarsi una regola per far tali effetti, alcuni fanno far con diligenza un vaso di tavole, che il vacuo di tal vaso sia giustamente cubo, & di un brazzo, overo un piede secondo il costume di tal città, simile per lato, & questo tal vaso lo empieno di formento, & con diligenza esaminano quanto è tal formento, rispetto alla misura ordinaria di quello, & tanto quanto lo trovano, tanto determinano esser un brazzo, overo un piede cubo di formento, & quantunque tal sua regola non si possa negar naturalmente, che la non sia buona, & commoda, nondimeno perche tutte le nostre costruttioni, & operationi, overo isperientie fatte manualmente in materia, mai ponno esser così vere, & precise (come fu detto in principio di Euclide da noi tradotto) che le non possano esser sempre più vere, & più precise. Concludendosi adunque l'huomo cercabile nelle sue attioni fatte in materia debbe sempre nelle simili isperientie fondamentali, cercar di farle nelle gran quantità, perche li piccoli, & non sensibili errori fatti nelle gran quantità, nelle piccole si fanno poi menori, & men sensibili di quello erano nelle gran quantità, & al contrario seguita in quelle fatte nelle piccole quantità, cioe che li piccoli, & non sensibili errori fatti con isperientie nelle piccole quantità, nelle gran quantità si fanno molto maggiori, & molto sensibili, e pero concludo per far una simile fondamental isperientia, che si debbia dividere la misura, che si costuma in quella tal città in minutissime parti, cioe dividere il brazzo, over piede, non solamente in oncie 12. ma anchora (se possibil è) dividere la oncia in 12 ponti, il che facendo il detto brazzo, over piede venirà a esser diviso in 144 ponti, il cubo di qual 144 ponti sarà 2985984 ponti cubi, fatto questo si debbe (per il formento) trovar una qualche gran cassa, over cassone netto di dentro di ogni lordizzaria, & cavelli, & misurare con la detta nostra divisa misura diligentemente la longhezza, larghezza, & altezza del vacuo del detto cassone, & trovar poi quanti ponti cubi sarà l'area corporale del detto vacuo, & fatto questo farlo empire diligentemente di formento, & dapoi far misurare tutto quel formento con la sua misura ordinaria, & con le parti di quella, & fatto questo per trovar poi quanto venghia esser un piede, over brazzo cubo di formento, dirai con la regola del tre, se tanti ponti cubi, come che sarà il vacuo di quel cassone, mi dan tante misure ordinarie di formento, che mi tenira quelli 2985984 ponti cubici del brazzo, over piede, della nostra divisa misura, & quello che di tal operatione ne perveniria tanto formento venirà a esser un brazzo, over piede cubo della detta nostra divisa misura. Essempi gratia pongo che io mi voglia certificare qui in Venetia quanto formento vada al piede cubo, prima farò far un passo di ferro over di buon legno sodo, non solamente diviso in cinque piedi, & il piede in 12. oncie, ma (se possibil sarà) farò dividere ciaschaduna oncia in 12 parti equali, & quelle chiamaremo ponti, & fatto questo, pongo che mi trovi in casa una gran cassa, over cassone, che il vacuo di quello sia longo piedi 4. oncie 3. ponti 2. & largo piedi 2. oncie 5. ponti 4. & alto piedi 2. oncie

4 ponti 1. & per trouar l'aria corporale di tal cassone riduco le dette tre misure a ponti, & hauero 4 ponti 1. & per trouar l'aria corporale di tal cassone, riduco le dette tre misure a ponti, & hauero per longhezza ponti 600, & per larghezza ponti 208. & per l'altezza ponti 194. poi multiplico le dette tre quantita l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra, et trouo che me ne vien 24211200, & questi saranno ponti cubici, fatto questo, faccio impir questo tal cassone raso di formento, & da poi faccio misurar diligentemente questo tal formento cō le sue misure ordinarie, cioe a staro, quarte, quartaroli, & supponiamo che si troui tal formento esser stara 4. quarte 2. quartaroli 3 $\frac{1}{2}$ quartaroli, & $\frac{1}{2}$. Hor suppongo che si troui tal formento esser stara 4. quarte 2. quartaroli. Se ponti stara Venetiana per saper mo quanto ne vada al piede cubo, dico per la regola del tre. Se ponti 24211200 cubici mi da stara 4. quarte 2. quartaroli $\frac{1}{2}$ di formento, che mi dara ponti 2985984 cubici del piede, cioe il cubo di quelli ponti 144. che e supposto esser longo il piede, onde operando trouarai che mi daria quarte 2. quartaroli 0 $\frac{1}{2}$. & [illegible] di vn quarto, che sara quasi quarte 2. & quartaroli 1. & tanto si poria determinare in tal caso ogni piede cubo di formento esser quarte 2. quartaroli 1. Anchora che desiderasse di saper quanti ponti cubici fusse vn staro di formento, si douera proceder per questo altro modo, dicendo, se stara 4. quarte 2. quartaroli $\frac{1}{2}$ mi da ponti cubici 24211200. che mi dara stara 1. onde operando si trouara che daria ponti 5325949 [illegible], & cosi tanti ponti cubici di formento saranno vn staro di formento, ma perche quel rotto di ponto, cioe quel [illegible] e piu di vn mezzo ponto, si poria farlo integro, che cosi si costuma da natura nelle cose di poca importanza, cioe in tal caso si poria affermar che ogni ponti 5325949 cubici ne daesse vn staro di formento, si che in ogni tal conditione vi casca vn poco di differentia, perche volendo tener conto di quel rotto di ponto cubico, le operationi verriano di troppo gran manifattura, come nel scriuere si poria comprendere, & con questo medesimo ordine si procedera in altre mercantie simile, come faria segala, miglio, legumi, & altri.

Costume di Verona circa al misurar geometricamente li formenti.

HOr che hai inteso l'ordine che si puo vsare per formarsi vna regola generale di saper conoscere geometricamente vna quantita di formento generalmente in qual si voglia prouincia, ma accio meglio s'intenda il tutto, veniremo alli essempi particulari, et non in ogni prouincia, ma solamente di Verona, & di Brescia, & massime, che nel Bresciano molto si frequenta tal pratica per causa di certi dacij, ouer gabelle, che sopra di formenti, & vini (& credo anchora di altri grani) si paga, liquali dacij si chiamano imboca. Prima dico che a Verona il formento si vende, & compra a vna certa misura chiamata minale, et vn minale è quarte 4. et la quarta è quartaroli 4. & il quartarolo è 4. scopelli, & sappi che tre minali di formento fanno vn sacco, & 4. sacchi fanno vn carro di formento. Anchora dico che per le esperientie fatte da alcuni loci mochi geometrici misuratori affermano ogni piede cubico di formento esser vno minale, & circa $\frac{1}{2}$ quartarolo di formento, laqual cosa non la nego, ne manco l'affermo per varij rispetti, ma supponeremo che cosi sia.

5 HOr supponemo anchora che sia vn granaro, ouer camera rettangola longa piedi 10. oncie 4. & larga piedi 11. oncie 3. & che in quella vi sia vna gran quantita di formento, qual sendo spianato, & gualiato da tutte le bande tal formento, supponeremo che sia alto piedi 5. oncie 10. Hor volendo mo saper quanto sia tal formento a tal misura Veronese. Questa specie di questione si puo far per tre diuerse vie, la prima è a ridur tutte le dette tre misure in oncie, il che facendo haueresti per longhezza oncie 124. & per larghezza oncie 135. & per altezza oncie 70. & queste tre misure multiplicandole (secondo il solito) l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra haueresti in vltimo 1171800. & queste saranno oncie cube, lequali per tirarle in piedi cubi, bisogna partirle per il cubo di oncie 12. (longhezza del piede) ilqual cubo fara 1728. onde partendole per il detto 1728. trouarai che te ne venira 678 [illegible] che schissato, fara [illegible], & questi saranno piedi cubi, liquali sariano di vno minale, & $\frac{1}{2}$ quartarolo di formento l'uno, trouarai che ti daranno minali [illegible] che fariano sacchi [illegible] minali [illegible], & se ti parera quel rotto di minale di risoluerlo in quarte, quartaroli, & scopelli, trouarai q. [illegible] 2. scopelli [illegible], ma per simili conti di dacij, ouer gabelle non se ne teneria conto delle quarte, ne manco delli quartaroli, ma per esser piu di mezzo minale, ouer che lo contarariano per vn minale integro, ouer per nulla.

Ma volendola far per il secondo modo, cioe senza mouere li piedi, ma lasciandoli in suo essere, bisognara procedere secondo l'ordine delle rappresentationi in margine notate, come che sopra la ragioni di sassi fu anchor detto, & fatto, che per esser cosa vecchia tal regola non staro a narrarla, ma se da te per essercitarti la farai, trouarai il medesimo.

Similmente volendola far per il terzo modo reccarai le oncie a parte di piede, & haueresti per longhezza piedi 10 $\frac{1}{3}$, & per larghezza piedi 11 $\frac{1}{4}$, & per altezza piedi 5 $\frac{5}{6}$, onde multiplicandoli secondo il solito, trouarai che saranno medesimamente [illegible] piedi cubi, che a vn minale, et $\frac{1}{2}$ quartarolo staro di formento ti daranno li medesimi minali 1498. quarte 1. quartaroli 2. stopelli 1 $\frac{1}{12}$.

Costume di Brescia circa al misurar geometricamente li formenti.

un granaro di formento
longo braccia 24. oncie 6.
largo braccia 10. oncie 2.
alto braccia 2. oncie 11.

sa quarte 6538. cop. 1. stop. 3.

4 IN Bresciana si costuma a vendere, & comperar il formento a soma, laqual soma è quarte 12. & la quarta è coppi 4. il coppo è stopelli 4. Anchora per le esperientie fatte da loro antichi affermano un brazzo cubo di formento esser quarte 9 di formento, & questo egli è da credere, che cosi sia, perche tal pratica è molto frequentata per causa de gli imbotamenti come di sopra è stato detto, stante adunque questo fondamento. Supponemmo che sia un granaro, over camara rettangola longa braccia 24. oncie 6. & larga braccia 10. oncie 2. & che in quella vi sia una gran quantita di formento, qual sarolo gualivar, & spianar da tutte le bande, il detto formento è alto braccia 2. oncie 11. volendo mo saper quanto sia tal formento a misura Bresciana, questa & altre simili puoi far per tre diverse vie, si come le passate, la prima è a ridur le misure in oncie, si che trovando haverai per longhezza oncie 294. & per larghezza oncie 122. & per altezza oncie 35. lequali tre misure multiplicandole secondo il solito, cioe l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra, haverai in ultimo 1255380. & queste saranno oncie cube, qual per tirarle in braccia cubi, tu le partirai per il cubo di oncie 12 (longhezza del brazzo) il qual cubo sara 1728. partendo adunque le dette 1255380. per 1728. ne venira 726 $\frac{852}{1728}$, schisa $\frac{71}{144}$, & tanti braccia cubi sara il detto formento, & perche ogni braccio cubo ne da quarte 9 di formento, multiplica adunque il detto 726 $\frac{71}{144}$ per 9. che fara 6538 $\frac{7}{16}$. & queste saranno tante quarte, & cosi quarte 6538 $\frac{7}{16}$ sara il detto formento, & se resolverai quel $\frac{7}{16}$ di quarta lo trovarai esser coppi 1. stopelli 3.

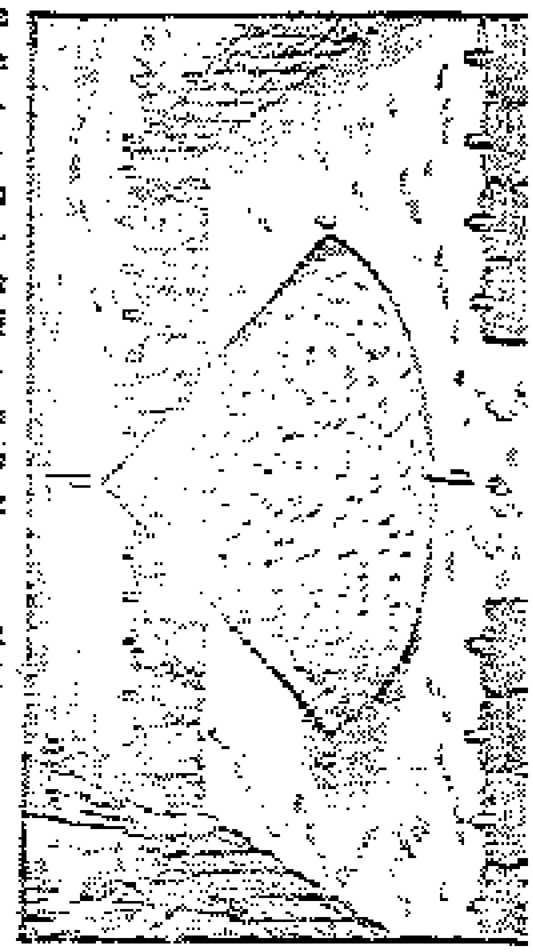
Volendola far per gli altri duoi modi son certo, che senza che piu oltra m'estenda da te medesimo la perai, come governarti, cioe nel secondo, con le rappresentationi, che fu date sopra il fieno, & nel terzo con il redur le oncie in parti di braccia, e pero a te lascio il cargo.

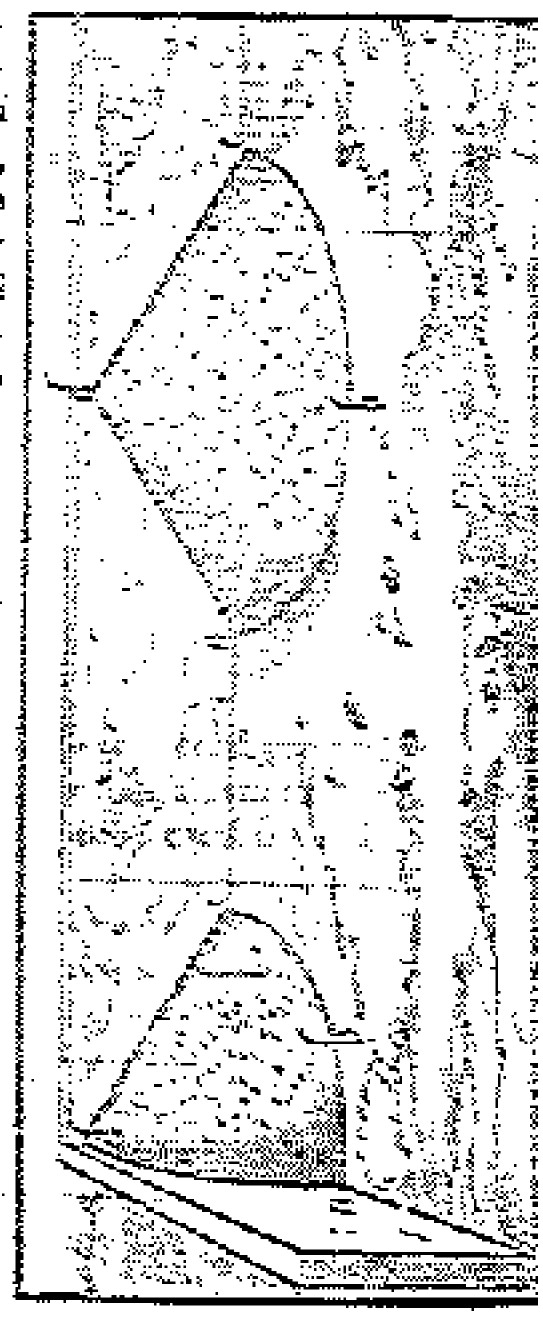
Come si squadrano, & misurano li formenti in monte.

5 MA perche molte volte la quantita del formento non è di tanta quantita, che occupi tutto quel luogo, over granaro dov'è intrometto, anzi la maggior parte delle volte è in un monte in mezzo di quel luogo, overo ch'egli è appoggiato al muro, overo ch'egli è in uno angolo, over cantone di quel granaro, e pero conveniente cosa è, ch'io mostri, come si costuma di squadrarlo, & di misurarlo geometricamente.

Supponemmo adunque, che sia un gran monte di formento in mezzo di un granaro, over di vanzara, over piano, come saria il monte a b c d. in margine dessignato, il quale essendo ben vaito, (come si costuma) la basa b c. dove si riposa, sara un cerchio, & perche tal monte di formento terminante in ponto d. viene a formare una figura, quasi in forma di un cono, o vogliam dir in forma di una piramide rotonda, e pero nel squadrare, & misurare tal forma di formento, in tal misurationi usiamo la regola cavata dalla nona propositione del undecimo libro di Euclide. Essempi gratia supponemmo che'l diametro del cerchio a b c. sia 35 oncie lineali, & l'altezza del detto monte di formento, supponemmo che sia 27 oncie lineali (laqual altezza si piglia dal ponto d. perpendicolarmente per fino al centro del cerchio a b c) Hor per saper quante oncie cube sia questo formento, prima trovamo l'aria superficiale della basa, cioe del cerchio a b c. del quale il diametro è supposito, che sia oncie 35. Onde procedendo secondo le regole date nella seconda, terza, quarta, & quinta del quarto capo del terzo libro, trovarai tal cerchio esser 962 $\frac{1}{2}$ oncie quadrate (cioe superficiali) lequali tirandole per il terzo della sua altezza, cioe per il terzo di quelle oncie 27. che saria oncie 9. fara 8662 $\frac{1}{2}$. & tante oncie cube saria il detto formento, lequali 8662 $\frac{1}{2}$ cube, bisognaria poi farne piedi, over braccia cubi, secondo il costume del paese, che ti trovarai, secondo le regole date nelle due precedenti, del costume di Verona, & Brescia, & dapoi procedere secondo la esperienza fatta da te, over da loro antichi misuratori.

6 SUpponemmo anchora, che sia una quantita di formento assettato, over appoggiato al muro, overo in un cantone, come saria il mezzo monte, overo il quarto di monte a b c d. Volendo saper quanto sia tal formento per l'ordine dato nella precedente bisognaria pur trovar la superficie della basa di ciascuno di quelli, & quella multiplicaria per la terza parte dell'altezza, & lo avenimento saria l'aria corporale di tal formento. Et perche si vede la basa di uno essere un mezzo cerchio, et l'altra esser un quarto di cerchio, e per tanto per abbreviar le parole, & la scrittura, supponeremo per essempio, che'l diametro di tal mezzo cerchio sia per oncie 35. si come fu supposto nella precedente, & la mita del diametro di quel quarto di cerchio, supponemmo, che sia oncie 17 $\frac{1}{2}$, & l'altezza di l'uno, & l'altro, supponemmo che sia quelle medesime oncie 27 della precedente, seguita adunque che la superficie di quel mezzo cer-





chio esser 481 $\frac{1}{4}$ oncie superficiali, & cosi la superficie di quel quarto di cerchio saria 40 $\frac{5}{16}$, per cui cie superficiali (cioe quadre) onde multiplicando l'una, & l'altra di queste due basi per il terzo di quelle oncie 27 della sua altezza (che saria per 9) in vna fara 4331 $\frac{1}{4}$, & nell'altra 216 $\frac{9}{16}$, & tante oncie cube fara il detto formento, cioe quello del mezzo cerchio per basa fara le dette oncie 4331 $\frac{1}{4}$ cube, & quello del quarto di cerchio per basa saranno oncie 2165 $\frac{5}{8}$ per cube.

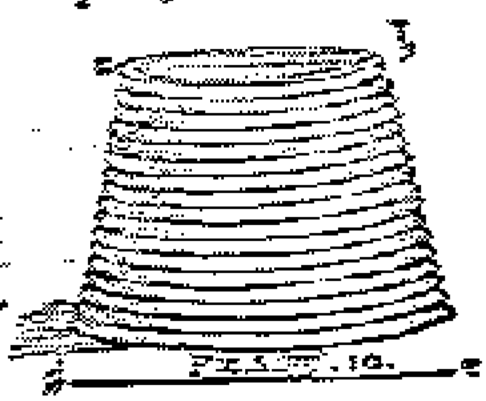
Da notare.

Ma bisogna notare che queste sopradette regole di squadrare vn monte di formento (o sia tal monte di tutto tondo, ouer di mezzo tondo, ouer di vn quarto di tondo) saranno ottime, e buone (per la nona propositione del sopradetto vndecimo libro di Euclide, nella qual si dimostra, che ogni piramide tonda è la terza parte della sua colonna) dumente che per tal monte dirgrano, fusse perfetta piramide tonda, ma a me nasce vn dubbio, che la non sia perfetta piramide rotonda, perche a douer esser perfetta piramide rotonda bisogneria, che le linee d a. & d b. d c. procedesseno rettamente, cioe per linea retta, & molto dubito che questo tute volte gli interuenga, per causa che il formento ben secco è robrico, & scorre volentieri al basso, malche dubito, che facia far vn pocco di curuita alle dette linee d a. d b. & d c. la qual cosa essendo cosi il detto formento veniria a esser alquanto piu di quello c'ho detto di sopra e statto terminato, & tanto piu sara quanto che maggior sara la curuita delle dette linee d a d b d c. come che con ragione naturale si potria piu considerare, e pero con la isperienza naturale se ne potria certificare.

Come che geometricamente si misura, & conosce la quantita delli vini nelli tini, ouer tinazzi, & nelle botte in generale, & in particolare. Cap. VI.

Quanto alla similitudine, che fu detto di formenti, bisogna procedere nelli vini, cioe essendo in vn paese, doue ti bisognasse essercitar tal pratica, per causa di qualche nostra imposition di dacio, ouer gabella, ouer per altro rispetto, e che in tal paese non fusse per auanti fatto alcuna isperienza, ouer determinatione sopra a tal materia, vero è, che nelli vini non vi accade a far tal isperienza, con cassa, ne cassone, come fu detto del formento, ma bisogna far tal isperienza in vn tino, ouer tinazzo, alla similitudine del tinazzo a b c d. figurato in margine, ma per far tal isperienza, bisogna dichiararti, come che a misurar, & squadrar vn tal tinazzo, alcuni procedono naturalmente, & alcuni geometricamente, & accio che meglio intendi la differentia, che sia fra l'vno, & l'altro modo, supponeremo, che il diametro del vacuo del fondo di questo tinazzo sia la linea d c. & che quella sia piedi 5. & oncie 10. & il diametro del vacuo della summita, ouer bocca di tal tinazzo (qual sia la linea a b.) sia piedi 5, oncie 4. et supponemo, che l'altezza a piombo di tal tinazzo sia p. 5. oncie 6. Hor dico che la maggior parte di pratici misurando per trouar l'aria corporal della tenuta di tal tinazzo, procedendo naturalmente summarianno insieme il diametro della bocca con il diametro del fondo, cioe piedi 5. oncie 4. con piedi 5. oncie 10. faranno piedi 11. oncie 2. & di questo ne pigliaranno la mita, che sara piedi 5. oncie 7. & questo supponeranno per il diametro d'un circolo medio in proportione arithmetica fra quelli duoi cerchij estremi, & fatto questo, trouaranno la superficie di tal cerchio (secondo le regole date nella quinta del quarto capo del terzo libro, cioe far quelli p. 5. oncie 7 in oncie, che saranno oncie 67, quadrate saranno 4489. & questo multiplica per 11. & parti per 14. & te ne venira 3527 $\frac{1}{14}$, & tante oncie quadre saria il detto cerchio mezzano, ouer medio, qual multiplicaranno poi per l'altezza del detto tinazzo, che saria oncie 66. & faria 232786 $\frac{2}{7}$, & tante oncie cube concluderiano esser la tenuta di tal tinazzo, laqual sua conclusione è totalmente falsa, vero è, che tal suo errore in questi corpi picoli non si trouara esser molto sensibile, come in fine si potra vedere.

Ma volendo rettamente (secondo la vera regola geometrica) squadrare tal vacuo, bisogna procedere come si costuma nel misurare, & squadrare vna piramide troncata, il qual modo in questo luogo te lo narraro sotto breuita, rimettendo il parlarne piu minutamente nella quinta parte di questo nostro general trattato. Dico adunque che per misurare tal piramide tronca secondo la vera regola di geometria si puo procedere per piu vie, (come nella detta 4. parte si narrara) ma quella che da me è piu vsitata è questa, ridurremo le dette misure in oncie, & hauremo per il diametro del fondo oncie 70. & per quello della bocca oncie 64. fatto questo quadro l'uno, & l'altro diametro, & hauremo per li detti quadrati 4900. & 4096 poi moltiplico l'uno diametro fia l'altro, cioe 70 fia 64. fara 4480. & questa si chiama superficie media proportionale fra li duoi quadrati, da poi summaremo queste 3 superficie insieme, cioe 4096. 4480. & 4900. & faranno in summa 13476 & di questa summa ne pigliaremo il terzo, che sara 4492. & questo terzo lo multiplicaremo per l'altezza del detto tinazzo, cioe per oncie 66. fara 296472. & se tal piramide tonda fusse quadrata l'aria sua corporale saria precisamente 296472 oncie cube, ma per esser tonda, & sapendo che $\frac{11}{14}$ del



primo quadrato	4096
superficie media	4480
secondo quadrato	4900
summa	13476
il terzo	4492
altezza oncie	66
	26952
	26952
	296472

del quadrato del suo diametro, pigliaremo li $\frac{11}{14}$ delle dette oncie solide, cioe multiplicando le dette ℞ 296472 per 11, et partendole per 14, ne venira 232942 $\frac{2}{7}$ ℞ cube, et tanto saria la vera tenuta del detto tinazzo. Et per quell'altra regola usitata da pratici misuratori, che essercitano tal pratica, detta di sopra fu trovata la tenuta del detto tinazzo esser 232786 $\frac{5}{7}$ ℞ cube, lequali sottraendole della giusta quantita, che fu 232942 $\frac{2}{7}$ oncie cube restaria 155 $\frac{4}{7}$ oncie cube, lequali per saper che parte le sono d'un piede cubo, bisogna partirle per il cubo di oncie 12. (longhezza del piede) che saria 1728. ne veniria $\frac{155\frac{4}{7}}{1728}$ che saria manco di $\frac{1}{11}$ di un piede cubo, il qual errore appresso di naturali misuratori in tai misurationi di vini, per conto di dacij, & gabelle saria reputato per nulla, & tanto piu che venendo alla isperienza non vi si potra conoscere, ne discernere tal errore, e pero tal sua regola, anchor che falsa sia in queste misurationi di tinazzi & botte di vino per conto di dacij, & gabelle, la si puo tolerare, & usare per buona, per esser spediente, & di poco errore. Ma nelli corpi grandi, per niente tal regola si debbe usare, perche lo errore si fara maggiore, come che in altro luogo si fara manifesto.

Hor per tornar al nostro proposito, volendosi con tal nostra isperienza chiarire quanto vino, alla sua misura ordinaria, andaria al piede cubo, over quante oncie cube andaria alla misura ordinaria del detto vino, bisogna procedere, come fu fatto del formento, cioe essendo tal tinazzo pieno di vino, over di acqua (che tanto fara) far misurare tal vino, over acqua alla misura di quella citta dove tu ti ritroverai, hor supponiamo che la tenuta di detto tinazzo (per fuggir rotti) alla misura di Venetia sia quarte 134. volendo fondarte sopra la prima conclusione, tu dirai per la regola del 3. Se oncie 232786 $\frac{5}{7}$ cube tien quarte 134. di vino, che tenira oncie 1728 (ch'e il cubo delle ℞ 12 longhezza del piede) opera che trovarai che tenira quasi una quarta (ma per non si travagliar con rotti) supponeremo che ogni piede cubo sia una quarta. Et volendosi fondar su la giusta conclusion geometrica, tu dirai pur, Se oncie 232942 $\frac{2}{7}$ cube tien quarte 134. di vino, che tenira 1728. onde operando si trovara che tenira alquanto meno di una quarta, & questa sara piu giusta, & certa de l'altra. Et se ti paresse di voler sapere quante oncie cube andaria alla quarta del vino, tu diresti, Se quarte 134. di vino sono, over tal danno oncie 232942 $\frac{2}{7}$, che mi dara quarte una, opera che ti dara circa oncie 1738 $\frac{2}{5}$, & tante oncie cube (secondo questo supposito) andaria a una quarta di vino. Et cosi hai inteso l'ordine, (grosso modo) come si fanno tai isperienze, egli e ben vero, che si poria tal isperienza far con un vasetto fatto fatto a posta, che il vacuo di quello fusse giustamente un piede per ogni verso, come fu detto del formento, & saria molto commodo, ma saria piu dubbiosa la conclusione.

Anchora per far piu minutamente tal isperienza fondamentale, si doveria dividere anchora le oncie del piede in dodici ponti, come fu detto del formento.

Costume di Verona circa al misurar geometricamente li vini.

2 DApoi che declarito habbiamo l'ordine, che si puo usare per formarsi una regola generale, di saper conoscere geometricamente una quantita di vino, in qual si voglia terra ne provincia. Ma accio meglio s'intenda questa pratica, veniremo a gli essempi reali, & non finti. Et prima cominciando secondo il solito di Verona, e per tanto dico che a Verona si vende, & compra il vino a carra, & un carro e 12 brente, & un brento e 4 secchie, & un secchio tien 20 inchistare di misura, cioe di quelle che si usano, over costuma in le ostarie, & per le isperienze fatte da loro antichi affermano, che un piede cubo e secchie 2 $\frac{1}{2}$ di vino, ma per abbreviar le parole supponeremo quello medesimo tinazzo posto nel essempio della precedente, cioe ponendo che'l diametro del fondo di vacuo sia piedi 5. oncie 10. alla misura di Verona, & il diametro della bocca sia pur piedi 5. oncie 4. & che l'altezza perpendicolarmente del detto vacuo sia pur piedi 5. oncie 6. Hor per voler sapere quanto sia il vino del detto tinazzo essendo pieno, overo essendo vacuo di quanto vino saria capace alla misura di Verona, & perche di sopra ti ho avertito del modo, che si costuma fra la maggior parte di pratici misuratori di botte, & similmente di quello, che usano li veri, & ottimi pratici geometrici, onde per darti ad intendere il tutto voglio, che risolviamo questa tal questione per l'uno, & l'altro modo. Per risolvere adunque questa li detti pratici misuratori procederanno naturalmente per quel medesimo modo, che fu narrato nel principio della precedente, cioe summaranno le oncie 70 del diametro da basso con le oncie 64 di diametro di sopra fa oncie 134. & ne pigliano la mita, che sara oncie 67. & tanto sara il diametro del cerchio mezzano, qual quadrato fa 4489. & per variar modo lo multiplicano per le oncie 66 dell'altezza, fara 296274. & di questo ultimo produtto ne pigliano li $\frac{11}{14}$ (per causa del cerchio) & ne veniria 232786 $\frac{5}{7}$, & queste saranno oncie cube, & tanto diranno che sara l'aria corporale del vacuo del detto tinazzo, secondo la detta loro regola, hor per concludere poi quanto

costume di Verona 20 inchistare fa 1 secch. 4 secchie fa 1 brento 12 brente fa un carro.

sia il vino, che tenira il detto tinazzo a ragion di secchie $2\frac{1}{2}$ al piede cubo, diremo se oncie 1728 cube (longhezza del piede) mi da secchie $2\frac{1}{2}$ che mi dara oncie 2 ... $\frac{1}{2}$ cube, onde operando si trouara che dara secchie 336 inchistare 14 di vino lassando il rotto, che faria circa 7. brente, secchie, o inchistare. 14. & tanto concluderemo, che sia la tenuta del detto tino, ouer tinazzo per questo primo modo non giusto.

3 MA per misurarla per l'altro modo consueto da li veri geometrici (qual in effetto e il vero, & giusto) procederemo per il medesimo modo, che fu fatto nella precedente, cioe quadraremo le oncie 64 del diametro della bocca fa 4096. quadraremo anchora le oncie 70 del diametro del fondo fara 4900. quali salua da banda, poi multiplicaremo le oncie 64 del diametro della bocca via le oncie 70 del fondo fara 4480. & queste tre superficie summaremo insieme, cioe 4096. & 4900. & queste 4480. fanno 13476. & di questa summa ne pigliaremo il terzo, che fara 4492. & lo multiplicaremo per quelle oncie 66 dell'altezza fara 296472. & di questo 296472 (per causa del cerchio) ne pigliaremo li $\frac{11}{14}$, cioe lo multiplicaremo per 11. & partiremo per 14. ne venira 232942$\frac{2}{7}$, & tante oncie cube sara giustamente l'aria corporale del detto tino, onde per concluder quanto sia il vino, ouer quanto vino tenira, per a ragion di secchie $2\frac{1}{2}$ al piede cubo, diremo per la regola del tre, se oncie 1728 cube (della longhezza del piede) mi da secchie $2\frac{1}{2}$ di vino, che mi dara oncie 232942$\frac{2}{7}$ cube, onde operando trouaremo, che ne daranno secchie 337 inchistare 0 lassando il rotto d'inchistara, che fara per circa 7. brente, e secchie 1 inchistare 0, onde per questo giusto modo geometrico venira a esser 9 inchistare di piu di quello si e trouato per quel modo falso, che si costuma fra pratici naturali, ma perche in vna tanta quantita di vino, che circa brente 7. non v'interuiene differentia saluo, che di 9 inchistare di vino, le quali 9 inchistare, si apprezzo di dacieri, come appresso di coloro, che debbeno pagar tal dacio, non se ne tenira quasi alcun conto in tanta summa, e pero tal pratica insegnata dalla natura, & non da l'arte, non meria esser molto biasimata, anchor che falsa sia, dico certo al misurare d'vn tinazzo, ouer botta di vino, ma non gia in altre quantita maggiori, & di maggior importantia, perche gli errori si fariano maggiori, & di maggior danno a vna delle parti, come che nel seguente libro sopra il misurare delle fondamenta sotto di muri simile si fara manifesto, E pero in quelle questioni, che circa al misurar di vini si ha da dire (per non confondere la mente di quelli, che hanno da essercitarsi in tal materia) procederemo con tal regola insegnata dalla natura per abbreuiar la operatione.

4 VPponeremo anchora che sia vna botta di vino, come in margine vedi, che'l diametro del vacuo di l'vno, & l'altro capo e piedi 3. oncie 2. & nel mezzo, cioe dal cocone perpendicolarmente per fino al fondo e piedi 3. oncie 6. & la longhezza del vacuo di la detta botta e piedi 5. oncie 8. come dimostra la g h. volendo mo sapere quanto vino sia tal botta. Alcuni periti geometrici, & massime fra Luca, Hieronimo Cardano, & altri, dicono, che vna tal botta non e altro che due piramide trocche, perche diuidendo tal botta per trauerso, dal cocone in due parti equali l'vna, & l'altra parte pare a loro, che habbia forma di vna piramide tronca, e pero trouano l'aria corporale di vna di quelle, secondo che per il secondo modo fu fatto del tinazzo nella precedente, & quella indoppiano, laqual sua opinione saria vera quando che la linea b c. & b a. procedesse rettamente, cioe senza alcuna curuita, ma nella maggior parte di quelle che ho vedute, tal linea b c. & b a. si vanno in fuora, e pero non sono veramente piramide tronche, tal che le loro conclusioni (geometricamente parlando) sariano false, vero e che naturalmente saria giudicata buona, perche alla isperientia non se gli trouaria error importante.

5 LA la maggior parte delli pratici misuratori di botte di vino con le regole di sopra narrate nel primo modo di misurar quel tinazzo, costumano anchora di misurar tutte le specie di botte, et con gran prestezza, vero e che alcuno vi vsa alcune piu breue cautele de l'altro, come piu a basso intenderai. Per misurar adunque la sopradetta botta, secondo la detta sua regola, summaremo le oncie 38 del diametro de l'vno di capi della detta botta con le oncie 42 (ch'e l'altezza del cocone) fara oncie 80. & di quelle ne pigliaremo la mita, che saranno oncie 40. per il diametro del mezzano cerchio, & dapoi quadraremo quelle oncie 40. saranno 1600. & questo multiplicaremo per le oncie 68 della longhezza del vacuo della detta botta fara 108800. & per causa della forma circolare del detto numero 108800. ne pigliaremo li $\frac{11}{14}$, cioe lo multiplicaremo per 11. & tal produtto partiremo per 14. & ne venira 85485$\frac{5}{7}$, & tante oncie cube diremo naturalmente esser la tenuta di tal botta. Per saper quanto sia tal vino alla sua misura ordinaria di Verona, diremo per la regola del tre, se oncie 1728 cube (longhezza del piede veronese) mi da secchie $2\frac{1}{2}$ di vino, che mi dara oncie 85485$\frac{5}{7}$ cube, onde operando trouaremo, che ne dara secchie 123. inchistare 13 (lasciando il rotto) & tanto vino saria naturalmente nella detta

botta

piedi 5. oncie 4.

piedi 4. oncie 6.

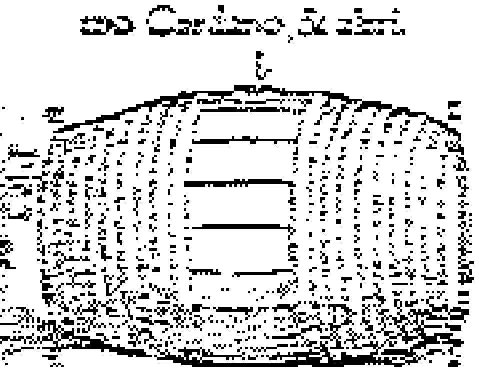
Piedi 5. oncie 10.

al primo modo fara sec. 336 inchistare 14.

al secondo modo sara sec. 337 inchistare 0.

Differentia inchistare 9.

Errore di fra Luca, Hieronimo Cardano, & altri.



Pie. 5 oncie 8

Tenuta di tutta la botta.

Secchie 123. inchistare 13.

botta, essendo piena, che faria carra 2. brente 6. secchie 3. inchistare 13. & quantunque questa tal sia regola patisca oppositioni assai rispetto alle regole di geometria, nondimeno in questa materia di botte di vino, (come di sopra è stato detto) non erra in cosa che sia di momento, la si puo commendare, ma non nelle materie di maggior quantita, & importanza.

Costume di Brescia, & suo Territorio, circa al misurar geometricamente li vini, per causa di certi dacij detti Imbotta.

6 Brescia, & il suo territorio costumano di vendere, & comprare li vini a carra, & ogni carro è zerle 12. & la zerla è secchie 4. Et per le isperienze fatte da loro antichi misuratori dicono un braccio cubo di vino esser secchie 9. Onde per abbreviar parole, & scrittura & per mostrare che il modo geometrico del trovare l'aria corporale di corpi è generale per tutte le provincie del mondo, ma nelle altre particolarita, cioe nelli nomi, & quantita delle misure, ciaschaduna citta ha un suo particolar costume, il quale dal misurator bisogna esser particolarmente inteso. Supponeremo in questa pratica di Brescia quel medesimo tinazzo, che nel principio della pratica, over costume di Verona fu supposto, ma dove che le misure del detto tinazzo fur poste a piedi, & oncie a misura di Verona, li supponeremo esser braccia & oncie a misura di Brescia, cioe supponeremo il diametro del vacuo del fondo esser braccia 3. & oncie 10. & il diametro della bocca esser braccia 3. oncie 4. & la perpendicolar altezza esser braccia 3. oncie 6. Hor volendo uno saper quanto vino faria, over teneria il detto tinazzo secondo il costume di Brescia, dico che procedendo per quel primo modo, che da pratici misuratori è costumato, si trovara l'aria corporale del vacuo del detto tinazzo esser quelle medesime oncie 25786 $\frac{2}{3}$ cube, come che anchora nella pratica di Verona fu concluso. Ma per voler poi sapere quanto sia il vino, che è, over che teneria tal tinazzo secondo il costume di Brescia, diremo, se oncie 1728. cube (della longhezza del braccio) mi danno secchie 9. di vino, che mi dara le dette oncie 25786 $\frac{2}{3}$ cube, onde operando si trovara, che daranno secchie 134 [illegible] di vino, che saranno carra 2. zerle 9. secchie 2 [illegible], & tanto si concluderia naturalmente esser il detto vino, over la tenuta del detto tinazzo.

7 MA volendo procedere per quella seconda regola data nel detto costume di Verona, cioe secondo l'ordine, che geometricamente si misurano le piramide tronche, & per tanto procedendo secondo quella medesima seconda regola data nel detto luogo, si trovara medesimamente l'aria corporale del vacuo del detto tino esser le medesime oncie 25942 $\frac{2}{3}$ cube, ma saranno oncie Bresciane, onde per determinare la quantita del vino, diremo per se oncie 1728 cube (longhezza del braccio) mi danno secchie 9. di vino, che mi dara oncie 25942 $\frac{2}{3}$ cube, onde operando, trovaremo che dara giustamente secchie 135 [illegible] di vino. Et per l'altra regola trovassimo, che ne dava secchie 134 [illegible], onde sottratto le secchie 134 [illegible] da secchie 135 [illegible] trovaremo che ne restara secchie 0 [illegible] per la differentia, che occorre fra la conclusione fatta secondo che costumano li pratici naturali. Et quella che costumano li veri Mathematici, laqual differentia in uno cosi gran vaso (di tenuta di carra 2. & piu) non causa errore di una secchia di vino, tal che in un vaso, over tinazzo di 4. over 5. carra di tenuta, non causaria errore sensibile (come nel costume di Verona fu visto.) E pero tal sua regola (anchor che falsa sia) non è da esser biasmata in questa pratica di vasi di vino per la prestezza sua.

8 SVpponeremo anchora in questo costume di Brescia quella medesima botta, che nel costume di Verona fu supposta, tramutando solamente, dove che dice piedi, che dica braccia, perche Bresciani misurano a braccia, & oncie, & non a piedi, & oncie, cioe supponemo che'l diametro di l'uno, & l'altro capo sia braccia 3. oncie 2. & nel mezzo, cioe al cocone perpendicolarmente per fin'al fondo sia braccia 4. oncie 6. & la longhezza del vacuo, cioe da fondo a fondo, supponemo che sia braccia 5. oncie 8. cioe in ogni misuratione tramutar li piedi in braccia, hor per saper quanto vino teneria la detta botta al costume di Brescia, procedendo per quel medesimo breve modo costumato da pratici misuratori di botte, adutto nella quinta di questo capo, si trovara pur l'aria corporale del vacuo di tal botta esser 85481 $\frac{2}{3}$ cube, come che anchora nella detta quinta fu trovato, ma per trovar tuo la quantita del vino, bisogna procedere secondo il costume di Brescia. Dicendo, se oncie 1728 cube (longhezza del braccio) mi da secchie 9. di vino, che mi dara le dette oncie 85481 $\frac{2}{3}$ cube, onde operando trovaremo che ne dara secchie 445 [illegible], che saranno carra 9. zerle 3. secchie 1 [illegible], & tanto concluderemo naturalmente esser tal vino, over la tenuta di tal botta secondo il costume di Brescia. Et cosi senza che piu oltra me estenda in altri costumi di citta, non dubito, che da te medesimo saperai come regolarti circa a tal materia in ogni strana provincia.

Come che praticalmente si puo, & debbe pigliar le misure del vacuo di dentro di vna botta.

9 Ressi anchora da narrare, come si puo, & debbe praticalmente pigliar le misure del vacuo di dentro di vna botta piena di vino. Per trouar adunque la longhezza del vacuo della botta si debbe pigliar la longhezza di tutta la botta di fuora vn misurando la detta, come fu detto sopra il misurar di mosti, cioe come dimostra la misura a b con laqual si vede la longhezza di tutta la botta esser quanto la linea b c laqual supponeremo in questo caso che la sia braccia 5 oncie 3. & la notaremo da banda, fatto questo misuraremo anchora quella parte, doue che sono piu in fuora di l'uno di fondi, laqual parte supponeremo che sia oncie 2 $\frac{1}{2}$, & questa notaremo anchora da banda, poi misuraremo quanto sia la grossezza di vna doga, laqual supponeremo, che la sia oncia $\frac{1}{2}$, & cosi oncia $\frac{1}{2}$, egli da credere che sia la grossezza del fondo di tal botta, e pero la detta oncia $\frac{1}{2}$, la aggiongeremo con quelle oncie 2 $\frac{1}{2}$ delle doghe faranno oncie 3. & queste oncie 3 sara la distantia, che sara dalle estremita delle doghe da l'un capo per fino al vacuo di dentro da quel capo, ma perche sono duoi capi, indoppiaremo quelle oncie 3. sa ranno oncie 6. & queste oncie 6 le sottraremo dalla longhezza di tutta la botta gia trouata, che da quelle braccia 5 oncie 3 ci restara braccia 4 oncie 9. & tanto diremo esser la longhezza del vacuo di dentro della detta botta. Anchor che il tor il diametro dell'altezza di mezzo sia cosa facile, perche il cocone si puo spengere la misura per fino al fondo della botta, nondimeno pur e cosa non punto interrompere il vino, essendo piena, & per cautar questo io per mi praticalmente in alcune botte, che non declinano molto dal cocone al capo della botta di aggiongere al diametro dell'uno di capi della botta la grossezza di vna doga, & tal summa tenuto per il diametro mezzano. Essempi gratia se il diametro dell'uno di fondi della botta vn fusse trouato braccia 3. oncie 7. & che la grossezza di vna doga fusse oncia mezza, poneremo per diametro mezzano braccia 3 oncie 7 $\frac{1}{2}$, & con tal ordine la misuratione viene a esser piu presta, perche non pigliamo altro, che due misure, cioe la longhezza, com'e detto, & quella del diametro dell'un di capi insieme con la grossezza di vna doga, & con tai due misure con summa breuita si conchiude il proposito. Ma quando che dal cocone al capo di detta botta vi fusse grande declinatione, si potra aggiongere al detto diametro dell'uno di fondi il doppio della grossezza di vna doga, & piu, & men secondo che a discretione si vedesse tal declinatione esser molto, ouer poco declinante, ouer obliqua, & cosi con summa breuita si conchiudera naturalmente il proposito senza interrompere il vino dal cocone.

Come che naturalmente si puo misurare, & conoscere la quantita del vino, che sia in vna botta scema, cioe non piena.

10 In molti luoghi di Toscana, & altre parti d'Italia, per quanto ho inteso di questi de podesta molto vi si apprezza il saper determinare la quantita del vino di vna botta non piena, la causa e che in molti luoghi gli hosti, ouer bettolieri quando vogliono principiare vna botta piena, ouer scema di vino per conto della hostaria, bisogna che la dicano in nota alli daciali, i quali daciali con alcuni misuratori a tal essercitio deputati, & stipendiati, vedono con misure geometriche quanto sia quel tal vino, & togliono in nota la sua quantita, & dapoi bollano con gran cura il cocone di tal botta, acio che l'hosto, ouer bettoliero non ve ne possa rimettere dell'altro senza lor saputa, & sotto pena grandissima a l'hosto se fusse disbollato tal cocone, & cosi l'hosto va cauando, & vendendo di quel vino per l'hostaria, per fin che'l detto vino vien chiaro, ma come comincia a venir torbido, & che per tal causa non ne vuol cauare, ne vendere piu, fa venir li detti daciali a disbollare tal botta, & a misurare quel tal restante vino, che piu non vuol vendere, e pero non e il douere, che di quel ne paghi alcun dacio, & cosi li detti daciali vengono a disbollare tal botta, & a misurare con la misura geometrica quanto sia il detto restante vino, & fatto questo fanno conto quanto sia quello, che il detto hosto ha venduto, & di quel tanto gli fanno pagar il dacio a lui limitato, & questa e la causa, che in quelle bande molto si apprezza il saper misurare, & determinare (com'e detto) la quantita del vino, che sia in vna botta non piena. Laqual cosa volerla essequire mathematicamente saria difficilissima, perche se fin hora da nostri antichi sapienti non si ha potuto trouar regola di quadrare precisamente la integra figura circolare, eccetto che per approssimatione, si come trouo Archimede Siracusano peritissimo filosofo, & ingeniosissimo mathematico (come che nella quarta parte di questo nostro general trattato piu diffusamente si narrara) non e da marauigliarsi se il squadrare geometricamente le parti di quella tal figura sia materia difficilissima, e pero in queste particularita di misurationi, che per via geometrica non vi si e trouata regola da poter maniar, bisogna con altri mezzi naturali, cioe con espe-

rienze,

rienza, ouero a casoni andarle inuestigando. Per tornar adunque al nostro primo proposito, per formarsi con modi naturali vna regola da saper conoscere, & determinare la quantita del vino, che sia in vna botta non piena, di che si debbe cercare di hauere vna botta ben fatta, & quanto piu grande sara, tanto piu sara megliora, & quella fassa assettare, che stia a liuello piu che sia possibile, cioe che la non sia piu alta di dietro, che dauanti di quello sara di dietro, & dapoi dissiderai la mesura locale costumata in quella citta, & suo territorio, piu minutamente che sia possibile (come fu detto anchora nella prima del quinto capo per misurar il formento) ma per esser inteso supponemmo, che questa fondamental isperienza la vogliamo far secondo il costume di Verona, faremo far vna misura di ferro, ouer di legno sodo longa almeno 3. ouer 4 piedi, & faremo diuidere ciascheduno piede in 12 oncie, & ogni oncia (se possibil e) per fuggir rotti in 12 ponti, talche il detto piede venira a esser diuiso in 144 pontini, tanto minuti, & spessi, che nel misurare non vi si potra discernere vn mezzo ponto. Fatto questo con tal misura vederemo con li modi dati nelle passate, quanto tenira la sopradetta botta gia acconcia, & liuellata. Ma per abbreuiare il nostro parlare supponeremo che tal nostra botta sia quella medesima, che fu adunata per essempio sopra il costume di Verona, della quale il diametri delli capi fur supposti ciascun di loro esser piedi 3. oncie 2. & il diametro della sua altezza al cocone fu supposta esser piedi 3. oncie 6. & la longhezza del suo vacuo, cioe da fondo a fondo supposta esser piedi 4. oncie 4. & con questa regola praticale fu trouato tal botta tener secchie 123. & inchiestare 15 fatto questo, per non si confondere con la nostra misura gia signata, ouer diuisa in ponti 144 per piede, voglio che noi pigliamo vn'altra noua bacchetta dritta, ma non diuisa, & con quella voglio, che con diligenza giustamente si pigli, & segni suso l'altezza della detta botta sotto al cocone (cioe l'altezza del vacuo di detta botta) & tutta tal altezza voglio che la sia diuisa in due parti equali, talche ciascuna di quelle due parti sara la mita di tutta l'altezza della detta botta, al cocone, fatto questo voglio che l'una, & l'altra mita sia diuisa in 12 parti equali, il che facendo tutta la detta altezza venira a esser diuisa in 24 parti, delle quali le 12 che saranno verso la ponta di detta bacchetta seruiranno per li semi, che saranno manco di mezza della nostra botta, & gli altri 12 che saranno verso il tener la detta bacchetta con la mano, seruiranno per li semi che saranno piu della mita della detta nostra botta, & perche la detta nostra botta misurata con quella prima nostra misura sottilmente diuisa in ponti, fu trouata nel suo altezza al cocone esser piedi 3. oncie 6. che fanno oncie 42. lequali diuidendole per 24 (cioe per il numero di quelle 24 parti fatte sopra di quella bacchetta) ne venira oncie 1. & ponti 9. che fara ponti 21, concluderemo adunque, ciascuna di quelle 24 parti fatte sopra di quella noua bacchetta esser ponti 21 della nostra prima misura minutamente diuisa, & questo bisogna conseruarsi nella memoria. tenuta di tutta la botta. secchie 5 [illegible] inch. 1.

12 HOr per venire alla nostra fondamental isperienza, che per non dissipar il vino la faremo con acqua, perche ne dara il medesimo. Et per esser prouisto di tutte le misure ordinarie del vino teniremo appresso vna inchiestara di misura, & vn secchio, ouer secchia, & anchora vna brenta, & chi potesse far tal isperienza appresso a l'acqua, sara piu commodo hauendo l'acqua appresso, preparate tutte queste cose, faremo metter vna secchia di tal sorta nella detta botta, & dapoi vederemo, con la noua bacchetta se la detta acqua e alta nella detta botta quanto, che e quella prima parte, che termina nella ponta della detta bacchetta (di quelle 24 gia signate in quella) & se per sorte fusse precisamente alta quanto, che sara quella prima parte tu farai memoria di questo sopra di vna poliza in questa forma. La prima parte mi da secchie 1. ma se per sorte la non vi fusse alta quanto la detta prima parte, tu gli andarai rimettendo tante inchiestare di misura di acqua, che tu la facci inalzar precisamente all'altezza della detta prima parte della gia detta bacchetta, & tal acqua che interposta hauerai, la notarai (com' e detto) per tua memoria nella detta poliza dicendo. La prima parte mi da secchie tante, & inchiestare tante, ma se per sorte quella prima secchia da se fusse piu alta (nella detta botta) di quello sara la detta prima parte della nostra bacchetta, tu farai cauar dalla spina della detta botta tante inchiestare a misura della gia interposta acqua, che venghi a restar giustamente all'altezza della detta prima parte, in detta botta, & quel tal resto di acqua tu lo notarai nella detta tua poliza, come di sopra e stato detto, dicendo. La prima parte mi da inchiestare tante.

Dapoi che notato hauerai la tenuta della prima parte della detta nostra bacchetta tu rimetterai nella detta botta altro tanta acqua misurata parte con la secchia, & parte con l'inchiestara, talmente che tu la facci inalzar nella detta botta per fino all'altezza della seconda parte della detta bacchetta, & fatto questo considerare quanto sia tutta l'acqua, che sara nella detta botta, cioe computando la prima insieme con quella seconda, che vi hai interposta, & tutta tal summa, ouero quantita di acqua farne memoria nella tua poliza, dicendo. La seconda parte mi da secchie tante, & inch. tante.

Dapoi che hauerai notato la quantita dell'acqua alta nella detta botte per fino alla feconda parte del la tua bacchetta, tu gli ne farai mettere tante altre secchie, & inchiestare che tu la facci arriuar precisamente alla fommita della terza parte della detta bacchetta, & dapoi connumerare quanta che sia tutta l'acqua, che si trouara nella detta botte, & notarla nella detta tua polizza dicendo. La terza parte mi da secchie tante, & inchiestare tante.

Et cosi con tal ordine andarai procedendo di parte in parte per fina alla duodecima parte di quelle 24 parti gia segnate sopra la bacchetta, et perche la detta 12 parte ne dinotara la tenuta della mita della detta botta, non occorre far speriencia delle altre 12 parti, che sono verso il cocone, perche corrisponderanno di una in una (rispetto alli scemi) alle 12 parti inferiori ordinatamente, cioe la prima parte delle 12 superiori (cioe quella che termina al cocone) corrispondera in quanto al scemo di tenuta con la prima delle 12 inferiori (cioe con quella che termina nella ponta della bacchetta) & cosi la seconda parte delle 12 superiori corrispondera di tenuta con la seconda delle 12 inferiori, & la terza alla terza, & la quarta alla quarta, & cosi discorrendo per fino alla duodecima delle superiori sara corrispondente di tenuta (rispetto a i scemi) alla duodecima delle inferiori, & queste due duodecime vengono a terminare nel centro di tal botta, e pero non accade far speriencia, eccetto che delle 12 parti inferiori, perche per mezzo di quelle habbiamo la tenuta (rispetto al scemo delle altre 12 superiori) come che di sopra e stato detto, & di questo anchora la ragion naturale ne fa certi cosi essere.

La polizza della tenuta delle 12 parti inferiori, & delle 12 superiori ordinatamente per li scemi.

prima sec. 0. inch. 12.
2. sec. 3. inch. 6.
3. sec. 7. inch. 3.
4. sec. 11. inch. 8.
5. sec. 16. inch. 11.
6. sec. 21. inch. 8.
7. sec. 26. inch. 11.
8. sec. 31. inch. 7.
9. sec. 36. inch. 4.
10. sec. 41. inch. 6.
11. sec. 50. inch. 9.
12. sec. 61. inch. 16 $\frac{1}{2}$.

12. sec. 61. inch. 16 $\frac{1}{2}$.
11. sec. 50. inch. 9.
10. sec. 41. inch. 6.
9. sec. 36. inch. 4.
8. sec. 31. inch. 6.
7. sec. 26. inch. 12.
6. sec. 21. inch. 9.
5. sec. 16. inch. 13.
4. sec. 11. inch. 8.
3. sec. 7. inch. 5.
2. sec. 3. inch. 6.
prima sec. 0. inch. 15.

tenuta di tutta la botta secchie 123. inch. 13

Hor per darti regola di sapersi seruire di una tal speriencia nelli scemi di qual si voglia altra botta maggiore, ouer menore della nostra di sopra narrata, a me e necessario, che supponemo una tenuta a ciaschedona di quelle 12 parti inferiori della detta nostra bacchetta, e per tanto supponeremo che la prima parte di detta bacchetta ne habbia dato inchiestare 12. La seconda secchie 3. inchiestare 6. La terza secchie 7. inchiestare 3. La quarta secchie 11. inchiestare 8. La quinta secchie 16. inchiestare 11. La sesta secchie 21. inchiestare 8. La settima secchie 26. inchiestare 11. La ottaua secchie 31. inchiestare 7. La nona secchie 36. inchiestare 4. La decima secchie 41. inchiestare 6. La undecima secchie 50. inchiestare 9. La duodecima, & ultima parte delle 12 inferiori secchie 61. inchiestare 16 $\frac{1}{2}$, cioe la mita della tenuta di tutta la botta, laqual botta fu trouata se ben ti arricordi che tenira secc. 123. inch. 13. Et per li scemi bisogna, che li medesimi (rispetto alli scemi) dinotino verso le 12 parti superiori relatiuamente, come che nella polizza notata in margine appare. Ma accioche meglio tu intendi, si in questa, come in quelle che si ha da dire. Dico che se in questa medesima botta vi fusse alto il vino, ponemo alla prima parte delle 12 inferiori. Tu sei chiaro per la tauola, ouer polizza in margine posta tal vino esser inchiestare 12. Ma se per sorte il detto vino vi fusse alto per fino alla prima parte delle 12 superiori, il scemo di tal prima parte sara pur inchiestare 15, quale tratte della tenuta di tutta la botta (che gia fai esser secchie 123 inchiestare 13) restara appresso secchie 123. il vino, che sara nella detta botta, scemo per quella prima parte delle 12 superiori (cioe quella che termina al cocone) & se per sorte il detto vino fusse alto nella detta botta per fino alla seconda parte delle 12 inferiori della nostra bacchetta. Tu sarai chiaro (per la sopra detta) il detto vino esser secchie 3. inchiestare 6. Ma sel detto vino fusse alto per fino alla seconda parte delle 12 superiori, il scemo di tal botta sara le medesime secchie 3. inchiestare 6. lequali tratte della tenuta di tutta la botta (che sai essere secchie 123. inchiestare 13) restara secchie 120. inchiestare 7. & tanto sara il vino, che sara nella detta botta scema per fino alla seconda parte delle 12 superiori, & cosi se per sorte il detto vino fusse alto nella detta botta per fino alla terza parte delle 12 inferiori (della detta bacchetta) per vigor della polizza sarai sicuro il vino, che sara nella detta botta esser secchie 7. inchiestare 3. Et cosi sel detto vino sara alto nella detta botta per fino alla terza parte delle 12 superiori, il scemo di tal botta sara per le medesime secchie 7. inchiestare 5. lequali tratte della tenuta di tutta la botta (laqual e secchie 123. inchiestare 13) restara secchie 116. inchiestare 8. & tanto sara il vino, che sara nella detta botta scema per fino alla terza parte delle 12 superiori, & cosi (senza che piu oltra mi stenda) non dubito, che da te medesimo saperai determinare la quantita del detto vino di tal botta alto a qual si voglia altra parte, si delle 12 superiori, come delle 12 inferiori.

Come ch'egli e necessario di saper conoscere con quella prima nostra misura minutamente dinifa, tutte le parti della sopradetta bacchetta, & anchora le parti di tal parti.

A perche nelli scemi della nostra sopra narrata botta, la maggior parte delle volte non si trouariano cosi precisamente ad alcuna di quelle 12 parti, si superiori, come inferiori della nostra bacchetta, ma quasi sempre, ouero alquanto piu alto, ouero alquanto piu basso, e pero egli e necessario di saper conoscer le dette parti a una per una sopra di quella questa nostra prima misura divisa in piedi, oncie, & ponti, il che facendo non sara piu necessario la detta bacchetta, perche la detta nostra misura in ponti divisa, ne servira generalmente, si per conoscer le dette parti della detta bacchetta, ma anchora le parti di parti. Et questo si fa partendo l'altezza della nostra botta al cocone p. 264 perche l'altezza della detta nostra botta al cocone (se ben ti aricordi) fu p. 264 liquali partendole per 24 (com'è detto) ne veniria p. una, & pō. 1 che sariano pō. 11 come che fu anchora notato in fine della 10. e pero essendo ognuna di queste 24 parti della bacchetta ponti 11 della nostra misura, egli è manifesto quando che il vino fusse alto nella botta pō. 11 della nostra misura, sara alto alla prima parte delle 12 inferiori della nostra bacchetta, & cosi quādo che'l detto vino fusse alto nella detta botta pō. 143 (il scemo di tal botta saria profondo, over alto pō. 121) che saria la prima parte delle 12 superiori, & cosi quādo che il detto vino fusse alto nella detta botta pō. 22 della nostra misura, veneria a esser alla seconda parte delle 12 inferiori della nostra bacchetta. Et quando vi fusse alto per fino a pō. 154 (il scemo di tal botta, saria alla seconda parte delle 12 superiori, & cosi con tal ordine non dubito, che da te medesimo saperai conoscere, & determinare tutte le altre parti, si superiori, come inferiori della detta bacchetta.

13 ANchora con la medesima consideratione tu poi conoscer le parti di tai parti, perche se nella detta botta vi sara alto il vino ponetimo pō. 18 della nostra misura, tu vedi che tal altezza olra li ponti 11 della prima parte è piu alto ponti 7. i quali ponti 7 sono parte di quella differentia, ch'è fra la prima, & seconda parte, laqual differentia saria per pō. 11 perche sotrando li pō. 11 altezza della prima parte, delli pō. 22 altezza della seconda parte restara altri ponti 11 per la detta differentia, & cosi li detti ponti saraimo la terza parte di tal differentia, e pero dara anchor la terza parte della differentia delle lor tenute, & per tanto tra la tenuta della prima parte (ch'è inch. 13) dalla tenuta della seconda parte, ch'è sec. 3. & inch. 6. restara secchie 2 inch. 13. & di questa tal differentia di tenute, pigliandone il terzo, che saria inchiestare 1 $\frac{2}{3}$, & aggiongerle con quelle inchiestare 13 della prima parte sara secchie una, inchiestare 10 $\frac{2}{3}$, & tanto saria il vino di detta botta. Ma quando che li detti 7. ponti non fussero fatti parte di quelli ponti 11. tu potresti trovar la sua tenuta con la regola del tre dicendo, se ponti 11 (differentia delle parti) mi da di tenuta secchie 2. inchiestare 13. che mi dara ponti 7. onde operando trovarai, che ti daranno quelle medesime inchiestare 17 $\frac{1}{3}$, che gionte le inchiestare 13 della prima parte sara pur in summa secchie 1. inchiestare 10 $\frac{2}{3}$ per la quantita di quel vino, ch'è, over che saria quella botta, essendo alto ponti 18. & cosi con tal ordine potrai trovare, & determinare la quantita del vino, che si trovara nella detta botta all'altezza di qual si voglia altro ponto delle 12 parti inferiori.

14 MA se il detto vino fusse alto nella sopradetta botta per fino a ponti 256 della nostra misura, che saria per il scemo ponti 18 di altezza, over profondita, iquali ponti 18 venirimo per a esser ponti 7. piu profondi della prima parte, onde investigando la sua tenuta di vacuo, secondo quel medesimo modo, che fu fatto nell'altra del pieno si trovara medesimamente tal tenuta esser quella medesima secchia una, & inchiestare 10 $\frac{2}{3}$, quale sotratta della tenuta di tutta la botta, ch'è secchie 12 5. inchiestare 15. restara secchie 11 2. inchiestare 4 $\frac{1}{3}$, & tanto saria il detto vino alto di scemo ponti 18. Avertendoti quando che il vino è manco di mezza la botta si debbe far il conto con li ponti dell'altezza del vino, Ma quando che il detto vino è piu di mezza la botta (per manco confusione) si debbe far il conto delli ponti, ch'è alto, over profondo il scemo, & l'avanzamento sotrarlo della tenuta di tutta la botta, come di sopra si è fatto. Alcun potria dir che le parti di parti non esser proportionali, e pero nō si puo trovar le sue tenute con la regola del 3. come di sopra habbiamo fatto. Rispondo ch'egli è vero, che non sono proportionali, nelle conclusioni non sono di precisione, ma nelle cose naturali (come fu detto sopra le radici propinque) non si tien conto de gli errori insensibili, e pero non ti maravigliar di questo, che il medesimo costuma Ptolomeo nel Almagesto, & nella sua Geographia.

Come che con la sopradetta fundamental isperienza (essendo fatta realmente) si puo conoscere, & determinar la quantita del vino, che fusse in qual si voglia altra botta scema, o vuoi dir non piena, pur secondo il costume di Verona.

15 SVpponemo che'l sia un'altra botta, laqual squadrandola, & misurandola secondo quel medesimo modo, che fu fatta la sopra notata, ma supponemo, che habbiamo trovato quella tener in tutto sec. 185. & inch. 9. & supponemo che l'altezza del cocone sia pō. 756. della nostra misura, & supponemo anchora che vi sia dentro il vino alto pō. 185. volendo determinare quanto sia il detto vino. Dividemo pur l'altezza di detta botta al cocone, over cocone (cioe quelli ponti 756) in 24 parti, il che facendo ne veniria ponti 31 $\frac{1}{2}$, & cosi ognuna di quelle 24 parti daquesta veniria a esser ponti 31 $\frac{1}{2}$ di quelli della nostra misura, dellequai 24 parti 12. s'intendono superiori, una botta che tien secchie 185. inchiestare 9. alta al cocone ponti 756. Il vino vi è alto dētro ponti 185.

& dodici inferiori in detta botta, per saper mo a qual parte delle dette 12 sia l'altezza del vino, partiremo quelli ponti 189. dell'altezza del vino per quelli ponti 31 1/2 per parte, & trouaremo che ne venira a ponto 6. e pero l'altezza del detto vino sara precisamente alla sesta parte delle dodici inferiori, alla qual altezza nella nostra prima, & fondamental botta seria secchie 11. & inchiestare 9. come nella posta appare. E pero quando che la tenuta di tutta quest'altra botta fusse quanto quella della nostra prima fondamentale (cioe secchie 125. inchiestare 15.) anchora quel vino alto alla detta sesta parte, saria pur quelle medesime secchie 11. inchiestare 9. Ma perche la tenuta di quest'altra botta habbiamo supposto esser secchie 185. inchiestare 9. pero per tanto per la regola del tre diremo, se secchie 125. inchiestare 15. di tenuta, alla sesta parte mi da secchie 11. inchiestare 9. che mi dara secchie 185. inchiestare 9. di tenuta, operando trouarai, che ti dara secchie 16. inchiestare tre, & tanto sara il detto vino alto ponti 189. nella detta botta di tenuta di secchie 185. & inchiestare 9.

26 Ma quando che nella medesima botta di tenuta di secchie 185. inchiestare 9. vi fusse stato il vino, talmente che l'altezza, ouer profondita del scemo, ouero vacuo fusse li medesimi ponti 189. che saria alla sesta parte delle dodici superiori. E per mo procedendo per quelli medesimi modi, che e stato fatto di sopra (per quella sesta parte del pieno) si trouara la sesta parte di vacuo, esser della medesima tenuta di secchie 16. inchiestare tre, laqual (per esser di vacuo) bisogna sottrarle dalla tenuta di tutta la botta (che e supposta esser secchie 185. inchiestare 9.) restara secchie 169. inchiestare 6. & tanto vino sara nella detta botta, essendo scema per ponti 189. cioe alla sesta parte delle 12 superiori.

27 Ma perche l'altezza del vino nelle botte scemate, rare volte e che caschi precisamente sopra l'una delle dette dodici parti inferiori, ouero delle dodici superiori, anzi la maggior parte delle volte cascara, o alquanto piu alto, ouer piu basso di alcuna di quelle, e per tanto accioche tu intenda ogni difficulta.

Supponemo anchora che nella medesima botta di tenuta di secchie 185. inchiestare 9. che vi sia il vino alto solamente ponti 42. volendo saper la quantita di tal vino, prima vederemo a qual parte delle dodici inferiori sia l'altezza di tal vino, & questo trouaremo partendo li detti ponti 42. per quelli ponti 31, e mezzo, che dicessimo esser ciascheduna parte distinta, & ne venira vno, & vn terzo, & cosi il detto vino saria alla prima parte delle dodici inferiori, & vn terzo dell'altra seconda parte distinta, cioe sara vn terzo della differentia, che e fra l'altezza della prima parte (che e ponti 31, e mezzo) & di tutta l'altezza della seconda (che e ponti 63.) laqual differentia sara pur ponti 31, e mezzo, cioe la seconda parte distinta, laqual terza parte saria in tal botta ponti 10, e mezzo. Ma perche bisogna che vediamo quanto saria tal vino a tal altezza nella nostra prima botta fondamentale, cioe all'altezza della prima parte, & a vn terzo della seconda parte distinta, laqual terza parte e (se ben ti aricordi) ponti 11. il terzo di quali saria ponti sette, i quali ponti sette insieme con li ponti 21. della prima parte, fariano tutta tal altezza di vino nella nostra prima botta ponti 28. come fu supposto nella decimaterza, onde operando secondo quel medesimo modo, & ordine, che nella detta decimaterza fu dimostrato, si trouara tal esser vino medesimamente secchie vna, inchiestare 10 2/3. Hor per trouare quanto sia quello, che e in questa seconda botta alla medesima altezza, diremo per la regola del tre. Se secchie 125. inchiestare 15. di tenuta all'altezza della prima parte, & vn terzo mi da secchie vna, inchiestare 10 2/3. che mi dara secchie 185. inchiestare 9. di tenuta, onde operando si trouara, che dara secchie 2. inchiestare 4. scarse, & tanto saria il detto vino alto ponti 42. nella detta botta di tenuta di secchie 185. inchiestare 9.

28 Similmente quando che il vino in questa medesima botta di tenuta di secchie 185. inchiestare 9. fusse alto talmente che l'altezza, ouer profondita del scemo, o vacuo vacuo fusse medesimamente ponti 42. che veniria a essere alla prima parte, & vn terzo delle dodici superiori, bisognaria per vedere prima quanto fusse la tenuta di tal scemo, ouer vacuo nella nostra prima botta fondamentale, onde operando secondo il medesimo ordine si ritrouara tal tenuta esser secchia vna, inchiestare 10 2/3, & con tal tenuta con la regola del tre inuestigando la tenuta del medesimo scemo nell'altra botta di tenuta di secchie 185. inchiestare 9. si trouara per la tenuta di tal suo vacuo esser secchie 2. & circa inchiestare 6. come che nella precedente fu trouato nel pieno, & queste secchie 2. inchiestare 4. bisogna (per esser di vacuo) sottrarle della tenuta di tutta la botta, cioe di secchie 185. inchiestare 9. & cauando restara secchie 183. inchiestare tre, & tanto saria il vino, che si trouara in tal botta scemata ponti 42. cioe parte vna, & vn terzo (come che di sopra e stato supposto.) Et con tal ordine potrai determinare la quantita del vino essendo scemata a qual si voglia altro ponto, & non solamente

mente in questa di tenuta di stechie 135 $\frac{2}{10}$ ma a qual si voglia altra tenuta, intendendo pero secondo il costume di Verona.

Da notare.

19 Bisogna notar che la sopraferitta sua fondamental sperientia, ogni volta che tal sperientia fusse realmente fatta secondo il costume di qual si voglia citta facilmente la si potra traslatare, & regolare al costume di qual si voglia altra strana citta, domente che si sappia la conuenientia, si della misura lineale, come di quella del vino di tai due citta, come che ogni sano intelletto da se medesimo poo considerare.

Da notare.

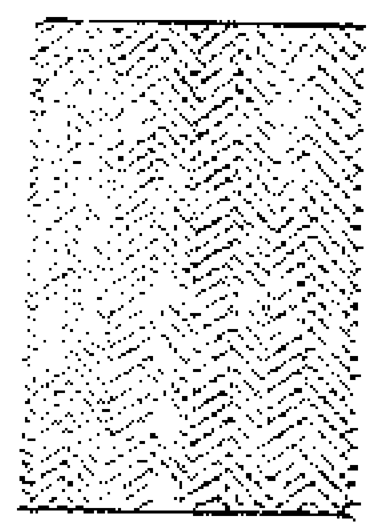
20 ANchora bisogna notare, che con questa pratica di misurar di vini si poo anchora misurare, & conoscer la quantita dell'acqua, che sia in pozzo, ouero in qualche pescina, & similmente quanto oglio sia in vn tinazzo, ouero in vna botta si fatta, come piena, & altre materie liquide, & con questo io voglio che noi facciamo fine a questo libro.

FINE DEL QVARTO LIBRO.

IL QVINTO LIBRO DELLA TERZA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI ET MISVRE.

Come si misurano le fabriche. Cap. I.

1 LE fabriche si misurano communamente in ogni citta con quella medesima misura lineale, con laquale costumano di misurar li terreni. Vero e che qua in Venetia si costumano con il passo, il qual passo, come fu detto nel precedente libro e diuiso in piedi cinque, & il piede alcuni lo diuidono in quattro parti, lequali da nostri antichi erano dette quattro palmi, & alcuni lo diuidono anchora in dodici oncie, & perche questa diuisione di dodici oncie e piu costumata di quella di quattro palmi in dodici oncie, intenderemo la sua diuisione. Et perche in queste specie di misurationi non voglio star a narrare li costumi di piu citta (come fu fatto sopra il misurar di terreni, anzi io voglio vsitare solamente con il costume di Venetia, mediante il quale (per le regole date sopra il misurar di terreni, & altre materie) da te medesimo facilmente lo saperai trasferire in qual si voglia altro costume, e pero comminciaremo dalli salizzati.



Come si misurano li salizzati rettangoli.

2 VNA communita ha fatto salizzar vna piazza rettangola a ragion di vn certo prezzo il passo quadro, laqual piazza e longa passa 26. & larga passa 22. Si adimanda quanti passa quadri sara la detta salizzata. vna piazza longa passa 26. larga passa 22.

Multiplica la longhezza per la larghezza (come si costuma nelli terreni, cioe 22 fia 26, fara 572. & tanti passa quadri sara la detta salizzata.

3 MA perche rare volte interuiene nelle simili misurationi, che venghino a passa integri, fa passa 572 quadri. come nella sopranotata e stato supposto, anzi la maggior parte delle volte vengono a passa, & piedi, & anchora a passa, piedi, & oncie, & volendo saper risoluere le simili in tutti li versi, ouero in tutti li modi, egli e necessario di saper a mente le rappresentationi del passo, & di tutte le sue parti multiplicate fra loro, & anchora della diuisione del passo superficiale, si come che anchora fu fatto sopra il misurar di terreni, & queste tai rappresentationi sono le sottoscritte, & sono quasi simili a quelle del costume di Treuiso, come da te medesimo puoi considerare.

Della rappresentatione della misura lineale chiamata passo, & delle sue parti multiplicate fra loro.

Rappresentationi del passo, & le sue parti in superficie compresi.
passi fia passi fa passi.
passi fia piedi $\frac{1}{5}$ di passo.
passi fia oncie fa $\frac{1}{5}$ di on.
piedi fia piedi fa piedi.
piedi fia oncie fa oncie.
oncie fia oncie fa ponti.

A multiplicar passi fia passi rappresentano passi superficiali.
A multiplicar passi fia piedi rappresentano quinti di passo, ouer quintupli di piede superficiale.
A multiplicar passi fia oncie rappresentano quintupli di oncia.
A multiplicar piedi fia piedi rappresentano piedi superficiali da 25 al passo.
A multiplicar piedi fia oncie rappresentano oncie superficiali da 12 al piede.
A multiplicar oncie fia oncie rappresentano ponti superficiali da 12 alla oncia.

Diuision del passo superficiale.
il passo è piedi 25.
il piede è oncie 12.
la oncia è ponti 12.

Auertendoti come che il passo superficiale si diuide in 25. piedi superficiali, & il piede superficiale si diuide in 12 parti, lequal parti si chiamano oncie superficiali, & vna di queste oncie superficiali vengono a essere vna superficietta longa vn piede lineale, & larga vna oncia lineale, & questa oncia superficiale si diuide in 12 ponti superficiali, & questo ponto superficiale non è altro, che il quadrato di vna oncia lineale, dellequali 144. fanno vn piede superficiale, & di questo te ne ho voluto auertire, acioche tu non equiuocasse nelle cose che si ha da dire.

4 Or che hai inteso le sopra notate rappresentationi, supponeremo anchora che sia vna piazza rettangola longa passa 94 piedi 3 & larga passa 43. piedi 4. volendo saper quanti passi quadri, cioe superficiali sia tal piazza, ouer superficie, tal questione si puo communamente risoluere per tre diuersi modi, ouer vie, come fu detto anchora sopra il misurar di terreni, dellequali tre modi il piu consueto è il primo, cioe a ridur le dette misure tutte in piedi, il che facendo trouerai per la longhezza piedi 473. & per la larghezza piedi 219. hor multiplica 219 fia 473. fara 103587. & questi saranno piedi quadri, cioe superficiali, dellequali 25. fanno vn passo quadro, volendoli adunque ridur in passa quadri, tu li deui partire per 25. ilche facendo te ne venira passa 4143. piedi 12. & tanto sara la detta piazza, ouer superficie, questa & tutte le altre simili le poi approuar con quella prouatiola, che sopra il misurar di terreni ti mostrai.

vna piazza
longa passa 94. piedi 3.
larga passa 43. piedi 4.

fa passa 4143. piedi 12.

Ma volendola fare per il secondo modo, cioe lasciando le misure nel esser suo, procederai secondo le regole date sopra il misurar di terreni, cioe multiplica quelli passa 43 della larghezza fia quelle due specie di misure della longhezza a vna per vna, & prima fia quelli passi 94. fara passa 4042. quali notarai da banda, poi multiplica anchora li medesimi passa 43 della larghezza, fia quelli piedi 3 della longhezza fara 129. & questi saranno quinti di passo, da piedi 5 superficiali l'uno, onde partirali in passa partendi per 5. & te ne venira passa 25. & auanzara 4 quintupli di piede, che saranno in tutto passa 25. piedi 20. quali notarai sotto a quell'altro produtto, che hauesti, fatto questo multiplicarai anchora quelli piedi 4 della larghezza contra quelli medesimi passa 94. piedi 3 della longhezza, & prima contra quelli passa 94. fara 376 quinti di passo, quali partendoli per 5. te ne venira passa 75 $\frac{1}{5}$, che saranno passa 75. piedi 5. quali notarai sotto a gl'altri doi produtti, poi multiplicarai quelli piedi 4 della larghezza fia quelli piedi 3 della longhezza faranno piedi 12. quali porrai sotto a gl'altri tre produtti, & summarai tutti quattro li detti produtti insieme faranno in tutto passa 4143. piedi 12. si come fece anchora per l'altro primo modo.

Questa medesima & altre simili si poria multiplicar per via di croseta, cioe cominciando a multiplicare dalli piedi, ma perche dubito (come piu volte ho detto) di non venirti in fastidio con tanti varij modi lo posponego, per mi è parso di auertirtene (per esser molto leggiadro operare) accio che da te medesimo lo habbia a sentire.

Ma volendola risoluere per il terzo modo recarai li piedi a parte di passo, & hauerai per la longhezza passa 94 $\frac{3}{5}$. & per la larghezza passa 43 $\frac{4}{5}$, poi multiplicando queste doe quantita secondo la regola di rotti, & trouarai che ti venira il medesimo.

5 Vpponemo anchora che sia vna corte rettangola, longa passa 13. piedi 2 oncie 8. larga passa 8. piedi tre, oncie 9. per saper quanti passi superficiali sia questa tal corte, si puo pur procedere communamente per tre diuerse vie, la prima è a ridur le dette misure tutte in oncie, ilche facendo per la longhezza, si hauera oncie 812. & per la larghezza oncie 525. poi multiplica oncie 525. fia oncie 812. & fara 426300. & questi saranno ponti superficiali, quali facendone oncie (partendoli per 12.) & le oncie in piedi (partendole per 12.) & li piedi in passa (partendoli per 25.) hauerai in vltimo passa 118. piedi 10. oncie 5. ponti 0. & tanti passa sara la detta corte, ouer superficie.

vna corte
longa passa 13. piedi 2. on. 8.
larga passa 8. piedi 3. on. 9.

fa pa. 118. pie. 10. on. 5. pon. 0.

La poi approuar con quella proua, che sopra il pertegar di terreni nella pratica di V. trouar ti mostrai, cioe cauando la proua della longhezza, trouarai che sara oncie 2. & della larghezza trouarai esser per 0. che multiplicati faranno ponti 0. & tanto trouarai esser la proua della conclusione.

Ma volendo

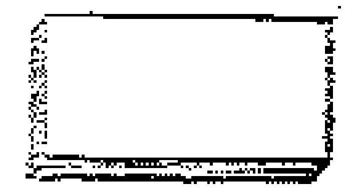
Ma volendo risolvere la medesima per la seconda via, cioe con il lasciar tutte le misure nel esser suo, procederai secondo l'ordine piu volte detto, cioe multiplica li passi otto della larghezza fia li passi 13 della longhezza fara passi 104, quali notarai da banda, poi multiplica li medesimi passi 8. fia li piedi 2 della longhezza, fara 16 quinti di passo, o vuoi dir 16 quintupli di piede, che tirandoli in passi faranno passi 3 piedi 1, quali notarai sotto all'altro produtto, poi multiplica li medesimi passi 8. fia quelle oncie 8 della longhezza faranno 64. & questi saranno quintupli di oncie, che multiplicandoli per 5. faranno oncie 320. che faranno piedi 26. oncie 8. cioe passi 5. piedi 1. oncie 8. da notar sotto a quelli altri doi produtti, fatto questo multiplica quelli piedi 3 della larghezza fia li passi 13 della longhezza, fara 39 quinti di passo, over 39 quintupli di piede (che e il medesimo) quali tirandoli in passi, & piedi, faranno passi 7. piedi 4. quali notarai sotto a gli altri tre produtti, poi multiplica quelli medesimi piedi 3. fia quelli altri piedi 2 della longhezza, fara piedi 6. da notar sotto a gli altri quattro produtti, poi multiplica li medesimi piedi 3. fia quelle oncie 8 della longhezza, fara oncie 24. che faranno piedi 2. quali notarai sotto a gli altri 5 produtti, fatto questo multiplicarai le oncie 9 della larghezza fia quelli passi 13 della longhezza, faranno 117. & questi saranno quintupli di oncie, quali multiplicandoli per 5 faranno 585. & queste saranno oncie, lequali fattone piedi faranno piedi 48. oncie 9. che faranno passi 9. piedi 3. oncie 9. da metter sotto a gli altri 6 produtti, poi multiplicar le medesime oncie 9. fia quelli piedi 2 della longhezza fara 18. che saranno oncie, lequali tirandole in piedi faranno piedi 1. oncie 6. da mettere sotto a gli altri 7 produtti, poi multiplicar finalmente le medesime oncie 9. fia quelle oncie 8 della longhezza fara ponti 72. quali tirandoli in oncie faranno oncie 6. lequali ponendole sotto a gli altri 8 produtti, & summandoli poi tutti 9 insieme trouarai, che faranno medesimamente passi 118. piedi 10. oncie 5 ponti 0 si come per l'altra via fu anchor trouato.

Volendola anchor far per l'altra terza via, reducarai quelli piedi, & oncie, si della longhezza, come della larghezza a parte di passo, poi multiplica secondo la regola di rotti, & trouarai il medesimo.

Come si conosca la quantita di mattoni, over quadrelli, over pietre cotte, che andaranno, overo intraranno in un dato salizado.

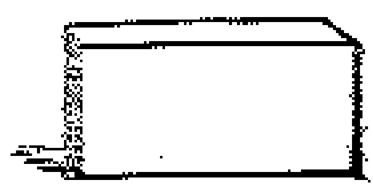
6 VOlendo saper con ragion mathematica, & anchor naturale quanti mattoni, o vuoi dir quadrelli, o vuoi dir pietre cotte andaranno a far un salizado, prima bisogna saper quanti passi quadri sia quel luogo, che si ha da salizare, & dapoi bisogna trouar con ragione quanti mattoni, quadrelli, over pietre cotte occuparanno un passo quadro di tal terreno, & come si ha noto quanti ne va al passo quadro, facilmente si sa poi quanti n'intrara in tutti quelli passi, piedi, & oncie, che si hauera trouato esser quel terreno, che si ha da salizare. Essempi gratia supponemo, che vogliamo sapere quanti mattoni, quadrelli, over pietre cotte longhe oncie 8. & larghe oncie 4. & grosse, over alte oncie 2. andaranno a salizar la precedente corte, longa passi 13 piedi 2 oncie 8. & larga passi 8 piedi 3 oncie 9. laqual come se ben ti aricorda fu trouata esser passi 118. piedi 10. oncie 5 superficiali.

mattone, quadrello, over pietra cotta posta in piano.



Prima bisogna saper se li detti mattoni, over quadrelli vanno posti in piano in tal salizado, over in colla, o vuoi dir in cortello, hor ponemo prima, che vadino in piano (come si costuma in molti luoghi per Italia) & perche il piano del detto mattone e supposto esser longo oncie 8. & largo oncie 4. adunque la superficie del piano di un mattone, over quadrello veniria a esser 32. oncie quadre, dellequali 144 fanno un piede quadro, ma in rispetto alle rappresentationi di sopra notate vengono a esser 32 ponti superficiali, delliquali 12 fanno una oncia superficiale, & 12 oncie fanno un piede quadro. Per trouar mo geometricamente quanti di detti mattoni andaranno al passo quadro farai un passo quadro in ponti, facendolo prima in piedi 25. & li detti piedi in oncie multiplicandoli per 12. che faranno oncie 300. & le dette oncie in ponti multiplicandole per 12. che faranno ponti 3600 superficiali, i quali partendoli per quelli ponti 32, ch'e il piano del mattone, over quadrello, ne veniria $112\frac{1}{2}$. & tanti mattoni, over quadrelli (per ragion mathematica) andara al passo quadro. Ma per ragion naturale, cioe con la esperientia si troua, che non gia ne va salvo, che circa 100. di detti mattoni al passo quadro. Et tutto questo procede, che nelli detti salizadi li detti mattoni non si toccano perfettamente l'uno con l'altro, anzi fra l'uno, & l'altro vi e un poco di fissura, laqual fissura in alcuni luoghi d'Italia la empino di malta, ma qua in Venetia nelli luoghi publici (che altramente non si costuma salizadi) le empino di sabbione, e pero in molte conclusioni, simile vulgari, over naturali, si trouaranno piu vere procedendo naturalmente (cioe con la esperientia) che mathematicalmente, come che nella presente si e visto, & questo procede che'l mathematico non ha rispetto ad alcuni particolar accidenti, che in tai questioni naturalmente occorre, Hor per tornar al nostro primo proposito, volendo determinare quanti mattoni, over qua-

mattone, quadrello, over pietra cotta posta in colla.



drelli, ouer pietre cotte, che andaranno a salizar la detta corte di passa 118. piedi 20. oncie 3 superficiali, dirai, se passa 1. mi da naturalmente mattoni, ouer quadrelli 100. che mi darà passa 118. piedi 25 (lasciando le oncie 3) onde operando si trouara, che daranno 11860. & tanti mattoni, ouer quadrelli, ouer pietre cotte andaranno a salizar in piano la sopradetta corte di passa 118. piedi 20.

Anchora si poteua geometricamente trouar la detta quantita di mattoni, riducendo quelli passa 118. piedi 20. oncie 3 in oncie quadre, cioe in ponti, che fariano ponti 456300. e quelli partendoli per la superficie del piano del mattone, cioe per 32. & te ne veniria mattoni 14259 $\frac{3}{8}$, che fariano molto piu per non hauer rispetto a quelle fissure, che resta fra mattone, & mattone, e pero si manifesta, che si piccoli errori fatti in principio nel fine si trouano maggiori, e pero nelle simil meglio è fondarsi su la isperienza, come di sopra è stato detto, ma quando che con isperientia non si potesse hauer notitia, tu sei certo, che non ve ne puo intrar piu di quello che con ragion geometrica terminato hauerai.

7 Ma volendo far tal salizata con li mattoni in cortello, o vuoi dir in cortello (come che per tutta Venetia si costuma) bisogna trouar la superficie della costa del detto mattone, ouer quadrello, che sai, che l'è longa oncie 4. & larga oncie 2 onde tal superficie veniria a esser oncie 8 quadre, secondo la rappresentatione fariano 8 ponti superficiali, onde tirando il passo quadro in ponti, come si fece di sopra, che sai, che fara ponti 3600. onde partendo li detti ponti 3600. per quelli ponti 8 della costa del mattone fara 450. & tanti di detti mattoni mathematicamente andarianno al passo quadro, vero è che alla isperientia si trouara andargline alquanto manco di 450. per le ragioni di sopra addutte, cioe per causa di quelle fissure, che vengono a restar fra mattone, & mattone, ma ben sei certo, che non ve ne andara piu di 450. al passo, che a tal computo in tutta la detta corte di passa 118. piedi 20. ve ne andaria mattoni, ouer quadrelli 53280. & piu presto meno, che piu. Et con tal ordine soluerai le simili, & se per sorte il detto mattone, ouer quadrello fusse piu, ouero men longo, largo, & grosso, ouero in forma quadra, son certo, che da te medesimo saprai, come procedere senza che di cio te ne dia essempio.

Come s'intende, & misurano li muri, & conosce la quantita di quelli. Cap. II.

1 Li muri si misurano alla similitudine di salizati, ma vi s'intende questo di piu, che vi sono alcuni muri, che si chiamano simplicemente muri, & questi sono quelli, che sono grossi precisamente quanto che è longo li mattoni, ouer quadrelli, ouer pietre cotte, & alcuni sono detti muri doppi, & alcuni treppi, & alcuni quadrupli, & cosi discorrendo, li muri doppi sono quelli che sono grossi il doppio della longhezza del mattone, ouer quadrello, & cosi quelli muri, che sono grossi, quanto è il treppio della longhezza d'un mattone, ouer quadrello si dicono treppi, ouer di tre muri, & cosi discorrendo in piu numero di piu longhezze di mattoni, ouer quadrelli, ouer pietre cotte. Similmente quando che vn muro fusse grosso solamente la mita della longhezza del mattone, ouer quadrello se gli dice mezzo muro, similmente se il muro fusse grosso ponianio due longhezze, & mezza di vn mattone, ouer quadrello, tal muro si direbbe di duoi muri, e mezzo, & cosi discorrendo.

muro

2 Hor supponemo che sia vn muro rettangolo longo passa 26. & alto passa 22. di sopra la terra. Se adimanda quanti passa quadri fara questo tal muro.

Questa questione è simile alla seconda del precedente capo di salizati, & questo faccio, ouer replico per darti ad intendere, che con quella medesima regola data sopra li salizati, con quella medesima si risolue le questioni di muri simplici, e per tanto per risoluere questa, multiplica quelli passa 22 della larghezza, o vuoi dir altezza fia quelli passa 26 della longhezza fara passa 572 di muro, essendo tal muro sempio, cioe essendo grosso solamente quanto è la longhezza di vno mattone, ouer quadrello, ouer pietra cotta, come si costuma qua in Venetia.

vn muro sempio longo passa 26 alto passa 22

fa passa 572.

Ma se per sorte tal muro fusse grosso la longhezza di duoi mattoni, ouer quadrelli, si direbbe tal muro esser doppio, ouer di duoi muri, e pero volendo sa quantita di tal muro bisogneria indoppiar li detti passa 572. che faria passa 1144. & tanti passa faria il detto muro doppio, & cosi quando che il detto muro fusse di 3 ouer 4 ouer di piu muri, li detti passa 572. si doueriano multiplicar per 3. ouer per 4. ouer per piu, secondo la multiplicita di muri, & lo auenimento saria la quantita di passi del detto muro.

Ma se per sorte il detto muro fusse solamente grosso la mita della longhezza del mattone, ouer quadrello, tal muro s'intenderia esser mezzo muro, e pero in simil caso bisogneria pigliar la mita di quelli passa 572. che fariano passa 286. & tanti passa saria il detto mezzo muro.

Ma se per sorte il detto muro fusse grosso ponianio 3 longhezze, & $\frac{1}{2}$ di mattone, ouer quadrello, tal muro tal muro si diria esser di muri 1 $\frac{1}{2}$, onde per hauer la sua quantita bisogneria moltiplicar li sopradetti passa 172 per 1 $\frac{1}{2}$, il che facendo faria passa 200 2. & tanto faria il detto muro di muri 1 $\frac{1}{2}$, & con tal ordine si procedera nelle simili.

3 Anchora per vn'altra regola generale si puo determinare la quantita di vn muro, ma questa si fa rispetto alla vera solidita, ouer corporal quantita del vero passo del detto muro, il qual vero passo di muro è piedi 5 longo, & piedi 5 alto & $\frac{2}{3}$ di piede grosso, perche supponendo che vn mattone sia longo oncie 8. che sono $\frac{2}{3}$ di vn piede lineale. E per tanto multiplicando li piedi 5 della longhezza fia li piedi 5 dell'altezza fanno piedi 25 superficiali, quali multiplicandoli fia quelli $\frac{2}{3}$ di piede della grossezza fanno piedi 16 $\frac{2}{3}$ cubici, o vuoi dir corporei, & questi piedi 16 $\frac{2}{3}$ solidi si pigliano per fondamental passo di muro, onde per inuestigar la quantita di vn muro, o sia sempio, ouer doppio, ouer di 3. ouer 4. ouer piu muri, & mezo, ouer come si voglia debbe reccar le misure a piedi, & trouar l'aria corporale di tal muro, cioe multiplicando li piedi della longhezza fia li piedi dell'altezza, & quel produtto multiplicarlo anchora fia li piedi, ouer parti di piede della grossezza, & questo vinirno produtto saranno piedi cubici, ouer solidi, & perche di sopra trouassimo, che il nostro fondamental passo di muro era piedi 16 $\frac{2}{3}$, e per tanto partendo quelli piedi cubici del detto misurato muro per 16 $\frac{2}{3}$ ne veniria la quantita di passa, che sara tal misurato muro. Essempi gratia supponemo che sia vn muro sempio, & rettangolo longo passa 94. piedi 3. & alto passa 43. piedi 4. & grosso oncie 8. come communamente sono longhi li mattoni, ouer quadrelli, volendo mo risoluere quanto sia tal muro, per quella prima regola data di sopra nella seconda di questo capo, laquale in queste simili è la piu breue, & piu sicura di questa, che di sopra ti ho narrata, ma per auertirti (per varij rispetti) l'una, & l'altra esser buona, voglio che la risoluiamo per l'uno, & l'altro modo.

vn muro sempio
longo passa 94. piedi 3.
alto passa 43. piedi 4.

fa passa 4143. piedi 12.

Per risolueria adunque per il primo modo, bisogna procedere precisamente, come fu fatto di sallizzari, & sappi che questa è precisamente simile alla quarta di salizzari. E per tanto procedendo per qual ti pare di quelli 3 modi narrati sopra la detta quarta di salizzari, trouerai il proposto muro esser medesimamente passa 4143. piedi 12. si come fu trouato esser il detto salizzato di quella prima, & quando che per sorte tal muro fusse di 2. ouer 3. ouer piu muri, tu multiplicarai li detti passa 4143. piedi 12. per quel numero di muri, & lo auenimento sara la quantita del detto muro, il medesimo faresti quando che tal muro fusse di mezzo muro, ouer di partimenti, e mezzo, ouer $\frac{1}{3}$, e $\frac{1}{4}$ anchor che rare volte si costumano questi rotti.

Ma volendo mo risoluere questa medesima per quell'altra regola generale di sopra narrata, cioe con li piedi cubi. Farai le sopradette misure in piedi, & trouerai la longhezza di tal muro esser pie. 473. & l'altezza piedi 219. hor multiplica quelli piedi 219. fia quelli piedi 473. fara 103587. & questi saranno piedi superficiali, quali multiplicandoli per la grossezza del muro, che è supposta esser $\frac{2}{3}$ di piede faranno 69058. & questi saranno piedi cubici, o vuoi dir corporei, & perche il nostro fondamental passo corporeo di sopra fu trouato esser piedi 16 $\frac{2}{3}$ cubici, onde per concludere la quantita del sopradetto muro, partiremo quelli piedi 69058 cubici per 16 $\frac{2}{3}$. & trouaremo che ne veniria medesimamente passa 4143 $\frac{12}{25}$, si come fece per l'altro primo modo.

4 Supponemo anchora che sia vn muro rettangolo longo passa 13. piedi 2. oncie 8. & alto di sopra della terra passa 8. piedi 3. oncie 9. volendo saper quanto sia questo muro, & volendo far tal ragione per il primo modo, cioe secondo l'ordine dato sopra li salizzari, bisogna procedere per qual ti pare di quelli 3 modi dati sopra di quelli simili, & sappi che la quinta di salizzari (cioe di quella corte) in quanto alle misure è precisamente simile a questa, e pero operando in questa per l'uno di quelli 3 modi dati in quella si trouara medesimamente passa 118. piedi 10. oncie 5. ponti 0. si come in quella, & cosi concluderemo questo muro (per esser sempio) esser passa 118. piedi 10. oncie 5. ponti 0. & la causa di questo accorrarsi esser tanti passa l'uno quanto l'altro, & perche in vno, & l'altro si misura solamente la superficie, si del salizzato, come del muro, & non si maneggia la grossezza, ne in vno, ne in l'altro, perche l'uno, & l'altro ha la sua debita grossezza, perche la debita grossezza del muro sempio è la longhezza del mattone, ouer quadrello, & la debita grossezza di salizzari è la longhezza, ouer la grossezza del mattone, ouer quadrello, e pero tanti passa quanti sara la superficie, tanto sara quel salizzato, ouer muro sempio.

vn muro sempio
lon. passa 13. pie. 2. oncie 8.
alto passa 8. pie. 3. oncie 9.

fara passa 118. pie. 10.
oncie 5. ponti 0.

Ma quando che'l sopra posto muro fusse stato di 2. ouer di 3. ouero di piu muri, si multiplicaria (per questa regola) li sopradetti passa 118. piedi 10. oncie 5. per il detto numero della sua multiplicita, & tal produtto faria la quantita del detto muro, il medesimo si farebbe quando vi occorresse $\frac{1}{2}$ muro, ouer $\frac{1}{3}$, ouero $\frac{1}{4}$, & cosi discorrendo, che longo farei a volerti dar essempio in ogni accidente diuerso.

5 MA volendo risolver la sopradetta questione per quell'altro modo, over regola generale, cioe con tutta l'aria corporale del sopradetto muro, cioe riducendolo a passi cubi, a ragion di piedi $16\frac{2}{3}$ cubi al passo, ridurai la longhezza, & altezza, & grossezza a piedi, & a parti di piedi, il che facendo haverai per la longhezza del sopradetto muro piedi $67\frac{2}{3}$, & per l'altezza piedi $43\frac{3}{4}$, & per la grossezza piedi $\frac{2}{3}$, onde multiplicando l'altezza fia la longhezza, & quel produtto fia la grossezza secondo quella regola data in fine del multiplicar di rotti, trovarai che produrra in ultimo $1973\frac{11}{18}$, & tanti piedi cubi sara il detto muro, quali partendoli per $16\frac{2}{3}$ (perche piedi $16\frac{2}{3}$ cubici vanno al passo di muro) trovarai che te ne venira $118\frac{5}{12}$, & tanti passa sara il detto muro, & se quel rotto di $\frac{5}{12}$ di passo lo vorrai tradurre in piedi, & onde a ragion di piedi 25 al passo, multiplicarai quel 5. ch'è sopra la virgola per 25. fara 125. quali partendolo per 12. te ne venira piedi 10. & ti avanzara 5. qual multiplicando per 12. (perche 12 oncie vanno al piede) fara 60. quali partendoli per 12 (denominatore) te ne venira per oncie 5. che in tutto saria passa 118. piedi 10. oncie 5. si come per l'altro, vero è che volendo tradurre quel medesimo rotto di $\frac{5}{12}$ di passa in piedi da $16\frac{2}{3}$ al passo, ti darebbono solamente piedi $6\frac{17}{18}$, ma tai piedi sono piu corpulenti, cioe che tanto sono in quantita quanto quelli piedi 10. oncie 5. da 25 piedi al passo, ma per no ti abbagliar lascierali in parte di passo, dicendo che sia passa $118\frac{5}{12}$.

6 ANchora si porria (per fuggir li rotti) risolvere la medesima sopradetta questione con il ridur le misure in oncie cube, lequali oncie cube, in quanto a l'ordine delle rappresentationi si chiamano arbori. Et volendola essequire per questo tal modo, vedi prima quante oncie cube vanno al passo del muro, che vengono a esser longo oncie 60. lineali, & largo over alto oncie 60. lineali, & grosso oncie 8. (cioe la longhezza del matone, over quadrello, over pietra cotta) onde per saper la sua solidita, multiplicarai oncie 60. fia oncie 60. fara 3600. & questo produtto multiplicarai per le oncie 8. fara 28800. & queste saranno oncie cube (che nelle rappresentationi si dicono arbori) e per tanto concluderai un passo di muro esser oncie 28800 cube, o vuoi dir arbori. Hor per saper la quantita del sopra posto muro, ridurai tutte quelle tre misurationi in oncie, il che facendo haverai per la longhezza oncie 812. & per la larghezza oncie 525. & per la grossezza oncie 8. onde multiplicando 525. fia 812. fara 426300. & questo multiplicandolo per 8. fara 3410400. & queste saranno oncie cube, o vuoi dir arbori, & queste partirai per quelle 28800. che vanno al passo, te ne venira medesimamente passa $118\frac{5}{12}$, si come per l'altro modo. Et cosi haverai inteso il modo da misurare le simili in tutti li versi.

Da notare.

7 BIsogna notar che nelle fabricationi quando sono molto alte, la maggior parte di muri, che sono a basso si fanno di doi muri, & tal hora di tre, & tal hora di piu muri, & vanno procedendo per fino a un certo termine, & da poi lo sminuisseno di una grossezza per fino a un'altro secondo termine, & cosi di mano in mano (per alleggerir le parti superiori di tal fabricationi) onde per misurar li muri di tai fabricatione, & determinar la quantita di quelli. Prima farai la ragione di quella parte piu bassa, ch'è di piu muri composta (per le regole date nelle passate) & tal sua quantita salvarai da banda, da poi farai la ragione di quell'altra parte di manco muri composta, & tal sua quantita notarai sotto all'altra, che salvasti da banda, & con tal modo andarai procedendo per fino alla summita. Et fatto questo summarai insieme tutte quelle conclusioni, che haverai notate l'una sotto dell'altra, & tal summa sara la quantita di muri di tal fabricatione.

Da notare.

8 ANchora bisogna notare qualmente nella maggior parte di muri di casamenti, tempij, & di fortificationi, v'intervengono porte, finestre, balconi, bombardere, & altre aperture, parte per dar lume di dentro, & parte per diffendere le dette mura, & quantunque li fabricatori communamente nelle sue misurature, vogliono che gli sia misurato, & conteggiato, come se fusse pieno, cioe come se fusse muro, perche dicono che perdono tanto tempo a far le dette porte, finestre, balconi, bombardiere, & altre simili aperture, che se fusseno fussero di muro. Nondimeno quando che per sorte non vi se gli volesse contentar tal aperture per pieno, bisognarebbe far le ragioni del tutto, cioe come se fusse pieno, & da poi far il conto delle dette aperture a una per una, come se fusse muro, & summar poi insieme tutte quelle sue quantita, & tal summa sottrarla dalla ragion del tutto, & il restante sara la quantita del puro muro, over del pieno.

Come si squadrano li salizzadi non rettangoli, & similmente anchora li muri egualmente grossi.

9 Li salizzadi, che non sono rettangoli, & similmente anchora li muri egualmente grossi si squadrano con quelle medesime regole, che sono state date nel terzo libro sopra il squadrar di terreni, cioe risoluerli in capi tagliati, & in triangoli, vero è, che per trouare le perpendicolari si di detti capi tagliati, & triangoli, non si possono trouar con quel squadro segato in croce, che si opera nel squadrar di terreni, ma nelle piccol forme de salizzadi trouano tai perpendicolari con la propria squadra che vsano li murari, & nelle forme grande, si trouano con la detta squadra, & con quel lenzarolo, che operano per signar le linee.

Nelli muri poi tai perpendicolari si trouano con la detta squadra, & lenzarolo, & parte con il piombino detto perpendicolo, egliè ben vero che per misurare, & squadrare vna qualche grande piazza non rettangola, per volerla salizare, vi se gli poria (per trouar le dette perpendicolari si di detti capi tagliati come de triangoli) operare quel medesimo squadro segato in croce, che fu detto sopra il squadrar di terreni, come da te medesimo puoi considerare.

Come si troua la quantita di mattoni, quadrelli, ouer pietre cotte, che intraranno, ouer andaranno a far vn dato muro.

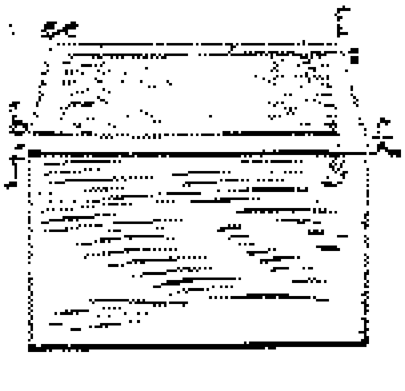
20 Volendo saper la quantita di mattoni, quadrelli, ouer pietre cotte, che andarano a far vn proposito muro, si puo saper geometricamente in duoi modi. Il primo modo è quasi simile a quello che fu detto sopra li salizzadi, cioe veder quanti ne vanno in vn passo di muro simplice, & per saperlo si puo proceder per piu vie, ma ti narraro le piu commune, vedi quante oncie cube è vn passo di muro, il qual passo essendo longo oncie 60. lineali, & alto altre oncie 60. per lineali, & grosso oncie 8. l'aria sua corporale veneria a esser on. 28800. cube, & perche l'aria corporale del mattone, ouer quadrello, essendo longo oncie 8. largo oncie 4. & grosso on. 2. veneria a esser oncie 64. cube, partendo adunque quelle oncie 28800. cube del passo per quelle oncie 64. cube del mattone, ne veniria 450. & tanti mattoni si concluderia geometricamente, che intraria in ogni passo di muro simplice, vero è che per ragiõ naturale ve ne intrara manco di detti 450. per causa della malta, che si mette fra mattone, e mattone, e di questo manco non se ne puo certificare, excetto che con la isperientia, ma sarai ben certo che non ve ne intrara piu per ogni passo di muro simplice, volendo poi saper quanti ne andara a fare vn proposito muro, troua prima la quantita di passa di quel tal muro che harai da fare, ouer da far fare, & trouati che li haue rai facilmente concluderai il proposito con la regola del tre, dicendo se passa 1. mi da mattoni 450. che mi dara quelli passa, piedi, & oncie che hauerai trouato esser il detto muro che hai da fare, laqual cosa per esser da se chiara, non staro a darti altro essempio sopra cio.

21 La seconda via, ouer modo è a vedere alla prima quante volte intra l'aria corporale del mattone, ouer quadrello, nell'aria corporal del muro, che si ha da fare, ma che l'una, e l'altra aria corporale, sia denominata da vna medesima specie di misure, & tante volte, che la ve intrara, tanti mattoni, ouer pietre cotte, uoi dir quadrelli intrara in quel tal muro, & accio meglio me intendi, ponimo che'l sia vno, che voglia far far vn muro longo passa 17. piedi 2. oncie 6. & alto passa 6. piedi 3. oncie 10. & che sia doppio, cioe che sia grosso oncie 16. che saria piedi 1. on. 4. & vorria saper quante pietre cotte, o voi dir mattoni gli andara a far questo muro, volendo far questa tal ragione per questa seconda regola, ouer modo, per piu chiarezza riducerai le dette tre misure a oncie, & hauerai per la longhezza oncie 1050. & per l'altezza oncie 406. & per la grossezza oncie 16. hor multiplica le oncie 406. fia le oncie 1050. fara ponti 426300 (rispetto alle rappresentationi) quali multiplicandoli per quelle oncie 16. della grossezza) faranno 6820800. & questi rispetto alle rappresentationi solide sono athomi di muro, li quali athomi sono realmente oncie cube, & tanto sara l'aria corporale del detto muro in generale, hor per trouar quanti mattoni longhi oncie 8. larghi oncie 4. & grossi oncie 2. gli andara a far tal muro, troua l'aria corporale di tal mattone, ouer quadrello, che trouarai (multiplicando secondo il solito) che sara oncie 64. cube, lequale rispetto alle rappresentationi solide sono dette athomi corporei, hor parti quelli athomi 6820800. (ch'è l'aria del muro) per 64. ne veniria 106575. et tanti mattoni intrara nel detto muro.

In vn muro doppio
lõg pas. 17. pie. 2. on. 6.
alto pas. 6. pie. 3. on. 10.
gro. pas. 0. pie. 1. on. 4.

gli va mattoni 106575

Et se vorrai per questa regola saper quanti passa sara il detto muro, partirai l'aria corporale del detto muro (cioe quelli athomi, ouer on. cube 6820800) per l'aria corporale del passo del muro (che di sopra fu che la detta aria corporale del detto passo di muro è 28800. athomi, ouer on. cube) et che sia endo ne veneria passa 236 $\frac{5}{6}$. & tanto sara il detto muro, liquali a mattoni 450. al passo (come di sopra fu trouato) faranno medesimamente mattoni, ouer quadrelli 106575. si come per l'altra via, vero è che di tutti li mattoni ve ne intrara al quanto manco (come di sopra è stato detto) per causa della malta, che si mette fra mattone, & mattone, & cosi con tal regola procederai quando che li mattoni, ouer quadrelli fussero piu, ouer men longhi, & larghi.



Come si debbe misurar li muri di una torre quadra.

12 SVpponeremo che sia una torre quadra, che sia alta di sopra da terra passa 15. piedi 2. & larga per ogni facciata di fuora via passa 3. & piedi 2. & grosso il muro piedi 1. oncie 8. cioe la grossezza di 4. muri, per saper quanto sia il muro, che forma quella torre si puo procedere per diverse vie, ma ti narraro solamente quella che a me mi pare la piu breue. Prima faraj la ragione del muro di una delle dette quattro facciate, & quella quattro quadruplicarai, & hauerai la quantita di tutte quattro le facciate, ma per far la ragion del muro dell'una di dette quattro facciate, bisogna di quelli passa 3. & piedi 2. cauarne la grossezza del muro, cioe piedi 1. oncie 8 restara passa 3. piedi 4. oncie 4. & tanto diremo che sia longo, ouer largo il muro di una di dette quattro facciate, perche se ben la facciata, quale supponemmo che sia la a f. è passa 3. piedi 2. bisogna considerare, che non vi si debbe in tal larghezza computare la b d. della grossezza del muro dell'altra faccia, anzi bisogna pensare, che li quattro muri, che circondano tal torre l'uno sia a b c d. l'altro b e f g. l'altro g h k i. & l'ultimo i m c l. Si poria anchora intrapresa la detta larghezza a f. di fuora (quale è passa 3. piedi 2.) con la larghezza m c. di dentro, quale sara passa 2. piedi 1. oncie 8. fara passa 6. piedi 3. oncie 8. pigliarne la mita, che sara per passa 3. piedi 4. oncie 4. per la mezzana larghezza di circondura delle dette quattro facciate di tal torre.

Per far adunque la ragion del muro di una di queste quattro facciate diremo esser longo, ouer largo solamente passa 3. piedi 4. oncie 4. & alto passa 15. piedi 2. & grosso piedi 1. oncie 8. onde per far questo conto procederemo solamente per il piu commodo modo, riduremo la longhezza, & altezza a piedi, & hauremo per longhezza piedi 19⅓, & per altezza piedi 125. fatto questo multiplicaremo 19⅓ fia 125 fara piedi 1834⅔ superficiali, & perche la sua grossezza è oncie 20. che sono 1⅔ multiplicaremo quelli piedi 1834⅔ per 1⅔ fara 3057⅞ piedi di muro, quali partendoli per 25 (per farne passa) ne venira passa 122. piedi 7¾, & tanto fara il muro di una delle quattro facciate della detta torre, onde per trovar quello di tutte quattro le dette facciate multiplicaremo li detti passa 122. piedi 7. oncie 8 per 4. & fara passa 489. piedi 4. oncie 8. & tanto fara tutto il muro, che forma la detta torre di sopra terra, & con tal regola procederai nelli simili.

Anchora per un'altra piu breue regola si poria risoluere le simili, qual è questa, piglia la summa del circuito di tal torre di fuora via, che sara passa 13. & piedi 3. & similmente summa del circuito di dentro, che sara passa 9. piedi 1. oncie 8. & summa insieme quelle due summe saranno passa 22. piedi 4. oncie 8. pigliarne la mita, che sara passa 11. piedi 2. oncie 4. & tanto ponerai per la longhezza di quelle quattro facciate, come se fussero in diretto, è un muro solo, & per l'altezza di tal muro notarai li medesimi passa 15. piedi 2. & per grossezza li medesimi piedi 1. oncie 8. onde facendo la ragion di tal muro si trouara medesimamente esser passa 489. piedi 4. oncie 8. & cosi procederai se fusse piu di quattro facciate.

Come si debbe misurare il muro di un pozzo, & altri che vanno in tondo, ouer amente in arco.

13 SVpponeremo che sia un pozzo alto di muro passa 6. piedi 2. & che la circonferentia del muro di fuora via sia passa 2. piedi 2. & la circonferentia del muro di dentro sia passa 2. piedi 1. oncie 7. & il muro è grosso oncie 10. (che saria di un mattone, & un quarto di muro) volendo mo trouar quanto sia il detto muro si puo procieder per piu vie, ma narraremo solamente la piu commune, summaremo la circonferentia di fuora con quella di dentro, cioe passa 3. piedi 2. con passa 2. piedi 1. oncie 7. fara passa 5. piedi 4. oncie 7. & di questa summa ne pigliaremo la mita, che sara passa 2. piedi 4. oncie 9½ per la mezzana circonferentia, & questa supponeremo per la commune longhezza di tal muro, & l'altezza (come hai) è passa 6. piedi 2. & di grossezza oncie 10. volendo mo sapere la quantita di tal muro, anchor che per piu vie si poria procedere (come nelle passate è stato detto) nondimeno la soluemo per la piu commune, cioe riduremo li passa 2. piedi 4. oncie 9½ in oncie, che saranno oncie 177½, dapoi faremo quelle passa 6. piedi 2. dell'altezza in piedi 32. fatto questo multiplicaremo quelle oncie 177½ per questi piedi 32. saranno 5680. & queste saranno oncie superficiali (perche piedi fia oncie fa oncie) le quali reducendole in piedi, & in passa saranno passa 18. piedi 13. oncie 4. ma perche tal summa è di muro 1⅔, e pero multiplicando li detti passa 18. piedi 23. oncie 4. per 1⅔, fara passa 30. piedi 20. oncie 8. di muro, & tanto sara il muro del detto pozzo. Et con tal regola si misurara ogni altra

Una torre
alta passa 15. piedi 2.
larga passa 3. piedi 2.
grossa passa 0. pie. 1. oncie 8.

fa passa 117. pie. 4. oncie 8.

un muro
longo passa 3. piedi 4. oncie 4.
alto passa 15. piedi 2.
grosso passa 0. piedi 1. $\overline{\text{O}}$ 8.

fa passa 122. piedi 7. $\overline{\text{O}}$ 8.

un muro
alto passa 15. piedi 2.
la circo. di fuora passa 13. piedi 3.
la circo. di dentro passa 9. p. 1. $\overline{\text{O}}$ 8
grosso passa 0. piedi 1. oncie 8.

fara passa 489. piedi 4. oncie 8.

muro squadrato
longo passa 2. piedi 4. $\overline{\text{O}}$ 9½.
alto passa 6. piedi 2.
grosso passa 0. piedi 0. $\overline{\text{O}}$ 10.

fa passa 30. piedi 20. oncie 8.

tondo egualmente grosso, & similmente ogni altro muro, che andasse in tondo, come saria di qualche giardino, ouer barco di saluadicine, & non solamente li muri di perfetto tondo si misurano, & squadrano con questa regola, ma anchora quelli che non compiscono tutto il tondo, ma solamente fanno vn'arco, come in margine appare, nel muro a b c d. e f g h. cioe volendo misurare, & squadrare, si debbe procedere, come in quella di pozzo, cioe summare la quantita dell'arco di fuora, con la quantita di quel di dentro, & di tal summa pigliarne la mita sara la mezzana longhezza di tal muro, l'altezza, & grossezza si misura, & piglia simplicemente secondo il solito. Ma per misurare tai circonferentie, ouer curuita di muro, bisogna hauer vna misura, che si possa incuruare secondo l'andar della incuruation del muro.

Et nota che tal regola è simile a quella di capi, & doppi capi tagliati, come da te puoi considerare.

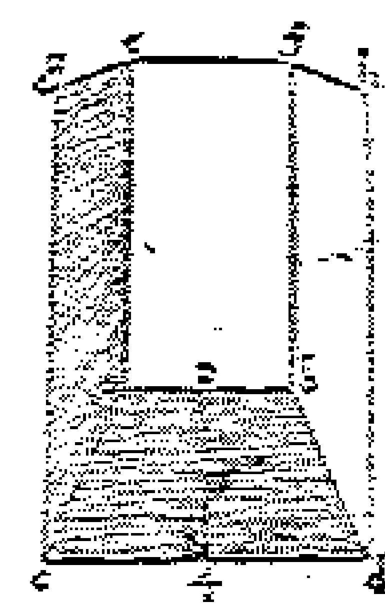
Che cosa sia fondamente, & come si misura, & squadra, & conoscesia sua quantita. Cap. III.

Fondamenta s'intende, & chiama quella parte di muro, che si fabrica sotto terra, sopra della quale si ha da riposar quel muro, che si ha da fare, ouer da fabricare di sopra terra. Essendo adunque la fondamenta la prima fabricata (cioe auanti del muro) ragioneuol cosa mi pare, che prima douessi mostrare il modo, ouer regola di saper misurare, & squadrare, le fondamente auanti di muri, ma tal disordine non è stato da noi commesso senza causa perche le fondamente si conteneriano alla ragion di muri, e pero fu necessario a dechiarir prima, come s'intende vn muro, & come si misurasse quello, perche con tal intelligentia facilmente s'intendera il misurar, & conoscer la quantita di dette fondamente.

Come si formino le fondamenta di muri.

1 Le fondamente di muri, acio siano gagliarde, & atte a sopportar il muro, si costuma farle molto larghe in fondo, & andarle restringendo talmente, che venghino a restar nella summita di quella medesima larghezza, come che debbe esser grosso il muro, si come si vede nella figura a b c d. e f g h. che la larghezza c d. ouer g h. nel fondo di tal fondamenta, è maggiore della larghezza a b. ouer e f. di sopra, & per questa s'intende che il muro, che vi debbe esser sopra fabricato sara grosso quanto che e la detta sopprema larghezza di tal fondamenta.

forma di vna fondamenta



L'altezza di ogni fondamenta si piglia a piombo, si come la linea f k. & non secondo la obliqua linea a c. ouero b d.

Come si misura, squadra, & conosce la quantita di dette fondamente in generale.

2 Or per venir alla pratica di saper trouar la quantita di dette fondamente. Supponemo che sia vna fondamenta larga da basso (cioe in fondo) pie. 4. & da sopra (cioe nella summita) piedi 2. & è alta a piombo piedi 5. & è longa piedi 77. si adimanda quanti passa sara la detta fondamenta.

Per risoluere tal questione nella sopra figurata fondamenta, si vede la superficie a b c d. di vno doppio capo tagliato, e pero in questa summaremo la larghezza da basso (quale è supposta esser p. 4) con larghezza di sopra (quale supposta esser p. 2) sara pie. 6. & di questo ne pigliaremo la mita, che sara piedi 3. & cosi la mezzana larghezza, ouer grossezza di tal fondamenta diremo esser pie. 3. li quali sono ₩ 36. che saria quatro volte tanto, e mezzo della longhezza di vn mattone, ouer quadrello, o vuoi dir pietra cotta (come si costuma in Venetia) e pero tal fondamenta sara di muri quatro, e mezzo. Et perche habbiamo supposto tal fondamenta esser longa piedi 77. & alta piedi 5. la risolueremo precisamente, come se la fusse vn muro di muri $4\frac{1}{2}$, longo passa 15. piedi 2. & alto piedi 5. cioe multiplicaremo li piedi 5. dell'altezza fia li piedi 77 della longhezza fara piedi 385 superficiali, & per esser di muri $4\frac{1}{2}$, multiplicaremo li detti pie. 385 per $4\frac{1}{2}$ fara $1732\frac{1}{2}$ piedi di muro da 25 al passo, e pero per farne passa li partiremo per 25. & ne venira passa 69. piedi sette, e mezzo di muro.

vn muro di muri $4\frac{1}{2}$
longo piedi 77.
alto piedi 5.

fa passa 69. piedi $7\frac{1}{2}$

Questa medesima soprascritta ragione si poria risoluere per tutte quelle altre vie narrate sopra di muri, lequali mi par cosa superflua a volerui replicar tutti quelli tai modi, per a tua maggior fortificatione, ti voglio replicar il modo di risoluere questa tal questione, con l'arte corporale del passo di muro, qual se ben ti aricordi è piedi $16\frac{2}{3}$ cubi per essere il passo del muro longo piedi 5. lineali, & largo per piedi 5. & grosso $\frac{2}{3}$ di vn piede (cioe ₩ 8.) liquai tre misure multiplicate fanno piedi $16\frac{2}{3}$ cubici, com'è detto, e per tanto ridurremo la detta fondamenta a piedi cubi, & questo si fara multiplicando li medesimi piedi 5. dell'altezza fia li piedi 72 della longhezza fara piedi 36[illegible] superficiali, quali multiplicaremo per li piedi 3. della grossezza, fara piedi 1155 cubici, & perche piedi 16$\frac{1}{2}$ cubici fanno vn passo di muro. Per tirare adunque li detti piedi 1155 cubici in passi di muro, li partiremo per 16$\frac{1}{2}$, il che facendo ne venira passi 69$\frac{7}{11}$, che tradacendo quel $\frac{7}{11}$ di passo in piedi da 25 al passo, ne venira medesimamente in tutto passi 69 piedi 15$\frac{10}{11}$ di muro, si come per l'altra via. Questo modo in alcune questioni è piu facile dell'altro, & cosi per il contrario.

vna fondamenta
longa passi 6. pie. 2. on. 6.
larga passi 1. piedi 0. on. 0.
larga passi 0. piedi 2. on. 6.
alta passa 1. piedi 1.

fa passa 43. piedi 11$\frac{3}{5}$

Supponemmo anchora, che sia vna fondamenta longa passi 6. piedi 2. oncie 6. & larga a basso (cioe nel piede) piedi 5 (cioe vn passo) & in cima piedi 2$\frac{1}{2}$, volendo sapere la quantita di questa fondamenta summaremo le due larghezze insieme, cioe passi 1. & piedi 2$\frac{1}{2}$, faranno piedi 7$\frac{1}{2}$, & di questa summa ne pigliaremo la mita, che sara piedi 3. oncie 9. & tanto diremo che sia la mezzana larghezza di questa tal fondamenta, & perche tal larghezza, over grossezza sarebbe mal [illegible] per seruir al resto di muro, cioe quelli [illegible] voglio che la riduciamo con l'arra corporale del passo, cioe a piedi cubi. E pero procederemo come se fusse vn muro longo piedi 32$\frac{1}{2}$ & alto piedi 6. & grosso piedi 3$\frac{3}{4}$, & cosi multiplicaremo li piedi 32$\frac{1}{2}$ della longhezza per li piedi 6 dell'altezza fara piedi 195 superficiali, quali multiplicaremo per li piedi 3$\frac{3}{4}$ della grossezza, fara piedi 731$\frac{1}{4}$ cubi, i quali per farne passi di muro li partiremo per 16$\frac{1}{2}$ (per che pie. 16$\frac{1}{2}$ cubi fanno vn passo di muro) il che facendo ne venira passi 44$\frac{7}{22}$ di muro, & tanto sara la detta fondamenta, & se se vorra di trasmutare quelli $\frac{7}{22}$ de passo in piedi da 25 al passo, trouarai che ne venira piedi 11$\frac{3}{22}$ di vn piede, & cosi passa 44. piedi 11$\frac{3}{22}$ sara la detta fondamenta.

vn muro
longo piedi 32$\frac{1}{2}$
alto piedi 6
grosso piedi 3$\frac{3}{4}$

fa passa 44. piedi 11$\frac{3}{22}$

Da notare.

murayia a scarpa

Bisogna notare che sono alcune muraglie, & massime nelle fortificationi moderne dette, che da vna banda, cioe di fuori via, sono alla similitudine delle fondamente, cioe da basso, sono grossissime, & nel ascendere si vanno restringendo per fino a vn certo segno detto il cordone, & tale mura si dicono a scarpe, & queste tal sorte di muraglie misurano per alla similitudine delle fondamente, cioe si summa la larghezza, over grossezza da basso con quella di cima, & di tal summa si piglia la mita, & tal mita sara la mezzana larghezza, over grossezza di tal muraglia, nel resto se procede, come nelle altre, dovendo che l'altezza di tal muraglia sia tolta perpendicolarmente con il piombo, & non secondo l'andar della scarpa, come fu detto sopra la prima di questo capo, & se per sorte tal altezza a piombo non si potesse tuor di dentro, cioe da vn di capi per esser tal hora congionta con vn'altra muraglia, bisogna torla di fuora via pur a piombo, come si costuma nel misurar di monti, ch'insegna nella sesta.

vna fondamenta quadrata
larga da basso piedi 10.
larga di cima piedi 5.
alta a piombo piedi 6.
ogni facciata di fuora via
da basso longa piedi 36.
ogni facciata di dentro via
da basso piedi 16.

fara passa 280. piedi 20.

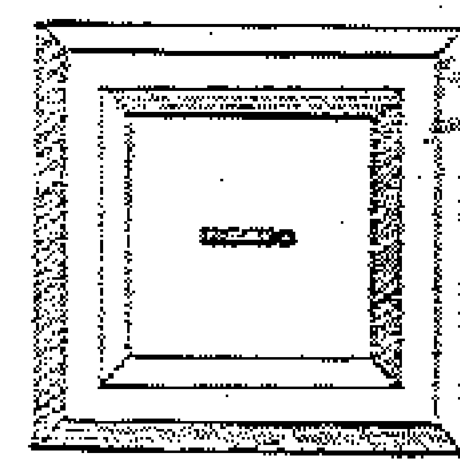
Supponemmo anchora che'l sia vna fondamenta di 4 facciate, come saria di qualche gran torre quadrata, & che la larghezza, over grossezza da basso di tal fondamenta sia piedi 10. & quella di sopra sia piedi 5. & è alta a piombo piedi 6. & la longhezza di tal fondamento da basso di fuora via è piedi 36 per facciata, & da basso di dentro via è piedi 16 per facciata, volendo nui saper quanto sia tal fondamento si potria per piu vie, ma la piu naturale mi par esser questa, summa li piedi 10 della larghezza da basso con li piedi 5 della larghezza di cima fara piedi 15. piglia ne la mita, che sara piedi 7$\frac{1}{2}$, & tanto diremo esser la mezzana larghezza, over grossezza di tal fondamenta, poi summarai li piedi 36 della longhezza di fuora via dell'vna delle quattro facciate da basso con li piedi 16 della longhezza dell'una delle 4 facciate di dentro via pur da basso fara piedi 52. pigliane la mita, che sara pie. 26. & tanto sara la mezzana longhezza di vna delle dette 4 facciate di tal fondamenta, l'altezza di tal fondamenta non si muta altramente, ma resta nelli detti piedi 6 hor procederai, come se fusse vn muro longo piedi 26 alto piedi 6. & grosso piedi 7$\frac{1}{2}$, onde multiplicando queste tre misurationi secondo il solito trouarai, che faranno piedi 1170 cubi, & perche vn passo di muro (come piu volte è stato detto) è piedi 16$\frac{1}{2}$ cubi, stante che'l detto passo di muro sia longo piedi 5 lineali, & alto altri piedi 5. & grosso $\frac{2}{3}$ di vn piede, cioe oncie 8. che si suppone esser longo il matone, over quadrello, ma quando che il detto matone, over quadrello fusse supposto esser piu, over men longo di oncie 8. il detto passo di muro sara poi piu, over meno di detti piedi 16$\frac{2}{3}$ cubi, hor per tornar al nostro proposito per tirar li detti 1170 cubi in passi di muro li partiremo per li detti piedi 16$\frac{2}{3}$ cubi, che va al passo, cioe veder quante volte intra li detti piedi 16$\frac{2}{3}$ in detti piedi 1170. & trouarai che v'intraranno 70$\frac{1}{5}$, & cosi passa 70$\frac{1}{5}$ di muro sara l'una di queste quattro fondamente in quadro congionte, onde tutte quattro veneranno a esser il quadruplo di detti passa 70$\frac{1}{5}$, che fara passa 280$\frac{4}{5}$, & tanto concluderemo esser la detta fondamenta di quattro facciate, & con tal regola si procederia quando che la detta fondamenta fusse di 5. over 6. over di piu facciate.

vn muro
longo piedi 26.
alto piedi 6.
grosso piedi 7$\frac{1}{2}$

fa passa 70. piedi 5.

Vero

Vero è che tal questione si poteria concludere con quella ultima regola posta sopra la duodecima del precedente capo di quella torre quadrata, cioe summare il circuito da basso di fuora via di tutte quattro le facciate, che faria piedi 144. con il circuito pur da basso di dentro via di tutte quattro le facciate, che fara piedi 64. faranno in summa piedi 208 lineali, pigliane la mità, che fara 104. per la mezzana longhezza di tutte quattro le dette facciate si fussero direttamente congionte facendo una fondamenta sola, onde squadrata la larghezza da basso con quella di cima, si come di sopra fu fatto si trovaria tal grossezza mezzana esser pur piedi $7\frac{1}{2}$, & l'altezza esser li medesimi piedi 6. talche procedendo come se fusse un muro longo piedi 104. alto piedi 6. & grosso piedi $7\frac{1}{2}$, onde multiplicando tai tre misurationi secondo il solito fara piedi 4680 cubi per l'aria corporale di tutta la detta fondamenta, & perche ogni piedi $16\frac{2}{3}$ cubi fanno un passo di muro (secondo il supposito nostro) & per tanto volendo della detti piedi cubi 4680. farne passa di muro, vederemo quante volte intrara li detti piedi $16\frac{2}{3}$ nelli detti piedi 4680. & trovaremo che v'intraranno $280\frac{4}{5}$, & tanti passa di muro fara tutta la detta fondamenta, si come per l'altra via fu trovato, & cosi per il medesimo modo si poteria procedere quando che la detta fondamenta fusse di 5. over 6. over di piu facciate, come che per l'altra via fu anchor detto.


fondamenta quadra

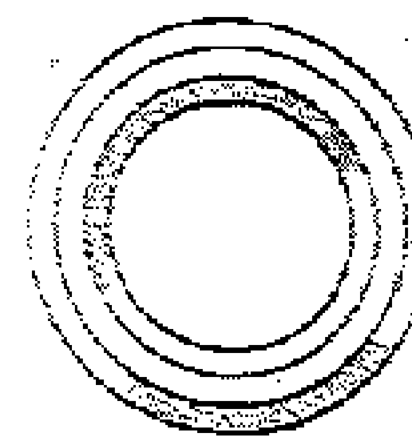
un muro
longo piedi 104.
alto piedi 6.
grosso piedi $7\frac{1}{2}$.

fa passa 280. piedi 20.

6 SVpponemo anchora che sia una fondamenta circolare, che la larghezza, over grossezza da basso sia pur piedi 10. & quella di cima sia piedi 5. & l'altezza di questa tal fondamenta a piombo è piedi 6. & la circonferentia da basso di fuora via è piedi 144. & la circonferentia da basso di dentro via è piedi 64. volendo mo trovare quanti passa di muro sia tal fondamenta.

Non che questa ragionevolmente debbe esser eguale a quella della precedente quadrata, perche se ben la consideri è di quelle medesime misure composta, anchor che sia di forma diversa, il che ho fatto a causa per mostrarti.

Per risolvere adunque tal questione procederemo per il secondo modo visto nella precedente quadrata, cioe summarai li piedi 10. della larghezza da basso con li piedi 5 della larghezza di cima fa piedi 15 lineali, pigliane la mità, che fara piedi $7\frac{1}{2}$, & tanto fara la mezzana larghezza, over grossezza, poi summa li piedi 144 della circonferentia da basso di fuora via con li piedi 64. della circonferentia da basso di dentro via fara piedi 208. lineali, pigliane la mità, che fara piedi 104. & tanto fara la mezzana longhezza di detta fondamenta, se la fusse in diretto distesa, & l'altezza di tal fondamenta saria per quelli medesimi piedi 6. detti di sopra.


fondamenta tonda

fondamenta tonda
larga da basso piedi 10.
larga in cima piedi 5.
alta piedi 6.
circonferentia di fora p. 144.
circonferentia di dentro p. 64.

fa passa 280. piedi 20.

Hor bisogna mo procedere, come se la fusse un muro longo piedi 104. alto piedi 6. grosso piedi $7\frac{1}{2}$, onde multiplicando queste tre misure secondo il solito ne veniria piedi 4680 cubi, i quali per ridurli in passa di muro vederemo quanto v'intrara li pie. $16\frac{2}{3}$ cu. (che vanno al passo di muro) trovaremo che v'intrara $280\frac{4}{5}$, & tanti passa di muro fara la detta fondamenta, si come fu anchora quella della precedente quadrata, & con tal ordine procederasi quando che la detta fondamenta fusse solamente una parte di tondo, cioe in forma di arco.

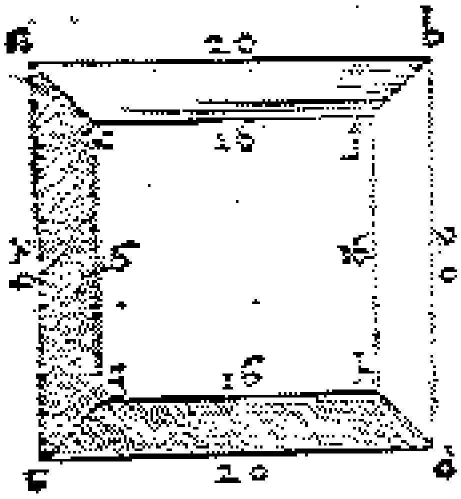
Questa medesima regola si osservaria a misurare quella parte di torrioni tondi, ch'è da basso, cioe che va a scarpa per fino al cordone, & altri simili.

un muro
longo piedi 104.
alto piedi 6.
grosso piedi $7\frac{1}{2}$.

fa passa 280. piedi 20.

7 MA perche la maggior parte delle fondamente delle torre si fondano, come interare si fanno piene di muro per di dentro, talche sono in forma di una piramide tronca, & per tanto accioche di tutte le principal particolarita, che occorre posta sopra il misurar di muri tu ne habbi notitia. Supponemo che sia una fondamenta piena di dentro di una torre quadrata, che si ha da fabricar, laqual fondamenta quadrata, supponemo che la sia la a b c d e f g h. & supponemo che il quadrato a b c d. da basso sia piedi 20. per lato, & il quadrato e f g h. di sopra sia piedi 16. per lato, & supponemo, che la sia alta a piombo piedi 10. hor volendo mo saper quanti passa di muro sia tal fondamenta. La maggior parte di questi pratici misuratori di fabriche costumano di fare una questione simile, per quella medesima regola (mostrata piu presto dalla natura, che dall'arte) narrata sopra di quel tinazzo di vino, & sopra il misurare delle botte, cioe questi tali summeranno quelli piedi 20. lato del quadrato da basso con quelli piedi 16. lato del quadrato di sopra, che fa 36. & di quello ne pigliaranno la mità, che fara piedi 18. & tanto diranno esser il lato del quadrato mezzano fra quelli duoi quadrati, & dapoi procederanno, come se la fusse un muro longo piedi 18. & alto piedi 10. & grosso piedi 18. onde multiplicando queste tre misure, secondo il solito faranno secondo loro piedi 3240 cubi, quali partendoli per li piedi $16\frac{2}{3}$ cubi, ch'è il nostro passo di muro, ne veniria passa $194\frac{2}{5}$, & tanto faria (secondo loro) la detta fondamenta piena, o vogliamo dir solida, & quantunque tal regola sia falsa, nondimeno fu da noi concessa sopra il misurar di botte, per esser ispediente, & nõ sminuirsi in cose di momento

fondamenta quadra piena, cioe solida.



vn muro longo piedi 18.
alto piedi 20.
grosso piedi 18.

fa passa 394 2/5.

la detta fondamenta solida naturalmente saria passa 394 2/5
ma geometricamente pa. 395 1/5

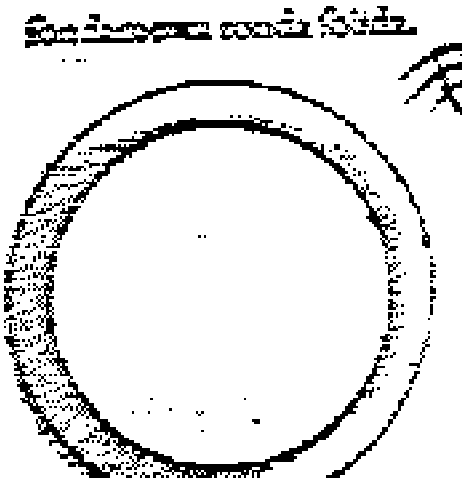
differentia passa 4/5.

tre termini continui proportionali 400. 320. 256.

vna fondamenta tonda solida, che la circonferentia da basso passa 24.
circonferentia di cima passa 18
alta passa 4 piedi 2

fara a ragio di muro pa. 1107 1/2

fondamenta tonda solida.



della verita, ma in quest'altra materia di fabriche non la comendamo, perche lo suo errore sa notara maggiore, & di non poco danno allo fabricatore, & tanto piu sara maggiore, quanto che maggiore sara la detta fondamenta solida, & acciochè questo chiaramente si veda, parte in questa medesima, ma piu nella sequente si fara manifesto.

Ma volendo risoluere questa tal questione secondo la vera & giusta regola geometrica bisogna vsare la propria regola delle piramide tronche, la causa dellaqual regola nella sequente quarta parte del nostro general trattato la assignaremo, ma quiui narraremo simplicemente l'ordine di tal regola, qual è questo, quadraremo quelli piedi 20 (lato del quadrato da basso) fara 400. quadraremo anchora quelli piedi 16. (lato del quadrato di cima) fara 256. poi multiplicaremo 20 fia 16. fara 320. & questa si chiama superficie media proportionale fra li duoi sopradetti quadrati, perche sono continui proportionali, cioe 400. 320. 256. liquali tre termini continui proportionali bisogna summarli insieme, liquali facendo faranno 976. & di questo bisogna pigliarne il terzo, il che facendo ne veniria 325 1/3, & questo bisogna multiplicar per quelli piedi 20 dell'altezza, fara piedi 6506 2/3 cubici, quali per tirarli in passa di muro, li partiremo secondo il solito per piedi 16 2/3, il che facendo ne veniria passa 395 1/5, & tanto sara giustamente la detta fondamenta solida.

Si vede adunque che per la giusta regola geometrica tal fondamenta solida, saria passa 395 1/5, & per quella regola naturale (qual è totalmente falsa) saria solamente passa 394 2/5, che saria 4/5 di passo manco della verita, il qual errore non è cosi insensibile, come che era nel misurare di quella botte di vino, & questo procede che lo errore di vna regola falsa piu euidente si troua nelle grande, che nelle picciole quantita, e pero la falsita di tal regola in quel caso, ne manco in vna botte, non fu errore da tenerne molto conto, ma in questa vno errore di quattro quinti di passo di muro, che saria piedi 13 1/3 in danno del maestro, non è da lasciarsi cosi scorrere, & massime quando che il maestro fusse accordato a tanto il passo a farlo a tutte sue spese. E pero bisogna auertire a non fondarsi totalmente in vna regola falsa anchor che in alcune picciole quantita, ouer dignita, poco si scosta dalla verita (come fece il medico Cardano, a fondarsi sopra di quella regola trouata da Orontio per ragion naturale, per formar il rotto di quelle specie di radici irrationali a lui proposte) perche nelle gran quantita, ouer dignita, gli errori loro si fanno poi maggiori, & questo nella sequente meglio si fara manifesto.

Supponemmo anchora vna fondamenta tonda solida, cioe piena per di dentro, che la circonferentia da basso sia passa 24. & la circonferentia di cima sia passa 18. & sia alta a piombo piedi 22. per trouar la quantita di tal fondamenta per quella regola falsa, che costumano li pratici naturali, summaremo insieme li passa 24 della circonferentia da basso con quelli passa 18 della circonferentia di cima fara passa 42. & di questi ne pigliaremo la mita, che saria passa 21. & tanto si direbbe esser la circonferentia mezzana, & di tal cerchio ne trouaremo la sua superficie per l'uno di quelli modi dati sopra la quinta del quarto capo del nostro libro, delliquali il piu costumato è a trouar il diametro di tal cerchio, dicendo per la regola, se 22 di circonferentia mi da 7 di diametro, che mi dara 21 di circonferentia, opera che ti dara passa 6 15/22, & tanto sara il diametro di tal cerchio mezzano, onde per hauer la sua superficie multiplicaremo (per suoi rotti) tutto il detto diametro fia tutta la circonferentia, cioe 6 15/22, fia 21. fara 140 7/22, & di questo ne pigliaremo il quarto, che fara 35 7/88, & tanto sara la superficie del detto cerchio, cioe sara passa 35 7/88 superficiali, quali multiplicandoli per li passa 4 2/5 dell'altezza, fara passa 154 17/40 cubici, & vn passo cubo s'intende vn muro alla similitudine del dado, cioe longo vn passo, & alto vn'altro passo, & grosso vn'altro passo lineale, da pie. 5 lineali al passo, e pero vn passo cubo veniria a esser pie. 125 cubi, perche 5 fia 5 fa 25. & 25 fia 5 fa 125. e pero volendo tirar quel rotto di passo cubo, cioe quelli 17/40 in piedi, lo multiplicaremo per 125. fara p. 53 1/8 cubi, che in tutto sara passa 154. piedi 53 1/8 cubi, & tanto sara per ragion naturale la detta fondamenta tonda, ma volendo sapere quanti passa di muro faranno li detti passa 154. piedi 53 1/8 cubi reduremo li detti passa cubi 154 in piedi cubi, multiplicandoli per 125. faranno piedi 19250 cubi, alliquali giontoui quelli altri piedi 53 1/8 cubi faranno in summa piedi 19303 1/8 cubi, i quali per tirarli in passa di muro li partiremo per 16 2/3, perche piedi 16 2/3 (come piu volte è stato detto) fanno vn passo di muro, e per tanto partendo li detti passa 19303 1/8, per 16 2/3, ne veniria 1158 3/16, & tanti passa di muro sara la detta fondamenta per quella regola costumata da naturali pratici, vero è che hauesse redutto nel principio le dette circonferentie a piedi lineali, la operatione non saria stata cosi intricata, ma il tutto ho fatto per farui auertente, che vn passo cubo è composto di piedi 125 cubi, delliquali 16 2/3 fanno vn passo di muro grosso oncie 8. laqual cosa non poco ci giouera nelle questioni della sequente capo.

Ma volendo

Ma volendo risoluere la sopradetta questione secondo la vera, & giusta regola geometrica, anchor che la si potria far lasciando le misure in passa, come fu fatto nella precedente operatione, nondimeno per schiuar la oscurita, voglio che tiramo li detti passa a piedi, onde la circonferentia da basso di tal fondamenta sara piedi 120. & quella di cima sara pie. 90. & l'altezza e pie. 12 a piombo. Troua li diametri di queste due circonferentie, onde procedendo secondo la regola di Archimede trouarai il diametro della circonferentia da basso esser pie. 38 $\frac{2}{11}$, & quello di quella di cima esser piedi 28 $\frac{7}{11}$, fatto questo bisogna quadrare ciaschaduno di questi duoi diametri, il che facendo il quadrato del maggiore, cioe di piedi 38 $\frac{2}{11}$ sara 1457 $\frac{83}{121}$, & il quadrato del menor, cioe di piedi 28 $\frac{7}{11}$, sara 820 $\frac{5}{121}$, da poi bisogna trouar la superficie media proportionale fra questi duoi quadrati multiplicando 28 $\frac{7}{11}$ fia 38 $\frac{2}{11}$, & fara 1093 $\frac{47}{121}$, & tanto sara la detta superficie media proportionale, fatto questo bisogna summare insieme questi 3 termini, et faranno 3371 $\frac{34}{121}$, & di questa summa bisogna pigliare la sua terza parte, che sara 1123 $\frac{92}{121}$, & questa bisogna multiplicar per li piedi 12 dell'altezza, il che facendo sara piedi 13485 $\frac{15}{121}$ cubi, & tanto saria se tal fondamenta fusse quadrata, ma per esser circolare, bisogna pigliarne li $\frac{11}{14}$, cioe multiplicar li detti piedi 13485 $\frac{15}{121}$ per 11, & partir per 14, ne veniria 10595 $\frac{5}{11}$, & tanti piedi cubi saria giustamente la detta fondamenta, liquali piedi 10595 $\frac{5}{11}$ volendoli tirare in passa di muro bisogna partirli per 26 $\frac{1}{4}$ (per le ragioni piu volte dette) ne veniria passa 403 $\frac{7}{11}$, & tanto saria giustamente tal fondamenta tonda, e per tanto si vede, che la saria passa 57 $\frac{3}{4}$ di muro di piu de quello, che si trouaro con quell'altra regola costumata da questi misuratori di muro, e pero si vede che il maestro saria ingannato di far manifattura di passa 57 $\frac{3}{4}$ di muro, che a un sol ducato il passo importaria ducati 57 $\frac{3}{4}$, il qual errore nascie del modo di una secchia di vino, come che fu trouato nel misurar di quel staruo di vino, & cosi nel misurar delle botte, e pero di questo te ne ho voluto auertire, accio sappi, come gouernarti nelle simili.

Anchora vi saria da dire, come si misurano gli archi in uolta, ma perche li murari in alcuni luoghi se gli fanno conteggiare, come sel fusse pieno di muro, & in alcuni altri luoghi costumano alcune sue regole naturali, con lequali concludeno il proposito, laqual cosa volendole concludere per regole geometriche vi andaria da dir assai, & anchora con difficulta si concluderia giustamente il proposito per piu ragioni, come in fine della presente terza parte si fara manifesto.

una fondamenta tonda che la circonferentia da basso pie. 120. circonferentia di cima pie. 90. alta a piombo piedi 12.

diametro maggior pie. 38 $\frac{2}{11}$
diametro menor piedi 28 $\frac{7}{11}$

quadr. del mag. 1457 $\frac{83}{121}$
superficie media 1093 $\frac{47}{121}$
quadr. del menor 820 $\frac{5}{121}$

summa 3371 $\frac{34}{121}$

la terza parte 1123 $\frac{92}{121}$

per la regola falsa passa 461 [illegible]
per la giusta regola passa 403 $\frac{7}{11}$

differentia passa 57 $\frac{3}{4}$

Come si misurano li cauamenti. Cap. IIII.

1 Li cauamenti si costumano di misurare in ogni luogo, cioe con quella medesima misura lineale, con laquale misurano anchora li muri. Ma perche nel misurare di muri si siamo fondati sopra il costume di Venetia, nelquale si misurano con il passo diuiso in piedi 5, & il piede alcuni lo diuidono in quattro parti, & a ciaschaduna parte gli dicono un quarto di piede, ma nelle cose che vanno misurate per sottile lo diuidono in dodici oncie, come che nelli precedenti capi e stato fatto, nel misurare di fabriche, muri, & fondamente, il medesimo costumaremo anchora nelli cauamenti di terreni, laqual cosa molto accade non solamente in cauar pozzi, & valli per condure acque, ma anchora per far le profonde fosse intorno a una citta, come che nelli presenti tempi si costuma, & perche la maggior parte di prencipi, ouer Republiche communamente cercano di darle al architettore, che vuol tuor l'assumpto sopra di se al publico incanto, e pero egli e necessario a colui che vuol leuar, ouero tuor tal cargo sopra di se non volendosi ingannare bisogna che prima lui sappia fare, & facia il conto quanti passa di muro lui ha da fare, e quanto gli andara a lui di spesa circa quello, & similmente bisogna che lui sappia far, & fatta il conto quanti passa di terreno gli bisogna far cauare, & quanto gli andara a lui di spesa far fare tal effetto, il che sapendo fare, & facendolo giustamente non potra pericolare in niente, ouer leuare tal manifattura sopra di se, ma coloro che non saperanno fare, & faranno prima tal computo, & intraranno, ouer leuaranno un tal carico saranno mal consigliati.

Come s'intenda communamente un passo di cauamento.

2 Li cauamenti si costuma di dar, ouer tuorli a far a un tanto il passo, & per un passo di cauamento s'intende communamente un quadro di terra longo, & largo un passo per lato, & profondo un piede, talmente che cinque passa di cauamento veniria a esser un passo cubo, cioe veniria a esser un corpo alla similitudine di un dado (con che si giuoca) longo un passo, & largo, ouer alto un'altro passo, & similmente grosso un'altro passo, e pero un passo commun di cauamento veniria a esser piedi 25 cubi, per esser piedi 5 lineali per facia, & grosso un sol piede, liquali tre misure multiplicate fanno piedi 25 cubi (come e detto) ma

vn paſſo cubo veniria a eſſer 125 piedi cubi, & queſto biſogna intendere per non pigliare vna coſa per vn'altra.

3 VNo vorria far far, ouer tuor a far vn cauamento per condurui vn'acqua longo paſſa 180. & largo paſſa 3. & profondo piedi 7. Et queſto tale vorria ſaper che ſpeſa v'intraria a fare, ouero a far far tal cauamento, atteſo che ſu ſuo conto, che a far cauar tal terreno, & portarlo ſu la riua di tal cauamento gli coſtaria ſoldi 5 il paſſo intendendo, che vn paſſo quadro, groſſo, ouer profondo vn piede.

vn cauamento
longo paſſa 180.
largo paſſa 3.
alto piedi 7.

fa paſſa 3780.

La maggior importanza di vna ſimile queſtione, è di ſaper trouar quanti paſſa ſara tal cauamento, e pero la regola per far tal ragione, & altre ſimili (eſſendo tal cauamento per retta linea) è queſta, multiplica li paſſa 180 della longhezza per li paſſa 3 della larghezza fara paſſa 540 ſuperficiali, & perche per ogni piede, che ſi va profondando ſotto terra rende paſſa 540 di cauamento, e pero multiplicando li detti paſſa 540 ſuperficiali, per quelli piedi 7. che va profondo il vaſo fara 3780. & tanti paſſa di cauamento (alla detta ragione) andara a far quel vaſo, per ſaper mo quanto v'intrara di ſpeſa a ſoldi 5 il paſſo, per eſſer coſa facile a te laſſo il cargo.

vn cauamento
longo paſſa 134. piedi 3.
largo paſſa 5. piedi 2.
alto paſſa 2. piedi 4.

fara paſſa 10175. piedi 19

4 SVpponemo anchora, che vno voglia tuor a far vn cauamento longo paſſa 134. piedi 3. & largo paſſa 5. & piedi 2. & profondo, ouer alto paſſa 2. piedi 4. & vorria ſaper quanti paſſa ſara tal cauamento alla ragion detta di ſopra, cioe al paſſo quadro, ma groſſo, ouer profondo vn ſol piede.

Tal ragione ſi potria far a piu vie, ma la piu commune è a ridur le dette miſure a piedi, il che facendo hauerai per longhezza piedi 673. & per larghezza piedi 27. & per altezza, ouer profondita piedi 14. Hor multiplicando queſte tre miſure ſecondo il ſolito trouarai, che fara piedi 254394 cubi, & perche vn paſſo di cauamento s'intende (come fu detto nella ſeconda) piedi 25 cubi. Per ridurre adunque li ſopradetti piedi 254394 cubi in paſſa di cauamento li partiremo per 25. il che facendo ne venira paſſa 10175. piedi 19. & tanti paſſa di cauamento intrara a far tal vaſo.

5 VNo tuol a cauar vn pozzo, che ſia di diametro piedi 8. oncie 4. & ſi accorda a vn tanto il paſſo cubo di quello, che cauara, & ſi offeriſſe a tal pozzo a profondarſi per fino a tanto, che ſi troui l'acqua, & fatto l'accordo coſtui va tanto cauando, che quando hebbe trouata l'acqua s'era profondato paſſa 6. piedi 4. oncie 9. Si adimanda quanti paſſa cubi di terra haueria cauato coſtui.

vn pozzo che per diametro è piedi 8. oncie 4.
alto paſſa 6. pie. 4. oncie 9.

fa paſſa cubi 15 [illegible]

Per far adunque queſto conto biſogna aricordarſi di quello fu detto nella ſeconda di queſto capo, cioe che vn paſſo cubo è piedi 125 cubi, e per tanto biſogna prima veder quanti piedi ſuperficiali ſia il cerchio della bocca di tal pozzo, che ſia che tal cerchio è di diametro piedi 8. oncie 4. onde per fuggir rotti, redurremo tal diametro a oncie, che ſara oncie 100. per trouar mo l'aria ſuperficiale puoi procedere per qual ti pare di quelle regole date da Archimede dette nella quinta del quarto capo del terzo libro, ma la piu breue a me mi pare, che ſia a quadrare quelle oncie 100. fara 10000. & di queſto pigliarne li $\frac{11}{14}$, cioe multiplicar per 11. & partir per 14. il che facendo ne venira 7857 $\frac{1}{7}$, & tante oncie quadre ſara l'aria ſuperficiale del detto cerchio, delle quali 144. fanno vn piede ſuperficiale, ma perche l'altezza del pozzo è paſſa 6. piedi 4. oncie 9. voglio che riduciamo tutto in oncie (anchor per altre vie ſi potria procedere) il che facendo hauerai oncie 417. quale multiplicheremo per quelle oncie 7857 $\frac{1}{7}$ ſuperficiale fara 3276428 $\frac{4}{7}$, & queſte ſaranno oncie cube, delle quali 216000 ne va al paſſo cubo, perche ſe ben conſideri vn paſſo cubo viene a eſſer longo oncie 60 lineali, & largo altre oncie 60. per lineali, & groſſo per altre oncie 60 lineali, le quai tre miſure multiplicate l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra (ſecondo il ſolito) faranno 216000. E per tanto partendo le dette oncie cube 3276428 $\frac{4}{7}$ per 216000. ne venira paſſa cubi 15 [illegible], onde volendo trasformare il rotto di paſſo, cioe quel [illegible] in piedi cubi a te laſſo il faſtidio di multiplicar per 125. perche 125 piedi cubi va al paſſo cubo, & coſi paſſa 15 [illegible] cubi haueria cauato coſtui, & coſi farai poi il conto quanto montera la ſua mercede a quello ſi fara rimaſto daccordo.

6 ANchora vn'altro vorria tuor a far cauar vna foſſa, appreſſo di vna cortina di vna citta, laqual foſſa va longa paſſa 156. & larga in bocca paſſa 16. & in fondo va largo ſolamente paſſa 14. & va alta a piombo paſſa quattro, & coſtui che vuol tuor a cauar vorria ſaper quanti paſſa cubi veniria a eſſer tal foſſa accio ſappia, come gouernarſi leuaria a l'incanto, come che in molti luoghi ſi coſtuma.

Per far queſta ragione biſogna procedere, come nelle fondamente, cioe ſummar li paſſa 16. (che va larga la foſſa in bocca) con li paſſa 14. (che va larga in fondo) fara 30. & di queſto biſogna pigliarne la mita, che fara paſſa 15. & queſta fara la mezzana larghezza della detta foſſa, i quali paſſa

in 45

fa 15 si debbono multiplicar fia quelli passa 256 della longhezza fara passa 3840 superficiali, quali multiplicandoli per quelli passa quattro dell'altezza fara passa 15360 cubi, & cosi tanti passa cubi fara la detta fossa cauata, che sta.

una fossa
longa passa 256.
larga in cima passa 16.
larga in fondi passa 14.
alta passa 4.

fa passa 15360.

7 Anchora uno vorria tuor a far cauar una fossa attorno di un baluardo, laqual fossa va in tondo, ma non compisse il tondo, ma è circa piu di mezzo tondo, la circonferentia, dellaqual fossa di fuora via di sopra va di passa 144. & la circonferentia di dentro via pur di sopra va di passa 126. & va larga in bocca passa 20. & in fondi passa 16. & va alta a piombo passa $4\frac{1}{2}$, & cosi vorria saper quanti passa cubi fara tal fossa. In questa bisogna procedere, come si fece nelle fondamente tonde, cioe summo li passa 20 della larghezza della bocca con quelli passa 16 della larghezza del fondo fara passa 36. & di quelli ne piglio la mita, che fara passa 18. & questo notaro per la mezzana larghezza di tal fossa. Poi summo li passa 144 della circonferentia di fuora, con quelli passa 126 della circonferentia di dentro fara passa 270. & di questo ne piglio la mita, che fara passa 135. & questo notaremo per la mezzana longhezza di tal fossa, hor questo multiplico li passa 135. della longhezza, per li passa 18 della larghezza fara passa 2430 superficiali, quali multiplico per quelli passa $4\frac{1}{2}$ dell'altezza fara passa 10935 cubi, & tanti fara la detta fossa, & questo per forma voglio, che ti sia bastante per le simili.

una fossa intondo
circon. di fuora passa 144.
circon. di dentro passa 126.
larga in cima passa 20.
larga in fondi passa 16.
alta a piombo passa $4\frac{1}{2}$.

fa passa 10935.

8 Anchora uno vorria tuor a far cauare da far una peschiera a un gentil'huomo, laqual peschiera lui vuole che sia quadra, & vuole anchora che tal peschiera sia in bocca passa 30 per lato, & nel fondo vuol che sia solamente passa 28 per lato, & vuol che sia alta a piombo passa $3\frac{1}{2}$, & cosi vorria saper quanti passa cubi fara tal peschiera cauata che la sia.

una fossa squadrata
longa passa 135.
larga passa 18.
alta passa $4\frac{1}{2}$.

fa passa 10935.

In questa bisogna (volendola saper realmente) procedere secondo la regola delle piramide tronche, cioe quadra quelli passa 30. fa 900. quadra anchora quelli passa 28. fa 784 poi multiplica quelli passa 30. fia quelli passa 28. fa 840. per la superficie media proportionale fra quelli duoi quadrati, hor summa insieme tai tre superficie fara 2524 & di questo pigliane la terza parte, che fara passa $841\frac{1}{3}$ superficiali, quali multiplica per li passa $3\frac{1}{2}$ dell'altezza fara passa $2944\frac{2}{3}$ solidi, cioe cubi, & cosi tanti passa cubi fara la detta peschiera.

una peschiera quadra
in bocca passa 30.
in fondi passa 28.
alta passa $3\frac{1}{2}$.

fa passa $2944\frac{2}{3}$.

9 Anchora uno vorria tuor di far cauar da far una peschiera tonda, & colui che vorria far far questo cauamento vuol che il diametro della bocca sia passa 20. & il diametro del fondo vuol che sia solamente passa 18 & vuol che sia alto a piombo passa cinque, & cosi chi vuol tuor a far questo cauamento, vorria saper quanti passa quadri fara questo tal cauamento.

In questa bisogna procedere pur secondo la regola delle piramide tronche, & tonde, e pero quadraremo li passa 20 fara 400. & similmente li passa 18. fara 324. poi multiplicaremo 18 fia 20. fara 360. & questa fara la superficie media proportionale fra li duoi quadrati, poi summaremo le dette tre superficie insieme, & faranno passa 1084 superficiali, dellequali ne pigliaremo la terza parte (secondo il solito) che fara passa $361\frac{1}{3}$, & questo multiplicaremo per quelli passa cinque dell'altezza fara $1806\frac{2}{3}$, & tanti passa cubi faria se la fusse quadra. Ma per esser tonda bisogna pigliarne li $\frac{11}{14}$, cioe multiplicarli per 11. & partir per 14. il che facendo trouaremo, che ne veniria passa $1419\frac{11}{21}$, & tanti passa cubi fara lo detto cauamento.

una peschiera tonda
diametro passa 20.
diametro passa 18.
alta passa 5.

fa passa $1419\frac{11}{21}$.

Da notare.

Nota che tutte le sopra notate misure di cauamenti mi è parso di notarle a simplici passa, accioche meglio intendi le sue regole, ma se per caso (come spesso accade) ti accadessono a passa, & piedi, ouero a passa, piedi, & oncie, bisognaria procedere per l'uno di quelli tre modi dati nelle altre misurationi per auanti notate, delliquali il primo modo è a redur tutte le misure a piedi, ouer a oncie (dandosi oncie) & procedere con li detti piedi, ouer oncie secondo che con li simplici passa si è detto, & fatto, & lo auenimento fara piedi, ouer oncie cube da tirare in piedi, & in passa cubici secondo le regole piu volte dette.

Il secondo modo è a lasciar le misure nel esser suo, & procedere secondo le rapresentationi di tai misure, cioe multiplicando di una in una le specie delle misure della larghezza fia tutte le specie delle misure della longhezza a una per una, & tal produtto multiplicarlo poi per le misure dell'altezza, ouer grossezza, & hauerai in ultimo l'aria corporale di tal cauamento, vero è che se tal cauamento andasse in tondo bisogna aricordarsi di pigliarne sempre li $\frac{11}{14}$, cioe multiplicar per 11. & partir per 14. & hauerai il proposito.

Il terzo modo è a ridur le canne, & li piedi a parte di passo, & dapoi procedere nella tua operatione secondo la regola dirotti.

Anchora gli sarebbe da dire, come si misurano li volti, si rondi, come in crociera, ma perche alcune fiate (per certe difficulta, che occorre allo artefice, come in fine del terzo capo fu anchora detto) si misurano secondo che si accordano con il maestro, & questi accordi si fanno in varij modi, perche alcuni lo vogliono a fare, come se fusse pieno, altri lo pigliano, come se fusse la mita pieno dalla corda in suso, alcuni lo vogliono misurare multiplicando la saetta dell'arco per la mita della corda (come si fa alli triangoli) & quel produtto lo multiplicano fia la longhezza di tutto il volto, & l'auanzamento vogliono che gli sia concegnato per muro. Ma perche niun di detti modi è per ragion geometrica, ma trouati dalle varie openioni naturali de gli artefici hauendo rispetto piu al tempo, che vi perdono, che alla qualita reale del muro, non voglio stare a laudarli, che cosi si debba procedere, ne manco a biasmarli, vero è che alcuni si sono sforzati di voler concludere geometricamente tai questioni, & vi adducono manifattura assai, & nondimeno le loro conclusioni patiscono non poche oppositioni, perche alcune fiate, si in crociere, come rondi, alcuni sono di mezzo tondo, cioe di mezzo cerchio, & alcuni di manco di mezzo tondo, cioe sono bassi per varij rispetti, cioe hanno forma di una mezza figura ouale, liquali volti si chiamano da alcuni rimenati, e pero a voler dar regole generali geometrice, a ciaschedun qualita vi andaria da scriuere assai, & da pratici non sarebbono osseruate per la loro ordinaria operatione, e pero li lasciaremo procedere secondo il loro costume naturale, & con questo voglio far fine a questa terza parte.

Il fine della terza parte del general trattato di numeri, & misure di Nicolo Tartaglia.

REGISTRO.

A B C D E F G H I.

Tutti sono terni, eccetto I, il qual è duerno.

LA QVARTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DE' NVMERI ET MISVRE,

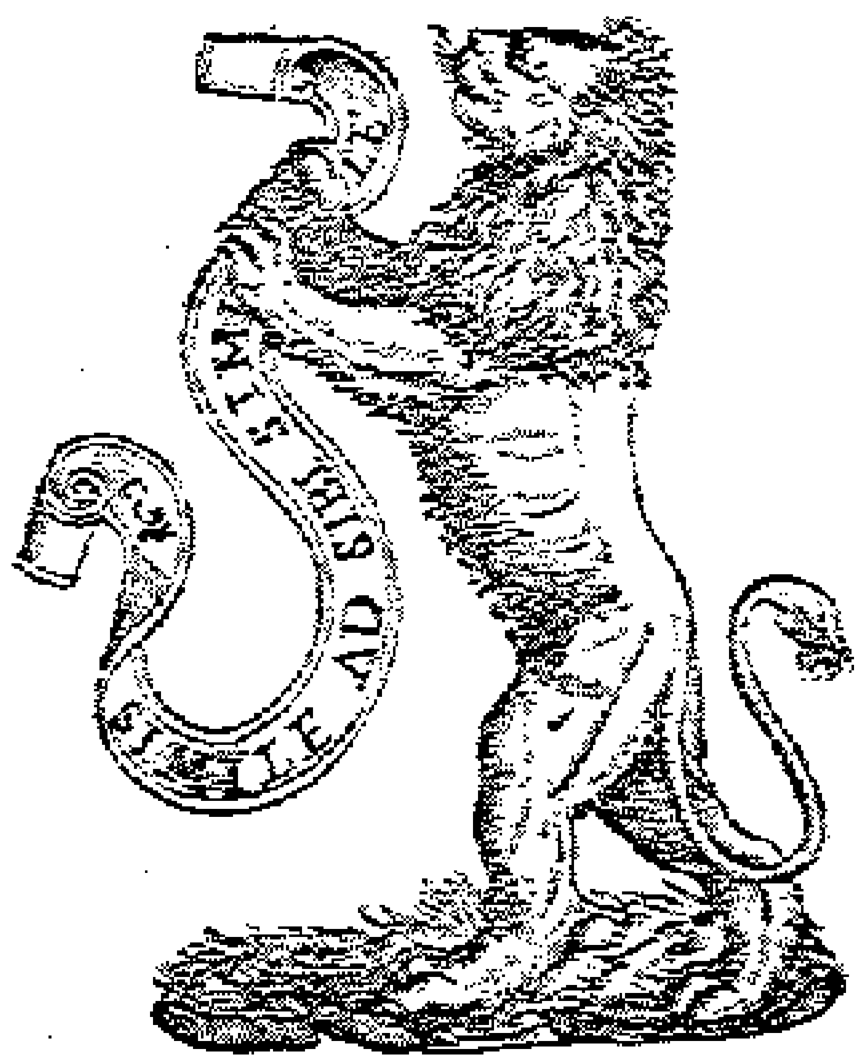
DI NICOLO TARTAGLIA;

NELLAQVALE SI RIDVCONO IN NVMERI QUASI LA MAGGIOR PARTE DELLE FIGVRE, COSI SVPERFICIALI, COME CORPOREE DELLA GEOMETRIA;

ET OLTRE A CIO' S'APPLICANO ALLA MATERIA, O SI METTENO IN ATTO PRATTICO.

COSE MOLTO VTILE A' TVTTE LE QVALITA' DELLE PERSONE, ET INFINITAMENTE DESIDERATE da i studiosi delle Divine Mathematice.

CON SVOI PRIVILEGII.



IN VENETIA PER CVRTIO TROIANO

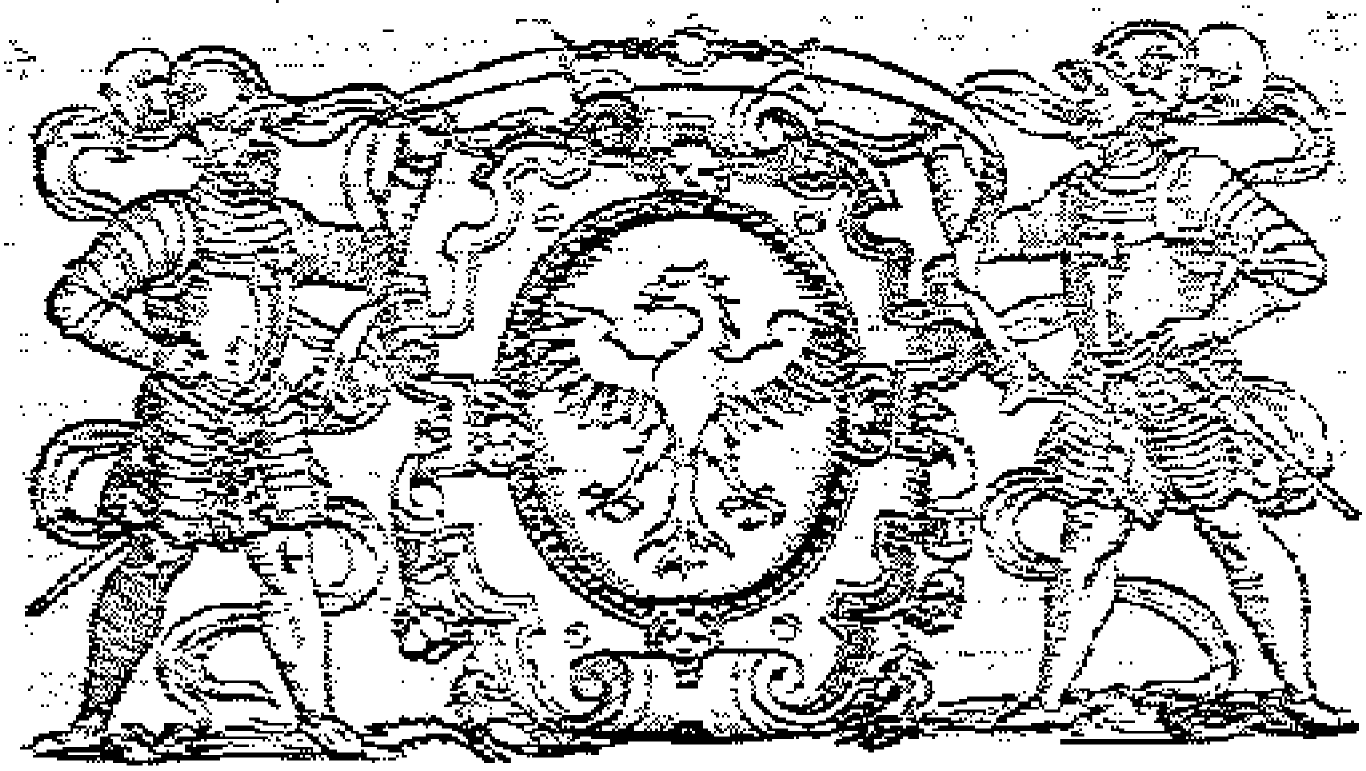
PHILIPPVS Dei gratia Rex Castellae, Aragonum, Legionis, Vtriusque Siciliae, Hierusalem, Angliae, Franciae, Hiberniae, Vngariae, Dalmatiae, Croatiae, Nauarrae, Granatae, Toleti, Valentiae, Galletiae, Maioricarum, Hispalis, Sardiniae, Cordubae, Corsicae, Murtiae, Giennis, Algarbiorum, Algezirae, Gibaltaris, Insularum Canariae, nec non Insularum Indiarum, & terrae firmae maris oceani, Archidux Austriae, Dux Burgundiae, Brabantiae, & Mediolani, Comes Barcinonae, Flandriae, & Tyrolis, Dominus Vizcaiae, & Molinae, Dux Athenarum, & Neopatriae, Comes Rossillionis, & Ceritaniae, Marchio Oristani & Gociani: Illustribus, Spectabilibus, magnificis, dilectis consiliariis, & fidelibus nostris Proregibus, locumtenenti, & capitaneis generalibus nostris magno camerario, prothonotario, magistris iusticiariis, eorumque locumtenentibus, sacro consilio, iudicibus magnae regiae curiae praesidentibus, & rationalibus camerae nostrae summariae, regenti, & iudicibus magnae curiae Vicariae, magistris rationalibus, thesaurariis, & conseruatori nostri regii patrimonii, aduocatis quoque, & procuratoribus fiscalibus, caeterisque demum vniuersis officialibus, & subditis nostris maioribus & minoribus in praefato nostro Siciliae regno constitutis & constituendis, ad quem seu quos spectet, gratiam nostram regiam & omne bonum. Ex positum nobis fuit pro parte dilecti nostri Curtii Nauò impressoris Veneti se non absque maximo sumptu atque labore typis mandasse, atque edidisse libros Nicolai Tartaliae de Arithmetica & Geometria inscriptos: Il general trattato di numeri & misure, & il quaderno doppio, che serue à ciascuna città, maiestati nostrae humiliter supplicando, ne à quoquam omnino, nisi ab eodem, & ab eo potestatem habentibus in eodem regno, & dominiis nostris per viginti annos imprimantur, aut vendantur impressi, mandare dignaremur. Nos vero proprium ac peculiare munus nostrum esse censentes quoscumque bonarum artium professores, & eos maxime, qui litteris incumbunt, fouere: Volentesque erga dictum Curtium Nauò munificentiam nostram ostendere, ut ex sumptibus & laboribus per eum susceptis fructum aliquem valeat percipere, petitioni praefatae tanquam rationi consonae ex animo, modo infrascripto, duximus annuendum. Tenore igitur praesentium de certa scientia, regiaque auctoritate nostra deliberate & consulto, motuque nostro proprio & ex gratia speciali, maturaque sacri supremi penes nos assistentis consilii accedente deliberatione, Ne quis in dicto Siciliae citra & vltra farum regnis, nisi ipse Curtius Nauò, aut ab eo potestatem habentes, vel alii, cum quibus sua rationes conuentae fuerint, per viginti annos a die data praesentium in antea computandos, sub poena amissionis omnium librorum, & mille ducatorum auri, in tres partes diuidendorum, quarum vna accusatori, altera fisco nostro, alia vero, eidem Curtio conferatur adscripta, libros praedictos imprimat, aut alibi impressos vendat huiusmodi edicto nostro prohibemus. Volumus, & vestrum cuilibet, ad quem spectet dicimus, praecipimus, & iubemus, ad incursum nostrae indignationis & irae, poenaeque praedictae nostro fisco applicandarum, ut nostram huiusmodi prohibitionem, & gratiam, & omnia, & singula desuper contenta teneant firmiter, & obseruent, tenerique & inuiolabiliter obseruari ab omnibus faciant: Quibuscumque in contrarium facientibus non obstantibus quouis modo. In cuius rei testimonium praesentes fieri iussimus nostro magno negotiorum eiusdem Siciliae regni sigillo à Tergo munitas. Dat. in oppido nostro Bruxellis die Quartodecimo mensis Augusti Anno à natiuitate domini Millesimo Quingentesimo Quinquagesimo sexto.

Dominus Rex mandauit mihi
Didaco de Vargas.

1559. Die 29. Iulij in Rogatis.

CHE à Curtio Troiano mercante de libri, sia per auttorità di questo conseglio concesso, che per spacio de anni uinti prossimi niun'altro che lui, ò chi hauerà causa da lui, possa stampar in questa città, ne in alcun altro luogo delle S. N. ne altroue stampati in quella uender la Geometria de Nicolo Tartaglia diuisa in quattro libri cioè, Terza, Quarta, Quinta, & Sesta parte, sotto pena di perder le opere lequali siano del supplicante, & ducati x. per opera, un terzo de' liquali sia dell'Arsenal, un Terzo del magistrato che farà la essecution, & un terzo del denonciante, essendo obligato di osseruar tutto quello, che è disposto in materia di stampe.

Aloysius de Augustinis
Duc. not.



AL MOLTO ILLVSTRE ET VALOROSO SIGNORE, IL CONTE CAMILLO MARTINENGO, SIGNOR ET PADRON MIO SEMPRE OSSERVANDISSIMO.

L'HVOMO le cui attioni non da caso, ò fortuna, ò d'altra accidental causa dependono, ma da una eterna & ben ordinata regula; Illustre Signor mio, ò tirato da celeste influsso, ò dalle corporale qualità, ò d'altra occolta cagione, si vede, che tuttahora, s'inclina, à mettere l'affettione sua, & à riverire piu una, che un'altra persona: senza però havere non solamente la famigliarità della persona, ma ne ancora haver la veduta solamente spinto, dal sentire predicare, alcune particolari qualità di quella, & s'è spessissime volte veduto, che questo affetto, ha havuto tanta forza, che molte volte, s'è uno mosso da un luogo a un'altro, caminando molte miglia, non per altro, se non per vedere quel tale, di cui ha udito le qualità. Et che ciò sia vero, molti essempi potrei io hora allegare à V. S. i quali tutti, sarebbon però soperchi, essendo, che V. S. come quello che di gran lunga, giovine già, come gli è ha voluto superare nelle cose dell'armi, col suo prudentissimo ingegno, & valore del corpo, quasi la maggior parte de Capitani vecchi de' nostri tẽpi, così ancora, ha molti libri, cõ diligenza veduti, gli ha in mente assai meglio, di que la, ch'io non saprei dirla. Ma qual'altro essempio, ò testimonio, si potrebbe da me allegare, che hauesse piu uerità di quello, ch'io in me stesso continuamente prouo? Io dunque Signor mio illustre, dal primo di, ch'io à Vinegia giouenetto uiddi V. S. mi s'accese l'animo d'un si reuerente affetto, uerso V. S. che da indi in poi, ho sẽpre cō la mẽte, et col core, riuerito & osseruato V. S. come mio idolo ò stella, la qual osseruanza tanto piu s'è fatto maggiore quanto ch'ella, come a uero ramo di cosi nobil ceppo, come è la casa di V. S. è andata cō gli anni crescẽdo, in ualore di corpo, et in grandezza d'intelletto, in si fatta maniera, che ardisco a dire, ch'appresso a me, ritroui pochi, che l'auanzino, ò se gli agguaglino. S'aggiũgono alle rare & nobili sue qualità, l'inclinatione, & prontezza, che ella ha alle lettere, et massime alla diuina scienza di Matematica, Veramente degna del suo diuino intelletto. Et perche, cosi mentre ch'io ho ueduto V. S. Brescia, come altroue, ho sẽpre hauuto un interno desiderio, di farle conoscere questo mio affetto, ne hauẽdo hauuto ardire, conoscendo il mio stato et comparandolo à quello di V. S. di far questo, senza mezo, quantunque mi sia prontissima la benignità sua, sperai già, due ò tre anni sono, ch'el mio desiderio douesse hauere effetto, ꝑ mezo dell'Eccellente Matematico Nicolo Tartaglia, il quale, haueua fatto pẽsiero di dedicare a V. S. una delle molte ueramente degne fatiche sue, quãdo che la morte, rompitrice di molti humani disegni, fatta forse inuida dell'utile, ch'un tanto huomo poteua porgere al mondo, con dolore incredibile di tutti gli amici delle buone lettere, lo rapi da questa presente uita. Il quale, essendo all'estremo, et sapendo il desiderio mio, hauendomi data commissione di stampare quelle cose, ch'egli gia haueua scritte, mi disse, ch'io non mancasse di mettere in essecutione quello ch'egli s'haueua proposto nella morte, et ciò, che lui interrotto dalla morte, non haueua possuto fare, facessi io, ch'era il dedicare una parte delle opere sue, à V. S. la onde io, ch'haueua desiata una occasione si fatta, per farme à V. S. la reuerenza mia, mi disposi di far quello, che quando ciò stato non fosse, non haurei forse fatto, cōsiderata la spesa, ch'alla stampa d'una si fatta opera correua, non sparagnando adũque ne à spesa, ne à diligenza, ho fatto stãpare la Quarta parte, del suo general Trattato de' Numeri, et Misure, nel quale si tratta la pratica, di molte figure geometrice, le quale opera io hora la dedico, & dono à V. S. spinto a ciò fare, da molte cagioni.

La prima delle quali, è per far manifesto & chiaro à V. S. l'interno desiderio mio, c'ho havuto & ho, d'essere vero, & fedele servitore di V. S. La seconda, per dar effetto alla volontà dell'autore, l'anima del quale, haverà tanta consolatione, di vedere conseguito il voler suo, quanto era il desio di farlo, stando in questa presente vita. La terza et per hora ultima cagione, è, per dare al libro diffesa tale, che dall'abbaiare, & dalla rabbia de maligni, possa talmente essere difeso, che non habbia di quelli tema alcuna, & per fare ancora, con l'immortalità del nome del difensore, immortale il libro, & illustre. La qual cosa, mi par haver si ben fatta, con dedicarlo à V. S. che megliore non l'haverei potuta fare in mill'anni. Ora resta che V. S. benignamente, & come è solita fare à tutti, accetti questo picciolo dono, ch'un suo servitore, spronato d'un ardente desio, di far maggior cose per demostratione dell'infinita affettione sua, fa à V. S. Così piaccia à Dio sommo, alla cui divina mente, non è cosa alcuna ascosta, fare, che sia à V. S. si grato, come io, & me, & il libro, da infinita & cordiale liberalità mosso, dono à V. S. la cui infinita bontà, & misericordia, sarà sempre da me pregata, per la salute & felicità di V. S. laquale, à quel grado ascenda, che quelli, che di core amano V. S. desiderano, & spesso l'augurano. Ne altro mi restando à dire, chinato humilmente, baccio le illustre mani di V. S. alla cui buona gratia sempre mi raccomando.

D. V. S. Ill.

Humilissimo Servitore

Curtio Troiano.

LA TAVOLA DELLA QVARTA PARTE

E DI TVTTO QVELLO CHE SI CONTIENE IN CIASCVN

LIBRO, ET A QVANTE CARTE PRINCIPIA.

TAVOLE DI TVTTO QVELLO
che si contiene in ciascun capo di ciascun libro.

TAVOLA DEL SECON
do libro.

TAVOLA DEL TERZO LIBRO

IL FINE DELLE TAVOLE.

INCOMINCIA IL PRIMO LIBRO DELLA QVARTA PARTE DEL GENERAL

Trattato di Numeri, & Misure di Nicolo Tartaglia, nelqual si dichiara la pratica, speculatione, & misuratione delle figure superficiali, con altre belle questioni, che porria naturalmente occorrer sopra quelle.

Comendatione di questa seconda specie di Geometria.

DA poi che questi Egittij (come in principio della precedente 3. parte fu detto) hebbon trouato quella prima specie di Geometria, cioe di saper misurare, & conoscer la quantita di loro terreni, et consequentemente di tutte le altre quantita, si corporee, come superficiali, che naturalmente (in sul fatto) misurar poteuano (per quanto posso considerare) li speculatiui ingegni non si contentorno di questo, anzi di mano in mano sono andati tutto di continuo filosofando, & inuestigando li radical fondamenti di tal scientia, che hanno trouato con ragioni dimostratiue la proportione, ouer conuenientia di tutti li termini della maggior parte di quelle regolate figure si corporee, come superficiali naturalmente accadente, non solamente in questa parte terrestre, & anchora nella celeste, cioe nella Architettura, & nella Astronomia, ma anchora hanno trouato la Musica, la Specularia, la Perspettiua, la scientia di pesi, & molte altre sue dependenti, & tutto questo ne manifesta Euclide, Ptolomeo, Vitelone, Archimede Siracusano, Apollonio Pergeo, Iordano, & naturalmente Vitruuio architetto, & molti altri.

Ma piu che da gli antichi sapienti fu trouato senza questa geometrica disciplina esser impossibile di poter rettamente filosofare, & di questo ne certifica le historie del diuin Platone, qual sopra la porta del luogo, doue publicamente legeua, haueua posto vn breue, qual diceua. Niuno qua dentro entri in Geometria non esperto, perche conosceua che in essa scientia geometrica ogni altra scientia occulta si trouaua, & questo medesimo testifica Boetio Seuerino, qual nel prohemio della sua Arithmetica hauendo molto lodato le discipline mathematice, vi sotto gionse queste parole predi, quod hæc quidem spernit, idest has semitas sapientiæ, ei denuntio non recte philosophandum, & questo voglio che basti a sua comendatione.

Di alcune propositioni del quinto di Euclide alla pratica vtile. Cap. I.

Nanti che procediamo piu oltra voglio dichiarire praticalmente alcune propositioni del quinto di Euclide insieme con alcune diffinitioni, & propositioni del sesto, non poco alla presente quarta parte vtile, & necessarie.

a 6	b 4
c 3	d 2

1 PEr le cose dimostrate sopra la quarta propositione del quinto di Euclide si manifesta, che se quattro quantita saranno proportionali, che anchora al contrario saranno proportionali. Essempi gratia se la proportione del a. al b. sara si come del c. al d. Dico che anchora al contrario saranno proportionali, cioe che la proportione del b. al a. sara si come quella, che e dal d. al c. Essempio in numeri sia a. 6. per numero, & b. 4. c. 3. & d. 2. tu vedi che la proportione, che e da 6 a 4. e si come quella, che e da 3. a 2. perche l'una, e l'altra e sesquialtera, & similmente al contrario tu vedi che la proportione di 4. a 6. e si come quella che e da 2. a 3. perche l'una, & l'altra e subsesquialtera, che e il proposito.

a 4	—	b 2
c 6	—	d 3
e 10	—	f 5
summa 20.		summa 10.

2 ANchora Euclide nella decimaterza propositione del quinto specialmente dimostra, che se di quante si voglia quantita ad altre tante, a vna per vna sara vna medesima proportione, tal proportione, qual sara dell'una all'altra, quella medesima anchora sara della summa di tutte quante le prime, alla summa di tutte quante le seconde. Essempi gratia sia dal a. al b. & dal c. al d. & dal e. al f. vna medesima proportione. Dico che la summa del a. c. & e. alla summa del b. d. & f. sara quella medesima proportione, che e dal a. al b. laqual cosa se praticalmente tu ne vorrai chiarire con numeri applicati alle dette a. b. c. d. e. f. che numeri si pare proportionali, poi summarai li tre primi per se, & li tre secondi per se, & trouarai che la summa delli tre primi (cioe a. c. e.) alla summa delli tre secondi (cioe b. d. f.) hauera quella medesima proportione, che hauera a. al b. che e il proposito in quanto alla proua praticale.

per maggior [illegible] de [illegible] proposito al 2. 4. & al b. al c. 6. & al d. ual 3. & al f. 5. che sono tutti in doppia proportione, la summa di a. c. e 10. & di b. d. f. e 20. che sono pur in doppia proportione.

le due quantita 3. & 2. multiplicate per — 8. fanno 24. & 16.

3 ANchora Euclide nella decimaquinta propositione del quinto speculatiuamente dimostra, che se ad alcune quantita saranno tolti li multiplici equalmente, la proportione di multiplici, & quella di submultiplici sara una medesima. Essempi gratia siano le due quantita 3. & 2. la proportione delle quali (come si vede) e sesquialtera, hor dico che multiplicando queste due quantita equalmente, per qual numero ne pare, li duoi producti, ouer multiplici saranno pur nella medesima proportione sesquialtera, & che questo sia il vero, multiplicandoli ambiduoi, ponemo per 8. faranno 24. & 16. li quali duoi multiplici, come si vede, sono pur in proportione sesquialtera, ch'e il proposito, il medesimo seguira multiplicandoli per qual si voglia altro numero, & in qual si voglia altre due, ouer piu quantita.

8 — 2 — 6
4 — 2 — 3

4 EVclide anchora nella decimasesta propositione del quinto speculatiuamente dimostra, che se quattro quantita saranno proportionali, anchora permutatamente saranno proportionali. Essempi gratia se la proportione di uno antecedente al suo consequente sara si come di un'altro antecedente a un'altro consequente s'intendono tai quattro quantita proportionali, ma quel dir che permutatamente saranno anchora proportionali, si debbe intendere, che quella medesima proportione, che sara dallo antecedente all'antecedente, quella medesima sara dal consequente al consequente, cioe se 8 (antecedente) a 6 suo consequente, sara si come da 4 (antecedente) a 3 suo consequente (che l'una, & l'altra e sesquitertia) dico che anchora la proportione del antecedente 8. al antecedente 4. sara si, come quella del consequente 6. al consequente 3. & tutto questo sensibilmente si vede, che l'una, & l'altra e una doppia, ch'e il proposito inquanto alla pratica, & cosi si debbe sempre intendere quel aduerbio permutatamente.

5 ANchora Euclide nella decimasettima propositione del suo quinto libro speculatiuamente dimostra, che se le quantita congiontamente saranno proportionali, quelle medesime anchora e necessario disgiontamente esser proportionali. Essempi gratia se il congionto (ouer la summa) di 8. & 4. (che saria 12.) a 4. hauera quella medesima proportione, che ha il congionto (ouer summa) di 10. & 5. (che saria 15.) a 5. (che l'una, & l'altra e tripla) si conchiude, che disgiontamente saranno proportionali, cioe che la proportion di 8. a 4. sara si, come da 10. a 5. che sensibilmente si vede esser doppia, che sara il proposito inquanto alla pratica, & cosi si debbe intendere quelli duoi aduerbii congiontamente, & disgiontamente, & tal propositione si troua verificarsi in ogni specie di quantita proportionale, & in ogni specie di proportione.

6 EVclide anchora nella decimaottaua del quinto libro speculatiuamente dimostra il contrario della precedente, cioe che se le quantita saranno disgiontamente proportionali, anchora congiontamente saranno proportionali. Essempi gratia se la proportione di 8. a 4. e si come da 10. a 5. (che l'una, e l'altra e doppia) concluderasi, che il congionto di 8. & 4. (che sarebbe 12.) a 4. sara si, come il congionto di 10. & 5. (che sarebbe 15.) a 5. che sensibilmente si vede esser treppia, che sara il proposito, inquanto alla pratica.

7 ANchora Euclide nella decimanona del quinto libro speculatiuamente dimostra, che se da duoi tutti saranno tagliate 2 parti, & il tutto al tutto sia, si come la parte tagliata alla parte tagliata, il rimanente al rimanente sara si, come il tutto al tutto. Essempi gratia siano li 2 tutti 24. & 16. & da 24. ne sia tagliato 9. & dal 16. ne sia tagliato 6. & perche la proportione di tutto 24. a tutto 16. e si come quella della parte tagliata 9. alla parte tagliata 6. (perche l'una, e l'altra e sesquialtera) si conchiude che il rimanente di 24. (che sarebbe 15.) al rimanente di 16. (che sarebbe 10.) sara si, come il tutto al tutto, cioe che sara nella medesima proportione sesquialtera, & perche sensibilmente si vede cosi essere, cioe da 15. a 10. esser proportione sesquialtera seguira il proposito inquanto alla pratica, il medesimo si trouara seguir in ogni altra specie di proportione. Molte altre propositioni sono nel detto quinto libro di Euclide, lequali nella pratica non sono di molta importanza, ma son per dimostrar altre propositioni nella speculatiua, e pero le habbiamo intralasciate.

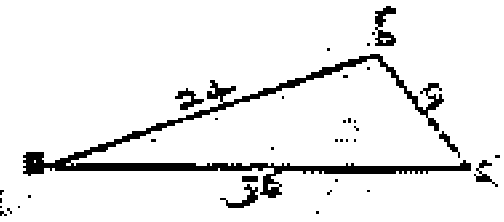
Di alcune diffinitioni, & propositioni del sesto di Euclide.

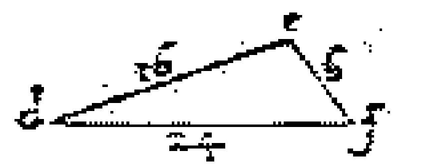
Anchora inanti che entriamo piu oltra voglio dichiarare alcune diffinitioni, & propositioni del sesto libro di Euclide molto alla pratica utile, & necessarie.

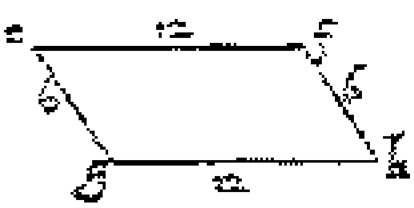
Che

Che cosa siano le figure simili.

LE figure simili (come vuol Euclide nella prima diffinitione del sesto) sono quelle che hanno gli angoli relatiui equali (a vno per vno) & li lati che sono circa a gli angoli equali proportionali. Essempi gratia siano li duoi triangoli a b c. & d e f. equiangoli, cioe ponimo che l'angolo a. sia equale al angolo d. & che l'angolo b. sia equale a l'angolo e. & lo angolo c. a l'angolo f. Et che la proportione delli duoi lati a c. & a b. sia simile alla proportione delli duoi lati d f. & d e. che sono circa alli duoi angoli a. & d. equali. Et che similmente la proportione delli duoi lati a b. & b c. sia simile alla proportione delli duoi lati d e. & e f. Et similmente quella delli duoi b c. & a c. sia simile a quella delli duoi e f. & d f. tai duoi triangoli si intendono esser simili, & questo si debbe intendere in ogni altra specie di figura. Essempi gratia siano li duoi quadrilateri a b c d. & e f g h. & ponimo che l'angolo a. sia equale a l'angolo e. & l'angolo b. al angolo f. & l'angolo d. al angolo h. & l'angolo c. al angolo g. Et oltra di questo ponimo, che la proportione delli duoi lati a b. & a c. sia simile alla proportione delli duoi lati e f. & e g. (che sono circa li duoi angoli a. & e. equali) & che la proportione delli duoi lati a b. & b d. sia simile a quella delli duoi lati e f. & f h. & che quella delli duoi lati b d. & d c. sia simile a quella delli duoi f h. & h g. & che finalmente quella delli duoi d c. & c a. sia simile a quella delli duoi h g. & g e. tai duoi quadrilateri saranno simili, & cosi si debbe intendere nelle figure di piu numero di lati in generale, & in varij modi situate, pur che habbiano le dette due conditioni.



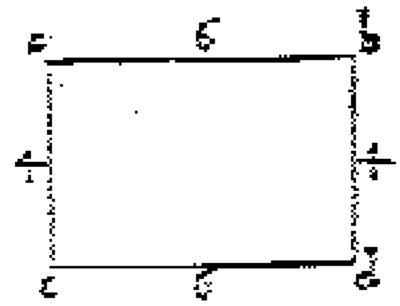


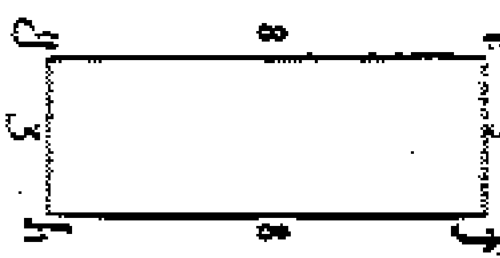


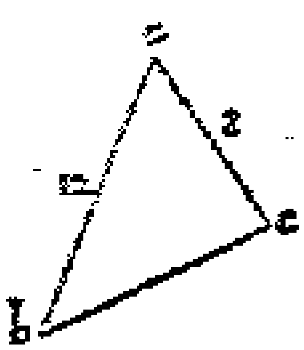
Che cosa sia le figure delli lati mutui, ouer mutuchefia, ouero reciproce.

9 LE figure delli lati mutui, ouer mutuchefia, ouer reciproce (come vuol Euclide nella seconda diffinitione del sesto libro) sono quelle, che fra li lati dellequali si hauera la proportionalita retrosiuamente. Essempi gratia siano li 2 quadrilateri a b c d. & e f g h. & sia la proportione del lato a b. al lato e f. si come quella del lato e g. al lato b d. tai 2 superficie s'intendono di lati mutui, ouer mutuchefia, ouer reciproce (che cosi in tai 3 modi si costumano nominarli) cioe sel lato a b. e doppio al lato e f. & il lato e g. sia doppio al lato b d. tal proportionalita s'intende retrosiuamente, & questa s'intende anchora nelli triangoli, & in ogni altre due figure superficiali. Essempi gratia siano li duoi triangoli a b c. & d e f. & ponimo che la proportione del lato a b. al lato d e. sia come quella che e dal lato d f. al lato a c. cioe che sel lato a b. e doppio al lato d e. che il lato d f. sia medesimamente doppio al lato a c. tai duoi triangoli s'intendono delli lati mutui, ouer mutuchefia, ouer de lati reciproce, senza hauer altro rispetto a gli altri duoi lati, cioe b c. & e f. come nel nostro processo (doue trattaremo di alcune sue proprieta) meglio s'intendera.

Questi duoi primi nomi (cioe mutui, ouer mutuchefia) si vsano nella traduttione del Campano (tradotta dal Arabo) & quel reciproce si troua solamente nella traduttione del Zamberto tradotto dal greco.

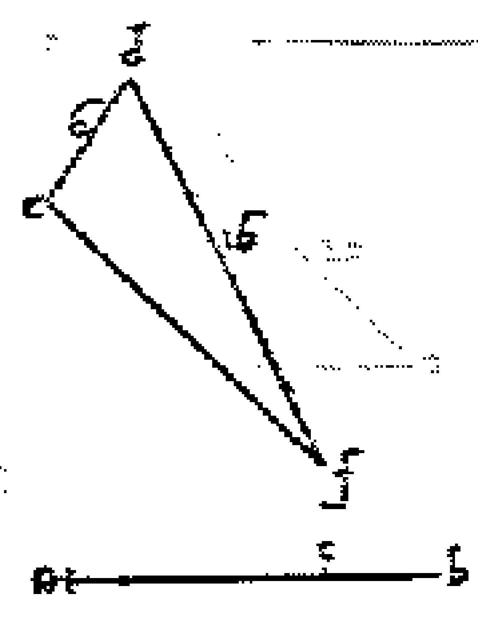






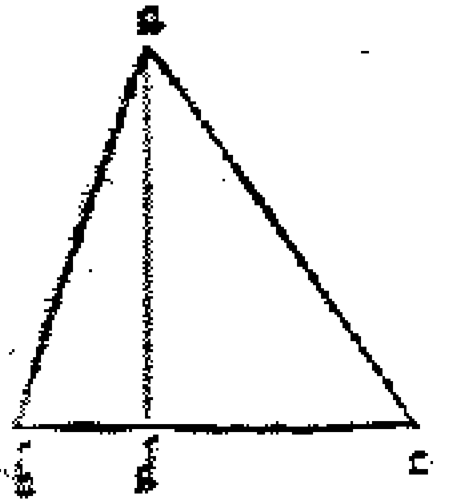
Che cosa sia vna linea esser diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi.

10 VNa linea si dice esser diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, quando che egli e quella medesima proportione di tutta la linea alla sua maggior parte, che e dalla maggior parte alla menore, & questo afferma Euclide nella terza diffinitione del suo sesto libro. Essempi gratia quando che la proportione di tutta la linea a b. alla sua maggior parte a c. fusse si come della detta parte a c. alla parte c b. tal linea si direbbe esser diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, e duoi estremi in ponto c. il modo pratticale da diuidere vna quantita secondo tal ordine anchor che da noi sia stato mostrato sotto breuita sopra la vndecima del sesto libro della seconda parte, nondimeno nel nostro processo piu abondantemente lo mostraremo.



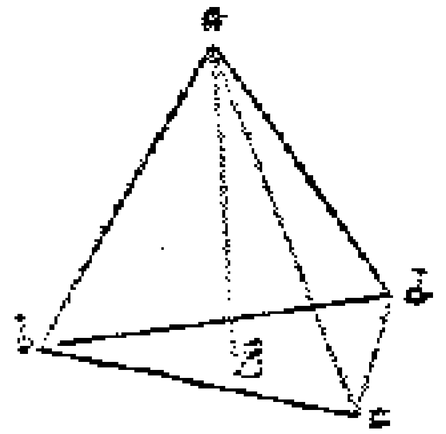
Come s'intende l'altezza di vna figura.

11 LA altezza di ciascheduna figura (come vuol Euclide nella quarta diffinitione del sesto libro) e la perpendiculare dutta dalla vertice, o vogliamo dire dalla cima di quella alla basa. Et

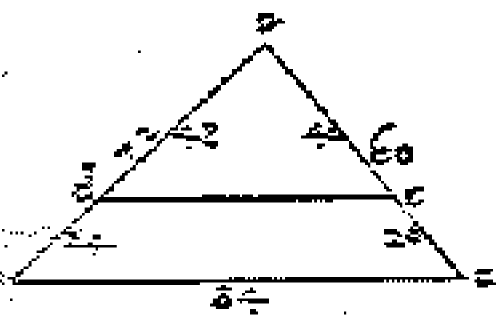


sempi gratia l'altezza del triangolo a b c. non s'intende esser la linea a b. ne manco la linea a c. ma solamente la perpendicolare dutta dalla vertice, ouer cima di quello, cioe dal ponto a. alla basa b c. cioe la linea a d.

Questo medesimo si debbe intendere nelle figure corporee. Essempi gratia l'altezza della piramide a b c d. non s'intende, ne si debbe intendere la linea, ouer lato a b. ne manco la linea, ouer lato a d. ne manco la linea, ouer lato a c. ma solamente la perpendicolar dutta dalla vertice (cioe dal ponto a.) alla basa triangolare b c d. cioe al piano doue si riposa tal piramide, laqual perpendicolare in questo caso saria la linea a g. Et pero coloro, che pigliano l'altezza di vna muraglia, che vada a scarpa, secondo l'andar della scarpa non puoco errano, perche l'altezza di tal muraglia si debbe tuore a piombo, cioe con il perpendicolo.

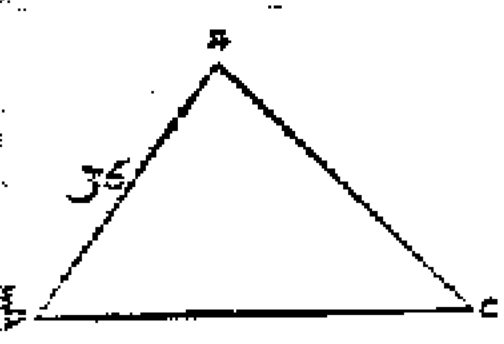


12 EV dide anchora nella seconda propositione del detto suo sesto libro speculatiuamente dimostra. Se vna linea retta segante li duoi lati di vn triangolo, sara equidistante all'altro lato, che egli e necessario, che quella seghi quelli duoi lati proportionalmente, & per il contrario, se quella sega quelli duoi lati proportionalmente necessariamente quella sara equidistante all'altro terzo lato. Essempi gratia sia il triangolo a b c. & sia il lato a b. 72. & il lato a c. 60. sia poi la basa b c. quanto si voglia, che in questo caso non importa, pur porremo, che la sia 64. hor ponemo che la linea d e. sia equidistante al lato b c. dico in tal caso egli e necessario, che tal linea d e. seghi li duoi lati a b. & a c. proportionalmente, cioe che la proportione di a d. al d b. sara si come di a e. al e c. et per il contrario se sara la proportione della parte a d. alla parte d b. si come della a e. alla e c. seguira la detta linea d e. necessariamente esser equidistante alla basa b c. & tutto questo speculatiuamente si dimostra sopra la detta seconda del sesto, laqual cosa con numeri non si puo praticalmente essemplificare, e pero bisogna che il puro pratico supponga tal propositione per vera, & acio meglio, m'intendi ho fatto, che la detta linea d e. habbia diuiso il lato a b. in 24. & 48. & il lato a c. in 20. & 40. lequal parti sono (come in margine vedi) proportionali, perche la proportione della parte a d. alla parte d b. e doppia, & similmente la parte a e. e doppia alla parte e c. e pero seguita il proposito, cioe che la linea d e. e equidistante alla basa b c. & e conuerso. Et bisogna che li detti duoi triangoli, cioe a b c. & a d e. (per la sesta del detto sesto di Euclide) vengono a esser simili, perche se la proportion del b d. al d a. & dela c e. al e a. congiontamente la proportione di tutto b a. al d a. sara si come tutto a c. al a e. & l'angolo a. e commun a l'vn, e l'altro triangolo, e pero (per la detta sesta del sesto di Euclide) sono simili, laqual sesta del sesto dice in questa forma.

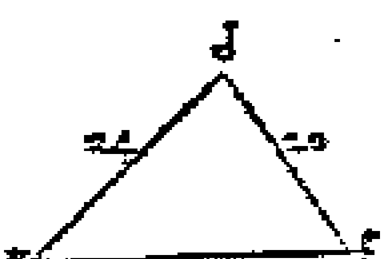


Ogni duoi triangoli, delliquali vno angolo di vno sia equale a vno angolo dell'altro, & li lati contineti quelli duoi angoli equali proportionali, sono fra loro equiangoli, e per tanto saranno simili.

13 ANchora Euclide nella quarta propositione del sesto speculatiuamente dimostra qualmente tutti li triangoli, delliquali gli angoli di l'uno a gli angoli dell'altro sono equali (ciascheduno al suo relatiuo) li lati risguardanti gli angoli equali sono proportionali, e pero saranno simili.

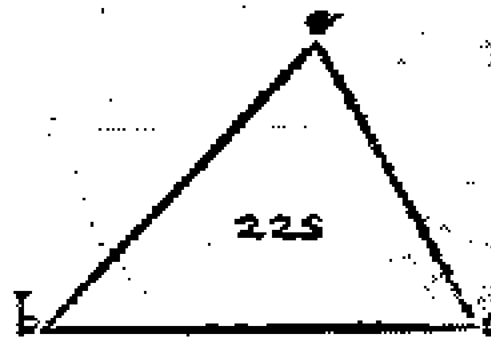


Essempi gratia siano li duoi triangoli a b c. & d e f. equiangoli, & sia l'angolo a. equale al angolo d. & l'angolo b. a l'angolo e. & l'angolo c. al angolo f. dico che la proportione del lato a b. al lato d e. & del lato a c. al lato d f. esser si, come del lato b c. al lato e f. & tutto questo speculatiuamente si dimostra nella sopra allegata quarta propositione del sesto di Euclide, laqual cosa con numeri malamente si puo essemplificare, e per tanto seguita, che ogni volta, che duoi triangoli siano equiangoli, quelli esser anchora simili, cioe di lati proportionali, e pero se li lati di vno di detti triangoli saranno noti, & che dell'altro triangolo ne sia noto vn lato solo per tal notitia potremo trouar la quantita de gli altri duoi lati incogniti. Essempi gratia ponemo che il lato d e. sia 28. & d f. vinticinque, & e f. vinti, & ponemo che del triangolo a b c. ne sia solamente noto il lato a b. esser trentasei. Hor volendo per tal notitia trouare quanto sia gli altri duoi lati, cioe il lato a c. & il lato b c. facilmente il trouaremo con la regola del tre, dicendo se vinticinque mi da trentasei, che mi dara vinti. Onde operando trouaremo, che ne dara trenta, & tanto sara il lato a c. (relatiuo al d f.) similmente per trouare quanto sia il lato b c. diremo pur per la detta regola, se vinticinque mi da trentasei, che mi dara vintiotto, onde operando trouaremo, che ne dara 42. & tanto sara il detto lato b c. che e il proposito.



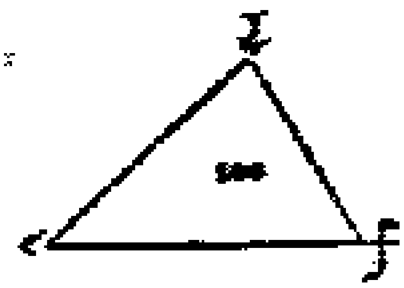
Questa propositione e molto frequentata nella pratica di geometria, & di prospettiua, & nel misurare con lo aspetto le distantie, altezze, larghezze, & profondita delle cose apparenti, come che nel terzo libro della noua scientia in parte si puo vedere.

13 EUclide anchora nella quinta propositione del detto suo sesto libro speculatiuamente approua, & dimostra il conuerso della precedente, cioe se duoi triangoli hauerano li lati proportionali, li detti triangoli saranno equiangoli, & quelli angoli contenuti di lati relatiui proportionali, se supponeno esser equali, e pero li detti triangoli vengono a esser simili (per la diffinitione.) Essempi gratia siano li medesimi duoi triangoli a b c. & d e f. della precedente, & ponimo, che la proportione del lato a b. al lato d e. & del lato a c. al lato d f. sia si, come del lato b c. al lato e f. Dico che in tal caso li detti duoi triangoli sariano equiangoli, & che l'angolo a. sarebbe equale al angolo d. & l'angolo b. al angolo e. & l'angolo c. al angolo f. laqual cosa con numeri realmente si puo praticalmente essemplificar, ma solamente con speculatiue argumentationi in Euclide si dimostra, e pero al pratico tal propositione bisogna supponere per vera.

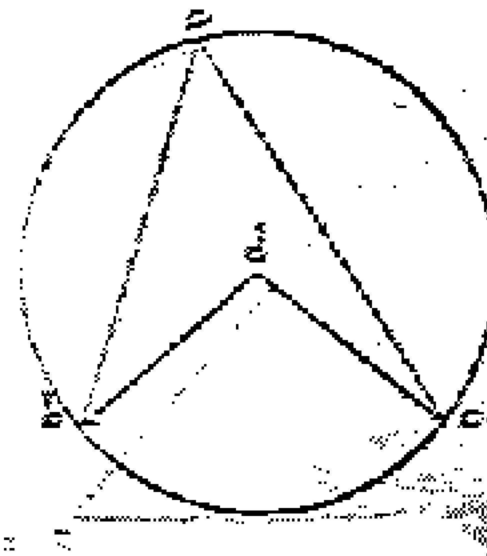


14 ANchora Euclide nella decima ottaua propositione del suo sesto libro speculatiuamente dimostra, Se saranno duoi triangoli simili, la proportione di l'uno a l'altro e, come la proportione di qual lato se piace al suo relatiuo lato dell'altro duplicata.

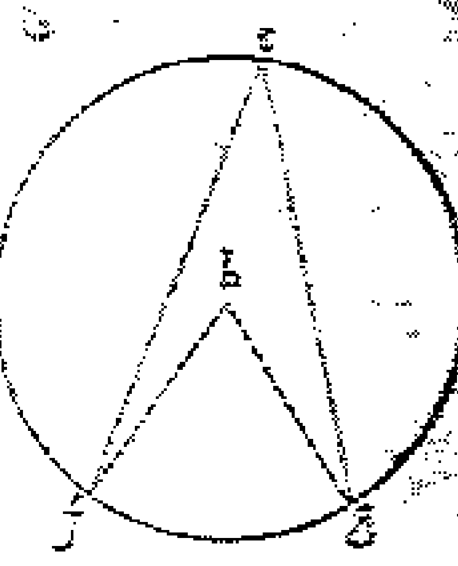
Per essemplificar questa propositione pigliaremo li dui triangoli a b c. & d e f. simili, & supponeremo, che l'aria del triangolo d e f. sia 100. & supponeremo anchora che il lato b c. del triangolo a b c. sia vn tanto, e mezzo del lato e f. a lui relatiuo, cioe che sia in proportione sesquialtera, cioe come 3. a 2. Dico in tal caso, che la proportione dell'aria del triangolo a b c. all'aria del triangolo d e f. esser il doppio di vna sesquialtera, il doppio dellaqual sesquialtera (se ben ti aricordi del duplicar vna proportione) sara come di 9. a 4. (cioe come del quadrato di 3. al quadrato di 2.) che saria come da 9. a 4. cioe vna dupla sesquiquarta, & per trouar l'aria del detto triangolo a b c. diremo, Se 4. mi da 9. che mi dara 100. onde operando si trouara, che ne dara 225. & tanto sara l'aria del triangolo a b c. & questa propositione si verifica non solamente nelli triangoli simili, ma in tutte le figure rettilinee simile, & nelli cerchij, come che in altri luoghi dimostra Euclide per mezzo di triangoli simili.

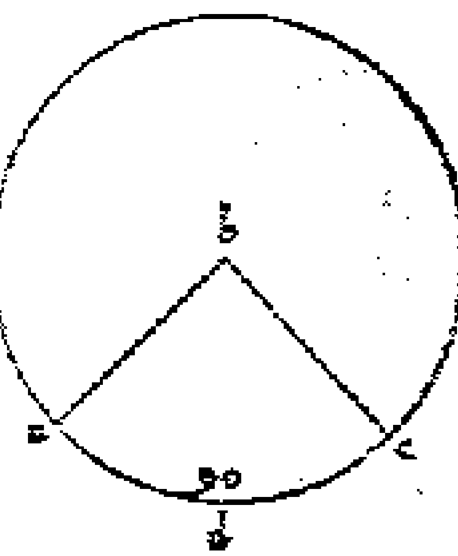


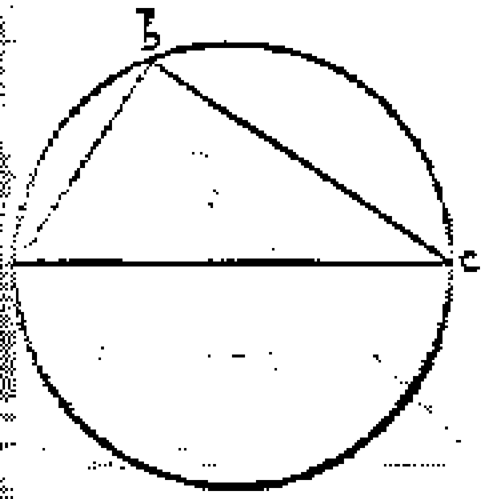
Et oltra altre propositioni propone Euclide nel detto sesto sopra di triangoli simili, & altre, lequali parte per non poterli essemplificar per numero, & parte per esser alcune per dimostrar speculatiuamente altre propositioni, & parte lassiamo da parlar nella 5 parte, come suo piu conueniente luogo, le lassiamo intrelassate, eccettuando la vltima, laquale per esser molto maneggiata da Ptolomeo nel Almagesto, & per esser molto vtile in altre belle questioni pratiche di perspettiua, dellequali in altro luogo ne parleremo, mi e parso di narrarla in questo luogo, come di sotto vedi, anchor che con numeri non se la possi generalmente essemplificare.



15 EUclide nella vltima propositione del suo sesto libro speculatiuamente approua, & dimostra, se in cerchij equali siano angoli sopra il centro, ouero sopra la circonferentia, la proportione de gli angoli sara si, come la proportione de gli archi, che riceuano quelli angoli, & similmente li settori contenuti alli centri. Essempi gratia siano li duoi cerchij a b c. (il centro delqual sia d.) & e f g. (il centro delqual sia h.) equali, sopra il centro di quali siano fatti li duoi angoli b d c. & f h g. & sopra le circonferentie di medesimi siano fatti altri duoi angoli, quali siano b a c. & f e g. Dico che la proportione di detti angoli, si di quelli, che sono sopra li centri, come di quelli, che sono sopra la circonferentia esser si, come quella del arco b c. all'arco f g. & il medesimo sara del settor b d c. al settor f h g. cioe se per caso l'arco b c. fusse doppio al arco f g. l'angolo b d c. sarebbe doppio al angolo f h g. & similmente l'angolo b a c. saria doppio al angolo f e g. & similmente il settor b d c. saria doppio al settor f h g. il medesimo seguiria in ogni altra specie di proportioni, che l'arco b c. fusse con l'arco f g. Et nota che con questa propositione Ptolomeo numera la qualita, & quantita de gli angoli, perche questo che e stato detto di 2 cerchij equali, molto meglio seguira in vn medesimo cerchio. Et perche Ptolomeo nel Almagesto diuide la circonferentia di ogni circolo in 360 parti, lequali parti sono dette gradi, & perche facendo, ponimo l'angolo a b c. sopra il centro b. del cerchio a d c. che sia retto, l'arco a d c. veniria a esser la quarta parte della circonferentia, laqual quarta parte veniria a esser gradi 90. e per questa ragione se vn'angolo formato sopra il centro riceuera solamente vn'arco di quarantacinque gradi, tal angolo sara la mita di vn'angolo retto, & se ne riceuera solamente trenta gradi, tal angolo sara la terza parte di vn'angolo retto, & se riceuera sessanta gradi, sara li duoi terzi di vn'angolo retto, & cosi discorrendo proportionalmente, Similmente angoli ottusi, come nelli acuti, cioe se l'arco contenuto da vn'angolo sara gradi 120. tal angolo sara vn'angolo retto, & vn terzo di vn retto, cioe la proportione di tal angolo, al angolo retto sara, si come gradi 120. a 90. cioe si come da quattro a tre, cioe sesquiterza, & cosi discorrendo in ogni altra specie di proportione.



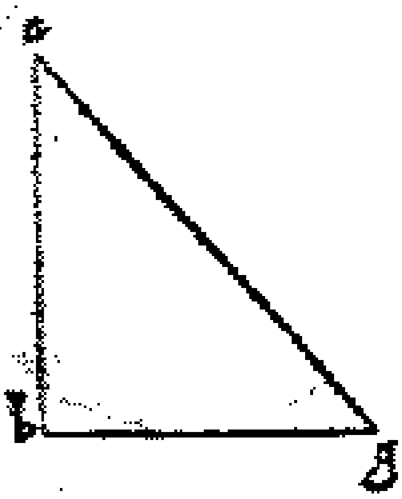




Ma de gli angoli fatti sopra la circonferentia, perche l'angolo fatto sopra la detta circonferentia nel mezzo cerchio (per la 31 del terzo di Euclide) è retto, & però l'arco che riceue quello viene a esser la mità della circonferentia, e per tanto, vien a esser gradi 180. & così vn angolo cõpreso sopra la circonferentia, che riceuesse solamente gradi 90. in tal caso tal angolo saria solamente la mità d'un'angolo retto, & quando riceuesse solamente gradi 45. saria vn quarto di vn'angolo retto, & così discorrendo proportionalmente, & questo è quello, che il detto Ptolomeo alle volte suppone l'angolo retto contenere gradi 90. & alle volte suppone il detto angolo retto contenere gradi 180 secondo che meglio gli viene in proposito. E però bisogna in cio auertire, & con questo faremo fine a queste speculatiue diffinitioni, & propositioni del quinto, & sesto libro di Euclide alla pratica necessarie, & vegnio, che intraremo in essa pratica cominciando prima dalli triangoli, si come principal figura delle figure rettilinee, & prima dalli rettangoli, & successiuamente de gli altri.

Delli triangoli, & prima di rettangoli. Cap. II.

1 EVclide nella penultima del suo primo libro speculatiuamente dimostra, che in ogni triangolo rettangolo, il quadrato di quel lato, che è opposito al angolo retto (qual da greci è detto Hipotumissa) è sempre equale alli quadrati de gli altri duoi lati gionti insieme. Essempi gratia sia il triangolo a b g. rettangolo, & sia l'angolo b il retto. Dico che il quadrato del lato a g. (detto Hipotumissa) sara equale alli quadrati del lato a b. & del lato b g. insieme, cioe se per sorte il lato a b. fusse 6. il quadrato del qual 6. saria 36. & che il lato b g. fusse 8. il quadrato del qual saria 64. la summa di questi duoi quadrati, cioe 36. & 64. saria 100. hor dico che per la detta penultima del primo di Euclide, il quadrato del lato a g. (che è opposito al angolo b retto) necessariamente saria 100. cioe quanto la summa de gli altri duoi lati, & se il quadrato del detto lato a g. è 100. il simplice lato a g. saria la radice di 100. che saria a ponto 10. si che se il lato a b. fusse 6. & il lato b g. 8. il lato a g. saria necessariamente 10. Questi tai numeri 6. e 8. & 10. si debbono intendere numeri di qualche specie di misura, cioe o di passi, o di pertiche, o di piedi, o di palmi, o di dita, o di grani, o di oncie, o de ponti, ouer di qualche altra misura formata con il compasso a nostro piacere, & questo che si ho detto di questa si debbe intendere in tutte quelle, che nel nostro processo si ha da dare, per che in questa quarta parte intendo di procedere nel dire, ouer nel parlare nella maggior parte, secondo che costuma il mathematico, cioe astratto da ogni materia sensibile, perche le questioni vengono a esser piu generali.



2 MA se per caso il lato a b. del soprascritto triangolo ortogonio, o vuoi dir rettangolo fusse 5. & il lato b g. fusse 7. li quadrati di tai duoi lati l'uno saria 25. & l'altro 49. che gionti insieme farebbono 74. & tanto sarebbe il quadrato del lato a g. che è opposito al angolo retto, ma perche il detto 74. non è numero quadrato seguita il detto lato a g. esser la R 74. laqual radice non si puo dare precisamente per numero, ma solamente propinqua al vero, come sopra le estrattioni delle radici fu detto, ma in questa quarta parte non vsaremo di dare, ne di risponder per tai radice propinque, ma per radice sorde, come costuma il mathematico, ma pur se a te parera, in qualche questione naturale, ouer materiale di voler sodisfatione per numero propinquo al vero la potrai trouar per le regole date.

Correlario.

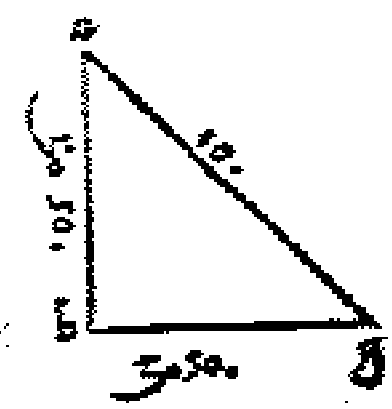
Dalla soprascritta Euclidiana propositione si manifesta, che per la notitia di qual si voglia duoi lati di vn triangolo rettangolo di tre lati inequali, sempre potemo ritrouare il terzo, & nelli detti triangoli rettangoli, che siano poi di duoi lati equali, per la notitia di vn sol lato di quello sempre potiamo trouar la quantita di cadaduno de gli altri duoi, come con essempi consequentemente si fara manifesto.

3 SVpponemo adunque che del medesimo soprascritto triangolo a b g. rettangolo, che ne sia noto il lato a g. & il lato a b. ponendo che il lato a g. sia 10. & il lato a b. sia 6. volendo per tal notitia trouar quanto sia l'altro lato. b g. quadraremo quel 10. fara 100. quadraremo anchora quel 6. fara 36. fatto questo scontraremo quel 36 di 100. & restara 64. & questo fara il quadrato del detto lato b g. (per la detta propositione) onde il simplice lato b g. verrebbe a esser la radice di 64. che è 8. Il medesimo operaressi quando ti fusse noto solamente il lato a g. esser 10. & il lato b g. esser 8. & che per tal notitia volessi trouar la quantita del lato a b. cioe tu quadraressi medesimamente il lato a g. il qual quadrato sarebbe 100. & similmente il lato b g. che sarebbe 64. & questo 64 tu lo cauaresti di

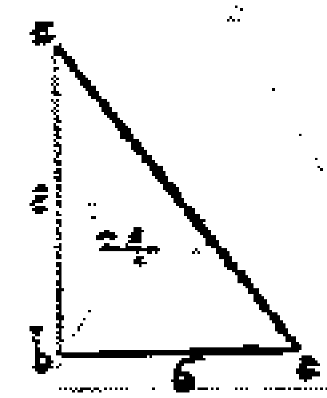
100.

100. & ti restarebbe 36. per il quadrato del detto lato a b. onde il simplice lato a b. veniribbe a esser la radice di 36. ch'è 6. & tanto sarebbe il ricercato lato a b. vero è che nelle simili la maggior parte vengono irrationale, ma acciò meglio l'apprendi, doue posso mi ingegnaro di farle venire rationale, non dico tanto in questa materia quanto nelle altre.

4 SVpponemo anchor che sia il triangolo a b g. rettangolo, del quale li duoi lati a b. & b g. siano equali, & l'angolo b. sia il retto, & supponemo, che di detti tre lati del detto triangolo, ne sia noto solamente il lato a g. esser 10. hor volendo per tal notitia trouare la quantità dell'uno, & l'altro de gli altri duoi lati, quadraremo quel 10. fara 100. & questo diuideremo per mita, & ne venira 50. & cosi il quadrato di l'uno, & l'altro di detti duoi lati sarebbe 50. tal che l'uno, & l'altro veniriebbe a esser radice 50. qual è irrationale, & in tutti questi tai triangoli rettangoli, di duoi lati equali se il lato, ch'è opposito al angolo retto sara rationale (com'è supposto in questa) necessariamente l'uno, & l'altro de gli altri duoi lati sara irrationale, come si vede, & se l'uno, & l'altro delli duoi lati equali sara supposto rationale, necessariamente il lato, che sara opposito al angolo retto sara irrationale, & tutto questo si dimostra sopra la nona del decimo di Euclide, perche ogni triangolo rettangolo di duoi lati equali, viene a esser la mita di vn quadrato, & il lato ch'è opposito a tal angolo retto viene a esser il diametro di tal quadrato, qual è sempre incommensurabile alla sua costa, come che nella detta propositione si dimostra.



5 ANchora sel sara vn triangolo rettangolo, & che si voglia trouar l'aria superficiale di quello basta a moltiplicar la mita di l'uno di duoi lati, che contengono l'angolo retto sia tutto l'altro lato, & tal produtto sara l'aria superficiale del detto triangolo (per la 41. del primo di Euclide) vero è che si poria anchora moltiplicare tutto l'uno di detti duoi lati, che contiene l'angolo retto, sia tutto l'altro, & di tal produtto pigliarne poi la mita, & tal mita sara l'aria superficiale di tal triangolo. Essempi gratia sia il triangolo a b c. che habbia l'angolo b. retto, & sia il lato a b. 8. & b c. 6. volendo l'aria superficiale di tal triangolo, non mi accade in questo caso a saper quanto sia il lato a c. ma mi basta a saper solamente quanto sia la a b. & la b c. & perche (se ben ti aricordi alle cose dette nella terza parte) lo lato a b. viene a esser perpendicular sopra il lato b c. & il dutto della perpendicolare sia la mita della basa in ogni triangolo mi da l'aria del detto triangolo, adunque multiplicando quel 8. sia la mita di 6. (che è 3) fara 24. per l'aria del detto triangolo, il medesimo seguira multiplicando tutto lo 8. sia tutto il 6. (che fara 48.) & di tal produtto pigliarne la mita (che fara pur 24.) com'è detto.



6 ESsendone nota la superficie di vn triangolo rettangolo, & anchora vno di lati, che contiene l'angolo retto, & volendo per tal notitia trouar l'uno, & l'altro di duoi lati. Parti sempre la superficie di tal triangolo per quel lato, che ti è noto, & lo auenimento sara la mita dell'altro lato contenente tal angolo retto, onde duplicandolo ti dara l'altro secondo lato contenente il detto angolo retto, e per tanto per la notitia poi di detti duoi lati (per le regole date di sopra) porrai trouar il terzo, cioe la hipotenusa, il medesimo ti venira, duplicando la superficie del detto triangolo, & partendo poi tal duplicamento, per quel lato, che ti è noto, lo auenimento sara il detto secondo lato. Essempi gratia ponemo che sia vn triangolo rettangolo, che la sua superficie sia 24. & l'uno di lati, che contiene l'angolo retto sia 6. hor se per tal notitia vorrai trouar quanto sia ciascheduno de gli altri duoi lati, parti 24. per 6. ne vien 4. duplicato fa 8. & tanto sara l'altro lato contenente il detto angolo retto, onde per trouar la hipotenusa procedendo per le regole date di sopra, & trouarai quella esser R 100. cioe 10. ouero multiplicando quel 24. fara 48. qual partido per il detto 6. te ne venira 8. per il detto secodo lato.

7 SUpponendo qual si voglia numero dispero, per il menor lato di vn triangolo rettangolo, & volendo trouar duoi altri lati, che siano ambidui rationali di vn tal triangolo, orthogonio.

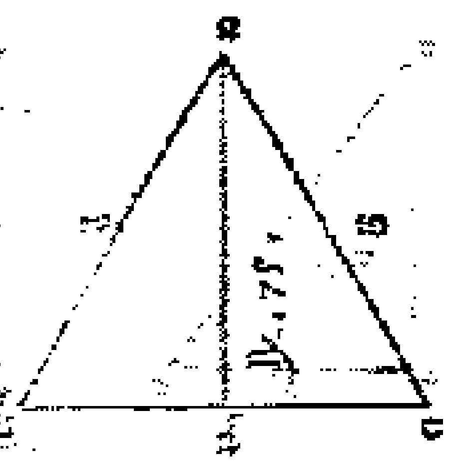
Quadra quel supposito menor lato, & di tal quadrato sempre cauane la vnita, & la mita del restante sara l'altro lato contenente l'angolo retto, al qual giontoui la vnita ti dara la hipotenusa. Essempi gratia supponendo, che cinque sia il lato menor di vn triangolo rettangolo, volendo mo sopra di quel 5 trouar li altri lati, che siano rationali formante il detto triangolo rettangolo quadra quel 5. fa 25. cauane 1. per regola ferma restara 24. pigliane la mita, che è 12. & questo sara il secondo lato contenente l'angolo retto, al qual giontoui la vnita fara 13. & questo sara il terzo lato, cioe la hipotenusa, & con tal regola porrai trouar infiniti triangoli rettangoli di lati rationali. Ma pur che tai triangoli trouati con questa regola hauerano questa conditione, che sempre la hipotenusa sara solamente 1. piu del lato mezzano, perche se supponerai il detto menor lato esser 7. trouarai (per questa regola) il lato mezzano esser 24. & la hipotetenuissa 10. & così venira in nati.

8 Ma essendo altro (per qualche effetto) supponere il detto lato menore di un triangolo rettangolo per un numero paro, & volendo per trouar duoi altri lati di tal triangolo, che siano rationali.

Piglia la mità di quel tal numero paro, & quadrala, & di tal quadrato cauane la unità, & il restante sara il lato mezzano, alqual giontoui 2. per regola ferma, tal summa si dara il maggior lato, cioe la hipotumissa. Essempi gratia supponendo, che 8. sia il menor lato di un triangolo rettangolo, volendo mo saper trouar (con tal 8) duoi altri lati, che siano ambiduoi rationali, formanti il detto triangolo rettangolo, piglia la mità di quel 8. che è 4. quadrala fara 16. cauane 1. per regola resta 15. per il lato mezzano, alqual giontoui 2. per regola ferma fara 17. & tanto sara il lato maggiore, cioe la hipotumissa, & con tal regola ne porrai trouare infiniti, & con le medesime conditioni.

Nota che con tal due euidentie si porria formare di sottilissime questioni, che non hauendo notitia di queste sopra notate due regole sara cosa difficile a poterle risoluere, e pero notale bene.

Come si trouano le perpendicolari, & la superficie nelle altre
specie di triangoli per la notitia sola di suoi lati.



9 Essendone noto li lati di un triangolo equilatero, & volendo per tal notitia trouarli la perpendicolare, & la superficie di quello, quadra l'uno di suoi lati, & di tal quadrato abbattene il quarto (come dimostra Euclide nella undecima del suo decimoquarto libro) & la radice del restante sara la perpendicolare di tal triangolo, laqual multiplicandola sia la mità della basa (cioe sia l'un di lati del detto triangolo) il produtto sara l'aria superficiale di tal triangolo. Essempi gratia sia il triangolo equilatero, abc, del quale ciaschedun lato è 10. hor volendo per tal notitia trouar la perpendicolare, & l'aria di tal triangolo, quadro il lato ac fa 100. & di quello ne cauo il quadrato della mità della basa bc, cioe il quadrato di dc (che è 5) qual quadrato sara 25 (cioe sara il quarto di 100.) resta 75. & così la radice di 75. sara la perpendicolare ad, laqual multiplicandola per 5 (cioe per la mità della basa) fara R 1875. & tanto sara l'aria del detto triangolo, & nota che l'aria di un tal triangolo equilatero, mai puo esser rationale, essendo li lati rationali, ma sempre tal aria sara superficie mediale, & questo dimostra Euclide nella duodecima del suo decimoquarto libro, egli è ben vero, che Boetio Seuerino, & Giorgio Valla propongono da inuestigare la superficie di un triangolo equilatero (da lor detto isopleuro) qual è piedi 30. per lato per diuerse regole tolte da greci concludeno ambiduoi l'aria di tal triangolo esser 390. ma tal sua conclusione è naturale, & non mathematica, cioe la è propinqua al vero, perche la detta superficie saria realmente R 151875. che è superficie mediale, come dice Euclide, perche la perpendicolare di tal triangolo, procedendo per li modi dati di sopra saria R 675. quala multiplicandola per 15 (mità della basa) fara (come è detto) R 151875. ma quelli tai greci hanno assignata, ouer tolta la perpendicolare di tal triangolo (quale è R 675) per radice propinqua, laqual radice propinqua (per le regole date al suo luogo) saria 26. onde multiplicandola per 15 (mità della basa) fara 390 (come è detto) le altre due sue regole dependeno da questa, e pero tal sua conclusione (naturalmente parlando) saria buona (per non errare di cosa, che sia di momento) ma in quanto al mathematico saria falsa.

Boetio & Giorgio Valla

La seconda delle dette sue regole è questa, vogliono che si quadri quel 30. che fa 900. & di questo quadrato vogliono che per regola generale se ne pigli il terzo, & il $\frac{1}{10}$, & la summa di tal terzo, & $\frac{1}{10}$, naturalmente sara l'aria di tal triangolo. Essempi gratia il terzo di 900. è 300. & il $\frac{1}{10}$ del medesimo 900. saria 90. qual gionto con 300. fara 390. per l'aria di tal triangolo, come è detto. Laqual regola nelle cose materiali, ouer naturalmente accadenti, non è da biasimare ancor che falsa sia, rispetto al mathematico, onde se con tal regola vorremo trouare rationalmente l'aria del sopradetto nostro proposito triangolo di 10. per faccia, ouer per lato, quadraremo 10. fara 100. & di questo 100. ne pigliaremo il terzo, che fara 33 $\frac{1}{3}$, & pigliaremo anchora il $\frac{1}{10}$ di 100. che fara 10. & questo summaremo con 33 $\frac{1}{3}$ fara 43 $\frac{1}{3}$, & tanto diremo esser la superficie di tal triangolo. Et da noi fu concluso tal superficie esser R 1875. onde cauando la radice propinqua di 1875. trouaremo esser 43 $\frac{13}{43}$, che saria circa 43 $\frac{1}{3}$, come per l'altra regola fu determinato.

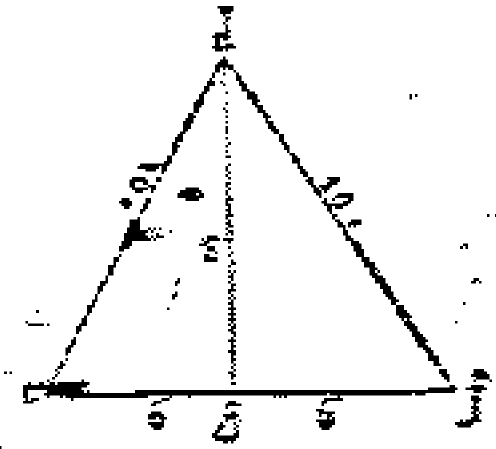
10 Vn'altra regola adduce Boetio Seuerino di trouar l'aria di uno triangolo isopleuro, cioe equilatero (credo tolta da greci) qual vuol che si quadra il lato del detto triangolo, & a tal quadrato vuole che vi si aggionga la quantita del lato del detto triangolo, & di tal summa pigliarne la mità, & tal mità afferma esser l'aria di tal triangolo, & per essempio propone un triangolo equilatero di piedi 28. per ciaschedun lato, & per tro-

Boetio

uare

tuare la sua aria vuol che si quadri 28. fa 784. alqual vuol che vi si aggionga il detto 28. (lato del triangolo) fara 812. & di questo vuol che se ne pigli la mita, che fara 406. & tanto conchiude esser l'aria del detto triangolo sopradetto, & perche la detta conclusione è molto lontana dalla verita, come che per le altre sopranotate regole, come facilmente da se medesimo si puo conoscere, e pero da molti è stato imputato di errore, ma io pretendo di salvarlo. Dico adunque tal sua regola servira per li numeri triangolari di quantita discreta, delliquali nella ottava del quinto capo del primo libro della seconda parte ne fu dato figural essempio, cioe che sel sara un numero triangolare, che per ciascheduno lato sia 28 unita, tutte le dette unita contenute in tal forma triangolare sariano 406. come conchiude il detto Boetio, vero è che non è conveniente a dire, che tal triangolo sia piedi 28. per lato, perche con tal modo di dire afferma lui intendere tal triangolo di quantita continua, & non discreta, onde in questa parte si potria dire lui haver errato. Error di Boetio.

21 MA se per la notitia di un numero triangolare vorrai trovar quante unita sia per lato, multiplica tal numero triangolare per 8 (per regola ferma) & a tal produtto aggiongi sempre 1. (per regola) & di tal summa cavane la radice, & di tal radice cavane sempre 1. (per regola) & la mita del restante sara il numero del lato del detto triangolo. Essempi gratia se il numero triangolar fusse 406. & per tal notitia volendo trovar il numero di ciascun lato, multiplica il detto 406. per 8. fara 3248. aggiongevi 1. fara 3249. cavane la radice sara 57. cavane 1. resta 56. & la mita di 56. che sara 28. sara il lato del detto numero triangolare, questa è al contrario della precedente.



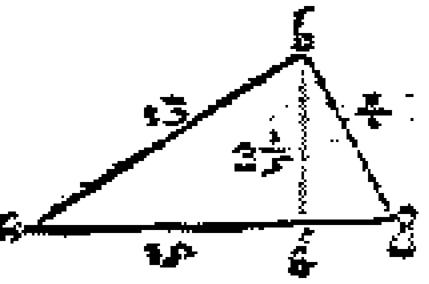
22 ESsendone noto li lati di un triangolo di duoi lati eguali, & volendo trovar la perpendicolare, & la superficie di quello.

Quadraremo l'uno di duoi lati eguali, & di tal quadrato ne cavaremo il quadrato della mita del lato a lui non eguale, & la radice del rimanente sara la perpendicolare, che cascara sopra quel lato non eguale, onde multiplicando tal perpendicolare fia la mita della basa, over la mita della detta perpendicolare fia tutta la basa, & quel produtto sara la superficie di quel tal triangolo (per la 41 del primo di Euclide.) Essempi gratia sia il triangolo d e f che l'uno, & l'altro di duoi lati d e. & d f sia 10. & la basa e f sia 12. volendo per tal notitia trovar la perpendicolare d g. quadraremo d f sara 100. & di questo 100. ne cavaremo il quadrato di g f. (mita della basa) il qual quadrato sara 36. & restara 64. & la radice di 64. (qual è 8.) sara la detta perpendicolare, laqual perpendicolare multiplicando per 6. (cioe per la mita della basa) fara 48. per la superficie del detto triangolo, ch'è il proposito.

Come si conosce se un triangolo sia ossigonio, overo ambligonio.

23 ESsendone noti li lati di un triangolo di tre lati diversi, & volendo per tal notitia trovar la perpendicolare, & la superficie di quello. Bisogna prima sapere, che tal perpendicolare molte volte non si puo far cascare sopra a qual lato ne pare, & questo interviene quando, che il detto triangolo di tre lati diversi è ambligonio, cioe che ha uno angolo ottuso, perche la perpendicolare volendola far cascar di dentro del triangolo, bisogna che tal perpendicolar si faccia partir dal angolo ottuso, & cascar sopra il lato opposito al detto angolo ottuso, perche la perpendicolare, che si parte di qual si voglia di duoi angoli acuti d'un triangolo ambligonio sempre è necessario, che cascha di fuora del triangolo, come che per la duodecima del secondo di Euclide facilmente si puo dimostrare. Laqual cosa anchora nella terza del terzo capo del terzo libro della terza parte, naturalmente con l'instrumento del squadro fu fatto in parte manifesto, vero è che questa tal perpendicolare, che cascasse di fuora del detto triangolo ne serviria per trovar la superficie di quel tal triangolo (come nel nostro processo praticalmente si fara manifesto. Ma quando che il detto triangolo di tre lati diversi fusse ossigonio, cioe che ciascheduno delli tre angoli di quello fusse acuto, sopra qual si voglia lato di quello si potra far cascar la detta perpendicolare, come che sopra la decimaterza propositione del secondo di Euclide da noi è stato dimostrato, e pero mi par cosa conveniente, nanti che procedamo in tal materia, che mostriamo una regola di saper conoscere praticalmente se un proposito triangolo sia ambligonio, overamente ossigonio. Dico adunque quando che li quadrati di duoi menori lati d'un triangolo insieme gionti saranno maggiori del quadrato dell'altro lato (cioe del maggiore) tal triangolo sara ossigonio, ma quando saranno menori tal triangolo sara ambligonio, & l'angolo contenuto dalli detti duoi lati sara l'ottuso. Ma quando che per sorte li quadrati delli detti duoi lati menori di un triangolo gionti insieme, saranno eguali al quadrato dell'altro lato, tal triangolo sara rettangolo (per la ultima del primo di Euclide) & l'angolo retto sara quello, che sara contenuto da quelli duoi lati, e pero l'uno di detti duoi lati viene a esser perpendicolare sopra

l'altro lato, e pero il dutto di l'uno fia la mita dell'altro viene a esser la superficie del detto triangolo, come che anchor fu detto nella quinta del presente capo.

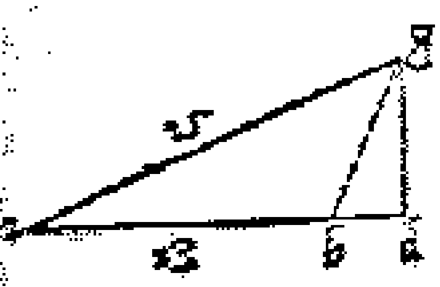


14 Or supponeremo che sia il triangolo a b g, delquale il lato a b sia 13 a g 15 & g b 4 hor volendo per tal notitia trovar la perpendicolare, & anchora l'aria di tal triangolo, & perche li quadrati di duoi lati menori, cioe di 13 & di 4 liquali sono 169 & 16 gionti insieme fanno 185 che sarebbono meno del quadrato di 15 ch'è 225 tal triangolo sara ambligonio, & l'angolo b sara l'ottuso, adunque volendo che tal perpendicolare caschi di dentro di tal triangolo, bisogna farla cascar sopra il lato a g & per trovar tal perpendicolare, bisogna prima trovar il ponto sopra la a g dove cade tal perpendicolare, perche siamo certi per la penultima del primo di Euclide, che la non cade nel mezzo della basa si, come fu nel triangolo equilatero, & in quello di duoi lati equali, & questo trovaremo per la regola specolativamente dimostrata da Euclide sopra la decimaterza del suo secondo libro, cioe quadraremo l'uno, & l'altro di duoi lati a b & a g i quali duoi quadrati l'uno sara 169 & l'altro 225 & li summaremo insieme, & faranno 394 & di questo 394 ne cavaremo il quadrato de l'altro lato, che sara 16 restara 378 & questo partiremo per il doppio della basa a g, che fara 30 & ne venira $12\frac{3}{5}$, & cosi tal ponto del cadimento sara lontano dal ponto a $12\frac{3}{5}$, qual ponga che sia il ponto d onde venira a esser lontano dal ponto g $2\frac{2}{5}$, trovato questo ponto d facil cosa sara a trovar la detta perpendicolare b d. perche cavando il quadrato di a d del quadrato di a b la radice del rimanente sara la detta perpendicolare b d. il medesimo seguira cavando il quadrato di d g del quadrato di b g la radice del rimanente sara medesimamente la detta perpendicolare, per maneggiar adunque menori numeri, quadraremo la d g, che è $2\frac{2}{5}$ fara $5\frac{19}{25}$, quadraremo anchor b g ch'è 4 fara 16 delqual ne cavaremo $5\frac{19}{25}$, restara $10\frac{6}{25}$, et la radice di $10\frac{6}{25}$ che è $3\frac{1}{5}$ sara la detta perpendicolare b d. volendo mo saper l'aria del detto triangolo multiplicarai la detta perpendicolare b d per la mita della basa, overamente la basa fia la mita della perpendicolare, ma per fuggir rotti multiplicaremo tutta la perpendicolare fia tutta la basa, & di tal produtto ne pigliaremo la mita, multiplicando adunque $3\frac{1}{5}$ fia 15 fara 48 & la mita di 48 ch'è 24 sara l'aria di tal triangolo.

Anchora per altre regole della sopra notata si poria ritrovare il ponto d, dove cader debbe la detta perpendicolare b d, dellequali questa n'è una, aggiongi insieme li duoi lati a b & b g, che formano l'angolo b, faranno in summa 17, pigliane la mita, che fara $8\frac{1}{2}$, & questo $8\frac{1}{2}$, multiplica per la differentia, ch'è da l'uno di detti duoi lati al detto $8\frac{1}{2}$, che fara $4\frac{1}{2}$ fara $38\frac{1}{4}$, & questo dividi per la mita della basa, ch'è $7\frac{1}{2}$, & te ne venira $5\frac{1}{10}$, & questo aggionto alla mita della basa, cioe a $7\frac{1}{2}$ fara $12\frac{3}{5}$, & tanto lontano dal angolo a cadera la detta perpendicolare b d come per l'altro modo fu anchora trovato, over trarrai il detto $5\frac{1}{10}$ della mita della basa, cioe da $7\frac{1}{2}$ restara $2\frac{2}{5}$, & tanto lontano dal angolo g cadera la detta perpendicolare b d si come che anchora per l'altra regola fu determinato, nondimeno la prima regola tolta da Euclide è la piu frequentata.

Anchora per quest'altro modo si puo trovar il detto ponto del cadimento di tal perpendicolare, cava il quadrato del menor lato continente l'angolo b dal quadrato del maggiore, cioe cava 16 da 169 resta 153 & tal resto parti per la basa, cioe per 15 & ne vien $10\frac{1}{5}$, qual gionto alla basa fara $25\frac{1}{5}$, delliquali la mita è $12\frac{3}{5}$ per la distantia del detto ponto d dal detto angolo a come per le altre doe regole fu anchor trovato, per trovar poi la ditta perpendicolare procederai, come nella prima regola fu fatto.

Donde procedano questi duoi ultimi modi di trovar tal ponto del cadimento si dimostrara nella ventesima prima, & ventesima seconda.

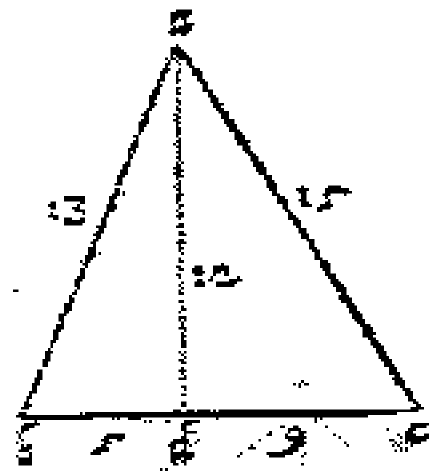


15 Sia anchora il medesimo triangolo a b g ambligonio, che l'angolo b sia l'ottuso, & sia per il lato a g 15 a b 13 & b g 4 hor volendo per tal notitia trovar la perpendicolare cascante dal angolo g sopra il lato a b & anchora per tal perpendicolare trovar l'aria di tal triangolo.

Dico come fu detto nella precedente, ch'egli è impossibile, che tal perpendicolare caschi di dentro del triangolo, anzi è necessario, che quella caschi di fuora per volendo trovare tal perpendicolare cascante di fuora, bisogna prima trovar il ponto sopra la linea a b in diretto protratta dalla parte b dov'è l'angolo ottuso, onde per trovar tal ponto, bisogna procedere per quella regola specolativamente data da Euclide nella duodecima propositione del suo secondo libro, cioe quadraremo il lato a g il qual quadrato sara 225 & di questo ne cavaremo la summa di duoi quadrati de gli altri duoi lati, delliquali l'uno sara 169 & l'altro 16 la cui summa sara 185 cavando adunque 185 da 225 restara 40 & questo 40 lo partiremo per il doppio della linea, overo basa qual doppio sara 26 partendo adunque 40 per 26 ne venira $1\frac{7}{13}$, et cosi il detto ponto del cadimento sara in diretto lontano dal ponto b. $7\frac{1}{5}$, qual sia il ponto d. di fuora del detto triangolo, hor trovato tal ponto d. facil sara di saper quanto sia la perpendicolar g d. perche se del quadrato del lato g b. che sara 144. ne cavaremo il quadrato di b d. cioe il quad. di $7\frac{1}{5}$, che fara $51\frac{21}{25}$ la radice del restante sara la ricercata perpendicolar g d. cavando adunque $51\frac{21}{25}$ da 144. restara $92\frac{4}{25}$, & la radice di $92\frac{4}{25}$ (che fara $9\frac{3}{5}$) sara la detta perpendicolare g d. hor volendo con tal perpendicolare trovar l'aria del detto triangolo, procederemo secondo l'ordine di quelle, che calcano di dentro, cioe multiplicaremo la detta perpendicolare g d. fia la mita della basa a b. cioe del lato a b. over multiplicar tutto il lato a b. fia la mita della perpendicolare g d. ma per fuggir rotti multiplicaremo tutta la detta perpendicolare g d. fia tutto il lato a b. & di tal produtto ne pigliaremo la mita, laqual mita sara la superficie del detto triangolo, multiplicando adunque $9\frac{3}{5}$ fia 5. fara 48. & cosi la mita di 48. che fara 24. sara la ricercata superficie del detto triangolo ambligonio, che e il proposito.

Nota che con la medesima regola tu potresti trovar la detta perpendicolare cascante dal angolo a. sopra del lato g b. in diretto protratto dalla parte, over dalla banda del b. & con tal perpendicolare trovar la superficie di tal triangolo.

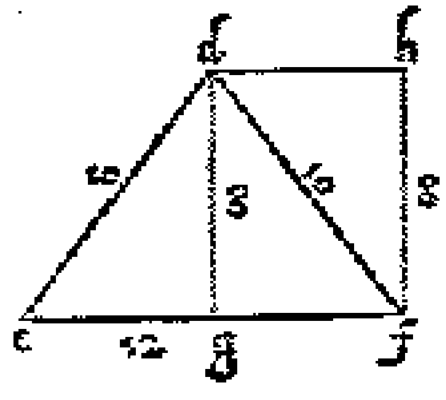
25 Ancora sia il triangolo a b c. di tre lati diversi, ma ossigonio, che il lato a b. sia 13. b c. 14. & a c. 15. che se ne farai la esperientia, cioe summando li quadrati di 13. & di 14. trovarai tal summa esser maggiore del quadrato del lato a c. e pero e ossigonio. Hor volendo con tal notitia trovar la perpendicolare, & l'aria di tal triangolo, in questo caso, la detta perpendicolare facendola calar da qual si voglia angolo sopra il lato a quel opposito sempre cadera di dentro del triangolo. Ma accio che tal nostra operatione vegna senza rotti voglio che la facciamo cascar sopra il lato b c. che cosi hanno costumato li nostri antichi geometri, accio la operatione venghi piu piaceuole, & meglio intesa. Et per tanto volendo trovar la detta perpendicolare calcante dal angolo a. sopra il lato b c. bisogna prima trovar il ponto sopra il detto lato b c. dove tal perpendicolare ha da cascare, onde per trovar tal ponto bisogna procedere per quella regola specialmente data da Euclide nella decimaterza propositione del suo secondo libro, cioe summaremo li quadrati delli duoi lati a b. & b c. delliquali quadrati l'uno sara 169. & l'altro 196. la cui summa sara 365. & di questa summa ne cavaremo il quadrato dell'altro lato a c. (che sara 225) restara 140. & questo 140. lo partiremo per il doppio della basa b c. il qual doppio sara 28. partendo adunque 140 per 28 ne venira 5. & cosi il ponto di tal cadimento (qual sia d.) sara lontano dal angolo b. 5. onde veniria a esser lontano dal ponto c. 9. hor che trovato habbiamo il detto ponto d. facil sara (per le regole date sopra il triangolo rettangolo) di trovar la detta perpendicolare a d. perche se dal quadrato del lato a b. ne sottraremo il quadrato della b d. la radice del rimanente sara la detta perpendicolare a d. over se del quadrato del lato a c. ne cavaremo il quadrato della d c. la radice del rimanente sara medesimamente la detta perpendicolare a d. ma per maneggiar menor numeri trovaremo il quadrato del lato a b. (che sara 169) & di quello ne cavaremo il quadrato della b d. (che sara 25.) restara 144. & la radice di 144. (che fara 12) sara la ricercata perpendicolare a d. il medesimo seguira se dal quadrato della a c. (che sara 225) ne cavaremo il quadrato della d c. (che sara 81) restara pur 144. & cosi la radice di 144. (che e pur 12) sara la detta perpendicolare a d. volendo mo trovare l'aria del detto triangolo procedendo secondo l'ordinario, cioe multiplicando la perpendicolare fia la mita della basa trovarai che fara 84. & tanto sara la superficie del detto triangolo, che e il proposito.



Nota che il ponto d. anchora potresti trovare, summando li quadrati di duoi lati a c. & c b. che l'uno sara 225. & l'altro 196. la cui summa sara 421. & di questo cavarne il quadrato del lato a b. che sara 169. restara 252. & questo partirai per il doppio del lato b c. cioe per 28. ne venira 9. & cosi il detto ponto d. sara 9. lontano dal angolo c. come per l'altro modo, & 5. dal ponto b.

26 Anchora se ti paresse nel medesimo triangolo a b c. di voler trovar la perpendicolare cascante dal angolo b. sopra del lato a c. con il medesimo ordine la poi trovare, ma la operatione non sara cosi piaceuole, perche la ti condura in numeri rotti, perche la summa di quadrati di duoi lati b c. & c a. veniria a esser 421. della qual summa cavandone il quadrato del lato b a. che sara 169. restara 252. qual partendo per il doppio del lato a c. (il qual doppio sara 30) ne veniria $8\frac{2}{5}$, & cosi il ponto del cadimento sara lontano dal angolo c. (sopra la c a.) $8\frac{2}{5}$, onde quadrando questo $8\frac{2}{5}$ fara $70\frac{14}{25}$, qual sottratto dal quadrato di c b. (che sara 196) restara $125\frac{11}{25}$, & cosi la radice di $125\frac{11}{25}$, che si trovara esser $11\frac{1}{5}$ sara la detta perpendicolare cascante dal detto angolo b. sopra il detto lato c a. volendo poi con quella trovar la superficie di tal triangolo, multiplicaremo tutta la detta perpendicolar (cioe quel $11\frac{1}{5}$)

sia tutto il lato.e a. ch'è 25. fara 168. & cosi la mita de 168. ch'è 84. sara la ricercata superficie di tal triangolo, si come che con l'altra perpendicolare fu anchora ritrouata, ch'è il proposito, & cosi con tal regola, parendoti potrai trouare la perpendicolare cascante dal angolo.e. sopra il lato.a b. & con quella trouar anchora la superficie di tal triangolo, laqual superficie trouarai per essere 84. si, come per gli altri duoi modi habbiamo trouato. Et sel ti paresse per essercitarti di voler trouar il ponto.d. per l'uno, & l'altro di quelli altri duoi modi dati sopra la decimanona lo puoi fare, & te ne essorto per farti pratico.

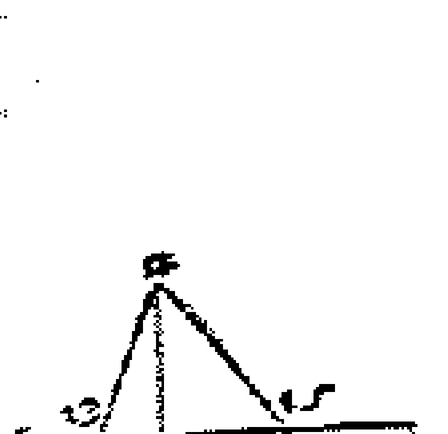


17 Perche el non s'intende, che uno sappia una cosa sel non intende la causa di quella, pero per satisfare a quelli, che non hanno studiato la 41 del primo libro di Euclide, voglio in questo luogo dimostrar la causa, che il detto della perpendicolar nella mita della basa, in qual si voglia specie di triangolo produce la superficie di tal triangolo, & similmente il dutto di tutta la basa nella mita della perpendicolare, & similmente il dutto di tutta la basa in tutta la perpendicolare, & di quello pigliarne la mita. Sia adunque il triangolo d e f. che l'uno, & l'altro delli duoi d e. & d f. sia 10. & la basa.e f. sia 12. & la perpendicolar.d g. sia 8. Per dimostrare (parte speculatiuamente, & parte praticamente) che il rettangolo fatto, ouer contenuto sotto della perpendicolare.d g. & della mita della basa (cioe della g f.) sia eguale al detto triangolo, formaremo sopra della.d g. & della.g f. il parallelogrammo rettangolo.d g f h. il quale vengono a esser diuiso dalla linea.d f. per mita (per la trentesimaquarta del primo di Euclide) talche il triangolo.d h f. vien a esser eguale al triangolo.d g f. & perche il triangolo.d g e. è eguale (per la 38 del primo libro di Euclide) seguita per commune scientia, che il triangolo d h f. sia eguale al triangolo.d g e. e pero tutto il triangolo.d e f. vien a esser eguale a tutto il detto rettangolo.d g f h. & perche il detto rettangolo.d g f h. è longo 8 (cioe quanto è longa la perpendicolar.d g.) & largo 6. cioe tanto quanto è la.g f. (mita della basa) onde l'aria del detto rettangolo (per le ragioni piu volte dette) vien a esser 48. e per tanto l'aria del detto triangolo vien a esser medesimamente 48. ch'è il proposito.

18 Sia anchora il triangolo.a b c. di duoi lati a b. a c. eguali, & la perpendicolare sia la.a d. per dimostrare che il rettangolo contenuto sotto di tutta la basa.b c. & della mita della perpendicolare.a d. sia eguale al detto triangolo.a b c. Sopra le detta basa.b c. sia fatto il rettangolo.b c x y. che la larghezza sia eguale alla mita della perpendicolare.a d. laqual mita sia la.d s. hor dico il detto rettangolo.b c x y. esser eguale al detto triangolo a b c. perche li duoi triangoli.b x u. & c y t. che sono fuora del primo triangolo.a b c. sono eguali alli duoi triangoli a u s. & a s t. ciascheduno al suo relatiuo, & questo in fine dimostraremo, se adunque il triangolo.b x u. è eguale al triangolo.a u s. & il triangolo.t y c. al triangolo.a s t. seguita che li detti duoi triangoli.b x u. & c y t. (che sono fuora del detto triangolo.a b c.) siano eguali al triangolo.a u t. che è fuora del rettangolo.b c x y. seguita adunque per commune scientia, che tutto il triangolo.a b c. sia eguale al detto rettangolo.b c x y. che è il proposito.

Che il triangolo.b x u. sia eguale al triangolo.a u s. si dimostrara in questo modo, perche la linea b x. è equidistante alla linea.a d. (per esser l'una, & l'altra perpendicolare sopra la.b c.) seguita che li duoi angoli coalterni.x b u. & u a s. (per la 29 del primo libro di Euclide) saranno eguali, & per la medesima l'angolo.b x u. del triangolo.b x u. sara eguale al angolo.a s u. del triangolo a s u. seguita adunque (per la 32 del primo libro di Euclide) li detti duoi triangoli.a s u. & u x b. saranno equiangoli, onde (per la quarta del sesto libro di Euclide) saranno simili, & de lati proportionali, & perche.b x. è eguale al.s d. & similmente il lato.a s. è medesimamente eguale alla detta.s d. (per esser la mita della perpendicolare) seguita adunque che gli altri lati di l'uno siano eguali a gli altri lati dell'altro ciascheduno al suo relatiuo, cioe il lato.x u. sara eguale al u s. & il lato.b u. sara eguale al lato.u a. e pero li detti duoi triangoli saranno eguali, & per le medesime ragioni, il triangolo.t y c. sara eguale al triangolo.a s t. che è il proposito.

Anchora piu breuemente si puo dimostrare dicendo, l'angolo.s u a. è eguale al angolo.b u x. contraposito (per la decimaquinta del primo libro di Euclide) & similmente l'angolo.a s u. è eguale al angolo.x. per esser retti, & il lato.a u. di l'uno è eguale al lato.u b. dell'altro (per la 29 del primo libro di Euclide) onde per la 26 del detto saranno eguale.



19 Sia anchora il triangolo.a b c. di tre diuersi lati, che il lato.a b. è 13. & b c. 14. & a c. 15. & la perpendicolare.a d. 12.

Per dimostrare che il dutto della mita della perpendicolare.a d. in tutta la basa.b c. sia eguale al detto triangolo.a b c. procederemo medesimamente, si come nelli precedente, cioe sopra la basa.b c. descriueremo il rettangolo.b c f g. che la larghezza.b f. sia 6. cioe la mita della perpendicolar.a d. qual mita sia la.d e. dico il detto rettangolo esser eguale al detto

triangolo

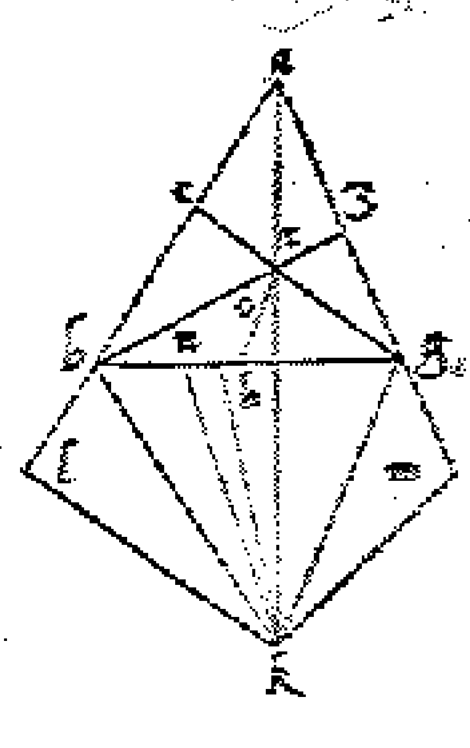
triangolo. a b c. perche il triangolo. b f h. (per le ragioni di sopra adutte, sara eguale al triangolo a b e. e pero il rettangolo. b d f e. sara eguale al triangolo. a b d. & per le medesime ragioni si dimostrara il rettangolo. d c e g. essere eguale al triangolo. a d c. e pero seguita (per commune scientia) che tutto il rettangolo. b c f g. sia eguale a tutto il detto triangolo. a b c. ch'è il proposito.

Come che senza inuestigare la perpendicolare li triangoli si possono misurare.

20 Anchora li triangoli, senza trouar il suo catheto, ouer perpendicolare si possono misurar, solamente che s'habbia notitia di suoi lati. Et questo si fa in questa forma. Summa insieme le quantita di suoi tre lati, & di tal summa pigliane la mita, & di tal mita cauane ciaschedun lato, cioe a vno per vno, & li tre resti multiplicarai l'uno fia l'altro, & quel produtto fia l'altro, & questo secondo produtto multiplicarai per quella mita della summa di lati, & la radice di questo terzo produtto sara l'aria del detto triangolo. Essempi gratia sia il medesimo triangolo. a b c. cioe il lato. a b. è 13. b c. 14. & a c. 15. hor volendo per tal notitia trouar la superficie di tal triangolo, senza star a cercare la sua perpendicolare, summa insieme li detti tre lati, cioe 13. 14. & 15. faranno 42. pigliane la mita, ch'è 21. hor troua le tre differentie, ch'è da ciaschedun lato al detto 21. che trouarai che da 13. a 21. esser 8. & da 14. a 21. esser 7. & da 15. a 21. esser 6. hor multiplica le dette differentie, dicendo 8 fia 7. fa 56. & 6 fia 56. fa 336. & questo secondo produtto multiplica per quel 21. (cioe per la mita della summa di tre lati) fara 7056. & cosi la radice di questo 7056. (che è 84) sara la superficie del detto triangolo, si come che con la perpendicolare fu anchor trouato, & questa regola ti seruira in ogni specie di triangolo. Essempi gratia sel fusse vn triangolo di duoi lati eguali, delliquali l'uno, & l'altro fusse 6. & la basa fusse 4. & volendo trouare quanto sia l'aria superficiale di questo, per questa regola, summa tutti li 3 lati insieme, & faranno 16. pigliane la mita, ch'è 8. & di questo 8. cauane ciascuno di 3 lati a vno per vno, & trouarai che li 3 residui saranno 2. & 2. & 4. liquali 3 resti multiplicati l'uno fia l'altro, & quel produtto fia l'altro, trouarai che faranno 16. & quel 16. multiplicandolo per quella mita della summa di 3 lati, che fu che fu 8. fara 128. & cosi la R. 128. sara l'aria del detto triangolo, & se per certificarti naturalmente che cosi sia lo potrai far per la regola data per via della perpendicolare, il che facendo trouarai, che la perpendicolar di tal triangolo sara R. 32. & l'aria sua sara medesimamente R. 128. come di sopra, e pero sta bene.

Come si dimostra le causa della sopra scritta regola.

21 Per satisfare alle persone speculatiue voglio che dimostriamo la causa propinqua della sopra notata regola di trouar l'aria di vn triangolo senza trouar la sua perpendicolare, & per venir a questo. Sia il triangolo. a b g. & (per la nona del primo di Euclide) diuideremo li duoi angoli. b. & g. in due parti eguali con le due linee. b z. & g z. & dal ponto. z. siano tirate le perpendicolari (per la duodecima del primo di Euclide) z e. z h. z t. sopra a ciascun lato, & sia tirata anchora la. z a. hor perche l'angolo. z h g. & z t g. è retto, adunque sono eguali, & l'angolo z g h. è eguale al angolo. z g t. (per esser ciaschedun la mita di tutto l'angolo. h g t.) Seguita adunque (per la 32 del primo di Euclide) l'angolo. g z t. esser eguale al angolo. g z h. adunque il triangolo. z t g. è eguale al triangolo. g z h. & perche il lato. g z. è commune, gli altri lati de l'uno sono eguali a gli altri lati dell'altro, cioe il lato. z h. al lato. z t. & il lato h g. al lato. g t. & per le medesime ragioni la linea. b h. sara eguale alla b e. & il triangolo. z b h. sara eguale al triangolo. z e b. & perche l'una, & l'altra delle due linee. z e. & z t. è eguale alla linea z h. (per commune scientia) saranno anchora fra loro eguali, e pero la linea. z e. è eguale alla linea z t. & la linea. z a. è commune alli duoi triangoli. z a e. & z a t. & per tanto li duoi lati. z e. & z a. del triangolo. z e a. sono eguali alli duoi lati. z t. & z a. del triangolo. z a t. & l'angolo. a e z. al angolo a t z. è eguale, & il lato. a z. è commune, e pero (per la 26. del primo di Euclide) li tre lati del triangolo. z a t. sono eguali alli tre lati del triangolo. z a e. ciascuno al suo relatiuo, & sono anchora equiangoli, & per tanto il lato. a t. sara eguale al lato. a e.

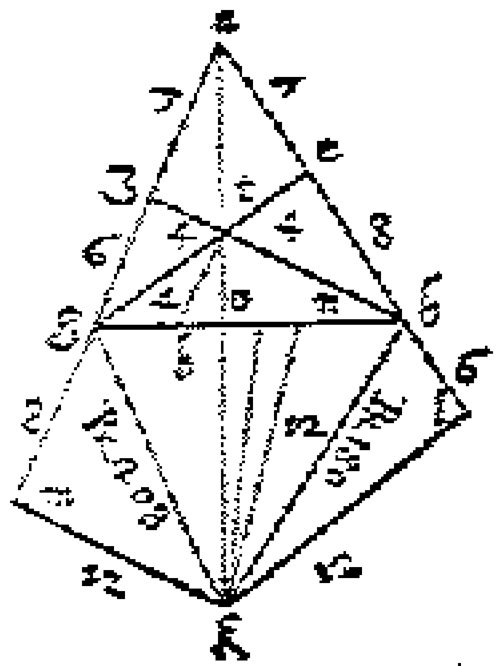


Per esser adunque eguale la linea. a t. alla linea. a e. si aggiongeremo a l'una, & l'altra la linea. e b. sara tutta la linea. a b. eguale alle due linee. a t. & e b. ma perche la. b h. è eguale alla detta. b e. seguita che tutta la. a b. sia eguale alle due linee. a t. & b h. Et perche la linea. t g. è eguale alla linea. g h. seguita che le due linee. a g. & b g. siano eguali alle due. a b. & g h. perche di sopra è stato dimostrato, che tutta la. a b. è eguale alle due linee. a t. & b h. & la g t. è eguale a la g h. E pero giongendo alla. a b. la g h. & alle altre. a t. & b h. la g t. (per commune scientia) seguita, che tutta la. a g. insieme con la. b h. siano eguali a tutta la. a b. insieme con la g h. (com'è detto) e pero la. a g. insieme con la b h.

vengono a esser la mita di tutti tre li lati del detto triangolo. a b g. & l'altra mita vien a esser la linea a b. insieme con la g h. hor se della a g. & b h. (mita di lati) ne cavaremo il lato a g. resta la b h. e pero la detta b h. over la b e. viene a esser la differentia, che è dal lato a g. alla mita di lati, & cosi per le medesime ragioni la g h. over g m. venira a esser la differentia, ch'è dal lato a b. alla detta mita di lati del detto triangolo a b g. & similmente la a e. over a m. vien a esser la differentia del lato b g. alla detta mita di lati. E pero si manifesta, che le due linee a b. & g h. non solamente sono la mita di lati del detto triangolo a b g. ma anchora sono eguale alla summa delle tre differentie, che è da ciaschedun lato alla mita di lati, & il medesimo seguita delle due linee a g. & b h. cioe che sono non solamente la mita di lati del detto triangolo, ma sono anchora eguali alla summa delle dette tre differentie, hor siano protratte le due linee a b. & a g. in diretto per fino al ponto l. & al ponto m. talmente che la b l. sia eguale alla g h. & che la g m. sia eguale alla b h. E pertanto tutta la linea a l. sia eguale alla mita di lati del triangolo, & similmente eguale alle tre differentie di ciaschedun lato alla detta mita di lati, il medesimo seguita della linea a m. Hor sia produtta la a e. per fin al ponto k. dove concorreranno le due linee m k. & l k. tirate ad angoli retti sopra le due linee a l. & a m. nelli duoi ponti l. & m. le quali due linee l k. & m k. è necessario, che concorrino in uno medesimo ponto sopra linea a e k. perche le due linee a l. & a k. sono eguali alle due a k. & a m. & l'angolo l a k. è eguale al angolo m a k (perche è diviso in doi parti eguali) onde il lato l k. è eguale (per la quarta del primo di Euclide) & gli altri lati, & angoli sono fra loro eguali, hor sia segato della linea b g. la linea b n. eguale alla b l. & siano tirate le linee n k. k b. & k g. & perche g h. cioe avanzo della mita di lati del triangolo. a b g. al lato a b. è eguale al b n. cioe al b l. seguita adunque che g n. sia eguale al g m. cioe al b h. Onde perche li duoi triangoli g m k. & b l k. sono rettangoli, il quadrato della linea k g. è eguale alli duoi quadrati delli duoi lati g m. & m k. (per la penultima del primo di Euclide) & similmente il quadrato della b k. è eguale alli quadrati delli duoi lati b l. & l k. cioe del k l. & del b n. Ma il quadrato della l k. è eguale al quadrato della k m. E per tanto quanto che il quadrato della linea k g. soprabonda il quadrato della linea k b. tanto il quadrato della n g. soprabonda il quadrato della n b. per il che la linea k n. viene a esser perpendicolare sopra la linea b g. Et se per lo avversario negasse che la vi sia perpendicolare, poniamo se possibil è, che la sia la k o. hor perche il quadrato della k g. soprabonda, o vuoi dir avanza il quadrato della k b. maggior sera adunque k g. della k b. & sia k o. è perpendicolare avanzara il quadrato del g k. il quadrato della b k. quanto che il quadrato della g o. avanza il quadrato della b o. & noi habbiamo dimostrato, che il quadrato della g k. avanza il quadrato della b k. quanto che lo quadrato della g n. avanza il quadrato della b n. Adunque seguiria, che o b. & n b. fussero eguali, & similmente la g n. saria eguale alla g o. il che è impossibile, che la parte sia eguale a suo tutto, seguita adunque che la k n. sia perpendicolare sopra la b g. Dico anchora che la k n. è eguale alla k l. perche la k b. è lato commune fra quelli duoi triangoli rettangoli k l b. & k n b. & b n. & b l. sono eguali, e pero seguita k n. & k l. esser eguali, & perche gli angoli k n b. & k l b. sono retti rimarranno gli angoli n b l. & l k n. eguali a duoi angoli retti, ma gli angoli e b n. & n b l. sono similmente eguali a duoi angoli retti (per la decimaterza del primo libro di Euclide) seguita adunque l'angolo e b n. esser eguale al angolo l k n. & l'angolo l k b. è la mita del angolo l k n. perche la linea k b. divide li duoi triangoli eguali. Adunque l'angolo e b n. (che è la mita del angolo e b h.) è eguale al angolo l k b. & l'angolo a e. è retto, che è eguale al angolo l retto. Adunque l'angolo e b h. è eguale al angolo l b k. Seguita adunque il triangolo k b l. esser simile al triangolo b e e. Adunque la proportione del k l. al l b. sera come la proportione del b e. al e e. multiplicando adunque k l. in e e. sera quanto l b. in b e. ma la proportione del quadrato del e e. a quello che vien fatto del e e. & in k l. è come la proportione del e e. al l k. (per la prima del sesto di Euclide) & la proportione del e e. al l k. è come del a e. al a l. (per la seconda del sesto di Euclide) imperoche e e. & l k. sono equidistanti, adunque la proportione del a e. al a l. è come la proportione del quadrato del e e. a quello che vien fatto del e e. in k l. & quello che vien fatto del e e. in k l. è eguale al dutto del e b. in b l.

La proportione adunque del a e. al a l. è come la proportione del quadrato del e e. al dutto del e b. in b l. multiplicato adunque il quadrato del e e. in a l. è come multiplicato a e. nel produtto del b e. in b l. (perche tal produtto è eguale al produtto del e e. in k l.) Et la multiplicatione del quadrato del e e. nel quadrato del a l. è come la multiplicatione del a e. nel produtto del e b. in b l. & quello che fa in a l. Ma la multiplicatione del quadrato del e e. nel quadrato del a l. è come il quadrato della superficie del triangolo a b g. come in fine dimostraremo.

Dalle qual cose seguita, che la multiplicatione della a e. (che è la differentia della mita di lati del triangolo a b g. al lato b g.) nella e b. (che è la differentia della detta mita di lati del detto triangolo



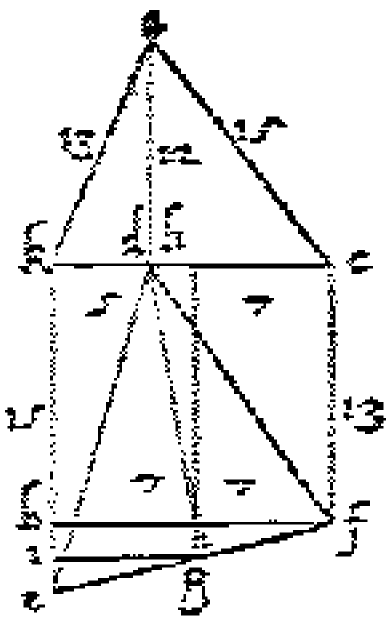
golo

golo a b g.) al lato a g. & quello che farano multiplicato in la b l. (che è la differentia della mità di lati del triangolo . a b g. al lato b a.) & tal prodotto multiplicato poi nella a l. (che è la mità di lati del triangolo a b g.) farà il quadrato dell'aria del detto triangolo . a b g. che fara il nostro proposito.

A dimostrare, che a multiplicare il quadrato del e t. nel quadrato de la l. faccia il quadrato della superficie del triangolo a b g. procederemo in questo modo. Perche il triangolo a b g. è risolto in tre triangoli dal ponto e. liquali sono a e b. b e g. & a e g. le perpendicolari di detti tre triangoli, lequali sono e t. e z. & e h. di sopra fu provato, che erano fra loro eguali, adunque multiplicato la e t. nella mità della basa a b. fara l'aria del triangolo a e b. similmente multiplicato la e h. (cioe la e t.) nella mità della basa g b. fara l'aria del triangolo b e g. & anchora multiplicato la e z. (cioe e t.) nella mità della a g. fara l'aria del triangolo a e g. onde multiplicato e t. nella mità di lati del triangolo a b g. fara l'aria del triangolo . a b g. Onde multiplicato il quadrato della e t. nel quadrato della a l. fara il quadrato de l'aria del detto triangolo a b g. che è il proposito.

Come si dimostra quel secondo modo dato sopra la decimaterza per trovar il ponto dove cade la perpendicolare nelli triangoli di tre lati diversi.

Perche Euclide nella duodecima, & decimaterza propositione del suo secondo libro dimostra quel primo modo dato sopra la decimaterza di questo capo, & replicato nella decimaquinta, per trovar il ponto, dove cade la perpendicolare nelli triangoli di lati diversi, superfluo saria a replicar tal sua dimostratione in questo luogo. Ma solamente dimostraremo donde proceda quell'altro secondo addutto in fine della detta 13. di questo capo. Ma per render la dimostratione, & la operatione piu amena, supponeremo il triangolo a b c. che il lato a b. sia 13. b c. 14. & a c. 15. che per trovar il ponto sopra la b c. dove cader debbe la perpendicolare a d. (per il detto secondo modo) aggiongeremo insieme li dui lati a b. & a c. (contenenti l'angolo, donde si ha da partire la detta perpendicolare) faranno 28. & di questo ne pigliaremo la mita, che è 14. & questo multiplicaremo per la differentia, che è da l'uno di detti dui lati a quello 14. (che in questo caso è 1.) fara pur 14. & questo divideremo per la mita della basa b c. laqual mita sara sette, partendo adunque 14. per 7. ne venira 2. qual questo 2. giongendo alla mita della basa b c. ne mostrara la distantia di tal ponto d. dal angolo c. & levando il detto 2. dalla mita di detta basa b c. ne restara la distantia di tal ponto d. dal angolo b. & perche la mita di tal basa è sette, alqual 7. giontovi il detto 2. fara 9. & cosi il detto ponto d. cadera 9. lontano dal ponto c. & cosi cavando il detto 2. del detto 7. restara 5. per la distantia del d. al b. come che per il primo modo nella decimaquinta fu anchor trovato.



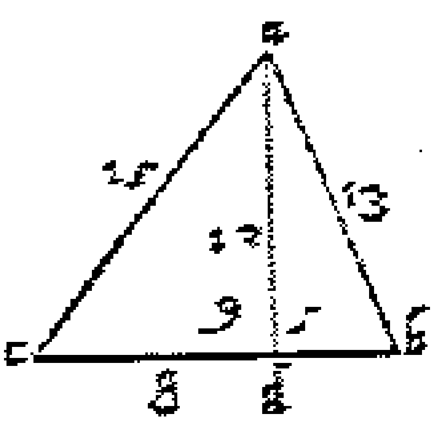
Per dimostrar mo donde proceda tal regola, dalli dui ponti b. & c. siano tirate le due linee . b e. & c f. ad angoli retti con la basa b c. & sia fatta la e b. eguale al lato a c. (qual è 15.) & la c f. sia fatta eguale al lato a b. ch'è 13. & siano tirate linee f d. f e. & e d. & sia divisa la linea e f. in due parti eguali in ponto g. & dal ponto g. sia tirata la linea g h. equidistante alla linea e f. over b c. & dal ponto i. sia tirata la linea f i k. equidistante alla linea b c. Anchor dal ponto g. sia tirata la linea g l. equidistante, & eguale alla linea k i. Hor perche li dui triangoli a d c. & a d b. sono rettangoli (perche l'angolo d. de l'uno, & dell'altro di quelli è retto) il quadrato del lato a c. è eguale alli 2 quadrati delli 2 lati a d. & d c. (per la penultima del primo di Euclide) & similmente il quadrato del lato a b. è medesimamente eguale alli quadrati delli dui lati a d. & d b. Dove se communamente cavaremo, over sottraremo da l'una, & l'altra banda il quadrato della linea a d. seguira che il quadrato del maggior cadimento (qual è . d c.) sia piu del quadrato del menor . b d. quanto puol piu il quadrato del lato a c. del quadrato del lato a b.

Adunque il quadrato della linea a b. & della linea d c. è quanto il quadrato della linea a c. & della linea b d. ma la linea f c. è eguale alla linea a b. & cosi la linea e b. è eguale alla a c. onde il quadrato delle due linee f c. & c d. sono eguali alli quadrati delle altre due linee a b. & d c. Et il quadrato della linea f d. è eguale alli quadrati delle due f c. & c d. (per esser l'angolo c. retto) adunque il quadrato della linea f d. è eguale alli quadrati delle due linee a b. & d c. Et per le medesime ragioni, il quadrato della linea e d. è eguale alli quadrati delle due linee a c. & b d. per laqual cosa la e d. & d f. sono fra loro eguali, adunque il triangolo f d e. è di dui lati eguali, & perche la basa è la f e. dividendola in due parti eguali in ponto g. & tirando la d g. quella necessariamente sara perpendicolare sopra la detta basa . f e. onde l'angolo . e g d. è retto, & anchora l'angolo . f g d. sara pur retto.

Anchor tirando dal ponto .g. la linea .g h. equidistante alla .f c. l'angolo .g h c. (per la .29. del primo di Euclide sara retto) & similmente l'angolo .g h d. sara retto, & la detta .g h. e perpendicolare sopra la .b c. & il quadrilatero .b c f k. e rettangolo, doue che li lati contraposti sono eguali, adunque il lato .f k. e eguale al lato .b c. & il lato .k b. e eguale al lato .c f. Adunque in questo caso .b k. e .12. & .k e. e .12. Et la linea .k b. e eguale alla linea .h d. & il parallelo .k b h [illegible] e rettangolo, & similmente il parallelo .i h c f. e per rettangolo, onde la linea .i h. e eguale alla linea .b [illegible] e anchora .12. Anchora perche nelle equidistanti .e h. & .g h. passa la linea .e f. sara l'angolo .f g i. estrinseco eguale al angolo .g e l. intrinseco, & l'angolo .f i g. e eguale al angolo .g l e. impero che l'uno, & l'altro e retto per esser fra linee equidistanti, & l'angolo .g f i. e eguale al angolo .e g l. & la linea .f g. e eguale alla linea .g e. onde gli altri lati sono eguali a gli altri lati, e pero il lato .g i. e eguale al lato .e l. & il lato .f i. e eguale al lato .g l. & anchora la linea .g l. e eguale alla linea .i k. perche il quadrilatero .l g i k. e rettangolo, adunque la linea .f i. e eguale alla linea .i k. & la .c h. e eguale alla .h b. adunque la basa .b c. e diuisa in due parti eguali in ponto .h. Onde in questo caso .h c. & .h b. viene a esser .7. & similmente la .h b. altri .7. Anchora perche il parallelo .l k i g. e rettangolo il lato .l k. e eguale al lato .g i. ma la linea .i g. di sopra e stato prouato, che la e eguale alla .e l. e pero viene a esser eguale alla .k l. & tutta la .k e. in questo caso e .2. adunque ciaschaduna delle linee .k l. .l e. & .g i. viene a esser uno (cioe vn piede, ouero vn brazzo, o altra misura formata a tuo piacere) Doue che tutta la .h g. e .14. Anchora perche retto e l'angolo .d g h. gli altri duoi angoli .d g h. & .h g f. sono eguali a vn retto, anchora perche il triangolo .g i f. e rettangolo (per esser l'angolo .g i f. retto) gli altri duoi angoli, che sono .i g f. & .i f g. sono eguali a vn retto, adunque gli angoli .d g h. & .h g f. sono eguali a gli angoli .i g f. & .g f i. Onde se communamente il [illegible] sara leuato, & sottrahendo l'angolo .h g f. restara l'angolo .d g h. eguale al angolo .g f i. & l'angolo .g i f. al angolo .g h d. & l'altro angolo .i g f. al l'altro .h d g. adunque il triangolo .f i g. e simile al triangolo .g h d. onde la proportione del lato .f i. al .g i. (qual e come .7. a .1.) e si come del lato .g h. (qual e .14.) alla .h d. onde multiplicando .g i. in .g h. & quel produtto partirlo per .f i. ne venira .h d. & questo e quando che aggiongemo il lato .a b. con il lato .a c. cioe .15. con .13. & ne vien .28. la mita del qual e .g h. cioe .14. la qual multiplicaremo per .i g. che e quello, nel quale la linea .g h. auanza la linea .f c. cioe .e l. ouer .g i. & .g i. e quello, che la linea .a c. (cioe la .b e.) auanza la linea .g h. del qual multiplicatione ne peruien pur .14. & questo diuideremo per la mita della basa, cioe per .c h. ouer dir per .f i. che e .7. & ne viene .2. il qual .2. viene a esser .h d. il qual .2. lo aggiongemo alla mita della basa, cioe al .c h. & hauaremo .9. per la .c d. che e il maggior cadimento, ouer che cauaremo .h d. dalla .h b. cioe .2. di .7. & restara .5. per il menor cadimento .d b. che e il proposito.

Come si dimostri la causa di quel terzo modo dato sopra la detta decimaterza per trouar il ponto doue cade la perpendicolare nelli triangoli di tre lati diuersi.

22 Per dimostrare quel terzo modo dato in fine della decimaterza per trouar il ponto doue cade la perpendicolare nelli triangoli di tre lati diuersi per schiuar tedio, & a render la nostra operatione, & dimostratione piu intelligibile, supponeremo un'altra volta il medesimo triangolo .a b c. che il lato .a b. sia .13. .b c. .14. & .a c. .15. onde per trouar il detto ponto sopra la basa .b c. per il detto terzo modo la regola vuol che si caui il quadrato del menor lato continente l'angolo .a. del quadrato del maggior, cioe .169. di .225. restaria .56. poi vuol che si parta il detto .56. per la basa .b c. cioe per .14. che ne vien .4. qual vuol che si aggionga alla basa sara .18. & di questo vuol che se ne pigli la mita, ch'e .9. per la distantia del .c. al .d. ouer vuol che si traga del detto .4. della detta basa, che restara .10. & di questo vuol che se ne pigli la mita, che sara .5. per la distantia del .b. al .d. hor per dimostrare la causa, perche cosi si habbia a sequire procederemo cosi.

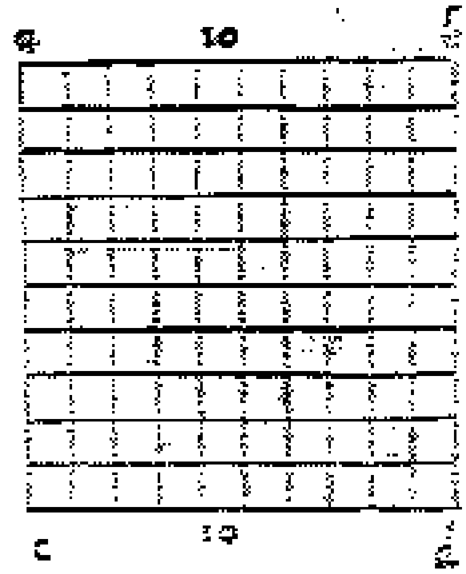


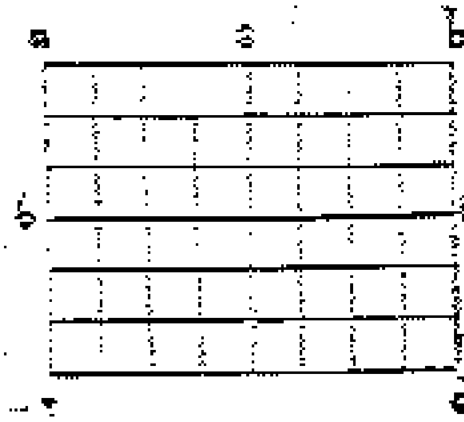
Perche maggior e il lato .a c. del .a b. maggior sara il cadimento .d c. del .d b. onde del .d c. ne sia cauato la parte .d g. che sia eguale alla linea .d b. & cosi sara diuisa la .b g. in due parti eguali in ponto .d. alla qual direttamente gli e aggionto la linea .g c. onde per la sesta del secondo di Euclide la multiplicatione della .g c. in tutta la .b c. col quadrato della linea .b d. e eguale al quadr. della linea .c d. adunque il quadrato della linea .d c. auanza il quadrato della linea .d b. (cioe il quadrato del maggior cadimento) nella quantita della multiplicatione della linea .g c. nella linea .b c. ma di sopra e stato dimostrato nell'altra figura, che l'auanzo del quadrato del cadimento .d c. al quadrato del cadimento .d b. e come la soprabondantia del quadrato del lato .a c. al quad. del lato .a b. e si come la multiplicatione del .g c. nel .b c. ma il quadrato del .a c. e .225. ch'auanza il quadrato del .a b. cioe .169. di .56. onde la multiplicatione del .g c. in .b c. e .56. doue che se .b c. e .14. sara .g c. .4. che trato il detto .4. della basa, cioe di .14. restara .10. per lo .b g. del quale la mita e .5. ch'e il menor cadimento.

Come

Come si misurano le quattro specie di figure parallelogramme si non rettangole, come rettangole, & altre. Cap. III.

1 PErche nel vndecimo, & vltimo libro della seconda parte, & anchora nel secondo libro della terza parte è stato detto, come che per la prima diffinitione, ouer suppositione del secondo di Euclide, l'area di ogni parallelogrammo rettangolo si trouaua dal dutto di l'uno di 2 lati contenenti l'angolo retto nell'altro, e pero non staremo a repplicar tal suppositione in questo luogo, perche saria cosa superflua, pur a tua memoria ti ho posto in margine il quadrato a b c d. che per ogni lato è 10 misure, & l'area di quello esser 100. di dette misure quadre, & similmente il tetragon longo a b c d. ch'è longo 8 misure, & largo 6. & l'area di quello esser 48. di dette misure superficiali, cioe quadre, & cosi procederai in simile questioni.

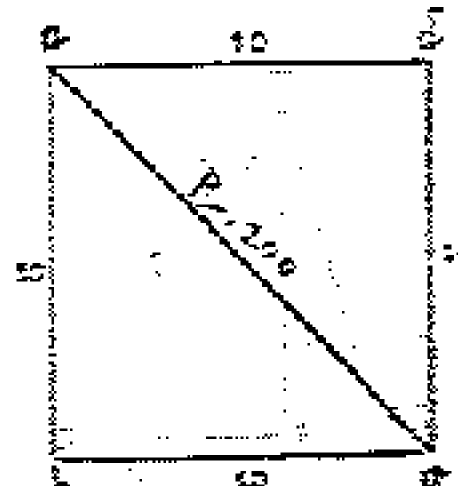




2 VOlendo per la notitia d'un lato d'un quadrato trouar il diametro di quello, quadra l'uno di suoi lati, & duplica tal quadrato, & la radice di quella duplicatione sara il diametro di quello. Essempi gratia sia il quadrato a b g d. che per ogni lato è 10 misure. Hor volendo per tal notitia trouare quanto sia il diametro a g. se ben consideri questa questione la non è altro, che dato vn triangolo rettangolo di duoi lati eguali, & che ciaschedun di detti duoi lati eguali sia 10. & per quelli trouar la sua hypotenusa, onde operando secondo l'ordine della penultima del primo di Euclide quadra l'uno di lati fa 100. duplicalo fa 200. & cosi il quadrato del diametro a g. sara 200. & la linea a g. sara la R 200. che è irrationale, & cosi concluderai il detto ricercato diametro a g esser R 200. che è il proposito.

3 VOlendo anchor per la notitia del diametro di vn quadrato trouar quanto sia il lato di tal quadrato.

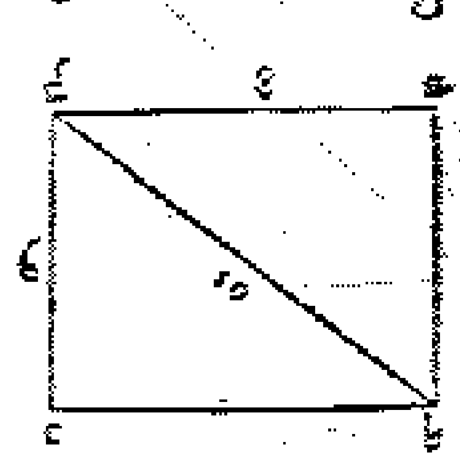
Quadra quel tal diametro noto, & tal quadrato parti per mita, & la R di tal mita sara il lato di tal quadrato. Essempi gratia essendo vn quadrato, che'l diametro di quello è R 200. & volendo per tal notitia ritrouar quanto sia il lato di tal quadrato, quadra il detto diametro, cioe la detta R 200. fara 200. pigliane la mita, che fara 100. & tanto sara il quadrato del lato del detto quadrato, & la R 100. che fara 10. fara il simplice lato di tal quadrato, & questa è il contrario della precedente. Et nota che se lato del quadrato è rationale sempre il suo diametro sara irrationale incommensurabile al lato di tal quadrato. Et se per sorte il diametro di vn quadrato sara rationale, egliè necessario che il lato di tal quadrato sia irrationale incommensurabile al diametro del detto quadro, & tutto questo si dimostra sopra la nona del decimo di Euclide.



4 SE per la notitia di duoi lati d'un rettangolo, detto tetragon longo vorrai trouare il diametro di quello, procederai come fu fatto nelli triangoli rettangoli, cioe quadra li duoi lati contenenti l'angolo retto, & la radice della summa di detti duoi quadrati sara il diametro di quello. Essempi gratia sia il rettangolo a b c d. che'l lato a d. è 8. & il lato a b. è 6. volendo trouare il diametro d b. quadra 8. fa 64. quadra anchora 6. fa 36. summa questi duoi quadrati fara 100. & la radice di 100. (ch'è 10.) sara il diametro d b. ch'è il proposito.

Nota che in queste specie di rettangoli, alle volte puo esser rationali li lati, & anchora il diametro, ma rari sono quelli, che habbia questa conditione.

5 SE per la notitia del diametro d'un tetragon longo, & di vno delli 2 suoi lati vorrai trouar l'altro lato incognito quadra il diametro, & di quello cauane il quadrato di quel lato cognito, & la radice del rimanente sara l'altro lato. Essempi gratia sia il tetragon longo, o vuoi dir rettangolo. a b c d. del qual supponemo che ne sia noto solamente il diametro d b. esser 10. & il lato d c. esser 6. & volendo per tal notitia trouare quanto sia il lato a d incognito, quadra 10 fa 100. quadra anchora 6 fa 36. cauato di 100. & restara 64. & cosi la radice di 64. ch'è 8 sara il lato a d. ch'è il proposito.

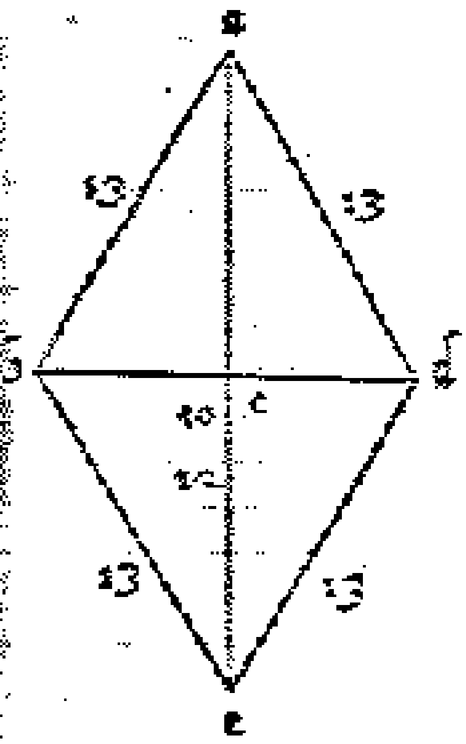


Io cerco di proporti le questioni, che venghino rationali, per tua maggior intelligentia, ma con il medesimo ordine procederai in quelle che ti venissero irrationali.

Molte questioni si poria addure sopra di rettangoli, lequali mi riserbo a porle nella nostra Algebra, perche in questo luogo non intendo di mostrarti, saluo le regole communne di geometria, cioe le ordinarie, & necessarie di saper per misurar li corpi, & altro.

Della misuratione di Rhombi, & Rhomboidi, o vogliam dire Helmuaim, & simili Helmuaim.

6 LI Rhombi (quali deriuano dal quadrato) a volerli misurare bisogna hauer notitia di l'uno di suoi diametri insieme con il suo lato, ouer che bisogna hauer notitia di ambidui li suoi diametri, delliquali diametri sempre l'uno è maggior dell'altro, perche se li duoi diametri fussero eguali el non saria Rhombo, ma quadrato.



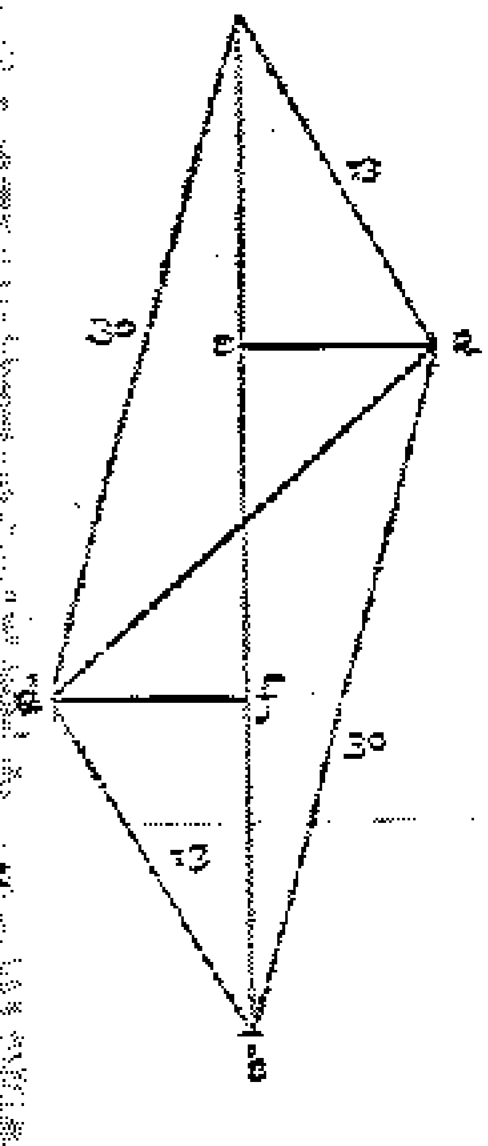
Sia adunque il rhombo a b c d. che sia per ciascun lato 13. egli è impossibile per la simplice notitia di suoi lati trouar l'aria sua superficiale, perche tal aria può variar in infiniti modi secondo il variar, che possono li duoi diametri fra loro. E per tanto supponeremo che ne sia noto il diametro menore b d. esser 10. per laqual notitia il detto rhombo vien a esser diuiso in duoi triangoli di duoi lati equali, i quali triangoli l'uno è il triangolo a b d. & l'altro c d b. delli quali habbiamo noto, che la basa di ciaschedun di quelli è 10. & l'uno, & l'altro delli suoi duoi lati è 13. e però per trouar la perpendicolare a e, ouer c e. di ciaschedun di loro procederemo per la regola sua, cioè quadraremo l'un di lati, che è 13. fara 169. & di questo ne cauaremo il quadrato della mita della basa b d. laqual mita sara 5. il cui quadrato è 25. qual trato di 169. restara 144. & così la R 144. che sara 12. sara la detta perpendicolare a e, ouer c e. per trouar mo l'aria di l'uno di detti triangoli, gia sai che bisogna multiplicar la mita della perpendicolare fia tutta la basa b d. ma perche li detti duoi triangoli sono equali fra loro, & perche a multiplicar tutta la perpendicolare a e. in tutta la basa b d. ne dara il doppio del triangolo a b d. il qual doppio vien a esser l'aria di tutto il detto rhombo a b c d. multiplicando adunque la perpendicolare a e. ch'è 12. fia la basa b d. ch'è 10. fara 120. per l'aria del detto rhombo, ch'è il proposito.

Ma quando che solamente li duoi diametri d'un rhombo ne fussero noti, & che per tal notitia volessemo trouare la superficie di tal rhombo, ne basta a multiplicare (per le ragioni adutte di sopra) l'uno di duoi diametri, qual ne pare per la mita dell'altro, & lo auenimento sara l'aria del detto rhombo. Essempi gratia ponemo che del sopradetto rhombo ne sia noto il diametro b d. esser 10. & il diametro a c. esser 24. volendo, mo per tal notitia trouar l'aria del detto rhombo dico, che basta a multiplicar 24. per la mita di 10. ch'è 5. ouero a multiplicar 10. per la mita di 24. ch'è 12. che per l'una, & l'altra via fara 120. per l'aria del detto rhombo, ch'è il proposito.

Ma volendo per la notitia di detti duoi diametri trouar il lato del detto rhombo, quadra la mita di 24. ch'è 12. che fara 144. quadra anchora la mita di 10. (ch'è 5.) fara 25. aggiongi questi duoi quadrati insieme fara 169. & la R 169. (ch'è 13.) sara il lato del detto rhombo.

Molte questioni si poria addure sopra li rhombi, lequal mi riserbo a narrarle nella nostra Algebra.

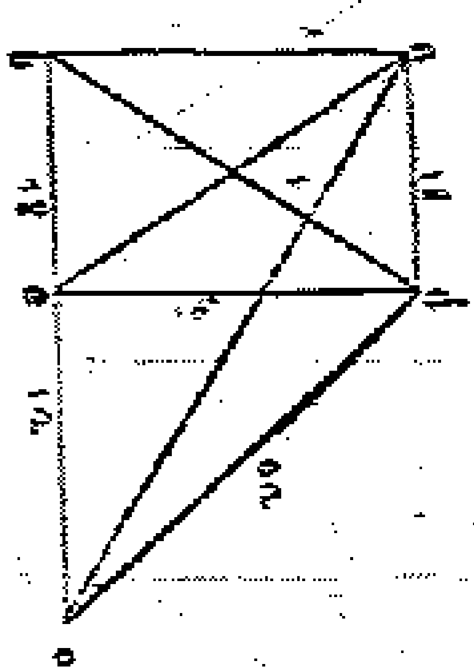
7 Il Rhomboidi, o vuoi dire simile Helmuain (quali deriuano dal tetragon longo) volendoli misurare, egli è necessario (come fu detto del rhombo) hauer notitia delli soi lati, & di uno di soi duoi diametri, il qual diametro lo resolue in duoi triangoli di tre lati diuersi, delliquali di ciascun di loro, veneremo hauer notitia di detti tre lati, e però per le regole date sopra di triangoli di tre lati diuersi potremo trouar l'aria di ciaschedun di detti duoi triangoli, & consequentemente di tutto il detto rhomboide. Essempi gratia sia il rhomboide a b c d. del quale li duoi lati a b. & c d. supponemo che ciaschedun di loro sia 30. & ciaschedun de gli altri duoi, cioè a c. & b d. sia 13. & il diametro b c. supponemo che sia 37. hor volendo per tal notitia trouare quanto sia la superficie di tal rhomboide, tu vedi che il detto diametro b c. ha risolta tal figura in li duoi triangoli a b c. & c d b. delliquali duoi triangoli tu hai noto li tre lati di ciascun di quelli, perche l'uno è 30. l'altro 13. & la basa b c. 37. & perche il quadrato della detta basa b c. (qual quadrato saria 1369.) è maggiore della summa di quadrati de gli altri duoi lati, laqual summa saria 1069. e però ciaschedun di detti duoi triangoli sara ambligonio, & l'angolo a. sara ottuso, & similmente l'angolo d. e però trouando l'aria di ambiduoi quelli per qual si voglia delle regole date sopra tal specie di triangoli se hauera la superficie di tal figura rhomboidica, & se tal superficie vorrai trouar con il cathetto, o vuoi dir perpendicolare di tali triangoli, se la farai cascar dal angolo ottuso sopra la basa b c. trouarai che la cascara di dentro del triangolo, come si vede cascar la a e. ouer d f. & così il dutto di tutta una de dette perpendicolari in tutta la basa b c. ne dara l'aria di tutta la detta figura rhomboidica, cioè del doppio di uno di detti duoi triangoli, ch'è il medesimo. E per tanto procedendo per qual modo si pare trouarai, che il ponto e. del cadimento della perpendicolare a e. sara lontano dal ponto c. $8\frac{23}{37}$, & il medesimo sara la b f. & qual si voglia delle due perpendicolari a e. ouer d f. trouarai esser $9\frac{27}{37}$, laqual perpendicolare (quale hauerai trouata) multiplicata fia tutta la basa b c. ch'è 37. fara 360. per il doppio de l'aria de qual triangolo di tal perpendicolare, & perche li detti duoi triangoli a b c. & b d c. sono equali fra loro, tal doppio di l'uno sara equale a l'aria di tutta la detta figura rhomboidica a b c d. che è il proposito.



Al medesimo modo haueresti proceduto quando che ti fusse stato noto il diametro menore, cioè il diametro a d. perche medesimamente haueresti diuiso il detto rhomboide nelli duoi triangoli a c d. & a b d. ossigoni, che di ciascun di quelli haueresti hauuto notitia di tutti tre li lati di ciascuno di loro, e però trouando l'aria di ambiduoi quelli per alcuna delle regole date haueresti trouato tal medesima aria del detto rhomboide esser medesimamente 360. che saria pur il proposito.

Come

Come si misurano quelle specie di helmuariffe, ouer trapezie detti capi tagliati, & doppi capi tagliati. Cap. IIII.



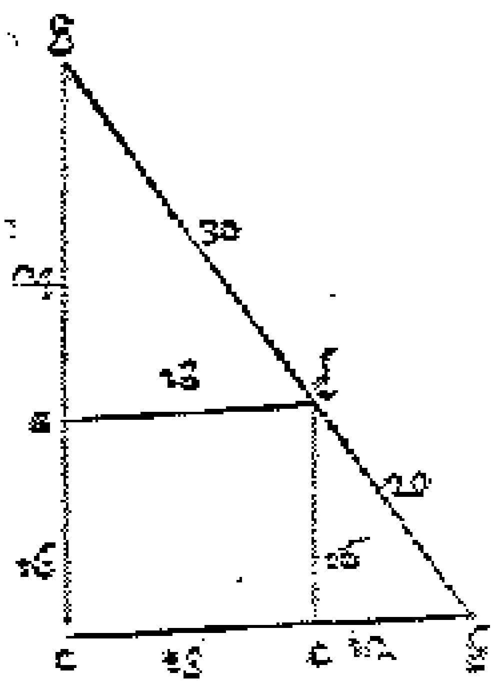
1 ANchor che nella terza parte sia dimostrato il modo di misurar li capi tagliati, & li doppi capi tagliati formati con l'instrumento del squadro sopra il misurar di terreni, non dimeno in questo luogo dimostraremo, come che si misurano geometricamente, & massime in absentia di quelle, ouer quando che sono base di alcune specie di corpi, talmente che il tutto non si puo cosi manualmente misurare, & massime li doppi capi tagliati.

Supponeremo adunque, che sia il capo tagliato a b c d. cioe che il lato a d. sia equidistante al lato b c. & sia l'angolo b. retto, & supponeremo che di tal capo tagliato ne sia incognito il lato a b. & che quello manualmente non lo potiamo misurare per varij accidenti, ma che gli altri lati ne siano cogniti, delliquali a d. è 18. b c. 30. & d c 20. hor volendo per tal notitia saper trouar l'aria superficiale del detto capo tagliato. Egli è manifesto per le cose dette nel misurar di terreni, che bisogna che sappiamo quanto sia il lato a b. a noi incognito, ouer perpendicolare d e. a quel eguale, per trouar adunque la detta perpendicolare d e. egli è manifesto (per la 34 del primo di Euclide) che la b e è eguale alla a d. e pero sara 18. onde la e c. vien a esser 12. & perche il triangolo d e c. è rettangolo, & di quello habbiamo nota la hipotenusa d c. esser 20. & il lato e c. 12. per trouar adunque il lato d e. quadraremo 20. & fara 400. & di quello ne cauaremo il quadrato del e c. che fara 144. & restara 256. & cosi la R 256. che è 16 sara il lato d e. & similmente a b. per laqual notitia facilmente per la regola data sopra del squadrar di terreni hauremo l'aria di tal figura, cioe summaremo il lato a d. con il lato b c. fara 48. & di quello ne toremo la mita, che fara 24. per la larghezza media, & questo 24 lo multiplicaremo per la longhezza a b. ouer d e. che è 16. fara 384. per l'aria del detto capo.

2 ANchora dapoi che si hauera trouata la perpendicolare d e. esser 16. si poria trouar l'aria del triangolo d e c. rettangolo, cioe multiplicando la mita del d e. che è 8. sia la basa e c. che è 12 fara 96 per l'aria del detto triangolo d e c. Et dapoi trouaremo l'aria del rettangolo a b e d. qual è longo 16. & largo 18. la cui aria fara 288. quale aggionta con 96 del triangolo fara 384. si come per l'altro modo, ch'è il proposito. Non ti marauigliar si ho posto quel 18 (maggior quantita) per larghezza, & quel 16 per longhezza, che questo non importa alla operatione.

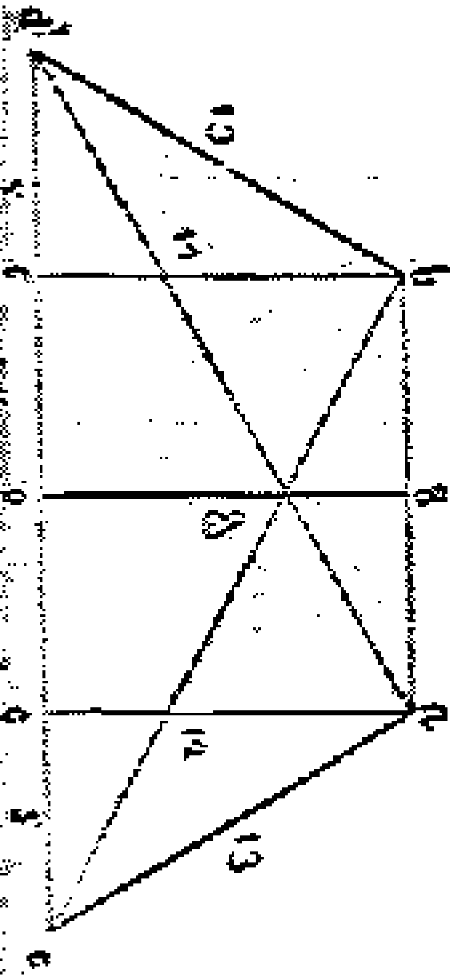
3 ANchora dapoi che hauerai trouato a b. ouer d e. esser 16. & che'l ti fusse di bisogno di saper la quantita della linea a c. quadra il lato a b. il qual quadrato fara 256. quadra anchora la b c. il cui quadrato fara 900. summa questo 900. con 256. fara 1156. & la R 1156 (che fara 34) sara la hipotenusa a c. Et se ti paresse anchora di voler trouar la hipotenusa b d. ouer b d. summa il quadrato di 16 (ch'è 256) con il quadrato di 18 (ch'è 324) fara 580. & cosi la R 580. sara la detta hipotenusa b d. ouer d b. laqual è irrationale.

4 ALcuni vogliono che un capo tagliato sia detto capo tagliato da uno triangolo, dalquale gli sia stata tagliata via la ponta con una linea equidistante alla basa, si come che s'intende anchora delle piramide tronche, la cui openione non è da biasimare, e pero si per misurar tai capi tagliati, come per molti altri negocij bello, & utile è a saper trouar lo integro triangolo, dalquale tal capo tagliato vien detto capo tagliato.



Sia adunque il capo tagliato a d c b. che il lato d a. sia pur 18. (si come nella precedente) & il lato b c 30. & il lato d c 20. & la d e. ouer a b. 16 trouata, per il modo dato nella precedente. Hor volendo trouar la quantita di tutto il triangolo g b c. si delle linee, come della superficie di quello, perche tutto il triangolo g b c. (per la quarta del sesto di Euclide) è di lati proportionali al triangoletto d e c. e pero per la regola del tre diremo, se 12 della basa e c. mi da 16 (per la perpendicular d e) che mi dara 30 (della basa b c.) opera che trouarai, che ti dara 40 per tutto il lato g b. dalqual trattone a b. cioe 16. restara 24 per la linea a g. volendo anchor trouar la d g. dirai, se 12 (della basa e c.) mi da 20 (per la hipotenusa c d) che mi dara 30 (della basa b c.) opera che trouarai, che ti dara 50 per tutta la hipotenusa g c. dallaquale trattone la d c. che è 20. restara 30. per la linea d g. & cosi hauerai trouato li lati di tutto il triangolo g b c. & anchora quelli della parte tagliata g d a. Molti costrutti di questa operatione si cauano nel misurar con l'aspetto una distantia, ouero un'altezza, ouero profondita, come si manifesta in parte nella nostra noua scientia.

Volendo anchora per questa via determinare l'aria del detto capo tagliato a d b c. trouaremo l'aria di tutto il triangolo g b c. che per la sua regola trouarai quella esser 600. poi trouaremo anchora l'aria della parte tagliata, cioe del triangolo g d a. che per la sua regola trouarai esser 216. qual sottrandola del tutto, cioe da 600. restara 384. per l'aria del detto capo tagliato a d c b.



5 Supponemo anchora che sia il doppio capo tagliato a b c d. che il lato a b. sia 8. & equidistante al lato c d. qual sia 18. & ponemo che l'uno, & l'altro di due lati a c, & b d. sia 13. Et perche non siamo personalmente sul sito, ma absenti, over che siamo sul sito, ma siamo impediti da diversi accidenti di poter misurare la longhezza di tal doppio capo tagliato, e per tanto volendo per la notitia di detti circonstanti lati trovar la superficie di quello, & perche tal superficie non si puo sapere (per le regole date nel squadrar di terreni) senza la notitia della sua longhezza, laqual longhezza veniria a esser la perpendicolare a e. over b f. hor per trovar la detta perpendicolare a e. over b f. cavaremo 8. (menor testa) da 18. maggior testa restara 10. & la mita di questo 10. che e 5. sara c e. & l'altra mita di questo 10. che e pur 5. sara f d. & perche il triangolo b f d. e rettangolo, per esser l'angolo f. retto, dal quadrato della hipotenusa b d. che sara 169. ne cavaremo il quadrato della f d. che sara 25. restara 144. & cosi la radice 144. (che e 12) sara la perpendicolare b f. il medesimo seguira della a e. dapoi che trovato habbia la detta longhezza di tal doppio capo tagliato, trovaremo l'aria sua per la sua regola data nel squadrar di terreni, cioe summa la testa a b. con la testa c d. & fara 26. la cui mita sara 13. per la testa mezzana, quala multiplicarai per la longhezza b f. over a e. che e 12. fara 156. & cosi 156 sara la superficie del detto capo tagliato, che e il proposito.

Anchora dapoi che si havera trovata la longhezza, over perpendicolar a e. over b f. per trovar l'aria del detto doppio capo tagliato, si poteria pigliar l'aria del rettangolo a b f e. che sara 96. & summarla con l'aria di duoi triangoli rettangoli a e c. & b f d. che sara 60. che in summa fara 156. si come per l'altro modo.

6 Ma se ti occorresse di voler sapere anchora la distantia, che e dal ponto a. al ponto d. over dal ponto b. al ponto c. nel detto doppio capo tagliato, dapoi che haverai trovato (per le regole date di sopra) le due perpendicolari a e. & b f. per trovar la a d. summa il quadrato della a e. che e 144. con il quadrato della e d. che e 169. fara 313. & la R 313. sara la distantia dal a. al d. il medesimo sara quella che sara dal b. al c. lequal distantie irrationali practicamente parlando.

7 Se ti paresse anchora di voler trovare quanto sia lontano il ponto g. della intersegatione delle due linee a d. & b c. dal ponto a. & dal ponto b. tu procurarai con la mente una perpendicolare dal ponto g. sopra la c d. laquale necessariamente (in questo caso) cadera nel mezzo della basa c d. cioe lontana 9. dal ponto c. & 9. dal ponto d. & perche tal perpendicolare (per la seconda del sesto di Euclide) sega li duoi lati a d. & c d. del triangolo a c d. proportionalmente, diremo per la regola del tre, se 13 (cioe d e.) mi da R 313 per il lato a d. che mi dara 9. (distantia dal d. al cadimento di mezzo) & cosi operando trovaremo che ne dara R 150 $\frac{3}{169}$ per la distantia d g. & questa medesima sara dal g. al c. per trovar anchora la distantia dal a. al g. over dal b. al g. dirai, se 13 (cioe la d e.) mi da 4 (dal e. al cadimento di mezzo) che mi dara R 313 opera che ti dara R 29 $\frac{107}{169}$, & tanto sara distante il ponto g. dal ponto a. over dal ponto b. che e il proposito.

8 Et se ti paresse di voler trovare quanto sia lontano il ponto g. dal ponto di mezzo della linea a b. dal quadrato della linea a g. (che sara 29 $\frac{107}{169}$) ne cavarai il quadrato della mita della linea a b. che sara 16. restara 13 $\frac{107}{169}$, & cosi la R 13 $\frac{107}{169}$ sara lontano il ponto g. dal ponto di mezzo della detta linea a b.

Similmente volendo la distantia del detto ponto g. dal ponto di mezzo della linea c d. dal quadrato della linea g c. (che sara 150 $\frac{3}{169}$) ne cavarai il quadrato della mita della linea c d. che sara 81. restara 69 $\frac{3}{169}$, & cosi la R 69 $\frac{3}{169}$ sara distante il detto ponto g. dal ponto di mezzo della detta linea c d. che e il proposito.

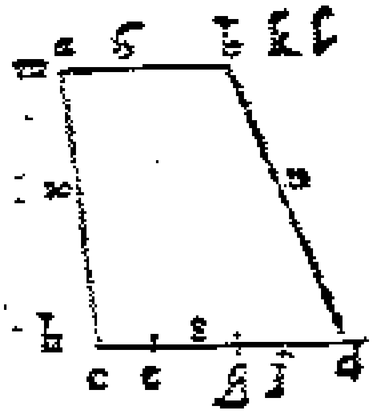
9 Anchora che desiderasse di voler sapere la distantia del ponto, dove andariano a concorrere le due linee c a. & d b. che le protraesse in diretto dalla banda verso a. & b. la qual cosa non e altro di quello fu detto nella quarta, cioe un voler trovar la parte tagliata del triangolo, dove deriva tal doppio capo tagliato, onde per trovar tal ponto bisogna considerare, che se insieme con le dette due linee a c. & d b. sara anchora protratta la perpendicolare, che passa per il ponto g. & per il mezzo delle due linee a b. & c d. tutte tre concorreranno in un medesimo ponto, il qual concorso se con la mente lo considerarai, tu vederai tutto il gran triangolo esser diviso in duoi triangoli rettangoli da quella perpendicolare, che passa per il ponto g. & per il mezzo delle due linee a b. & c d. & l'uno, & l'altro di detti duoi triangoli rettangoli (per le medesime ragioni, che fur dette sopra la quarta di questo capo) sara simile a l'uno, & l'altro delli duoi triangoli a e c. & b f d. & di lati proportionali, e pero per trovar il detto ponto del concorso procederemo, come fu fatto nella detta quarta dicendo, se 5 (cioe la

d f.) mi da 12. (per la perpendicolare f b.) che mi dara 9. (della basa, che è dal f. al ponto di mezzo della linea c d.) onde operando si trouara, che dara $21\frac{3}{5}$, & cosi il detto ponto del concorso sara lontano dal ponto di mezzo della linea c d. $21\frac{3}{5}$, dalqual trattone 12. per la distantia di duoi ponti di mezzo delle dette 2 linee a b. & c d. restara $9\frac{3}{5}$, & tanto sara lontano il ricercato ponto del concorso dal ponto di mezzo la linea a b. & se ti paresse di voler trouare quanto sara distante il detto ponto del concorso dal ponto a. ouer dal ponto b. tu dirai per se 5 (basa d f.) mi da 13 (hipotenusa f b.) che mi dara 9 (mita della linea d c.) opera che ti dara $23\frac{2}{5}$, & tanto sara distante dal ponto d. dalqual $23\frac{2}{5}$ trattone la d b. cioe 13 restara $10\frac{2}{5}$, & tanto sara distante dal ponto b. ouer dal ponto a. che è il proposito.

10 ET cosi se ti paresse di voler trouare per questa via l'aria del detto capo tagliato, trouarai l'aria di tutto il gran triangolo, che la sua basa sara la c d. cioe 18. & la perpendicolare sara il sopradetti $21\frac{3}{5}$, onde l'aria saria $194\frac{2}{5}$, poi di questa aria ne cauarai l'aria del triangolo tronco, che la sua basa sara la a b. cioe 8. & la perpendicolare sara $9\frac{3}{5}$ (come di sopra fu detto) onde l'aria saria $38\frac{2}{5}$, quale tratta di $194\frac{2}{5}$ restara 156. per l'aria del detto doppio capo tagliato, come per l'altro modo fu anchor trouato, che saria il proposito.

11 SIa anchora il doppio capo tagliato a b c d. delqual la linea, ouer testa a b. è 6. & è equidistante alla basa c d. laqual è 8. & il lato b d. è 11. & la a c. 10. hor volendo con tal simplice notitia determinare l'aria di tal doppio capo tagliato.

Tu sai per le ragioni adutte nel squadrar di terreni, che'l non si puo determinare la superficie di tal figura, che non ha notitia di l'uno di diametri, ouer della longhezza sua, laqual longhezza non è altro, che vna linea dutta dal ponto a. ouer b. perpendicolar sopra la linea c d. laqual perpendicolare in questo caso si suppone, che la non si possi misurare attualmente, o per esser basa di qualche eminente fabrica, ouer per non esser, ne poter esser l'operante personalmente sul fatto, per trouar adunque tal longhezza si puo procedere per due vie, l'una è questa, dalla linea c d. ne cauaremo con la mente la parte c f. tal che la f d. venira a esser 2. & se dal ponto b. al ponto f. imaginaremo, che vi sia tirata vna linea, tal linea sara necessariamente 10. si come che è la a c. perche le linee che congiongano le due, & due estremita di due linee equali, & equidistante, e gli è necessario (per la 33 del primo di Euclide) che le siano equali, & equidistanti, adunque la detta imaginata linea b f. sara 10. & cosi hauemo formato nella nostra mente il triangolo b f d. che il lato b f. sara 10. f d. sara 2. & b d. 11. delqual triangolo b f d. se imaginaremo la sua perpendicolar cascante dal suo angolo b. sopra il lato d f. trouaremo che quella cadera di fuora del triangolo b f d. sopra la linea f c. (per esser l'angolo d f b. ottuso) e per tanto procedendo per la regola data sopra la decimaquarta del primo capo, trouarai che il cadimento di tal perpendicolare sopra la detta linea f c. qual sia il ponto g. sara lontano $4\frac{1}{4}$ dal ponto f. & proseguendo trouarai tal perpendicolare b g. esser radice $81\frac{15}{16}$, & tanto sara la longhezza del detto doppio capo tagliato, hor che trouato habbiamo tal perpendicolare, ouer longhezza facilmente si concludera il proposito, cioe summando a b. con c d. (che fara 14.) & pigliarne la mita, che è 7. per la mezzana larghezza, quale multiplicandola fia la sua longhezza, che sia R $81\frac{15}{16}$ sara radice $4014\frac{15}{16}$, & tanto sara la superficie del detto doppio capo tagliato.



La seconda via è quasi simile a questa detta di sopra, cioe dalla linea c d. ne cauaremo pur con la imaginatione la linea e d. equale alla a b. per il che la linea c e. venira pur a restar 2. onde immaginandosi vna linea protratta dal a. al e. tal linea a e. (per la detta 33 del primo di Euclide) veniria esser 11. si come che è la b d. onde hauemo per vn triangolo ambligonio, delqual la imaginata linea a e. sara 11. & il lato c a. sara 10. & il lato e c. 2. & l'angolo c. sara l'ottuso. Hor tu dirai, bisogna trouar la perpendicolare di tal triangolo a c e. cascante dal angolo a. sopra il lato c e. ma per esser l'angolo c. ottuso, tal perpendicolare cascara fuora del detto triangolo a c e. dalla banda del c. sopra la e c. protratta in tal verso, onde procedendo secondo la regola data sopra la decimaquarta del primo capo, cioe trouando prima il ponto (sopra tal linea e c. protratta) doue debbe cader tal perpendicolare, la regola di trouar tal ponto fu data sopra la detta decimaquarta (per la duodecima del secondo di Euclide) & se te l'hai scordata valla riuede, & trouarai poi tal ponto (qual sia il ponto h.) esser lontano dal angolo c. $4\frac{1}{4}$, si come fu anchora il ponto g. lontano dal ponto f. e pero trouarai poi la perpendicolare a h. esser medesimamente R $81\frac{15}{16}$, quale multiplicata nella mita della summa delle due teste a b. & c d. laqual mita sara pur 7. si come per l'altra prima via, & l'aria sara pur R $4014\frac{15}{16}$, come per l'altra via fu trouata, ch'è il proposito.

Per la terza via voglio, che la linea a b. sia protratta con la immaginatione dalla banda del b. fino in ponto k. talmente che a k. sia 8. si come la c d. tal che tirando anchora con la immaginatione vna linea dal k. al d. tal linea k d. (per la sopra allegata 33. del primo di Euclide) sara equale alla a c. cioe sara 16. & cosi haueremo il triangolo b k d. ambigonio, che il lato k d. sara 10. & il b d. sara 11. & b k. 2. & l'angolo K. sara ottuso, onde trouando la perpendicolare di quello cascante dal angolo d. sopra la b k. protratta, onde procedendo, come nelle due precedenti è stato fatto, si trouara il ponto del cadimento di tal perpendicolar (qual pongo sia il ponto l.) esser lontano dal ponto K. pur 4 1/2, si come nelle due passate vie, & la perpendicolare d l. sara pur R 81 3/4, & l'aria del detto doppio capo tagliato esser medesimamente R 4014 3/4, si come per l'altre vie.

La quarta, & vltima via saria ad allongar la medesima linea a b. dalla banda del a. verso m. tanto, che m b. fusse 8. cioe eguale alla c d. onde la a m. veniria a esser 2. onde tirando la m c. tal linea c m. (per la 33 del primo di Euclide) veniria a esser 11. si come la b d. & cosi haueremo il triangolo m a c. che il lato m c. sara 11. a c. 10. & a m. 2. & l'angolo m a c. ottuso, onde trouando la sua perpendicolare cascante dal angolo c. sopra il lato m a b. si trouara il tutto, si come per l'altre vie, cioe il ponto del cadimento esser lontano 4 1/2 dal ponto a. verso b. & cosi la perpendicolare, & la sua superficie, come nelle altre tre vie, le qual quattro regole, se ben le considerarai ti seruiranno per trouar la longhezza, di qual si voglia obliquissimo doppio capo tagliato, anchor che tal longhezza, ouer perpendicolare alle volte si potria trouar, che cascaria fuora di tal figura, come interuiene anchora nelli triangoli ambigonii, ma questo non importa, perche cascano, come si voglia sempre sono longhezza, o vuoi dir larghezza di quel tal doppio capo tagliato, ma tornando al nostro primo proposito, volendo anchora saper li diametri del sopra notato doppio capo tagliato a b c d. cioe saper quanto sia dal ponto b. al ponto c. ouer dal ponto a. al ponto d. non dubito che da te lo saperai trouare, perche sapendo che la mentional perpendicolare b g. è R 81 3/4, & che la g c. è 1 1/2, onde la hipotumissa b c. veniria a esser R 85. Similmente per trouar l'altro diametro, gia sai che la perpendicolare dal a. al h. esser pur R 81 3/4, & tutta la h d. esser 1 1/2, onde la hipotumissa a d. veniria a esser R ... che sara il proposito.

Io non ho voluto tirar le perpendicolari con inchiostro, ne manco le linee b k. l. e. a m. e c. m. ne anchora li duoi diametri. b c. & a d. perche tante linee haueria generato confusione, e pero non te ne ammirare.

Anchora perche chi protraesse le due linee c a. & d b. in dritto dalla parte del a. & b. (per la petitione di Euclide) senza dubbio concorreranno insieme, e per tanto volendo trouar quanto sara tal ponto del concorso lontano dal ponto b. (per retta linea) & similmente dal ponto a. cauarai la a b. della c d. & resta 2. poi dirai se 2 mi da 6. che mi dara 11. & che mi dara 10. opera che trouerai, che ti dara 33. & cosi 33. sara lontano il detto ponto del concorso dal ponto b. per linea retta, & trouerai che 10 ti dara 30. & cosi il detto ponto del concorso sara lontano dal ponto a. 30. che è il proposito, la causa di questa operatione cauamo dalla seconda propositione del sesto di Euclide, & dalla diffinita proportionalita, che se non ignorarai tal numero son certo, che tu la comprenderai.

10 QVando che di vna figura di quattro lati, i quali niuno di detti quattro lati è equidistante ad alcuni de gli altri, tal specie di figura trapeziale, non è connumerata fra li capi tagliati, ne doppij capi tagliati, & niuna di dette figure in absentia di quella, per la simplice notitia di suoi quattro lati, è possibile di poter trouare l'aria, ouer superficie sua, anzi oltra la notitia di vno di suoi quattro lati bisogna anchora hauer notitia di suoi duoi diametri, ma noto che haueremo li detti quattro lati, & vno di suoi duoi diametri, facil cosa è a concluder il proposito, perche tal figura sara risolta in duoi triangoli, dal detto diametro, & dell'vno, & dell'altro duoi triangoli haueremo noto ciascheduno suo lato, e pero trouando l'aria di ciascheduno di quelli, & la summa di tai due arie sara l'aria di detta figura quadrilatera, ouer trapeziale, che per esser da se facile non ti adduco essempio in figura.

Come si misurano le figure equilatere, & equiangole di piu di quattro lati, ouer angoli. Cap. V.

pentagono

1 LE figure rettilinee di piu di quattro lati, & angoli sono infinite, quelle di cinque lati, & angoli da greci sono dette pentagoni, & quelle di 6. essagoni, & cosi quelle di sette settagoni, & quelle di otto ottagoni, & quelle da 10 decagoni, & cosi discorrendo. Et tutte queste specie di figure sono di due specie, cioe alcune sono di lati, & angoli equali, & queste sono sempre circonscriuibile da vn cerchio, cioe che sempre ponno esser circonscritte da vn cerchio.

Tutte queste specie di figure in materia, essendo personalmente in fatto, & che si possino misurare manualmente secondo, che fa dibisogno, si ponno misurare procedendo naturalmente, come fu detto sopra il misurare, & squadrare di terreni, salizzati, & muri, cioe risoluendo tal figura in

triangoli,

triangoli, ouer anchora in capi tagliati, & doppi capi tagliati, come in quel luogo si faceua delle altre, & se tai figure fussero di molta grandezza le perpendicolari, si di triangoli, come di capi, & doppi capi tagliati si debbono trouare con l'instrumento del squadro, & in quelle di mediocre grandezza si debbono trouar con la squadra delli murari, & con il spago detto lenzarolo, con il quale segnano le linee, ma nelle figure picciole, tai perpendicolari si debbe tuor ad occhio, pero che nelle simili non si puo causar errore, che sia di momento, ne da tenerne conto appresso delli naturali.

Ma perche la maggior parte delle volte tai figure, & massime le equilatere, & equiangole sono specialmente considerate dal geometrico incluse in qualche corpo, come che sopra di corpi regolari al suo luogo s'intendera, & alle volte sono considerate in circolo (come si manifesta nel Almagesto di Ptolomeo, doue si tratta di archi, & corde) & infiniti altri luoghi, imaginate talmente che alle volte non potemmo misurarle manualmente, ma per certe dimensioni fatte con la imaginatione a nostro arbitrio, non potemmo alcune volte hauer notitia, eccetto che delli suoi lati, alcune volte solamente del diametro del circolo, che le circonscriue, alcun'altre volte non si puo hauer notitia, eccetto che della linea, che sotto tende a l'uno di suoi angoli, & cosi discorrendo. Et pero si sono ingegnati li nostri antichi speculatori geometrici, & massime il nostro precettor Euclide da inuestigare dimostratiuamente la conuenientia, ouer proportione che hanno li loro lati, con il diametro del circolo, & con la linea, che sotto tende a l'un di suoi angoli, con laquale hauendo notitia di vna di dette quantita facilmente si puo venir in cognitione delle altre, come che nel nostro processo s'intendera.

Ma per farti venire in tal cognitione, egli e necessario (per causa della figura Pentagona equiangola, & equilatera, & altre da quella dependenti) che prima ti dichiari con essempi di numeri, & tu dichi le prime dodici propositioni dimostrate specialmente dal detto Euclide nel suo decimo terzo libro insieme con alcune altre del suo decimoquarto libro, & per esser questa parte vna delle alte, & sottil materie, che in pratica operar si possa a te e necessario a starui con lo intelletto molto attento.

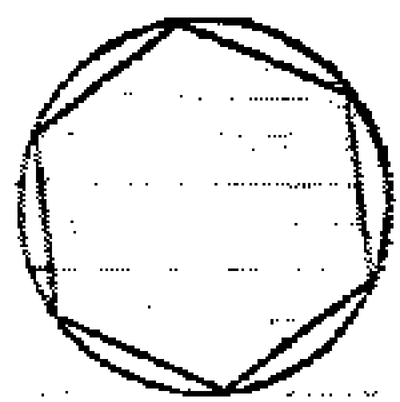
Commendatione della proportione hauente il mezzo, & duoi estremi.

1 SE ben ti aricordi in fine del sesimo libro della seconda parte fu promesso a parlare (in questo libro di geometria) della eccellentia, & mirabili effetti di vna singolare, & solitaria specie di proportione irrationale, non puoco remota dalle altre specie di proportioni, laquale da Euclide nella terza diffinitione del suo sesto libro e detta proportione, hauente il mezzo, & duoi estremi, laqual proportione e di tanta virtu, & eccellentia, che non solamente si vede che tutto quello che ha detto, & trattato Euclide in tutti li suoi 13. ouer 15. libri e fatto per manifestare la proprieta di tal proportione circa alla speculatione, & costruttione di corpi regolari, come al suo conueniente luogo s'intendera, ma anchora sensatamente si vede, che senza la notitia di quella, & di suoi mirabili effetti giamai quel principe degli astronomi Ptolomeo Alessandrino haueria potuto formare quelle sue tauole di archi, & corde nel suo stupendo Almagesto, lequali in vero sono il principale fondamento di tutta la scientia della astronomia, Cosmographia, & Geographia, come che in altro luogo (a Iddio piacendo) si fara manifesto.

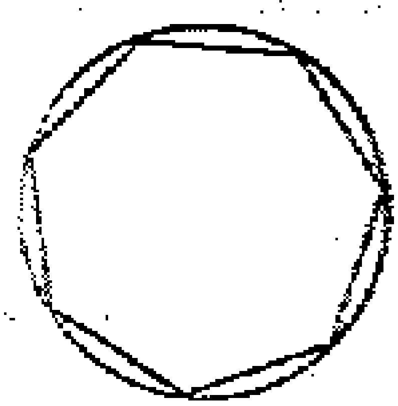
Regola generale da saper diuidere praticalmente con numeri, & radici vna quantita secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi.

2 EVclide nella vndecima del suo secondo libro, & anchora nella trentesima del sesto c'insegna, & dimostra il modo da diuidere geometricamente vna linea secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & noi dimostraremo a essequir tal effetto con numeri, & radici, nonobstante che questo medesimo in sostanza habbiamo dimostrato nella vndecima del sesto libro della seconda parte, ma sotto altre parole, ma non restaro da replicarlo quiui, & piu abondantemente per esser piu suo conueniente luogo. Et per tanto volendo diuidere vna quantita secondo la detta proportione, cioe che tal proportione sia di tutta la detta quantita alla sua maggior parte, che sia della detta maggior parte alla menore. Pigliarai il quadrato della mita di detta quantita, & quello aggiongerai al quadrato di tutta la detta quantita, & la radice di tal summa, men la mita di detta quantita, sara la maggior parte di tal quantita, laqual parte maggiore sottrandola di tutta la detta quantita il restante sara la parte menore. Essempi gratia per far tal operatione piu facile, et senza rotti supponeremo, che la quan-

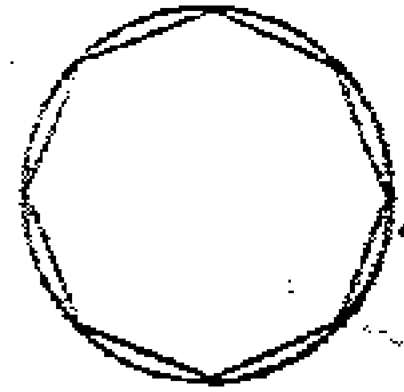
essagono



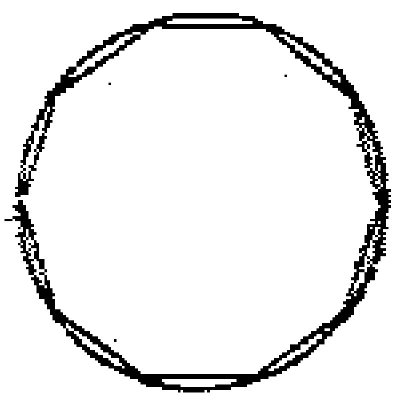
septagono



octogono



decagono



di ——— 12
a sottrar R 180 men 6
resta 18 men R 180.

prova 12

primo di tutto 12
secondo R 180 men 6
terzo 18 men R 180.

tità, che si ha da dividere sia 12. hor pigliaremo la mità di 12. che è 6. & la quadraremo sarà 36. & questo quadrato lo aggiongeremo al quadrato di 12. che sarà 144. sarà 180. & la radice 180. men quel 6. (mità di tutta la detta quantità) & tanto sarà la parte maggiore, laqual parte maggiore si rappresentarà in questa forma R 180 men 6. Per trovar mo la parte menore, sottraremo questa maggiore del tutto, cioè di 12. & il restante sarà la menore, & perche tal sottrare se non hai ben in memoria quello, che in fine della sesta, settima, & ottava del secondo capo del quinto libro della seconda parte, cioè del sottrar de binomii, & residui, ti parera forsi strano, e però essendo così ricorrerai da quello, & trovarai che ti restarà 18 men radice 180. & tanto sarà la menor parte, & così le dette due parti insieme con il tutto formano tre termini continui proportionali, quali sono questi, il primo 12. il secondo radice 180 men 6. il terzo 18 men R 180. per approvar praticalmente, che li detti tre termini siano continui proportionali, bisogna provar che il dutto del primo nel terzo sia equale al quadrato del secondo, per la decimasettima del sesto di Euclide, & perche a multiplicar il primo (cioè 12) fia l'ultimo (cioè fia 18 men R 180) fa 216 men R 25920. similmente a quadrare il medio (cioè R 180 men 6) fa pur medesimamente 216 men R 25920. e però non si può negar, che tai tre termini non siano continui proportionali (per la detta decimasettima del sesto di Euclide) per approvar che le due parti (cioè il secondo, & terzo termine) siano equali al tutto (cioè a 12) summale ambedue insieme, & trovarai che saranno 12. e però habbiamo satisfatto al proposito, cioè habbiamo diviso 12. talmente che la proportione del detto 12. alla sua maggior parte, ch'è R 180 men 6. quale è della maggiore alla menore, cioè di R 180 men 6. a 18 men R 180. come fu proposto.

4 EUclide nella prima propositione del suo decimoterzo libro speculativamente dimostra quando che una linea sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi. Se alla sua maggior parte sarà aggionto in longo la mità di essa linea così proportionalmente divisa seguita di necessità, che il quadrato della linea composita da quelle due esser quincuplo al quadrato della mità della medesima linea divisa, laqual sua propositione in questo luogo con essempi di numeri, & radici faremo manifesta.

Sia il medesimo 12 la quantità divisa secondo la detta proportione havente il mezzo, & duoi estremi, & sia la sua maggior parte R 180 men 6. & la menore 18 men R 180 (come che nella precedente fu determinato) hor dico che se a R 180 men 6 (sua maggior parte) aggiongeremo 6 (cioè mità di 12) sarà precisamente R 180. perche a summar quel 6 più con quel 6 meno sarà nulla, & così il quadrato di questo R 180 è 180. che ben è quincuplo al quadrato della mità del nostro 12. il qual quadrato sarà 36. & quincuplo del detto 36 è il detto 180. che è il proposito, il medesimo seguirà in ogn'altra quantità così divisa, laqual cosa non si trovarà seguir in altra specie di proportione.

5 ANchora Euclide nella seconda propositione del decimoterzo libro geometricamente dimostra il contrario della precedente, cioè che se sarà divisa una quantità in due parti inequali, talmente che aggiongendo alla parte maggiore la mità della prima quantità, & che il quadrato di tal summa sia quincuplo al quadrato di quella mità maggiore, ch'egli è necessario la detta prima quantità esser divisa secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi, & quella maggior parte esser la linea media proportionale fra il tutto, & la menor parte, vero è che il testo di tal propositione credo sia corrotto in l'una, & l'altra tradottione, perche oscuramente esprime tal concetto. Laqual sua propositione in questo luogo praticalmente faremo chiara. Essempi gratia sia la prima quantità 10. divisa in 2 parti non equali, cioè in R 125 men 5. & in 15 men R 125. quali gionte insieme fanno 10. & perche aggiongendo alla radice 125 men 5 (sua maggior parte) la mità di 10. (prima quantità) cioè 5. farà tal summa radice 125. & perche anchora il quadrato di questa summa (cioè di R 125) che è 125. è quincuplo al 25. cioè al quadrato della mità di 10. seguita la detta prima quantità, cioè 10 (per la presente propositione Euclidiana) esser divisa secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi, & la sua maggior parte, cioè quella R 125 men 5. esser la media proportionale fra il tutto, ch'è 10. & la menor parte, ch'è 15 men R 125. & per approvarlo praticalmente, multiplica 10. (cioè la prima) fia 15 men R 125. (cioè la terza) farà 150 men R 12500. et perche il quadrato di R 125 men 5 (cioè della seconda) fa medesimamente 150 men R 12500. onde per la decimasettima del sesto di Euclide le dette tre quantità, cioè 10. & R 125 men 5. & 15 men R 125 sono continue proportionali, & perche la proportione del detto 10. a R 125 men 5. sua maggior parte, è si, come della detta maggior parte alla menore, cioè di R 125 men 5. a 15 men R 125. (per la diffinitione) il detto 10. è diviso secondo la detta proportione havente il mezzo, & duoi estremi, che saria il proposito.

6 Similmente

6 Similmente Euclide nella terza del detto suo decimoterzo libro geometricamente dimostra quando che una quantità, over linea sia divisa secondo la detta proportione havente il mezzo, & duoi estremi. Se alla sua menor parte sia aggionto la mità della maggiore seguita, che il quadrato di tal quantità, over linea cosi composta sia quintuplo del quadrato, che vien descritto della mità di essa maggior parte, & per verificar questo numeralmente, cioe con essempio. Essempi gratia sia pur 12 la quantità divisa secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi in ℞ 180 men 6. & in 18 men ℞ 180. dico che pigliando la mità di ℞ 180 men 6. che sarà ℞ 45 men 3. & aggiongere questa mità sopra alla menore, cioe sopra 18 men radice 180. che farà in summa 15 men ℞ 45. (avvertendo che a summar piu con men si abbatte, & resta la maggior denominatione) il quadrato di questa summa, qual sarà 270 men ℞ 40500. sarà quintuplo al quadrato di ℞ 45 men 3. cioe al quadrato della mità della detta parte maggiore, il qual quadrato sarà 54 men ℞ 1620. che se sarà ben il conto trovarai, che multiplicando questo 54 men radice 1620 per 5. ben farà precisamente quel 270 mē ℞ 40500. e però seguita il proposito.

7 Anchora Euclide nella quarta del detto suo decimoterzo libro geometricamente dimostra, che se sarà divisa, qual si voglia quantità secondo la detta proportione havente il mezzo, & 2 estremi, & che a quella sia aggionto una quantità equale alla sua maggior parte, tutta tal quantità cosi composta, sarà pur divisa secondo la detta proportione havente il mezzo, & 2 estremi, & la sua maggior parte sarà la prima quantità, laqual propositione praticalmente faremo chiara. Sia essempi gratia la medesima quantità 12. divisa secondo la detta proportione, & sia la sua maggior parte ℞ 180 men 6. & la menor 18 men ℞ 180. dico che aggiongendo al detto 12, la sua maggior parte, cioe radice 180 men 6. che farà poi ℞ 180 piu 6. tal summa sarà pur divisa secondo la detta proportione, & la sua maggior parte sarà la prima quantità, cioe quel 12. & la menore venirà a essere radice 180 men 6. cioe quella, che per avanti era maggiore, per approvar numeralmente, o vuoi dir praticalmente, che cosi sia, egli è manifesto che a multiplicar la prima, cioe radice 180. piu 6. fia la terza, cioe fia ℞ 180 men 6. farà precisamente 144. & perche il quadrato della media, o vuoi dir della seconda, cioe di 12 fa pur 144. seguita le dette tre quantità, cioe radice 180 piu 6. & 12. & radice 180 men 6. esser continue proportionali (per la seconda parte della decimasettima del sesto di Euclide) & perche anchora la summa della seconda, & della terza di dette tre quantità continue proportionali è equale alla prima, seguita che la prima sia il tutto diviso in 12. & in ℞ 180 men 6. & per la proportione del tutto (cioe di ℞ 180 piu 6) alla sua maggior parte (che è 12) è si come della detta maggior parte alla menore, cioe come da 12 a ℞ 180 men 6. onde il detto tutto (per la diffinitione) vien a esser diviso secondo la detta proportione havente il mezzo, & duoi estremi, che è il proposito.

8 Similmente Euclide nella quinta propositione del detto suo decimoterzo libro speculativamente dimostra, se una quantità sia divisa secondo la detta proportione havente il mezzo, & duoi estremi, la summa del quadrato di tutta la detta quantità con il quadrato della sua menor parte, sarà treppia al quadrato della sua maggior parte, & acciochè questo praticalmente si veda. Sia pur 12 la quantità divisa secondo la detta proportione, & sia pur la sua maggior parte ℞ 180 men 6. & la menor 18 men ℞ 180. Dico che summando il quadrato del detto 12 che sarà 144. insieme con il quadrato di 18 men ℞ 180. che sarà 504 men ℞ 233280. farà 648 men ℞ 233280. & questo dico esser treppio al quadrato della maggior parte, cioe di ℞ 180 men 6. il qual quadrato sarà 216 men ℞ 25920. Et perche il treppio di questo 216 men ℞ 25920. fa precisamente 648 men ℞ 233280 seguita il proposito.

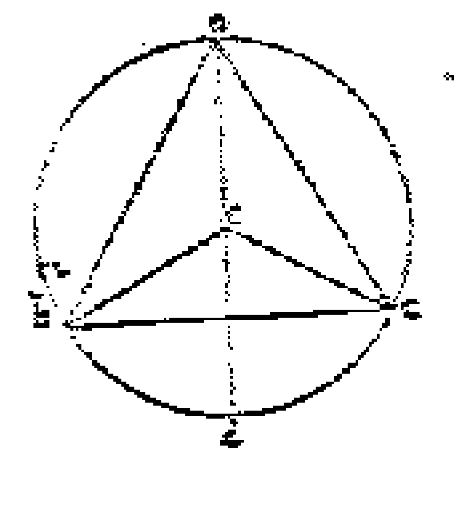
9 Anchora Euclide nella sesta propositione del suo decimoterzo libro, speculativamente dimostra, che l'una, & l'altra parte di ogni quantità rationale divisa secondo la detta proportione havente il mezzo, & duoi estremi è necessario esser residuo.

Questa tal propositione non si puo dimostrare praticalmente, eccetto che per induttione, cioe dividendo molte quantità rationali, secondo la detta proportione sempre si trovarà l'una, & l'altra parte di ciascheduna di quelle essere un residuo, come afferma la propositione, & questo si è visto nel sopradetto 12. qual diviso, com'è detto, la sua maggior parte è stata ℞ 180 men 6. ch'è un residuo, & cosi la parte menore è stata 18 men ℞ 180. che è pur residuo.

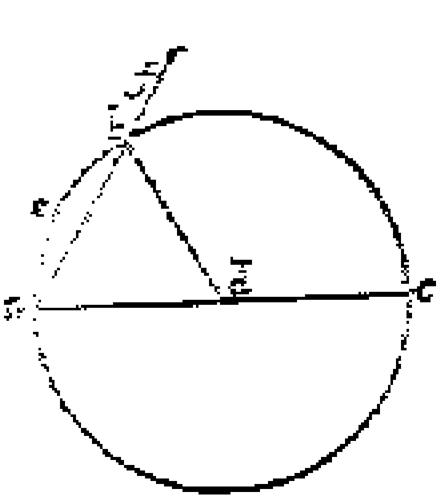
Similmente per avanti fu diviso 10. & fu trovata la sua maggior parte esser ℞ 125 men 5. che è pur residuo, & la parte menore esser 15 men ℞ 125. ch'è pur residuo, il medesimo si trovarà in qual si voglia altra, talmente divisa, vero è che di sopra fu trovato, che ℞ 180 piu 6. diviso secondo la detta proportione, la sua maggior parte fu 12. laqual parte, come si vede non è residuo, rispondo, che la quantità divisa, cioe ℞ 180 piu 6. non è rationale (come vuol Euclide) anzi è un binomio, come si vede, e però bisogna avertir, che tal propositioni Euclidiane qū parla sano, che delle quā tità rationali, diuise secondo la detta proportione, & non delle irrationali, so che molti si marauigliaranno, perche nõ ho dimostrata questa, & le altre passate geometricamente, come costuma Euclide, rispondo che questo sarebbe superfluo per quelli che intendono Euclide, & per quelli pratici, che non intendono il detto Euclide, tai mie dimostrationi sarebbeno frustra, & vane, perche da quelli tali non sarebbono intese, e pero niun si marauigli di tal mio procedere.

20 Similmente Euclide nella 7 del suo 13 libro speculatiuamente dimostra che se alcuno pentagono hauera 3 angoli equali, & che sia equilatero, che egli e necessario, che tal pentagono sia equiangolo, laqual propositione cõ modi praticali, cioe cõ numeri, & R non è possibile di poter verificar, ma solamente cõ speculatiue ragioni, come in esso Euclide appar, e pero il puro pratico è necessario a supponere tai Euclidiane propositioni, per vere, & pigliarle per suo fondamento, perche tutte sono state con speculatiue ragioni dimostrate, & verificate.

21 EVclide anchor nella 8 propositione del 13 libro speculatiuamente dimostra, che di ogni triangolo equilatero, il quadrato del suo lato è treppio al quadrato della mita del diametro del cerchio, che lo circonscriue. Essempi gratia sia il triangolo equilatero a b c circonscritto dal cerchio a b d c, delquale il centro sia il põto e. & il diametro la linea a e d. dico che il quadrato del lato a b. esser treppio al quadrato della a e. cioe se per caso il detto lato a b. fusse 6. che'l suo quadrato saria 36. la linea a e. (mita del diametro) saria R 12. perche il quadrato di R 12 saria 12. il qual 12 è il terzo di 36 (quadrato del lato a b.) del detto triangolo a b c. & tutto questo dimostra Euclide nella detta ottaua propositione del suo decimoterzo libro. Et se per caso il detto mezzo diametro a e. fusse 4. il cui quadrato è 16. seguiria il detto lato a b. del detto triangolo a b c. esser R 48.



22 Similmente Euclide nella 9 propositione del suo 13 libro speculatiuamente dimostra, che se il lato del essagono equilatero, & il lato del decagono equilatero, i quali da vn medesimo cerchio ambidui siano circonscritti, saranno insieme cõgionti direttamente in longo. Tutta la linea da quelli cõposta, sara diuisa secondo la proportion hauente il mezzo, & 2 estremi, & la maggior parte di quella sara il lato del essagono. Essempi gratia sia il cerchio a b c, il centro delquale sia d. & il diametro a d c. & sia l'arcon a b. la sesta parte di tutta la detta circonferentia di tal cerchio, & l'arco a e sia la decima parte di tutta la detta circonferentia del detto cerchio, onde tirãdo la corda a b. & similmente la corda a e. seguira detta corda a b. esser il lato del essagono equilatero, & la corda a e. esser il lato del decagono (cioe di 10 angoli) equilatero ambidui dal medesimo cerchio circonscritti, & sia protratta la linea a b. per sin in põto f. talmente che la linea b f. sia equale alla a e. (lato del decagono) dico tutta la linea a f. esser diuisa secondo la proportion hauente il mezzo, & 2 estremi in põto b. & la sua maggior parte esser la a b. lato del essagono, & tutto questo il detto Euclide nella detta 9 del 13 dimostra cosi essere. E pero seguita, che noto il diametro del cerchio facilmente potemo trouar il lato del essagono, & anchor quello del decagono, & è conuerso. Essempi gratia supponemo, che'l diametro d'un cerchio sia 20. volendo mo saper quanto sia il lato del decagono circonscrittibile da tal cerchio, trouarai prima quanto sia il lato del essagono, che (per il correlario della 15 del 4 di Euclide) è equale alla mita del diametro del detto cerchio, cioe sara 10. & questo sara la parte maggior di vna quantita diuisa secõdo la detta proportione hauẽte il mezzo, & duoi estremi, & la menor (qual sara il lato del decagono) n'è sin hora incognita, vero è che la si potria trouar per piu vie, ma voglio che la trouiamo per la regola del 3. er p̃ise questo diuide che quãtita si par secõdo la detta proportione hauẽte il mezzo, & 2 estremi, hor dicidemo il nostro 12. che sia che la maggior parte è R 180 m̃ 6. & la menor è 18 m̃ R 180 per voler mo trouar la parte menor al nostro 10. e gliè il vero, che tu potresti dire, se R 180 m̃ 6 mi da 18 m̃ R 180, che mi dara 10. ma pche il partitor di questa operatione saria quel R 180 m̃ 6. il qual partitor rẽderia tal operatione alquãto piu laboriosa, e pero voglio che pigliamo 12 per il maggior termine, & quel R 180 m̃ 6. per il menor dicendo, se 12 mi da R 180 m̃ 6. che mi dara 10. onde multiplicando 10 fia R 180 m̃ 6. fara R 18000 m̃ 60. & questo partiremo per 12. ne venira R 500 m̃ 10. & tanto sara il lato del ricercato decagono circõscrittibile da vn cerchio, che'l suo diametro sia 20.



diametro del cerchio 20.
lato del essagono 10.
lato del decagono R 500 m̃ 10

Il medesimo ti sarebbe venuto per la prima regola, cioe con la parte maggior, & menore del sopradetto 12. dicendo, se R 180 m̃ 6. mi da 18 m̃ R 180. che mi dara 10. multiplica 10 fia 18 m̃ R 180 fara 180 m̃ R 18000. & questo bisogna partir per R 180 m̃ 6. e per far tal partire bisogna trouar vn partitor, che sia d'un nome solo (come sai) multiplicãdo R 180 m̃ 6. per il suo binomio, cioe per R 180 piu 6. & fara 144. per il tuo partitor multiplica anchor la cosa da partir, cioe 180 m̃ R 18000 per il medesimo R 180 piu 6 fara R 10368000 m̃ 1440. & questo partiremo per il nostro 144. il che facẽdo ne venira medesimamente R 500 m̃ 10 per il lato del ricercato decagono, si come per l'altra regola fu trouato, ma procedendo per questa seconda rende piu laboriosa la operatione, come di sopra fu detto per causa di quel partir per R 180 meno 6. e pero bisogna auertir di saper alle volte schiffar le vie strane. Perche qualche una cosa, che interuengha a voi sora di uisi secondo la detta proportione, Euclide nella seconda del suo decimoquarto libro dimostra interuenire il medesimo a ogni altra similmente diuisa.

13 Anchora Euclide nella terza propositione del suo 14 libro ne da vn'altra piu breue regola di poter trouare (per la noticia del lato del essagono) il lato del decagono, perche nella detta propositione specialmente ne dimostra, che diuidendo il lato del detto essagono secondo la detta nostra proportione, la sua maggior parte sara il lato del decagono, & questa e assai piu breue operatione di qual si voglia delle due precedenti. Essempi gratia sel lato del essagono sara 20 come di sopra e stato supposto, & volendo con somma breuita trouar il lato del decagono diuide il detto 20 secondo la detta proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, il che facendo trouarai, che la sua maggior parte sara R 500 men 10. & tanto sara il lato del decagono nel medesimo cerchio descritto, si come che anchora per le altre sopraschritte due laboriose vie fu determinato.

14 Similmente sotto la noticia del lato del decagono equilatero, & equiangolo per la regola del tre vorrai trouar il lato del essagono, & consequentemente il diametro del cerchio, che li circonscriue ambiduoi, procederai al contrario di quello fu fatto nelle 2 passate fatte per la regola del tre. Essempi gratia supponemo che'l lato del detto decagono sia 10. volendo co tal noticia trouar il lato del essagono, & anchora il diametro del cerchio, che li circonscriue, diuiderai per vna quantita a tuo piacere (poniam anchor 12) secondo la detta proportione, e cosi trouarai per la maggior parte esser R 180 men 6. & la menor 18 men R 180. vero e che tu potresti dir, se 18 men R 180 (parte menor) mi da R 180 men 6 (per la parte maggior) che mi dara 10 (parte menor) & cosi operando ti daria il lato del essagono, qual duplicandolo ti daria il diametro del cerchio, ma per ridur la opera non piu facile supponeremo R 180 men 6. per la parte menore, & 12 cioe il tutto per la maggior, dicendo, se R 180 men 6 (parte menore) mi da 12 per la maggior, che mi dara 10 (parte menore) multiplica 10 fia 12 fa 120. da partir per R 180 men 6. onde multiplicando si el partitor, come la cosa da partir per R 180 piu 6 (cioe per il suo binomio) & hauerai per partitor 144. & per la cosa da partir hauerai R 2592000 piu 720. & questo partendolo per 144 (tuo partitore) te ne venira R 125 piu 5. & tanto sara il lato del ricercato essagono, qual duplicato fara R 500 piu 10. & tanto sara il diametro del cerchio, che li circonscriue ambiduoi, ch'e il proposito.

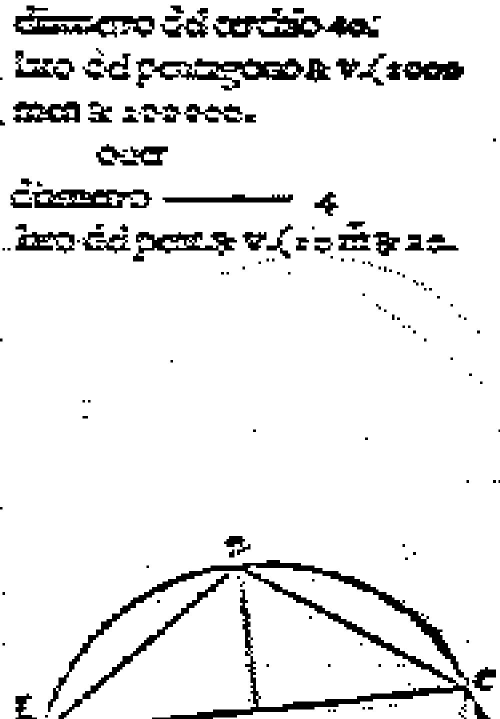
lato del decagono 10.
lato del essag. R 125 piu 5.

15 Anchora Euclide nella 10 propositione del detto suo 13 libro speculatiuamente dimostra, che ogni lato d'un pentagono equilatero, & equiangolo e tanto piu potente del lato del essagono equilatero, & equiangolo quanto puo il lato del decagono equilatero, essendo ambiduoi descritto in vno medesimo cerchio. E pero egli e manifesto, che sumando il quadrato del lato del essagono insieme col quadrato del lato del decagono, tal summa sara equale al quadrato del lato del pentagono, nel medesimo cerchio descritto. Essempi gratia supponemo che sia vn cerchio, che'l suo diametro sia longo 40, volendo con tal noticia trouar quanto sia il lato del pentagono, prima troua il lato del essagono, & similmente quello del decagono, onde procedendo per le regole date nella 12 si trouara il lato del essagono esser 20. cioe la mita del diametro del cerchio, & il lato del decagono esser R 500 men 10. e per tanto volendo trouar il lato del pentagono quadraremo quel 20 (lato del essagono) fara 400. quadraremo anchora R 500 men 10 (lato del decagono) fara 600 men R 200000. qual summando con 400. fara 1000. men R 200000. & tanto sara il quadrato del lato del pentagono, onde il lato del detto pentagono veniria a esser la R v. di 1000 men radice 200000. la qual (se ben ti aricordi) si rappresenta in questa forma radice vniuersale (1000 men R 200000. & tanto sara il lato del ricercato pentagono, che e il proposito.

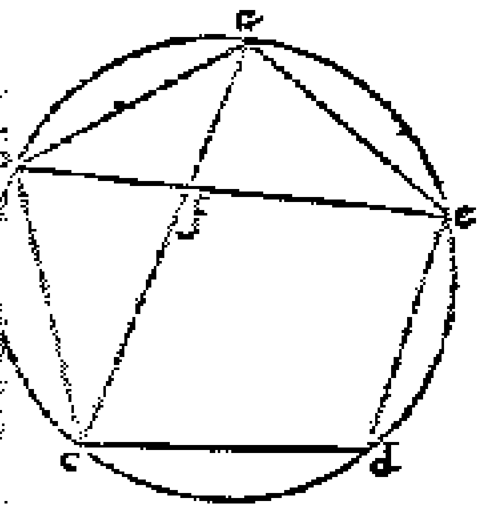
diametro del cerchio 40.
lato del pentagono R v.(1000 men R 200000.
ouer
diametro ——— 4
lato del pent. R v.(10 men R 20.

Corolario

E pero da questo vien a esser manifesto la proportione del diametro del cerchio al lato del pentagono equilatero descritto in quello esser si come 40. a radice v.(1000 men R 200000) laqual proportione in menori numeri sarebbe, come da 4 a R v.(10 men R 20.)



16 Anchora Euclide nella 11 propositione del detto suo 13 libro specialmente dimostra, che se a duoi propinqui angoli d'un pentagono equilatero descritto dentro d'un cerchio dalli termini di suoi lati, siano sotto tese, ouer tirate due linee rette, l'una, & l'altra di quelle segara l'altra secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & la maggior parte di ciascuna di quelle sara equale al lato di quel pentagono. Essempi gratia sia il pentagono equilatero a b c d e inscritto nel cerchio delle medesime lettere segnato, & a duoi propinqui angoli di quello, poniamo a. & b. siano sotto tese, ouer tirate le 2 linee rette a c. & b e. segandosi fra loro in ponto f. Dico adunque l'una, & l'altra di quelle esser diuisa in ponto f. secondo la proportione hauente il mezzo, & 2 estremi, & che la maggior parte di ciascuna di quelle e equale al lato del pentagono, cioe che la parte f c. e equale al lato a e. & il medesimo s'intende dell'altra parte maggiore f e. & tutto questo dimostra il detto Euclide nella detta 11 del suo 13 libro. E pe



lato del pentagono ℞ 125 m̄ 5
corda pentagonale —— 20

over

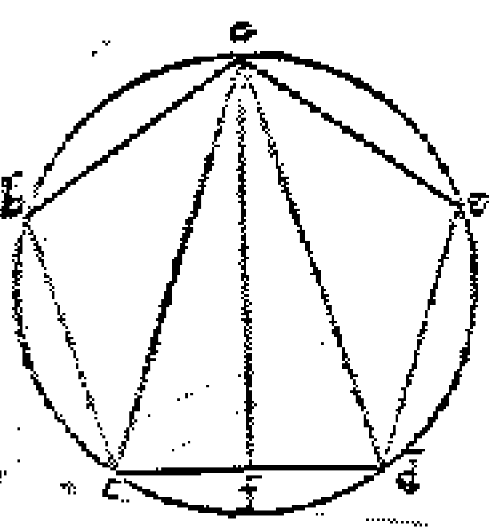
lato del pentagono 8
corda pentagonale ℞ 80

ro seguita in pratica, che per la notitia della linea sotto tendente al angolo del pentagono, potimo trouar il lato del pentagono, & similmente al contrario, cioe per la notitia del lato del pentagono potimo trouar la detta linea sotto tendente al angolo del pentagono. Essempi gratia se la linea ac. overo b e fusse ponimo 20. se per tal notitia vorremo trouar il lato del detto pentagono diuidere mo il detto 20. secondo la proportion hauente il mezzo, & 2 extremi, il che facendo trouaremo la sua maggior parte esser ℞ 125 men 5. & tanto sera il lato del detto pentagono. Laqual cosa ne fa chiari la proportione del lato del pentagono alla linea, che sotto tende al angolo esser, come da ℞ 125 men 5. a 20. Ma se per la notitia del lato del pentagono vorremo trouar la detta linea sotto tendente al detto angolo del pentagono, poteremo trouarla per piu vie, vero e che la piu breue sa rebbe per algebra, ma per non hauer anchora dichiarato li principij di detta algebra la trouaremo per via di proportion. Essempi gratia ponimo che'l lato del detto pentagono sia 8. volendo per tal notitia trouar quanto sia la corda pentagonale. Tu sai per la precedente, che la proportione del lato del pentagono alla detta corda pentagonale esser, come ℞ 125 men 5. a 20. E pero diremo per la regola del 3. se ℞ 125 men 5. mi da 20. che mi dara 8. multiplica 8 fia 20 fa 160. & questo parti per ℞ 125 men 5. onde procedendo secondo le regole date per partir per vn residuo, & trouarai che ti venira ℞ 80 piu 4. & tanto sara la ricercata corda pentagonale, che e il proposito.

18 Similmente Euclide nella 11 propositione del suo 13 libro speculatiuamente dimostra, che se il diametro d'un cerchio, che circonscriua vn pentagono equilatero, sara rationale, il lato di quel tal pentagono sara vna linea irrationale, cioe quella, che e detta linea menore.

Questa propositione alla proua del pratico, over naturale, qual e la esperientia, par che sia falsa, perche di sopra nella 14. fu co la esperientia trouato, ch'essendo il diametro d'un cerchio 40. che'l lato del pentagono circonscritto da quello esser ℞ v. (1000 m̄ ℞ 200000) & nelli menori numeri fu trouato, ch'essendo il diametro d'un cerchio 4. che'l lato del detto pentagono sarebbe ℞ v. (10 m̄ ℞ 20) lequal quantita, ne l'una, ne l'altra par esser la detta linea menore, laqual linea menor, se ben ti ari cordi di quello, che fu detto, & essemplificato con numeri, & 3 nella 4 del 5 capo del 11 libro della seconda parte, non par che si conuenga, ne con l'una, ne con l'altro di detti 2 lati di pentagoni circonscritti dalli detti 2 cerchij, c'hanno il suo diametro rationale, delliquali l'uno e 40. & l'altro e 4. Hor per chiarir questo dubbio bisogna cauar quella ℞ dell'uno, & l'altro di quelli 2 residui secondo la regola data per cauar tal ℞ di residui, che per esser l'uno, & l'altro residuo 4. la sua ℞ e necessario esser la linea menore, cioe la ℞ di quel 1000 men ℞ 200000. (residuo 4) trouarai esser ℞ v. (500 piu ℞ 200000) m̄ ℞ v. (500 m̄ ℞ 200000) laqual quantita, se ben la consideratai, trouarai esser la linea menore. Similmente cauando la ℞ di quell'altro 10 m̄ ℞ 20 (ch'e per residuo 4) trouarai tal ℞ esser ℞ v. (5 piu ℞ 20) m̄ ℞ v. (5 m̄ ℞ 20) che sara per la linea menore, & cosi viene a esser risolto il dubbio, che il pero pratico potria (per la sua poca consideratione) hauer conceputo, egli e ben vero, ch'hauendo da maneggiar il detto lato del pentagono (come interuien nelli corpi) piu commodo sarebbe a maneggiarlo nella prima rappresentatione, cioe per quella vnica radice vniuersale, che con quelle due formare la detta linea menore, pero non ti marauigliar se nel nostro processo, la maggior parte delle volte lo rappresentaremo per quella vnica ℞ vniuersale.

19 Di sopra notate Euclidiane propositioni sono fondamentali sopra dellequali infinite altre questioni si porria formare, lequali con le euidentie delle dette fondamentali sempre si possono risolvere. Essempi gratia supponemo che sia il pentagono a b c d e equilatero, & equiangolo delqual il lato suo sia 8. & volendo con tal notitia trouar quanto sia la perpendicolare, che si parte da l'angolo a. & cade sopra il lato c d a quel opposito, cioe la perpendicolare a f. Prima troua quanto sia la corda pentagonale, onde procedendo secondo l'ordine dato nella decimaottaua trouarai quella esser ℞ 80 piu 4. & cosi vien hauer il triangolo a c d. di duoi lati equali, delli quali l'uno e a c. & l'altro a d. li quali sono la corda pentagonale, cioe l'uno e l'altro viene a esser ℞ 80 piu 4. & la basa c d. vien a essere 8. onde per trouar la sua perpendicolare a f. caua il quadrato della f d. (mita della basa) che sara 16 dal quadrato della a d. il qual quadrato sara 96 piu ℞ 5120 restara 80 piu ℞ 5120. & la ℞ di tal binomio sara la detta perpendicolare a f. laqual ℞ non volendola cauare, la rappresentarai in questo modo ℞ v. (80 piu ℞ 5120. & tanto concluderemo esser la ricercata perpendicolare a f. che e il proposito.



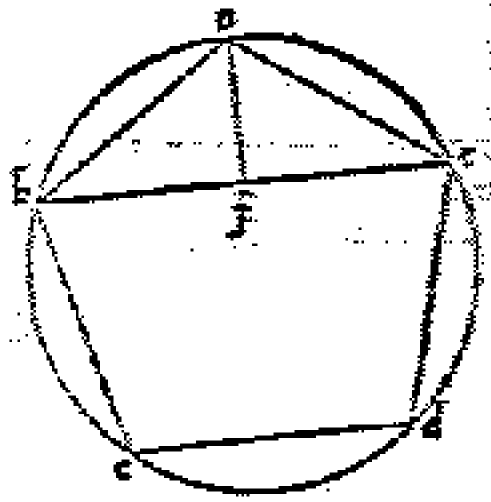
c d. —— 8
a c. —— ℞ 80 piu 4
a f. ℞ v. (80 piu ℞ 5120

l'aria del triangolo a c d sarebbe ℞ v. (128 piu ℞ 1310720)

Et cosi se ti acadesse di voler saper la superficie del detto triangolo a c d. multiplicarai la mita della basa, ch'e 4 fia la perpendicolare a f. & hauerai l'intento tuo, cioe trouarai l'aria del detto triangolo a c d. esser ℞ v. (128 piu ℞ 1310720.

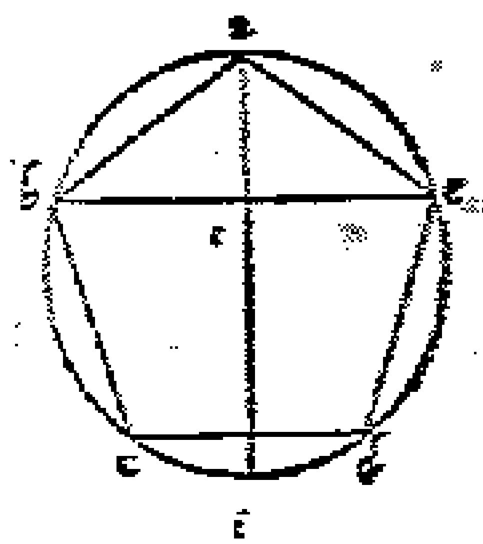
20 Sia anchora il pentagono equilatero & equiangolo a b c d e. del qual lato suo sia 8. & la corda pentagonale b e. e per ℞ 80 piu 4. & volendo per tal notitia trouar la perpendicolare a f. dal quadrato della a e. (qual quadrato sara 64) cauarai (secondo il solito) il quadrato della f e. (il qual quadrato sara 24 piu ℞ 320) restara 40 men ℞ 320. & la radice

radice di questo tal binomio sara la detta ricercata perpendicolare a f laqual se non volendola cauare ti la rappresentarai per radice vniuersale in questa forma R v. (48 men R 320) che è il proposito. Et se ti paresse di voler saper l'aria superficiale di tal triangolo a b c (perche son certo che da te medesimo saprai, come gouernarti) a ti lasso la impresa.



22 ANchora Euclide nella nona propositione del suo decimoquarto libro geometricamente approua, & dimostra, che se in qualunque cerchio sara descritto vn pentagono equilatero, lo rettangolo, che è contenuto sotto il dodrante del diametro di quel cerchio, & sotto il dextante di quella linea, che sotto tende a l'angolo del detto pentagono, di necessita il bisogna esser equale al medesimo pentagono, cioe che il rettangolo contenuto sotto li $\frac{3}{4}$ del diametro di quel cerchio & li $\frac{5}{6}$ della corda pentagonale, sara equale all'aria di quel tal pentagono, & acio meglio se intenda tal modo di parlare bisogna sapere, qualmente li nostri antichi con lo intelletto diuisero ogni tutto in 12 parti equali, lequal 12 parti le chiamorono 12 oncie, & quel tutto lo chiamorono Asse, & le 11 di quelle parti gli dissono deunce, cioe 11 oncie, & alle 10 dextante, cioe 10 oncie, o vogliam dire li $\frac{5}{6}$ del tutto, le 9 le chiamorono dodrante, cioe oncie 9, o vogliamo dire li $\frac{3}{4}$ del tutto, & le 8 parti le chiamorono besse, cioe oncie 8, o vogliam dire li $\frac{2}{3}$ del tutto, & alle 7 gli diceuano septunce, ouer septance, cioe oncie 7, ouer $\frac{7}{12}$ del tutto, & alle 6 parti le chiamauano semis, cioe la mita del tutto, ouer oncie 6, & alle 5 parti le chiamauano quincunce, cioe cinque oncie, ouer $\frac{5}{12}$ del tutto, alle 4 parti gli diceuano triente, cioe il $\frac{1}{3}$ del tutto, ouer 4 oncie, alle 3 parti le chiamauano quadrante, cioe la quarta parte del tutto, ouer oncie 3, alle 2 parte gli diceuano, sestante, cioe la sesta parte del tutto, ouer oncie 2, alla vnica parte gli diceuano oncia, ouer la $\frac{1}{12}$ parte del tutto. & tutte queste tai parti le rappresentauano con varij carratti, come appar sopra la detta nona del decimoquarto libro del detto Euclide.

Anchora li detti antichi diuisero la oncia in altre 12 parti, & le denominorno per altri nomi, cioe alla mita di detta oncia gli dissono semioncia, alla terza parte duella, alla quarta parte sicilico, alla sesta sextula, alla ottaua parte dragma, alla duodecima emisescla, alla decimaottaua tremisse, alla 24 parte scropolo, alla 48 obolo, alla 72 bisiliqua, alla 96 cerates, alla vltima che è 144 parte di essa oncia chiamorono siliqua, & a queste 12 frattioni della oncia li posteriori gli hanno aggionto il calco, & questo calco è la 192 della oncia, & il Campano, ouer altri greci sopra la detta nona del detto decimoquarto libro, dicono che la causa di quel aggiongimento del calco, (qual è la 192 parte della oncia) fu acioche il diatessaron, & il diapente delle symphonie di canti, & semitoni distinti per interualli di queste frattioni, la denominatione se stendesse per fin al minimo estremo, & tutte tal frattioni, le rappresentauano con varij carratti, come che in esso Euclide si vede annotati.



Hor per tornare al nostro primo proposito, replico, & dico che il dutto delli $\frac{3}{4}$ del diametro del cerchio nelli $\frac{5}{6}$ della corda, che sotto tende a l'angolo del pentagono inscritto in quello è equale a l'aria, o vuoi dire alla superficie di quel tal pentagono, & quantunque il medesimo faccia il dutto delli $\frac{5}{8}$ del detto diametro in tutta la detta corda pentagonale, ouer li $\frac{5}{8}$ della corda pentagonale, in tutto il diametro, nondimeno per il proposito tornaua a Euclide a dimostrare speculatiuamente, che li detti $\frac{3}{4}$ del diametro, dutti nelli $\frac{5}{6}$ della detta corda pentagonale faceua la superficie di tal pentagono, di quello faceua approuare che li $\frac{5}{8}$ del diametro in tutta la detta corda pentagonale faceua il medesimo, ma in pratica noi potremo operare qual regola delle dette due te pare. Essempi gratia sia il pentagono a b c d e equilatero inscritto nel cerchio delle medesime lettere notato, il lato del qual pentagono supponiamo, che sia 8. volendo trouar la superficie del detto pentagono, prima trouaremo la corda b e che procedendo per la regola data nella decimasesta, trouaremo quella esser R 80 piu 4. Similmente bisogna trouar il diametro a f del detto cerchio, onde procedendo per qual via ti pare, trouarai quel esser R v. (128 piu R 3276 $\frac{4}{5}$). Hor per trouar l'aria del detto pentagono per la regola data da Euclide, trouaremo li $\frac{3}{4}$ del diametro a f cioe di R v. (128 piu R 3276 $\frac{4}{5}$), li quali sono R v. (72 piu R 1036 $\frac{4}{5}$) poi trouaremo li $\frac{5}{6}$ della corda pentagonale, cioe di R 80 piu 4, che è R 55 $\frac{5}{9}$ piu 3 $\frac{1}{3}$, poi multiplicaremo queste due quantita, cioe R 55 $\frac{5}{9}$ piu 3 $\frac{1}{3}$ fia R vniuer. (72 piu R 1036 $\frac{4}{5}$), & fara R vniue. (6400 piu R 32768000. & tanto sara la ricercata superficie di tal pentagono. Ma in questa, & in altre simili sorte di operationi, bisogna hauer bene in memoria il multiplicare di vna R vniuersale per vn binomio, & similmente il partire, & il pigliar le ricercate parti altramente restarai confuso.

lato a b. — 8
corda b e R 80 piu 4.
diam. a f R v. (128 piu R 3276 $\frac{4}{5}$.
li $\frac{3}{4}$ del dia. R v. (72 piu R 1036 $\frac{4}{5}$
li $\frac{5}{6}$ della cor. R 55 $\frac{5}{9}$ piu 3 $\frac{1}{3}$

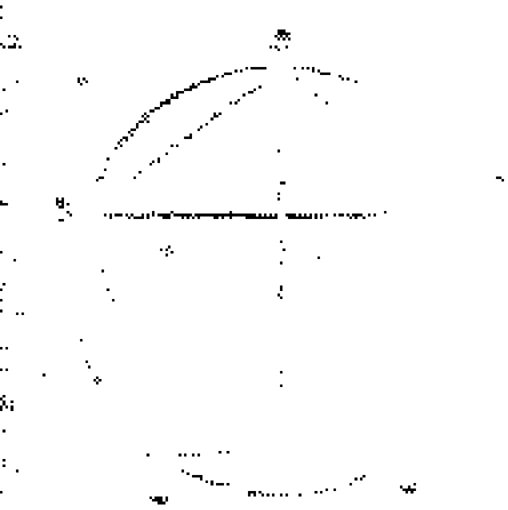
aria del penta. R v. (6400 piu R 32768000.

li $\frac{5}{8}$ della cor. R 31 $\frac{1}{4}$ piu 2 $\frac{1}{2}$
il diame. R v. (128 piu R 3276 $\frac{4}{5}$

superficie del pent. sara pur R v. (6400 piu R 32768000.

Et se ti paresse di voler trouar l'aria del detto pentagono, con il multiplicare li $\frac{5}{8}$ della corda b e, cioe di R 80 piu 4, (che faria R 31 $\frac{1}{4}$ piu 2 $\frac{1}{2}$) fia tutto il diametro, cioe fia R v. (128 piu R 3276 $\frac{4}{5}$) & che facendo trouarai che te ne venira il medesimo, cioe R v. (6400 piu R 32768000) & tanto replico esser la superficie di tal pentagono, che è il proposito.

22 Le questioni straordinarie, che sopra della figura pentagonica si poria addure, sono molte, che a volerle narrare saria cosa longa, basta che la maggior parte si ponno solo uere per proportione, & positione per mezzo delle ordinarie di sopra adutte. Et acio meglio m'intendi te ne voglio ponere alcune.



diametro ——————— 4
lato del pent. R v.(10 men R 20)
corda pent. R v.(10 piu R 20)

Egli e vn pentagono equilatero in vn cerchio descritto di tal qualita, che il quadrato del lato del detto pentagono, gionto con il quadrato della corda, che sotto tende al angolo di tal pentagono fa poniamo 22. si adimanda quanto sia il lato, & la corda di tal pentagono, & similmente il diametro del cerchio, che'l contiene. 2

Questa solueraicon positione, & proportione, cioe poni, ouer troua vn pentagono, che queste parti ti siano note, hor poniamo quello che e descritto in quel cerchio, che il suo diametro e 4. & se ben ti ricordi il lato di tal pentagono fu R v.(10 men R 20) & la sua corda pentagonica si trouara pur con proportione, esser R v.(10 piu R 20.) cioe per trouar la detta corda, tu sai per la decimasesta del pentagono, che e per lato 8. la sua corda pentagonica e R 80 piu 4. adonque dirai se 8 di lato mi da di corda R 80 piu 4. che mi dara radice vniuersale (10 men R 20) opera (quadrado li tre termini, per quella radice vniuersale) & trouarai che ti dara R v.(10 piu R 20.) & tanto sara la detta corda pentagonale, come di sopra fu detto, hor sel quadrato del lato di questo pentagono, gionto con il quadrato della sua corda facesse 22. come si ricerca, sarebbe risolto il dubbio. Ma perche il quadrato del lato, che e R v.(10 m R 20.) sarebbe 10 men R 20. & il quadrato della corda, cioe di R v.(10 piu R 20) sarebbe 10 piu R 20. qual quadrato gionto con l'altro, cioe con 10 men R 20. fara 20 a ponto, & noi vorressimo, che facesse 22. e pero per la regola del tre diremo, se 20 vien da 10 men R 20. & da 10 piu R 20. & da 16. quadrato del diametro del cerchio, da chi venira 22. opera che trouarai, che venira per il lato del pentagono radice vniuersale (11 $\frac{1}{2}$ men R 22 $\frac{1}{5}$, & per la corda pentagonica di quello R v.(11 $\frac{1}{2}$ piu R 22 $\frac{1}{5}$, & per il diametro del cerchio R 17 $\frac{3}{5}$, che e il proposito, & se ne farai proua la trouarai buona, cioe se pigliarai il quadrato di R v.(11 $\frac{1}{2}$ men R 22 $\frac{1}{5}$, che fara 11 $\frac{1}{2}$ men R 22 $\frac{1}{5}$, & summarlo con il quadrato di R v.(11 $\frac{1}{2}$ piu R 22 $\frac{1}{5}$, che fara 11 $\frac{1}{2}$ piu R 22 $\frac{1}{5}$, trouarai che tal summa fara a ponto 22. come si ricerca.

23 LA seconda questione straordinaria e questa. Egli e vno pentagono equilatero in vn cerchio descritto di tal qualita, che se della summa del quadrato del suo lato, & della sua corda pentagonica ne sotraremo il quadrato del diametro del cerchio, doue e in scritto rimane 10 si adimanda quanto e il lato, & la corda, & il diametro del cerchio.

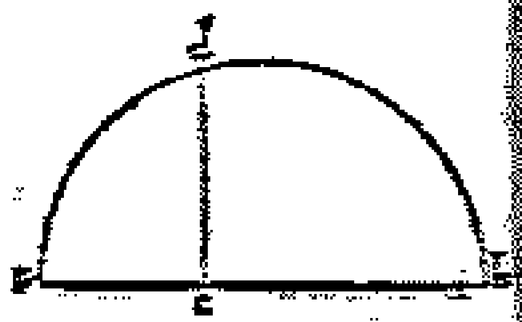
In questa, & altre simili procederai pur per appositione, & proportione si, come nella precedente, cioe troua vn pentagono che le dette parti siano note. Essempi gratia di sopra tu hai cioe quel pentagono, che il quadrato del suo lato e 10 men R 20. il quadrato della sua corda e 10 piu R 20. li che gionti questi doi quadrati insieme fanno 20. & perche la positione, ouer il quadrato del diametro del cerchio e 16. che tratto di 20. restara 4. & noi vorressimo, che restasse 10. si per tanto diremo, se 4 vien da 10 men R 20. & da 10 piu R 20. & da 16. da chi venira 10. opera che la possanza del lato di tal ricercato pentagono sara 25 men R 500. & della corda sara 25 piu R 500. lequai due possanze gionte fanno a ponto 50. Et perche il quadrato del diametro trouarai esser (per la detta regola) 40. qual tratto del detto 50. restara a ponto 10. come si ricerca, che e il proposito. Et cosi infinite altre se ne poria formare, lequali con simil andare di positione, & proportione si risolueranno.

24 NAnti che vsciamo di questo capo, ti voglio mostrar vn'altra singolar proprieta, ouer effetto della proportione hauente il mezzo, & doi estremi, laqual singolar proprieta, ouer effetto non e stato dimostrato da Euclide, il qual effetto e questo, che se fra le due parti di vna linea diuisa secondo la detta proportione hauente il mezzo, & doi estremi sara trouato vn medio proportionale, tal medio insieme con le prime due parti della prima linea formaranno tre quantita continue proportionali di tal qualita, che il quadrato della prima gionto con il quadrato della seconda (cioe del medio) tal summa sara equale al quadrato della terza quantita, laqual cosa in alcun'altra specie di proportione non si trouara tal singolar proprieta, & tutto questo con speculatiua dimostratione faremo all'intelletto chiaro.

Sia adunque la linea a b. diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & doi estremi in ponto c. & fra la sua maggior parte la c b. & sia trouata la c d. (per la nona del sesto di Euclide) media proportionale fra la a c. & la c b. hor dico che il quadrato della a c. (prima) gionto con il quadrato della c d. (seconda) tal summa sara equale al quadrato della c b. (terza) laqual cosa in questo modo si dimostra, per esser la a b. diuisa secondo la detta nostra proportione in ponto c. il congionto del quadrato di tutta la detta linea a b. con il quadrato della sua menor parte a c. per

la quinta

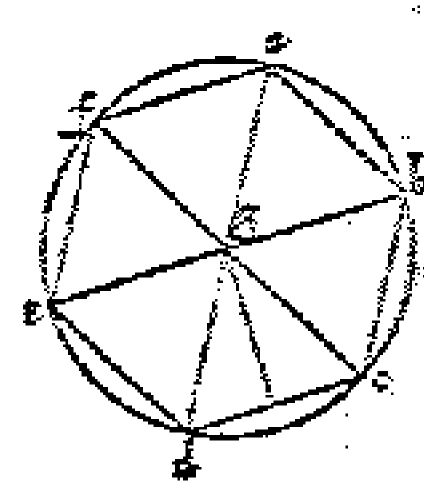
la quinta del decimoterzo di Euclide) sara treppio al quadrato della . c b. & perche il quadrato della a b. (per la quarta del secondo di Euclide) e eguale alli quadrati delle due parti a c. & c b. & al doppio del dutto della . a c. in . c b. e pero in luogo del quadrato della a b. piglieremo li detti duoi quadrati, & duoi dutti dicendo che il congionto delli detti duoi quadrati, & duoi dutti insieme con il quadrato della a c. (parte menore) sara treppio al quadrato della medesima . c b. Et se il quadrato della a c. insieme con li quadrati delle due parti a c. & c b. con il doppio del dutto della a c. nella c b. tal summa e treppia al quadrato della c b. ma cavando della detta summa il quadrato della c b. senza dubbio ne restara, che sara duoi quadrati della a c. & duoi dutti della a c. nella c b. saranno solamente doppij al detto quadrato della . c b. Seguita adunque che un solo quadrato della a c. & un solo dutto della a c. nella c b. insieme giunti esser solamente eguali al quadrato della detta parte c b. & perche il quadrato della linea c d. (per la decimasettima del sesto di Euclide) e eguale al detto dutto della a c. nella c b. seguita adunque che il congionto del quadrato della a c. (prima) & della c d. (seconda) esser eguale al quadrato della c b. (terza) che fu sempre il nostro proposito.



25 MA perche il puro pratico forsi non sara capace della soprascritta speculativa dimostratione, e pero a quo non si lamenti di me voglio approvare tal propositione numeralmente, e vogliamo dire praticalmente, cioe con la esperienza, e per tanto divideremo una quantita ne pare secondo la detta proportione havente il mezzo, & duoi estremi, hor sia tal quantita 12 la che trovaremo la sua menor parte esser 18 men R 180. & la maggiore R 180 men 6. Hor per trovar la sua media proportionale multiplicaremo queste due parti l'una fia l'altra, cioe 18 men R 180. fia R 180 men 6. & trovaremo che fara R 103680 men 288. (summando pero le radici communicanti del primo produtto) & la radice universale del detto produtto sara la ricercata media proportionale, cioe la prima quantita sara 18 men R 180. la seconda, over media sara R v. (R 103680 m. 288. la terza sara R 180 men 6. hor dico che queste tre quantita non solamente sono continue proportionali, ma hanno anchora questa mirabil conditione, che la summa del quadrato della prima, & della seconda (cioe delle 2 menor) sara eguale al quadrato della terza (cioe della maggiore) & che questo sia il vero quadra la prima (cioe 18 men R 180.) fara 504 men R 233280. quadra anchora la seconda (cioe R v. (R 103680 men 288.) fara R 103680 men 288. & questi duoi quadrati giongendoli insieme, trovarai che faranno 216 men R 25920. & tanto trovarai esser il quadrato della terza, cioe di R 180 men 6. che se la quadrarai trovarai, che fara precisamente 216 men R 25920. che e il proposito.

Ma in queste tai operationi se non haverai ben in memoria le regole del summar, & sottrar del piu, & del meno, & similmente delle radici communicanti senza dubbio restarai confuso. Et nota che sopra di questa conclusione si puo formare di belle, & sottil dimande.

26 LE figure essagone equilatere, & equiangole sono di facile apprensione per esser sempre il lato di ciascheduna di quelle (come dimostra Euclide nella decimaquinta del suo quarto libro) e eguale alla mita del diametro del cerchio, che la circonscrive, talche tirando dal centro del detto cerchio una linea a ciascheduno delli 6 angoli di quella tal figura sara risolta in 6 triangoli equilateri, che ciascheduno lato di quelli sara eguale alla detta mita del diametro di tal cerchio. Essempi gratia sia lo essagono a b c d e f. circonscritto dal cerchio dalle medesime lettere annotato, il centro, del quale sia il ponto g. & sian tirate le linee g a. g b. g c. g d. g e. & g f. & sara divisa tal figura essagona in 6 triangoli equilateri, che ciascheduno lato di ciascheduno di quelli sara eguale alla mita del diametro del detto cerchio, e pero essendone noto il diametro del detto cerchio, ne vien a esser noto il lato di tal figura (& per il contrario) & essendone noto il lato di tal figura ne viene a esser noto, non solamente i lati di quelli 6 triangoli equilateri, ma anchora le loro perpendicolari, & similmente l'aria sua, & quella di tutta la figura, & per esser meglio inteso supponemo che il lato del detto essagono sia 10. (onde il diametro del cerchio verrebbe a esser 20) e pero li detti 6 triangoli saria 10 per faccia, hor troviamo la perpendicolare di uno di quelli (per la regola data) cioe quadra 10 fa 100. & di questo 100 cavane il quarto, cioe il quadrato della mita di 10. il qual quadrato sara 25. restara 75. & la R 75 sara la perpendicolar di uno di detti triangoli, la qual multiplicata fia la mita della basa, laqual mita sara 5 il suo quadrato sara 25 multiplicato adunque 25 fia 75. fara 1875. & cosi la R 1875 sara la superficie de l'uno di detti 6 triangoli, ma perche li detti triangoli sono 6 multiplicaremo la detta superficie di R 1875 per 6 (quadrando pero il 6.) & trovaremo che fara R 67500. & tanto sara l'aria, over superficie di tutti li detti 6 triangoli, & consequentemente di tutta la figura essagona, che e il proposito.



Potrebbesi per un'altra via trovar la superficie di tal essagono, cioe imaginando in tal essagono un triangolo equilatero tirando dal ponto a una linea dal a al c. & un'altra dal tal .c. del qual triangolo equilatero, la sua perpendicolare veniria a esser (se ben la consideraray) li tre quarti del diametro, li quali tre quarti del diametro sariano 75. onde il lato di tal triangolo veniria a esser R 7500. & questo tal triangolo (se ben lo essaminarai) trovarai esser la mita del detto essagono, onde multiplicando la perpendicolare contra tutta la basa produria il doppio de l'aria del detto triangolo, il qual doppio veniria a esser eguale all'aria del detto essagono, e pero multiplicando la perpendicolar, che è 75. fia la basa, che è R 7500. fara R [illegible]7500. per l'aria del detto essagono, si come che per l'altra via fu anchor trovato, nondimeno il primo modo è piu natural, e pero meglio si conferma nella memoria.

21 Eglie uno essagono, che l'aria sua è cento, volendo per tal notitia trovar quanto sia il lato di tal essagono.

Trovalo per positione, & proportione, cioe poni uno essagono a tuo piacere di lati, & superficie cognita, hor pigliamo quello della precedente, che sai che il lato è 50. & la sua superficie è R [illegible]7500. & quadra il detto suo lato fara 2500. poi per la regola del tre dirai, se R [illegible]7500. di superficie vien da 2500. (quadrato del lato) da chi veniria 100 di superficie, opera secondo la regola, & trovarai che veniria da R R 1481 $\frac{13}{27}$, & tanto sara il lato del detto essagono, & con tal regola potrai far le simili, & in ogni specie di figura, perche l'aria delle figure simili al quadrato del suo lato mantengono una medesima proportione.

22 La figura di sette angoli equilatera, & equiangola fin hora non è stato ritrovato il modo da saperla dessignare con ragione, ne manco che proportione sia fra il suo lato, & il diametro del cerchio, che la circonscrive, ne manco quella che sia fra il lato, & la corda, che sotto tende al angolo del detto settagono, e pero n'è impedita la via di poter per la sola notitia del lato, over del diametro del cerchio, trovare con modi geometrici la sua superficie, eccetto con modi naturali, come fu fatto di sopra. Eglie ben vero che Orontio moderno mathematico s'aventa, & prosume di haver trovata la discretione di tutte le regular figure di molti angoli, cioe non solamente della detta figura di sette angoli, & lati equilatera, & equiangola, ma anchora di quella di 9. & di 11. & di 13. & altre simili, lequal figure da Euclide sono state intralasciate, & similmente Ptolomeo nella formatione delle tavole di corde, & archi niente di tai figure ha parlato. E per tanto volendo il detto Orontio dar a credere al mondo, che lui sapesse molto piu di quello che lui sapeva, si è notificato lui medesimo appresso di ogni intelligente geometra saper molto, & molto meno di quello, che lui si prosume di saper in tal scientia, & che questo sia il vero il detto Orontio principal fondamento di tal sua opinione, piglia questa propositione in qual si voglia duoi triangoli di duoi lati eguali, che habbino li duoi lati dell'uno, eguali alli duoi lati dell'altro, & che la basa dell'uno sia maggior della basa dell'altro, conchiude che dalla data quantita delle due base subsequita la proportionata qualita delli duoi angoli contenuti sotto delli lati eguali, cioe che li detti angoli imitano la proportione delle 2 base. Ma non dimostra altramente tal propositione, ma vuol che la sia creta cosa ridiculosa appresso di ogni geometra, & tanto piu ridiculosa quanto si puo dimostrar il contrario. Il qual contrario si manifesta a questo modo sia il cerchio .a b c d. il centro del quale è il ponto .e. & sia tirato in quello la linea .a b. lato del quadrato, & la .b c. lato del essagono, & dal centro .e. siano tirate le linee .e a. e b. e c. & sara costituiti li duoi triangoli .e a b. & .e b c. ciaschaduno di duoi lati eguali di l'uno sono eguali alli 2 lati eguali dell'altro (perche tutti vengono dal centro alla circonferentia) & l'angolo .a e b. del triangolo .a e b. è retto, & l'angolo .b e c. del triangolo .b e c. è li duoi terzi d'un angolo retto (per esser tal triangolo .b e c. equilatero) per esser adunque l'angolo .a e b. in sesquialtera proportione a l'angolo .b e c. seguiria (per la detta propositione di Orontio) che la basa .a b. fusse in sesquialtera proportione alla basa .b c. laqual cosa non è vero, perche se il diametro .a d. fusse posto 14. la basa .a b. sarebbe R 98. & la basa .b c. sarebbe 7. lequal due base si vede, che non osservano tal proportione sesquialtera, seguita adunque tal sua conclusione esser falsa, & cio che da quella depende esser falsa, e pero potiamo dire fin hora non esser cognita la costruttione geometrica del detto settagono, nonagono, undecagono, & cosi discorrendo. E pero si vede che Hieronimo Cardano medico Milanese insieme con Lodovico suo creato a me proposero (nella nostra publica disputa) varii quesiti nelli suoi 31 a me proposti, che loro medesimi non gli sarebbono saputi solvere, delli quali questo ne è uno, & fu il primo di detti 31.

Errore, & falsa persuasione di Orontio, circa l'haver trovato la discretione di tutte le figure regulari di molti angoli.

Quesito primo a me proposto dal Cardano medico,

& da Lodovico suo creato da loro ignorato.

Eglie un triangolo, del qual un lato è d'uno eptagono, & il secondo lato è sottoposto a duoi lati del medesimo eptagono, dimostrami non passando il sesto di Euclide, qual proportione hanno

hanno

sciano fra loro con i tre lati del detto triangolo.

E qual suo questo non solamente a non passar il detto sesto di Euclide loro medesimi non lo hauerebbono saputo risoluere, ma con tutti li quindeci libri del detto Euclide, cosa vergognosa, & vituperosa in vna tal publica disputa proponer a me (per confutarme) questioni da loro ignorate.

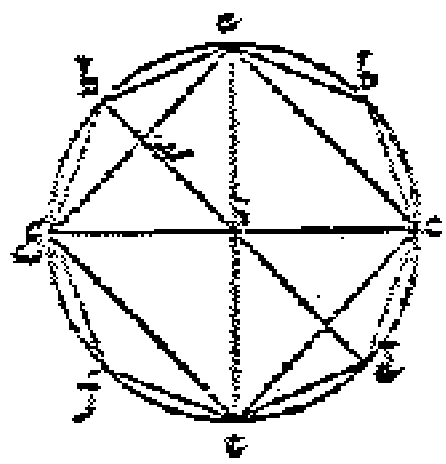
25 Gli e vn cerchio a b c d e f g h. che il suo diametro è 14. volendo inuestigar quanto sia il lato del ottagono equilatero contenuto da quello.

Prima trouaremo il lato del maggior quadrato, che inscriuer si possa in detto cerchio, & perche il diametro del detto cerchio vien a esser anchora diametro del detto quadrato, e per tanto quadraremo il detto diametro sara 196. & di questo ne pigliaremo la mità, che sara 98. & la R 98. sara il lato del detto quadro, & li 4 lati di tal quadro vengono a essere a g. a c. c e. & e g. & perche delli 8 angoli del ottagono li 4 terminano nelli medesimi ponti a c e g. doue termina anchora li 4 angoli del quadro, & li altri 4 terminano nel mezzo di 4 archi, che sopra sendono alli 4 lati del detto quadro, cioe nelli 4 ponti. b. d. f. & h. tal che tirando le 8 cordente a b. b c. c d. d e. e f. f g. & g h. sensibilmente si vedera il detto ottagono equilatero, hor per trouar quanto sia vna di dette cordente, dal ponto h. al centro i. tiraremo la linea h i. & quella allongandola per fino alla circonferentia necessariamente concorrera nel ponto d. per esser il ponto d. diametralmente, opposito al ponto h. & tal diametro h d. segara la a g. orthogonalmente (cioe a squadro) in due parti equali in ponto. k. & la h k. vien a esser perpendicolare del triangolo a h g. del qual triangolo habbiamo solamente noto la basa a g. esser R 98 (per esser lato del quadro) & volendo trouar quanto sia la linea h a. egli e necessario, che noi trouiamo prima quanto sia la detta perpendicolare h k. Et questa trouaremo per la 35. propositione del terzo libro di Euclide, nella qual e speculatiuamente dimostra, se in vn cerchio due linee rette si segano fra loro quello, che procede da vna parte di vna di dette linee nell'altra parte di quella medesima è equale a quello rettangolo, che è contenuto sotto alle due parti dell'altra linea.

Perche adunque la linea h d. (diametro del cerchio) sega la linea a g. (lato del quadrato) in due parti equali in ponto k. il dutto della parte h k. nella parte k d. sara equale al dutto della a k. in la k g. ouer al quadrato della a k. & perche tutta la a g. (lato del quadrato) è R 98. & la a k. veniria a esser R 24½. & il quadrato della R 24½ sara 24½. & cosi il dutto della h k. nella k d. sara medesimamente 24½. & perche tutta la h d. è 14. (diametro del cerchio) e per tanto bisogna far di 14. due tal parti, che il dutto di l'vna in l'altra faccia 24½, onde procedendo per la regola data nel quarto capo del vndecimo, & vltimo libro della nostra seconda parte, trouaremo la menor parte esser 7 men R 24½. & tanto sara la perpendicolare h k. & la k d. trouaremo esser 7 più R 24½, hor per trouar quanto sia la a h. (lato del ottagono) summaremo il quadrato della h k. (il qual quadrato sara 73½ men R 4802.) insieme con il quadrato della a k. il qual quadrato sara 24½ fara 98 men R 4802. & tanto sara il quadrato della a h. (lato del ottagono) onde il detto lato a h. veniria a esser R v. (98 men R 4802.) che è il proposito.

Anchora per vn'altra via si poteria trouar la perpendicolar h k. & consequentemente il lato del ottagono a h. la qual via è questa.

Tu sai che la h i. è 7. per esser la mità del diametro, & la k i. è equale alla a k. per esser l'una, & l'altra la mità del lato del quadrato, cioe R 24½, se adunque dalla h i. (che è 7.) ne cauamo la k i. (che è R 24½) il restante h k. veniria a esser 7 men R 24½, si come per l'altra via, onde summando il quadrato della perpendicolare h k. insieme con il quadrato della a k. tal summa sara pur 98 men radice 4802. per il quadrato del lato a h. del ottagono, & la R v. (98 men R 4802.) veniria a esser il ricercato lato a h. del ottagono, si come per l'altra via fu anchor trouato.

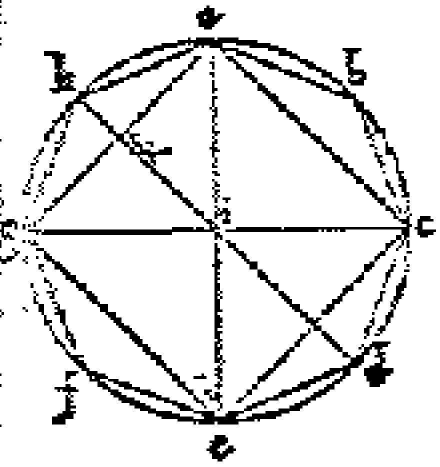


diametro del cerchio 14.
h k. 7 men R 24½
lato del ot. R v. (98 men R 4802.

26 Gli e l'ottagono equilatero a b c d e f g h. inscritto nel cerchio dalle medesime lettere annotato, del qual ottagono il suo lato è 2. si adimanda quanto sia il diametro del detto cerchio, che lo circonscriue.

lato del ottagono 2.
diametro del cer. R v. (16 più R 128.

Questa risolueremo per positione, trouando prima vno ottagono, che ti sia noto il lato, & anchora il diametro del cerchio, che lo circonscriue, qual poteti trouare per la regola della passata, ma per abbreuiar le parole pigliaremo quel medesimo della passata, che fu che il diametro del cerchio è 14. & il lato del ottagono fu trouato esser R v. (98 men R 4802.) ma sempre nelle simili bisogna operar con li quadrati di detti termini, cioe quadrar il diametro del cerchio, & l'uno, & l'altro lato dicendo, se 98 men R 4802 (quadrato del lato del ottagono) mi da 196 (quadrato del diametro) che mi dara 4. (quadrato del ottagono) onde multiplicando 4 fia 196 fara 784. & questo partendolo per 98 men R 4802. trouando il suo partitore con multiplicar tal partitore per il suo binomio, cioe per 98 più R 4802. & similmente la cosa da partire, & trouarai che ti veniria per partitore 4802. & la cosa da partire 76832 più R [illegible]. Onde partendo il detto binomio per il detto partitore, ne venira 36 più R 2048. & tanto sara il quadrato del diametro del ricercato cerchio, e pero il proprio diametro veniria a esser radice universale 36 piu R 2048. che è il proposito. E pero è buono a tener nota della proportione di lati di tal figure, con il diametro del cerchio, che li circonscriue.



diametro del cerchio 14.
superficie del otta. R 19208.

31 POniamo anchora che 'l diametro del cerchio, che circonscriue l'ottagono a b c d e f g h, sia 14. volendo saper quanto sia la superficie di tal ottagono.

Troua prima il lato a g. del quadrato, che per la trentesimanona, ne fu chiarito esser R 98. & nota che a multiplicar tutto il diametro del cerchio fia tutto il lato del detto ottagono produce la superficie di tutto il detto ottagono, & questo da sotto faremo chiaro. Multiplicaremo adunque 14 via R 98 sara R 19208. & tanto sara l'aria del detto ottagono.

La causa che a multiplicare tutto il diametro del cerchio in tutto il lato del quadrato produca la superficie dello ottagono inscritto in detto cerchio, si dimostra in questo modo. Egli e manifesto che il dutto della perpendicolare h k. (della precedente figura) in tutta la basa a g. (lato del quadrato) produce l'aria del doppio del triangolo a h g. & similmente il dutto della perpendicolare i k. del triangolo a g i. in tutta la detta basa a g. (lato del quadrato) produce il doppio del detto triangolo a g i. adunque (per la prima del secondo di Euclide) il dutto di tutta la linea i h. (tutta del diametro) nella detta basa a g. (lato del quadro) produra il doppio del quadrilatero a h g i. il qual doppio viene a esser la mita del detto ottagono, & se il dutto della mita del diametro, (qual è i h.) nella a g. (lato del quadrato) mi da la superficie della mita del ottagono, non vi è dubbio, che il dutto di tutto il diametro d h. nel detto lato del quadrato mi dara l'aria di tutto il detto ottagono, che è il proposito.

32 SUpponemo anchora, che ne sia noto la superficie di un ottagono equilatero, & equiangolo esser 200. & che per tal notitia vorremmo trovar la quantita del diametro del cerchio, che lo circonscriue.

Questo si puo trouare con un'altro ottagono, che di quello ne sia noto la sua superficie, & anchora il diametro del cerchio, che lo circonscriue, hor pigliamo quello della precedente, che il diametro del cerchio è 14. & la superficie del ottagono è R 19208. onde arguendo con il quadrato del diametro diremo, se R 19208 (superficie del ottagono) mi da 196 (per il quadrato del diametro del cerchio, che lo circonscriue) che mi dara 200 (superficie del ottagono) onde multiplicando, & partendo secondo la regola trouaremo, che ne venira R 80000. per il quadrato del detto diametro, adunque il detto diametro veniria a esser R R 80000. che è il proposito.

Delli varij modi inuestigati da gli antichi, & moderni mathematici, & naturali, per quadrare il cerchio, & delle varie openioni circa la quadratura di esso cerchio. Cap. VI.

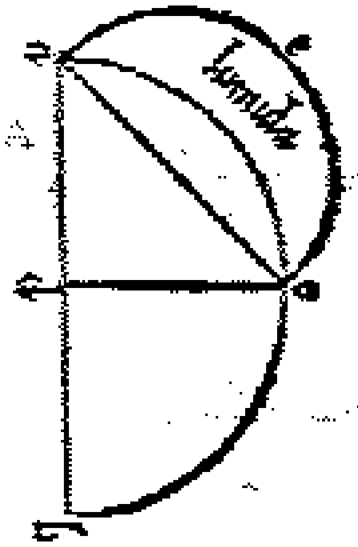
1 CHe cosa sia il cerchio fu diffinito nel principio della terza parte per autorita di Euclide, & anchora fu dimostrato sotto breuita sopra il misurar, & quadrar diuersi, la regola pratica data da Archimede Siracusano, da misurar, & quadrar naturalmente (cioe senza error sensibile) il detto cerchio, altramente non si poteua dichiarare quelle altre particolarita del misurar botte, vini, mari, & suoi fondamenti. Ma in questo luogo intendo di tal figura piu abondantemente, & piu minutamente trattare.

Dico adunque tal figura circolare (come approua Aristotele in quel di Celo, & Mondo testo 31) esser la prima delle figure superficiali, ma fin hora niuno vi è stato, che habbia saputo trouar regola di saper geometricamente quadrare tal nobil figura, anzi circa a tal effetto ho ritrouato varie sorte di openioni, cioe alcuni hanno hauuto per fermo la quadratura di tal figura circolare esser scibile, anchor che fin hora non sia saputa, cioe esser possibile di trouar geometricamente un quadrato equale a un cerchio, ouero esser possibile di trouar la proportione, che è fra la circonferentia del cerchio, & il suo diametro, laqual proportione trouata, che fusse sarebbe anchor trouata la quadratura del detto cerchio (come di sotto si fara manifesto) e pero molti antichi philosophi, & peritissimi mathematici (come recita Giorgio Valla Piacentino) hanno con mirabile industria geometrica tentato di trouarla, & di questi furno Antiphon, Brison, Hippocrate Chio, Archimede Siracusano, Apollonio Pergeo, & molti altri, che a voler narrar tutti quelli modi sarebbe cosa longa, basta che niun di loro puote trouar via di concluderla, anchor che alcuni di questi tali fusse in geometria eccellentissimo, & piu ingenioso, & tal modo fu quello di Archimede, come nell'opra sua appare, il quale anchor che 'l non potesse trouar mathematicamente di quadrare tal figura, trouo almeno di quadrarla physicalmente, cioe in quanto al senso, &

con somma breuita, perche trouo dimostratiuamente la proportione della circonferentia al diametro esser menore di tripla sesquisettima, cioe menore, che da 22 a 7. & maggiore di tripla sesqui $\frac{10}{71}$, & oltra di questo ne ha anchora dimostrato specialmente, che il dutto della mita del diametro nella mita della circonferentia e precisamente eguale alla superficie di tal cerchio, & anchora per abbreuiar la operatione in pratica, ne ha specialmente fatto conoscere, che li $\frac{11}{14}$ del quadrato del diametro del detto cerchio, erano eguali medesimamente alla superficie di tal cerchio, come che sopra il squadrar di terreni fu detto, & essemplificato, e pero superfluo sarebbe a replicar quiui tal essempio.

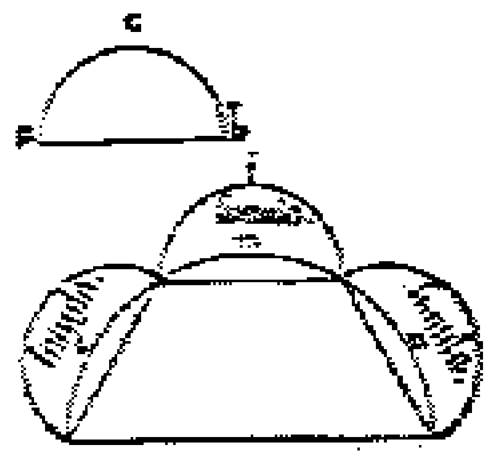
Ma perche il modo, ouer la via, che tenne quel philosopho detto Hippocrate Chio per trouar geometricamente la detta quadratura del cerchio, fu assai ingeniosa, se la voglio recitare.

Egli e manifesto per la seconda del duodecimo libro di Euclide, che di ogni duoi cerchij, la proportione dell'uno all'altro e si, come la proportione del quadrato dell'uno al quadrato del diametro dell'altro. Et anchora la proportione, che e da vn cerchio a vn'altro cerchio, quella medesima sara della mita dell'uno alla mita dell'altro.



Imagino questo sia il mezzo cerchio a b c. & sia diuiso il diametro a b. in 2 parti eguali in ponto d. & sia tirata la d c perpendicolar sopra la a b. et sia tirata la c a. et sopra di quella sia tirato il mezzo cerchio a e c. & perche il quadrato del diametro a b. (per la penultima del primo di Euclide) e doppio al quadrato del diametro a c. seguita adonque che il mezzo cerchio a b c. sia doppio al mezzo cerchio a e c. & perche il medesimo mezzo cerchio a b c. e anchor doppio al quadrante a d c. seguita per commune scientia, il mezzo cerchio a e c. esser eguale al quadrante a d c. leuando adunque communamente da l'uno, & dall'altro, l'arco, ouer la portione a c f. (per commune scientia) li duoi residui saranno eguali, i quali residui l'uno e quella lunula, ouer luna a e c f. & l'altro il triangolo a d c. adonque quella figura di luna, ouer lunula a e c f. contenuta da due linee curue, vien a esser precisamente eguale a quel triangolo a d c. contenuto da tre linee rette, materia degna da esser notata, perche da questa si manifesta esser possibile di formar vna figura contenuta da linee curue eguale a qual si voglia figura rettilinea proposta, perche ogni figura rettilinea (per la vltima del secondo di Euclide) si puo redur in vno quadrato, & quel tal quadrato si puo ridur in vn triangolo rettangolo di duoi lati eguali, simile al sopradetto triangolo a d c. & sopra la hypotenusa descriuergli vn mezzo cerchio, & anchor vno quadrante simile a l'arco a f c. & cosi leuando il detto arco a f c. dal detto mezzo cerchio restara medesimamente vna lunula simile alla sopradetta a e c f. eguale al detto triangolo formato, che sarebbe il proposito.

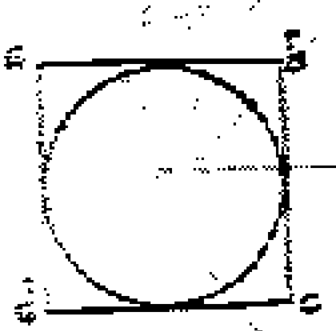
Per far il detto triangolo rettangolo di duoi lati eguali, eguale al detto quadrato prima formato, farai vn'altro quadrato sopra il diametro del primo, & questo secondo quadrato (per la penultima del primo di Euclide) sara doppio al primo, e pero tirandoui il suo diametro sara diuiso in duoi triangoli di duoi lati eguali, che ciaschaduno di detti duoi triangoli venira a esser eguale al primo nostro quadrato, e pero con vno di quelli potrai esseguire quello che di sopra e stato detto, & per il contrario a vna simil data lunula si potra trouar vn simil triangolo a lei eguale.



Hor per venire al fine della prima materia proposta sia la linea a b. & sopra di quella sia descritto il mezzo cerchio a c b. & sia tolta la d e. doppia alla a b. & sopra di quella sia anchora descritto il mezzo cerchio d m e. & in questo siano tirati tre lati del essagono, quali siano d f. f g. & g e. tal che ciaschaduno di detti tre lati venira a essere eguale alla a b. per esser ciaschaduno eguale alla mita del diametro d e. sia anchora descritto sopra a ciaschaduno di quelli vn mezzo cerchio, quali siano d h f. f i g. & g k e. onde ciaschaduno di quelli tre mezzi cerchij venira a esser eguale al mezzo cerchio a c b. & perche il diametro d e. e doppio al diametro a b. seguita che il quadrato del detto diametro d e. sia quadruplo al quadrato del diametro a b. e pero il mezzo cerchio d m e. vien a esser quadruplo al mezzo cerchio a c b. onde seguita che il detto mezzo cerchio d m e. sia eguale a tutti quelli quattro mezzi cerchij, d h f. f i g. g k e. & a c b. cauando adunque communamente da l'una, & l'altra banda quelli tre archi, ouero portioni d l f. f m g. g n e. (per commune scientia) seguita quelle tre lunule insieme col il mezzo cerchio a c b. esser eguali a quella trapezial figura rettilinea d f g e. laqual figura vien a esser la mita del essagono descritto in esso il cerchio. Ma perche ogni figura rettilinea si puo risoluere in triangoli, se sara adunque risolto il detto trapezial in triangoli, & dando a ciaschaduna di quelle tre lunule vno triangolo a lei eguale, il triangolo che restara sara eguale al mezzo cerchio a b c. onde il doppio del detto mezzo cerchio a b c. sarebbe eguale al doppio di tal triangolo, & cosi tal cerchio integro sarebbe eguale al doppio del detto triangolo, il qual doppio riducendolo in vn quadrato (per la vltima del secondo di Euclide) tal quadrato sarebbe eguale al dato cerchio, per laqual cosa il dato cerchio sarebbe permutato in vn quadrato, & certamente questa inuestigatione e artificiosa, & dalli prinope geometrici dimostrata, nondimeno la è mendosa, perche la lunula di sopra dimostrata esser equale a quel triangolo sta sopra il lato del quadrato descritto dentro del cerchio totale, & questa tal lunula sta sopra il lato del essagono del total cerchio, e pero non seguita il proposito, ma non resta, che la inuestigatione non sia ingeniosa, & geometrica.

Alcuni altri, si moderni, come antichi philosophi, hanno hauuto per fermo esser impossibile di quadrar tal figura circolare, cioe esser impossibile di poter trouar, ne dar vn quadrato, ne altra figura rettilinea equale a vn cerchio, ne ad altra figura curuilinea, dicendo nõ esser tal figure vniuoce, ma equiuoce, & le cose equiuoce non esser comparabile, alla qual loro openione di sopra si è dimostrato al cõtrario, perche s'è dimostrato quella lunula contenuta da due linee curue esser precisamente equale a quel triangolo rettilineo, & questo procede, che quel nome retto, & curuo è del predicamento della qualita, & non della quantita, si che la equiuocatione è rispetto alla qualita di termini di tai figure, ma la comparatione è in rispetto della quantita, e pero rispetto alla quantita sono vniuoce, & comparabile per essere l'una, & l'altra quantita superficiale.

Alcuni altri hanno detto, & tenuto fra la circonferentia, & il diametro del cerchio non esserui proportione per le medesime ragioni dette di sopra, cioe che fra il curuo e'l retto nõ vi è proportione per esser equiuoce, & quello che non è nella natura delle cose non è possibile a poterlo trouare, laqual sua openione reprobaremo euidentemente sopra la quinta diffinitione del quinto di Euclide da noi tradotto, & per la medesima diffinitione di Euclide.



Alcuni altri poi non solamente hãno tenuto esser possibile di poter ritrouar tal quadratura del cerchio, ma ciaschedono di loro si è presumesto di hauerla trouata con il suo proprio ingegno, & in questo humore ho trouato di quattro qualita di persone, cioe Mathematici, Naturali, Simplici, & Mecanici priui di ogni scientia, ouer disciplina, che a voler narrar li loro mecanici modi, a quelli dalla natura mostrati seria cosa longa, pur voglio narrar solo la essentia di vn Innocente che era qua in Venetia, qual [illegible], & si presumeua di hauer trouato la detta quadratura del cerchio. Et per mezzo d'un suo amico, & mio, fu introdutto a parlar con lui di tal materia. Costui trouaua vn modo (credo da lui trouato) con il quale tiraua loro (per far li ducati venetiani) la lamine molto longhe, ma larghe precisamente quanto era la larghezza del ducato, & grosse medesimamente quanto la grossezza del detto ducato, & tiraua tal lamine con tal diligentia rate di grossezza, & larghezza, che tagliando tal lamine in perfetti quadretti simili al quadretto a b c d la maggior parte di detti quadretti erano di peso equali, & oltra di questo hauea vn ordegno, vn ferro che tagliaua in tondo, con il quale dal detto quadretto a b c d, ne tagliaua precisamente vn tondo alla giusta misura del ducato venetiano, & tal tondo di detta lamina d'oro veniua [illegible] peso conueniente del ducato, talche non vi occorreua altro che far stampar il detto tondo, & con tal ordine tiraua, & tagliaua. Laqual cosa da lui a me dechiarata, fece questo argomento, dicendo, se io so quanto pesa giustamente il quadretto a b c d di lamina d'oro, & se io so quanto pesa giustamente quel tondo, che di tal quadro ne cauo, non vi è dubbio ch'io so, che parte è vn cerchio del maggior quadro, che lo circonscriue, al qual suo argomento io gli risposi, che tal sua inuentione non era cosa nuoua, ma che gia 2000 anni era stata trouata da Archimede Siracusano, & non per tal sua mecanica via, ma con modi scientifici geometrici, & quando che la hebbe trouata, conobbe per scientia tal sua conclusione non esser vera, ma solamente propinqua al vero, & talmente propinqua al vero, che il nostro senso non puo discernere la differentia, che è da tal sua determinatione alla verita, & che questo sia il vero, ditemi quanto pesa quel tal quadretto di lamina d'oro, ch'io vi sapero dire immediate quanto pesara quel tondo, che ne cauerete per far il ducato, ouer ditemi quanto pesa quel tondo, che immediate vi diro quanto pesara tutto il quadretto, auanti che ne fusse cauato il ducato, & quanto pesara quelli quattro cantoni, che vi resta di tal quadretto, dapoi che ne haueresti cauato quel tondo per improntar tal ducato. Lui mi rispose che il detto quadretto di lamina d'oro pesaua carati 22. & grani 2. al peso di Venetia, che grani 4 fa vn carato, & 24 carati fa vn quarto di oncia, & io di tal quantita (per la regola dimostrata da Archimede, che ogni cerchio è li $\frac{11}{14}$ del quadrato del suo diametro) ne pigliai li $\frac{11}{14}$, dicendo, se 14 mi da 11 che mi dara ca. 22 grani 2. onde operando me ne venne ca. 17. grani 0 [illegible] di grano, & tanto gli conclusi, che doueua pesar quel circulo di lamina d'oro, che di tal quadretto cauaua, alla qual mia risposta resto ammiratiuo intendendo, & vedendo che tal sua inuentione era cosa vecchia, & non non solamente a me, ma anchora a molti altri, & con si di tal qualita di persone, ne ho trouati molti priui d'ogni scientia, che con [illegible] mecaniche si sono persuasi di hauer trouato quello, che fra il volgo si dice tanti periti geometrici non hauer fin hora potuto trouare, e pero si manifesta l'huomo essere animal rationale, over discorsiuo, anchor che fusse mato, & allenato in cima di vn monte lontano de gli altri huomini, la natura la natura gli infonde tal rationalita, che con il suo intelletto puo discorrere in tutte le cose naturalmente, & se ben le sue inventioni in questa faculta in rispetto di quelle investigate con ragioni geometrice da gli huomini geometrici, & dottrinati in tal scientia, non è da maravigliarsi di tal sua persuasione, ma ben è da maravigliarsi di quelli, che fanno gran professione da esser geometrici, & che si persuadeno, & credeno, over che cerchino di dar falsamente a credere al mondo, loro haver trovato tal quadratura del cerchio, come che ha fatto Nicolo di Cusa cardinale, il quale con una falsa argumentatione (come ben dimostra l'Ogni santi nelle sue annotationi, & similmente Giovan di monte Regio) si presumeva di haver tal quadratura conchiusa, & tanto piu perche la detta sua conclusione era prossima a quella di Archimede, non avertendosi il detto cardinale, che il geometra (come afferma Aristotile nella posteriora testo vintiacinque) non suppone cose false (come ha fatto lui) ma vere, e pero come geometra egli e da maravigliarsi molto piu di lui, che di quelli mecanici privi d'ogni scientia, cioe che un tal huomo scientifico, & in geometria assai perito, si sia persuaso il falso, cioe di haver trovato la detta quadratura del cerchio, insieme con molte altre particolarita, che a volerle narrare vi andarebbe da scrivere per assai.

Errore, & falsa persuasione di Nicolo di Cusa cardinale, circa lo haver trovato la quadratura del cerchio, & altro.

Ma procedendo piu oltra, che diremmo di Orontio moderno geometra, & delle mathematiche professore, & al presente lettor publico in Parigi, il quale con molte sue opere si havea acquistato un gran nome appresso de gli huomini intelligenti, et dotti, & finalmente da se medesimo (appresso di chi intende) si ha in gran parte scancellato tal suo nome, per haversi persuaso, & in publico falsamente stampato, non solamente di haver trovato la descrittione di tutte le figure regolari moltiangole (da noi reprobata nel quarto capo del precedente libro) ma anchora di haver trovata, & chiaramente dimostrata la sopradetta quadratura del cerchio. Ma perche la sostantial, & fondamental falsita della sua argumentatione è circonvoluta, & coperta sotto di molte verita, talche a voler far vedere, & conoscer quella, a me è necessario a recitare sotto brevita particolarmente le cose vere, & ottimamente da lui dimostrate, & dapoi questo facilmente faremmo conoscere tal suo errore, over insufficentia.

Errore, & falsa persuasione di Orontio, circa l'haver trovata, & chiaramente dimostrata la quadratura del cerchio, come publicamente narra.

Prima per principal, & original fondamento di tal sua falsa quadratura dice haver trovata la regola di trovar fra due linee rette, due altre linee rette medie continue proportionali, senza adiutorio di alcuno istromento mecanico. Ma perche l'intento nostro non è di voler narrar dal principio al fine minutamente tal suo processo, perche vi andarebbe da dir assai, ma solamente intendo di narrare le cose sostantiali, & sotto brevita.

Errore, & falsa conclusione di Orontio.

Prima propone le due linee rette a b. & b c fra le quali intende di voler trovar due altre linee rette medie in continua proportionalita, & per far tal effetto vuol che dette due linee siano congionte ad angolo retto in ponto b. & sopra il ponto b. vuol che sia descritto un cerchio secondo la quantita della maggiore di quelle, cioe della a b. qual sia a d c f. & dapoi vuole che siano protratte le dette due linee in diretto, per fin che siano applicate alla circonferentia, nelli ponti d f. talche a c. & d f. venirianno a esser diametri di tal cerchio, poi vuol che sia divisa la c f. secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi in ponto x. talmente che la c x. sia la parte maggiore di tal linea, poi vuole che sia tirata la linea a e k. & quella prodotta in diretto per fino alla circonferentia in ponto l. & dapoi vuol che sia tirata la a l. & finalmente la l e. & per il ponto n. vuol che sia tirata la m n. equidistante alla detta l c la qual sega la medesima a l in ponto m, & il semidiametro b c in ponto n. Et conchiude che la b n. sara la terza linea proportionale, fra le dette due a b. & b c laqual sua conclusione è falsa, come di sotto si fara manifesto.

Dapoi vuole che dal mezzo diametro b d. ne sia tagliata la parte b r. equale alla b k. & vuole che dapoi sia tirata la retta m r laqual sega il diametro a c in ponto o. & che anchora sia tirata la a r. laqual continuata in diretto tanto che tocchi la circonferentia del detto cerchio in ponto f. & che finalmente siano tirate le e s. & m r. & il restante, come si contiene in essa figura.

l'angolo l. è retto.
l'angolo f. è retto.
l'angolo a m n. è retto.

Da queste cose in tal modo costrutte, con ottime ragioni dimostra l'uno, & l'altro di duoi angoli l. & f. esser retto, & finalmente dimostra l'angolo a m n. esser pur retto.

Dapoi ottimamente dimostra la linea a r. esser eguale alla linea c x. & l'angolo b a r. esser eguale a l'angolo b c x. & finalmente l'angolo a r b. esser eguale a l'angolo b k c.

le due linee a r. & c x.
li duoi angoli b a r. & b c x.
li duoi angoli a r b. & b k c. sono eguali.

Dapoi con ottime ragioni dimostra la linea a s. esser equidistante alla linea l e. & consequentemente la m n. Et finalmente rettamente dimostra l'angolo l a r. esser retto medesimamente l'angolo l e s. et consequentemente la linea a l. esser equidistante alla e f. Et tutto il quadrilatero a l e s. esser paralelogramo rettangolo.

le tre linee a s. l e. & m n. sono equidistanti fra loro.

l'angolo l a r. è retto.
l'angolo l e s. è retto, & la a l. è equidistante alla e f.

Dapoi benissimo dimostra l'angolo a r o. a l'angolo alterno r o m. esser eguale, & finalmente l'angolo a o m. al alterno n a r. esser pur eguale, & quelli che sono circa e pero li triangoli a o r. & m o n. sono equiangoli, & si come a o. al o r. cosi e n o. al o m. & permutatamente si come a o.

ad.o a.e. si come r.o.ad.o m.

Dapoi realmente dimostra li duoi triangoli a o m. & r o n. hauer l'angolo o. equale, & esser reciproci di lati, & consequentemente sono equali fra loro.

Et cosi per fino a questo termine in ogni sua argomentatione è proceduto con verita, & per non s'ingannare nelle cose, che si ha da dire, tutte le precedenti conclusioni ben dimostrate le habbiamo registrate in margine.

Dapoi che ha veramente dimostrate tutte le sopradette particolarita, in questo argomento (come lo dimostra) che le due basi a m. & n r. (per esser basi di detti duoi triangoli a o m. & r o n. equali) & sotto tendere a angoli equali è necessario esser di simil proportione, laqual cosa non è il vero, che tal cosa sia necessaria, & questa è la radice principale della falsita di detta sua inventione, perche da questo si inferisce, che li detti duoi triangoli a o m. & r o n. siano simili, & di sopra se dimostrano li detti duoi triangoli esser di lati reciproci, e pero non è necessario, che siano poi simili, e per tanto circa di questo non fa chiara dimostratione, come meritava, e pero tutte le altre conclusioni, che vanno seguitando restano dubbiose, cioe prima non è necessario (com'è detto) li duoi triangoli a o m. & r o n. esser simili (essendo di lati reciprochi) et per questo le due linee a m. & r n. non è necessario esser equidistanti, ne manco è necessario il quadrilatero a m n r. esser parallelogrammo rettangolo, ne manco è necessario li duoi angoli a r n. & m n r. esser retti, e pero non essendo necessario li detti duoi angoli a r n. & r n c. esser retti, seguita anchora non esser necessario le due linee r b. & n b. esser medie in continua proportionalita fra le due prime proposte, che fra la. a b. & la b c. come si propone, e pero tal problema non viene a esser chiaramente risolto.

angolo a r m. è equale al r m n. & l'angolo a n m. al n a r. è equale

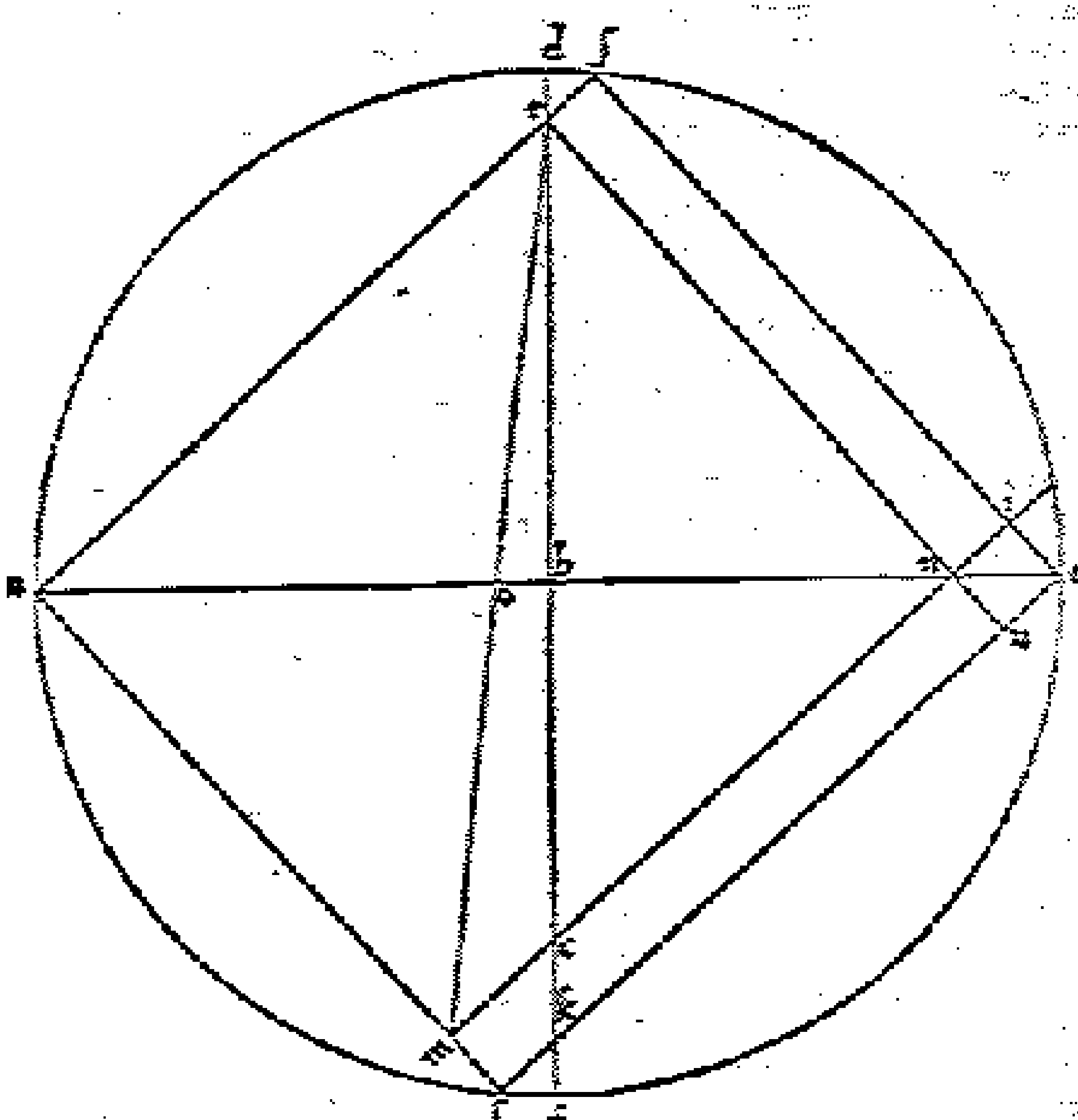
li triangoli a o r. & m o n. sono equiangoli.

si come a o. ad. o r. cosi è n o. ad. o m.

si come a o. ad. o m. & cosi è r o. ad. o m.

li duoi triangoli a o m. & r o n. sono reciproci, & equali.

Il fondamental errore di Orontio è, che le due basi a m. & n r. non è necessario esser della medesima proportione di lati, come concluade in parole, ne che il triangolo. a o m. sia simile al il triangolo r o n. ne le due linee a r. & n m. esser equidistanti, ne il quadrilatero a m n r. esser parallelogrammo rettangolo, ne li duoi angoli a r n. & r n c. esser retti. &c.



Piu chiaramente si fa conoscere la falsita della regola data da Orontio per trovar le due medie continue proportionali.

Ma per far manifesta la falsita di tal sua regola praticalmente con numeri, supponiamo che la linea a b. sia 2 2 misure, & la b c. che sia 8. hor volendo fra questi due linee, over numeri trovare duoi altri fra quelli continui proportionali (per la nostra regola posta nella seconda parte, sopra il proprio partir delle proportioni) quadra 2 2 fa 484 multiplica

multiplica questo 144 per lo quarto termine, cioe per 8. fara 1152. & la radice cuba di 1152. sara il secondo termine, ouer la seconda quantita. Et per trouar la terza quadra 8. fa 64. & questo multiplicalo per 12 fara 768. & la radice cuba di 768. sara la terza quantita, & tutte quattro le dette quantita staranno in questa forma prima 12. seconda ℞ cu. 1152. terza ℞ cu. 768. la quarta 8. & in queste 4 quantita non vi e dubbio alcuno che non siano continue proportionali (per la seconda parte della 16. & 17 del sesto del nostro Euclide) perche il dotto della prima, & della quarta si troua esser eguale a quello della seconda nella terza, cioe il dotto di 12 fia 8 fa 96. Et il dotto di ℞ cu. 1152 fia ℞ cu. 768. fa ℞ cu. 884736. laqual ℞ cuba estratta si troua esser precisamente 96. & similmente il dotto della prima fia la terza si troua eguale al quadrato della seconda, perche l'uno, & l'altro fara ℞ cu. 1327104. e pero la nostra resolutione fatta per la nostra regola non vi e alcun dubbio.

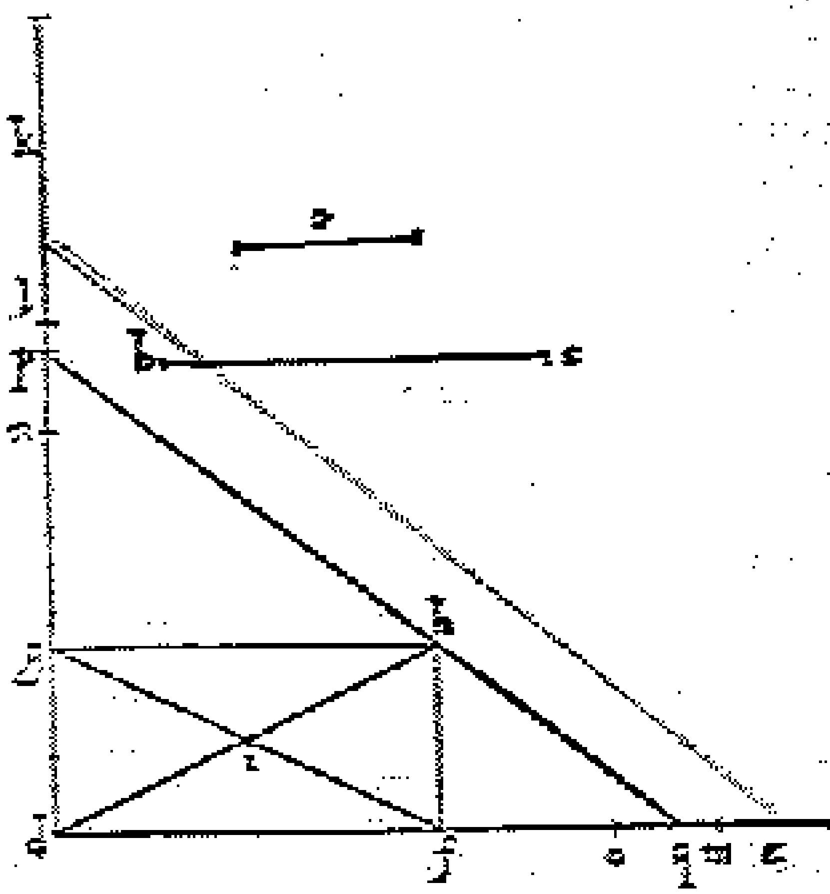
Secondo l'auttore.
prima quantita 12. a b.
seconda quantita ℞ cu. 1152. b r.
terza quantita ℞ cu. 768. b n.
quarta quantita 8. b c.

4 Hor per giustificar si praticalmente se la regola data da Orontio per trouar le dette due medie continue proportionali e buona, ouer veramente non, voglio che ritrouiamo per la detta sua regola le dette due quantita continue proportionali fra il detto 12. & 8. cioe supponendo la a b esser 12 misure, & la b c. 8. onde la differentia da 8 a 12. viene a esser 4. & tanto sara la c f. laqual 4. diuidendola secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi si trouara la sua maggior parte esser ℞ 20 men 2. & tanto sara la c k. & la menor 6 men ℞ 20. & tanto sara la k f. & perche la b c e 8. & la c k e ℞ 20 men 2. tutta la b k. venira a esser la summa di 8. con ℞ 20 men 2. laqual summa, sara 6 piu ℞ 20. & perche la b k. fu tolta eguale alla b r. seguira la detta b r. esser 6 piu ℞ 20. & perche nella argumentatione di Orontio fu concluso la detta b r. esser la seconda quantita delle 4 continue proportionali. Et di sopra per la nostra regola fu concluso giustamente tal seconda quantita esser ℞ cu. 1152. & perche la verita non puo star saluo a vn modo seguirebbe adunque la detta 6 piu ℞ 20. non esser la detta seconda quantita delle dette 4 continue proportionali, come conclude Orontio, egli e ben vero ch'e molto propinqua al vero, & questo potemo praticalmente conoscere se cauamo la ℞ propinqua di 20. ch'e $4\frac{4}{9}$, che gionto con quel 6 fara $10\frac{4}{9}$, & circa $10\frac{4}{9}$ sarebbe la detta seconda quantita secondo la regola di Orontio, & cosi se cauamo la propinqua ℞ cuba di 1152 (secondo la nostra regola) trouaremo quella esser 10 [illegible], che sarebbe [illegible] manco di $10\frac{4}{9}$, laqual differentia rispetto al compasso in vna linea, ouero in vna figura piccola e quantita insensibile, e pero il mathematico non concede che vna conclusione sia vera per dimostrarsi vera al senso, ma vuol che la ragion ne faccia chiaro cosi essere, perche (come dice Boetio al 9 capo della sua musica) il senso e come vn seruo, che obedisse la ragione, & la detta ragione e quella, che commanda, & giudica, & comunque ogni scientia, & ogni nostro sapere habbia hauuto principio dal senso, qual riferisse, come nuntio la qualita delle cose sensibili alla detta ragione, ma la detta ragione e quella, che fa giudicio di tal cose assai annotate dal senso, & cosi niun vero giudicio puo far il detto senso da se medesimo senza la ragione, perche il detto senso si corrompe egualmente nelle cose grandi, & nelle piccole, cioe che quel si confonde nelle cose grandi, & nelle piccole, ma la detta ragione per le cose mediocre assai annotate dal senso, fa vero giudicio, si delle grandi, come delle piccole, oltra le mediocre a lei riferte dal senso.

Secondo Orontio.
prima quantita 12. a b.
seconda quantita 6 piu ℞ 20. b r.
terza quantita $4\frac{2}{3}$ piu ℞ 20. b n.
quarta quantita 8. b c.

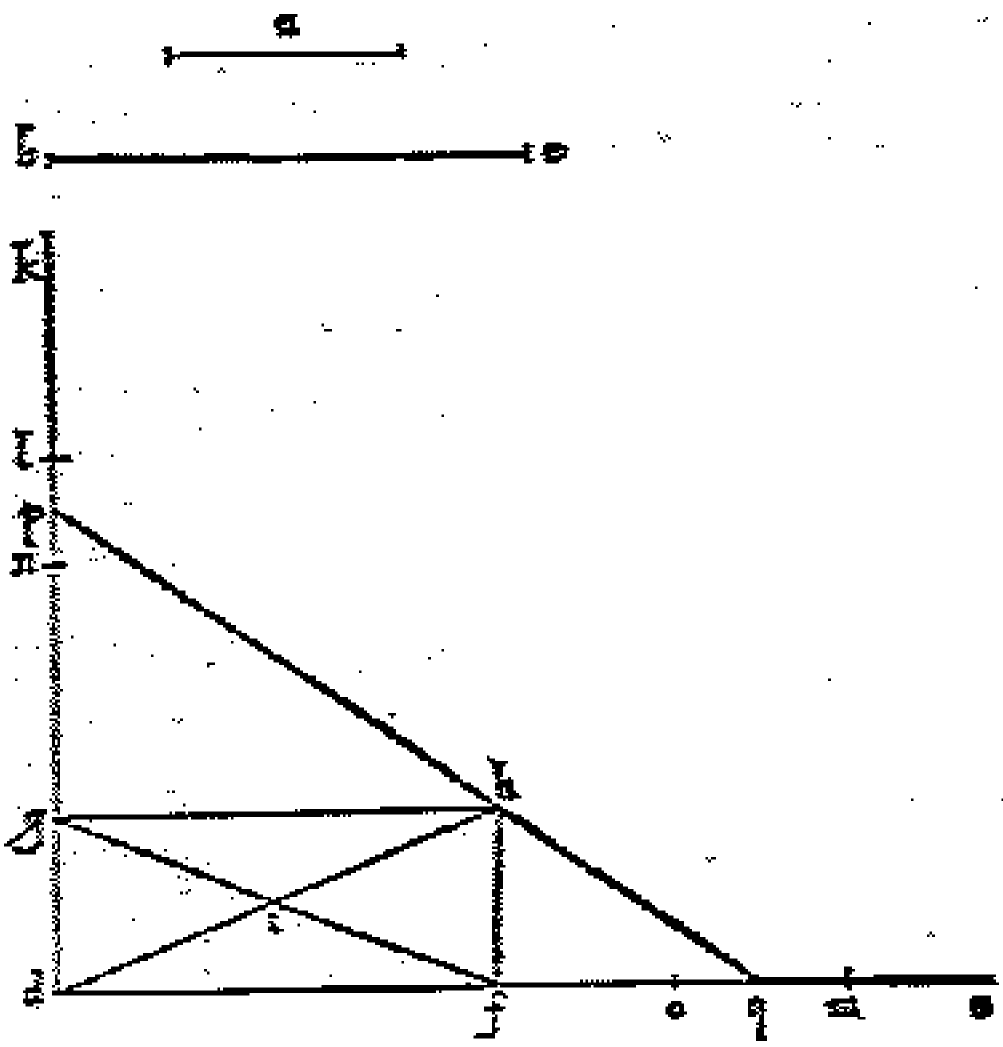
Ma tornando al nostro proposito per far piu manifesto la falsita di detta regola di Orontio, voglio che praticalmente trouiamo anchora la terza linea continua proportionale, cioe la b n. per la notitia della prima (ch'e 12) & della seconda (ch'e 6 piu ℞ 20) & per trouarla multiplicaremo 6 piu ℞ 20. in se medesimo fara 56 piu ℞ 2880. & questo partiremo per 12. & ne venira $4\frac{2}{3}$ piu ℞ 20. & tanto sara la detta terza, cioe la b n. & secondo la nostra giusta conclusione trouassemo quella esser radice cuba 768. & perche la verita (com'e detto) non puo star se non a vn modo, per esser adunque la nostra vera seguita quella di Orontio esser falsa.

Questo problema di saper trouar fra due linee date due altre linee medie in continua proportionalita, fu di non poca estimatione al tempo di Platone per causa di voler duplicar l'altar di Apolline da lui ricercato, per far cessare vna gran peste, il qual altare era in forma di cubo, e pero non solamente Platone, ma molti altri philosophi con gran diligentia si missono a ricercare di essequire tal problema, cioe di saper duplicar il cubo, il che in sostantia non e altro che il saper trouar fra due linee proposte, due altre linee medie in continua proportionalita. Et cosi non solamente fu trouato da essequir tal problema da detti nostri antichi circa 12 varij modi, come si troua registrato in Giorgio Valla, & in Archimede, ma anchora da molti altri moderni, vero e che niun di loro ha trouato da essequir tal problema mathematicamente, anzi in ciaschaduno di quelli, bisogna trouar qualche particolarita accidentale, come costumano li particolari, liquali modi a volerli essemplificare tutti a vno per vno sarebbe materia longa, & quasi senza frutto, ma per il piu ispediente che nelle nostre occorrentie usiamo, & che per lo auenir usaremo è quello che habbiamo dimostrato nella seconda parte per trouar la radice cuba per linea, nella quale se ben ti aricordi fu trouato li duoi p. & q. a tastone, che tirando la linea p q, quella transisse precisamente per il ponto .h. & cosi fu concluso la linea f q. esser la radice cuba di 10. il qual modo, ouer regola serue anchora per trouar fra due linee date, due altre medie continue proportionali, & anchora per duplicare, treplicare, quadruplicare il cubo. Essempi gratia pongo che vogliamo trouare fra le due linee a. & b c. due altre medie continue proportionali, faremo di dette due linee il parallelogrammo rettangolo d f g h. talmente che la sua longhezza d f. sia eguale alla nostra linea b c. et che la sua larghezza g d. ouer f h. sia eguale alla nostra linea a. & per trouar il cētro di tal rettangolo tiraremo li 2 diametri g f. & d h. i quali s'intersecaranno in ponto .i. & il detto ponto .i. verrà a esser il cētro di tal figura. Dapoi protraremo il lato d f verso .e. in indefinita quantita, & similmente il lato d g. verso .k. fatto questo bisogna trouar duoi ponti l'uno nella linea f e. & l'altro nella linea g k di tal cōditione, prima che ambiduoi siano equalmente distanti dal centro .i. secondariamente, che siano talmēte situati, che tirādo da l'uno a l'altro una linea retta, quella transisca precisamente per il ponto .h. li quali duoi ponti a volerli trouare



geometricamente, cioe con modi dimostratiui sin hora non habbiamo potuto trouar di essequir tal effetto, ma solamente a tastone come costuma ogni semplice materiale, & come hanno costumato anchora li nostri antichi philosophi, & come fu fatto sopra a trouar la radice cuba per linea, nella seconda parte, cioe pigliando il compasso, & facendo centro il ponto .i. & con quello cercar di signar (con l'altro piede girabile del detto compasso) un ponto sopra la linea .g k. & un'altro (senza variar l'apertura di tal compasso) sopra la linea f e. i quali duoi ponti siano (com'è detto) di tal qualita, che tirando una linea retta da l'uno a l'altro quella transisca precisamente per il ponto .h. & per trouar questi duoi ponti bisogna procedere (com'è detto) a tastone, cioe operimentar con diuerse apriture di compasso, cioe hor stringendolo, hor allargandolo secondo il bisogno, per fino a tanto, che tirando la detta linea da l'uno a l'altro quella transisca precisamente per il detto ponto .h. Vero è che hauendo giudicio, tai duoi ponti in duoi, ouero in tre colpi li trouaremo. Essempi gratia ponismo che li duoi primi pōti siano .n. & .o. & perche tirando la detta linea (cioe occulta) dal .n. al .o. quella transirebbe piu a basso del detto ponto .h. e pero allargaremo alquanto il nostro compasso, & signaremo gli altri duoi .l. & .m. & perche tirando la detta linea non apparente dal detto ponto .l. al ponto .m. quella trasirebbe alquanto di sopra del detto ponto .h. e pero stringeremo alquanto il detto nostro compasso, & signaremo duoi altri ponti, quali siano .p. & .q. & perche a tirar la detta linea occulta dal detto ponto .p. al ponto .q. quella transira precisamente per il detto ponto .h. come sensibilmente si vedera tirandola poi con inchiostro. Hor dico le 2 linee g p. & f q. esser le 2 ricercate linee medie in continua proportionalita fra le due a. & b c. ouer fra le d f. et f h. a quelli equali. Et perche questo fu dimostrato sopra la detta dimostratione della radice cuba, superfluo sarebbe a replicar tal sua dimostratione in questo luogo. Ma ben è pensato di replicar la operatione per dimostrare, che il trouar di dette due linee medie proportionali fra due linee proposte è inuentione antica, & possonsi trouar in diuersi modi, cioe secondo il modo che trouo Platone, ouer per quello, che trouo Herone, dal qual cauamo questo che di sopra habbiamo dimostrato, ouero per quello di Philone, di Apollonio, di Diocle, di Pappo, di Poro, di Menechmo, di Archita, di Eratosthene, di Nicomede, di Parmenion discipulo di Apollonio Pergeo, & di molti altri, li quali modi per breuita lasciamo da essemplificare, ben che niun di detti modi è realmente geometrico, ma in ciascuno bisogna trouar qualche particolarita te a talsine, come habbiamo fatto a trouar li duoi ponti . p. & . q. & non ho trouato alcun che sia per l'uso di hauer trouato di esseguir tal problema realmente con modi geometrici, eccetto che Orontio, & Michel Stifelio, & quanto in cio si sia ingannato Orontio l'habbiamo di sopra mostrato, di Michel Stifelio di sotto si fara manifesto, ma prima voglio mostrare, come con tal problema si puo duplicar, ouer treplicar, ouer quadruplicar vn cubo, & anchora dimezzarlo, ouer pigliar il $\frac{1}{2}$, ouer il $\frac{1}{4}$, ouer il $\frac{1}{3}$, et altre simil parti, ouer piu parti d'un cubo, pur i forma cuba.

Volendo adunque duplicar vn cubo, cioe fabricar vn cubo, che sia doppio di aria corporale a vn'altro proposito cubo. Dico che si debbe pigliar due linee l'una (cioe la prima) che sia eguale al lato del proposito cubo, & la seconda, che sia doppia a quella, & fra queste due linee trouarne .2. altre medie continue proportionali secondo l'ordine dato di sopra, & trouate tai due linee il cubo della seconda sara doppio di aria a quel primo cubo. Essempi gratia poniamo che il lato del proposito cubo sia la linea .a. della precedente figura, & che l'intento nostro sia di voler fabricar vn altro cubo, che sia doppio al detto proposito cubo, pigliaremo la linea . b c. doppia alla detta linea . a. & fra queste due trouaremo due altre medie in continua proportionalita, onde procedendo secondo l'ordine dato nella precedente, cioe trouando li duoi ponti . p. & . q. a talsine, il che facendo trouaremo le dette due linee l'una esser la . f q. & l'altra la g p. cioe la prima di queste quattro linee in questo caso, sara la . f h. la seconda la . f q. la terza la . g p. la quarta, & vltima sara la . d f. ma perche la . f h. fu posta eguale alla . a. (lato del primo cubo) & la . d f. eguale alla . b c. diremo adunque la prima di dette quattro linee (in questo caso) esser la . a. la seconda la . f q. la terza la . g p. & la quarta la . b c. Hor dico che il cubo fabricato sopra della seconda (cioe della . f q.) sara doppio al detto nostro primo proposito, cioe a quello fabricato sopra della prima linea . a. & tutto questo si approua, & dimostra per la duodecima diffinitione del quinto, & per la trentesimasesta del vndecimo, che in sostantia inferiscono, che essendo quattro linee continue proportionali, la proportione del cubo della prima, al cubo della seconda sara, come la proportione della prima alla quarta di dette linee, perche adunque la proportione della prima linea (laquale e . a. alla quarta (laquale e la . b c.) e subdoppia, seguita che il cubo della detta . a. prima sia subdoppio al cubo della . f q. seconda, e pero il cubo della detta . f q. sara doppio al cubo della . a. che e il proposito.



Et cosi volendo formare vn cubo treppio, ouero quadruppio, ouero in qual si voglia altra multiplicita al detto cubo della . a . si pigliarebbe la . b c. treppia, ouero quadruppla, alla detta linea . a. et dapoi si procederebbe, si come si e fatto. Et nota che no solamente si puo formare multiplice il detto cubo, ma in ogni specie di proportione, che'l tutto no si puo dire, ne essemplificare. Et se ti perdesse di voler far vn cubo solamente la mita del cubo di . a. tu pigliaresti la . b c. eguale alla mita della linea . a. & dapoi seguiresti (com'e detto) molti singolari effetti o sarebbe da dir di questo problema, il quale lo riseruamo da dire nella fabricatione di corpi, come suo propio luogo.

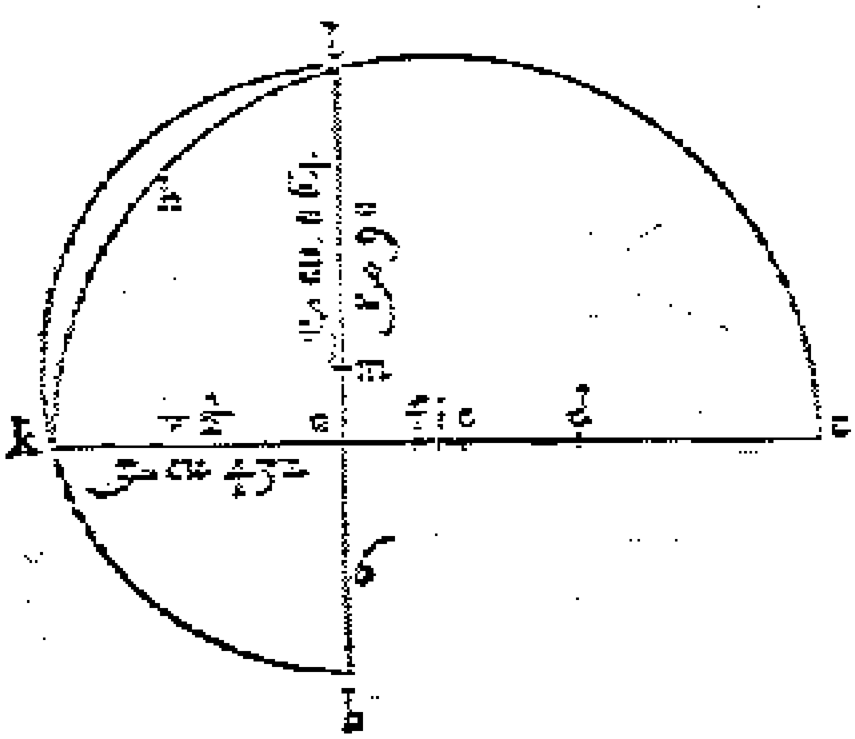
Il modo, che si persuade di haver trovato Michel Stifelio circa la dupplicatione del cubo.

6 Certamente molto mi sono maravigliato di Michel Stifelio, qual veramente si è dimostrato con l'opra sua, sì in pratica, come theorica molto eccellente in questa facultà, & che si sia poi falsamente persuaso di haver trovato geometricamente di dupplicare il sopradetto cubo, & per voler dimostrar tal sua inventione qual suppone l'altezza del cubo, che si ha da indoppiare esser 6 piedi, & vuol che pigli una linea alla misura di tal altezza, & dapoi vuol che pigli un'altra linea, che sia doppia a quell'altezza del cubo, che si vuol doppiare (che in questo caso sarebbe di 12 piedi) & sel cubo fusse da treppiare, tal linea vuol che sia gli treppia a tal altezza, & così discorrendo, & dapoi vuol che si pigli due altre linee medie proportionali fra quelle due, & conchiude (com'è il vero) che la prima linea proportionalmente mediante sarà la misura del lato del cubo, che si ha da fare, che sia doppio al dato cubo.

Ma le dette due linee medie in continua proportionalità fra 6. & 12. le ritrova prima per numeri da contrahere alle dette linee, cioè la prima sarà l'altezza del dato cubo, cioè 6. la seconda ℞ cu. 432. la terza ℞ cu. 864. la quarta, & ultima sarà 12. cioè quella che sarà doppia al 6. come in margine si vede, li cubi dellequali quattro quantità 216. 432. 864. 1728. onde si vede che il cubo della seconda linea (qual è 432) è precisamente doppio al nostro dato cubo (qual è 216) che sarebbe il proposito in numeri. Ma per trasferire, over sortire giustamente tal numero di radice cu. 432. geometricamente in una linea, che la misura sia il lato del cubo, che si ha da fare, & che la sua solidità sia il detto 432. il detto Michel Stifelio, vuol che si proceda, come di sotto insegnerà.

4 quantità continue proportionali 6. ℞ cu. 432. ℞ cu. 864. 12. cubi delle sopradette quantità 216. 432. 864. 1728.

Primamente vuol che si protrahi due linee oscure (cioè apparente) interfecate fra loro a angoli retti, come sono la l b. & k e. Et così vuol che la linea della menor estremità (qual è quella di piedi 6) sia designata di sotto dal ponto della interfecatione (cioè dal ponto a) si come si vede la a b. Et la linea della maggior estremità (qual è 12) vuol che sia signata dalla parte destra dal detto ponto a. Come si vede la linea a e. Dapoi vuole che dalla linea a e. ne sia segata la a d. eguale alla a b. talmente che a d. & a b. siano eguali. Dapoi vuol che sia divisa a d. in 2 parti eguali in ponto c. secondariamente vuol che sia per divisa la a e. in due parti eguali in ponto f. Terzo vuol che sia divisa la f c. in due parti eguali in ponto i. & fatto questo sopra il ponto i. sia posto il piede immobile del compasso, & l'altro piede mobile allargato per fino al ponto e. (cioè in fine della linea della maggior estremità) & descriva il mezzo cerchio. k l i e. come si vede descritto sopra il diametro k e. & così



vuol che si habbia ritrovato due linee medie proportionali in continua proportionalità, cioè la k a. & la l a. fra le due estremità b a. & a e. Et dice che questo è facil cosa da vedere dalla medesima figura, alli intelligenti la nona propositione del sesto libro di Euclide, cioè che la k a. è media proportionale intra la a b. & a l. & dice che per questa causa, cioè per causa della precisione che lui ha descritto il mezzo cerchio sopra la linea l b. cioè il mezzo cerchio. b k g l. & dice che per la medesima ragione, per laquale la k a. è media proportionale fra la b a. & la a l. per quella medesima anchora la l a. è media proportionale fra la k a. & la a e.

Errore, & falsa persuasione di Michel Stifelio, circa la dupplicatione del cubo geometricamente.

Dellaqual sua sciocca conclusione molto mi stupisco, perche per pervi si puo conoscere, che tal k a. & l a. non sono tai qual paiono al senso, ne manco il mezzo cerchio b g l. descritto sopra il diametro b l. non transisse per il ponto k. anchor che così ne pare al senso, & che tal nostre oppositioni siano vere così si manifesta.

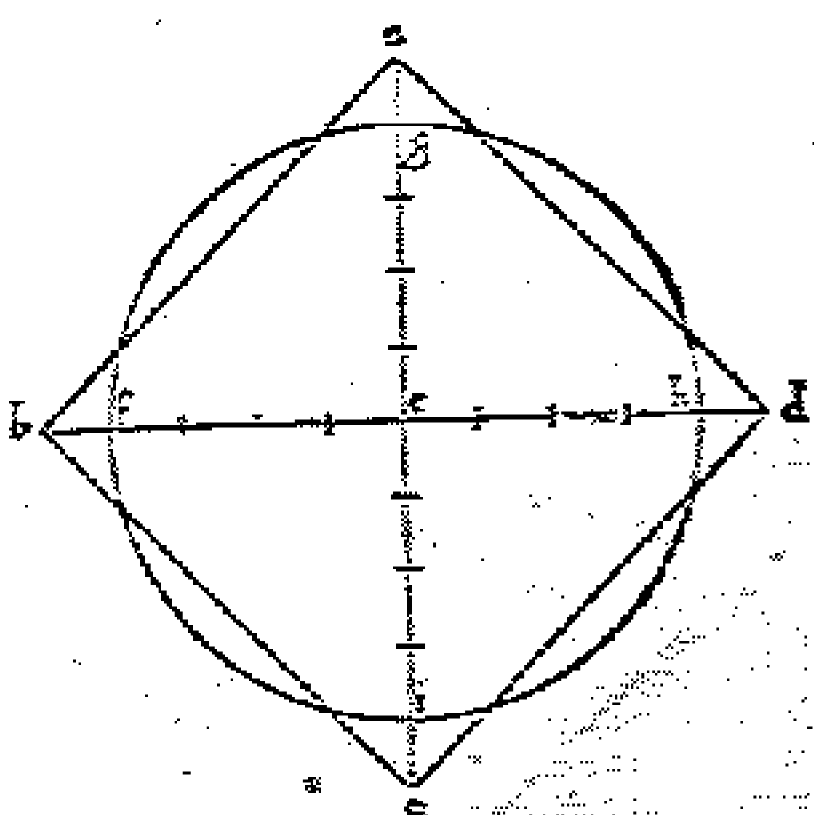
Egli è cosa chiara, che dal ponto i. al ponto e. (facendo ben conto) vi è [illegible], & altro tanto è dalla k i. per esser il detto ponto i. centro del mezzo cerchio k l i e. (dal presupposito nostro primo) & dal ponto a. al detto ponto i. (facendo ben conto) vi è [illegible] qual [illegible] tratto della k i. resterà [illegible] sarà la sara la k a, & lui vuole che tal linea k a sia R cu. 432 ch'è irrationale, essendo adunque la detta k a egualmente 7 1/2 & la a e dal presupposito è 12 & perche la a l (per la nona del sesto di Euclide) è media proportionale fra la k a & la a e, è pero il dutto della a k (ch'è 7 1/2) nella a e che è 12 (che fara 90) sara equale al quadrato della a l, adunque la detta a l sarebbe R 90, cioe la R quadra di 90. & lui vuol che sia R cu. 864, lequal due quantita sono differenti di nome, & di quantita fra loro, e pero è manifesto le dette due linee k a, & l a non esser medie in continua proportionalita fra 6 & 12, come fu dal suo proposito di voler trovare.

Dico anchora il mezzo cerchio b h l descritto sopra il diametro b l non transire per il ponto k (come suppone) perche se'l vi transisse seguirebbe (per la nona del sesto di Euclide) che il dutto della a l (che è R 90) nella a b (che è 6) fusse equale al quadrato della a k (che è 7 1/2) & perche il dutto della a l nella a b sia R 3240. & il quadrato della a k sarebbe 56 1/4, che sarebbe alquanto meno de R 3240. e pero la circonferentia del detto mezzo cerchio b h l transisse alquanto di sopra del ponto k, ma tal differentia non è sensibile, cioe che'l nostro occhio non la puo discernere, & questa è la causa (come fu detto sopra la terza) che il senso non puo esser giudice nelle operationi geometrici appresso del geometra, ma solamente la ragione, & per questa causa le mathematice sono giudicate esser nel primo grado di certezza.

7 HOr per tornare al nostro primo proposito. Dico che quantunque Orontio havesse solamente errato nel trovar le due medie proportionali fra li lati di quelli doi quadrati, che propone, & che le altre sue particularita, che di mano in mano va proponendo sopra a tal materia fussero vere, & veramente demostrate secondo l'ordine del mathematico senza dubbio si potria cōchiudere la detta quadratura del cerchio. Ma che ben considera tutti li suoi sequenti argomenti trovara che nel concludere finalmente quello che ha proposto, vuol che gli sia prestato fede per accostarsi alla determinatione di Archimede Siracusano, ma acciochè alcuno non pensasse, che ogni nostro intento sia di voler mostrare il detto Orontio voglio por fine a questa sua quadratura, & altre sue particularita, che consequentemente va proponendo.

8 MA per non lassar di narrar quanto che nella quadratura del detto cerchio ho trovato scritto, & massime di quelle, che nella pratica sono di qualche cōmodita, over utilita, Carlo Bovillo in fin de l'opera sua, da un brevissimo modo, over regola da ridure un quadrato in un cerchio, & similmente un cerchio in un quadrato, laqual regola dice che la ritrovo in un libretto fatto da un certo villanello in lingua volgar, laqual auttor che fusse senza dimostratione, per accostarsi a quella propinqua trovata da Archimede, & del Cardinal di Cusa, lui la volse convertire di tal lingua volgar in latino, laqual propositione è questa.

Volendo a un dato quadrato, designare un cerchio a quello equale, tirarai in tal quadrato li suoi duoi diametri, dividi ciascheduno di detti diametri in 10 parti equali, dapoi describerai un cerchio, che il diametro di quello sia 8 di quelle parti, & tal cerchio, mathematicamente parlando, sara equale a quel tal quadro. Essempi gratia sia il quadrato a b c d. volendo designar un cerchio equale a tal quadrato, tira in quello li duoi diametri a c, et b d, liquali s'intersegano in ponto e. fatto questo, dividi l'uno, & l'altro di detti diametri in 10 parti equali, & sopra il centro e. secondo la quantita di quattro di quelle parti, designarai il cerchio f g h i, & questo cerchio si concluda esser equale al detto quadro.



Et per il contrario dato un cerchio, & volendo per questa regola designare un quadrato, equale a tal cerchio dividi l'uno, & l'altro di duoi diametri f h, et i g, di tal cerchio in otto parti equali, et allonga l'uno, & l'altro di detti diametri, dall'una, & l'altra banda una di quelle parti, cioe per sino alli quattro ponti a b c d, & poi congiongi li detti quattro ponti con le quattro linee a b, b c, e d. & d a. & cosi sara costituito (secondo questa regola) il quadrato. a b c d. eguale al detto cerchio. e f g h, come era il proposito. Et questa tal regola anchor che la non sia dimostrata, ma per esser molto ispediente, & presta per designatori, & architetti, & esser molto vicina a quella di Archimede fra le regole naturali, che non danno error sensibile, e da esser commendata, e pero Alberto Durero pittor eccellentissimo, come cosa utile a l'arte sua se l'ha registrata nell'opera sua.

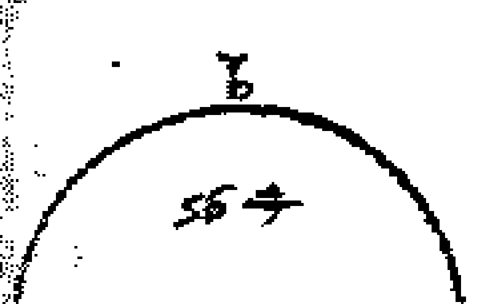
9 Ma accio si veda quanto questa regola s'accosti alla regola di Archimede (per schifar tedio) voglio che supponiamo un cerchio, che il suo diametro sia otto piedi, volendo saper per questa sopranotata regola quanto sia la sua superficie, al diametro di tal cerchio vi sopragiongo il quarto di esso diametro, & fara 10. & questo 10 sara il diametro di quel quadro, che sara eguale a tal cerchio, & per saper la superficie di tal quadro, quadro il detto suo diametro (cioe quel 10) & fara 100. & di questo 100 ne piglio la mita, che fara 50. & cosi 50 sara l'aria del detto quadrato, & 50 sara anchora (per questa regola) l'aria del detto cerchio, che il suo diametro e 8.

Hor vederemo mo quanto sara l'aria di tal cerchio secondo la regola di Archimede, laqual si puo trovar per diverse vie, come sopra il squadrar di terreni fu mostrato, ma la piu breve in tal caso e questa, quadraremo il diametro di tal cerchio, qual e 8 fara 64. & di questo ne pigliaremo li $\frac{11}{14}$, cioe lo multiplicaremo per 11. che fara 704. & questo lo partiremo per 14. & neverra $50\frac{2}{7}$, & tanto sarebbe l'aria del detto cerchio secondo la regola del detto Archimede, laqual differentia nelle cose naturali, over materiali, cioe nelle cose accadenti a designatori, pittori, architettori, agrimensori, & altri simili non sarebbe molto importante, vero e che tal regola appresso di mathematici, & veri geometrici sarebbe riputata di niun valor, per non haver alcuna ragione, over dimostratione di tal problema.

Di alcune speculative questioni occorrenti sopra il cerchio, & le sue portioni insieme con l'ordine osservato da Ptolomeo in formar le tavole di archi, & corde dichiarando alcune difficulta sopra quello. Cap. VII.

Nella terza parte sopra il misurar, & squadrar di terreni fu detto, & di sopra replicato, come che Archimede Siracusano con modi geometrici dimostrativi trovo la proportione della circonferentia del cerchio al suo diametro alquanto maggior di tripla sesquisettima, cioe di 22 a 7. & menore di tripla sesqui $\frac{10}{71}$, cioe di 223 a 71. ma per esser piu propinqua a quella di 22 a 7, (& anchor piu commoda da maneggiar in pratica) sopra di quella si sono fermati tutti li pratici. Et similmente nella terza parte fu anchora detto, come il detto Archimede approva, & dimostra qualmente il rettangolo compreso sotto alla mita del diametro del cerchio, & alla mita della sua circonferentia era eguale alla superficie del detto cerchio, & similmente fu anchor detto, come che il detto Archimede dimostra, che li $\frac{11}{14}$ del quadrato del diametro del cerchio, era medesimamente eguale alla detta superficie del detto cerchio, & similmente fu dapoi mostrato alcuni altri modi da quelli dependenti per trovar la superficie di tal cerchio. E pero le dette sue conclusioni non staremo a replicar con essempi, ma verremo ad alcun'altre questioni sopra quello, & sopra le sue parti, & massime sopra delli archi, & corde.

1 Dato un mezzo cerchio ponimo a b c. che il suo diametro a c e 12. volendo trovar la superficie si puo procedere per piu vie (si come fu detto sopra il tutto) ma la piu facile a me mi pare, che sia a quadrare il diametro, dicendo 12 fia 12 fa 144. & multiplicando per 11. & partir per 14 (secondo il solito) & ne verria $113\frac{1}{7}$, & tanto sarebbe la superficie del cerchio integro, ma per esser solo che la mita pigliaremo la mita di $113\frac{1}{7}$, che fara $56\frac{4}{7}$, & tanto sara la superficie del detto mezzo cerchio.



Anchora si potrebbe trovar la circonferentia a b c. & per trovarla si potrebbe trovar quella di tutto il cerchio, & dapoi torne la mita, ma la piu breve mi par che sia a dir se 7 di diametro mi da 11 (per la circonferentia del mezzo cerchio) che mi dara 12 di diametro, opera che trovarai che ti dara $18\frac{6}{7}$, & tanto sara la detta circonferentia a b c. Onde multiplicando la mita della detta circonferentia (che sara $9\frac{3}{7}$) per la mita del diametro, che sara 6. fara medesimamente $56\frac{4}{7}$ per la superficie del detto mezzo cerchio, si come per l'altra via fu trovato, & per esser tal problema facile da comprendere da se medesimo, non voglio star a narrar, come per la notitia della semplice circonferentia a b c. si puo trovar il diametro a c. & similmente la detta sua superficie, perche se haverai in memoria tai regole date sopra tutto il cerchio facilmente le saperai applicar al mezzo cerchio.

2 Quando che dal centro d'un cerchio si partono due linee, & vanno alla circonferentia, la figura compresa sotto di quelle due linee, & da quella parte della circonferentia, che e fra quelle

due.

due linee da Euclide nella decima diffinitione del terzo è detta settor di cerchio. Essempi gratia sia il cerchio a b c d. il centro delqual sia il ponto e. & dal ponto e siano tirate le due linee e a. & e b. hor dico che la figura compresa sotto, over fra le dette due linee e a. & e b. & la circonferentia a f b. è detta settor di cerchio.

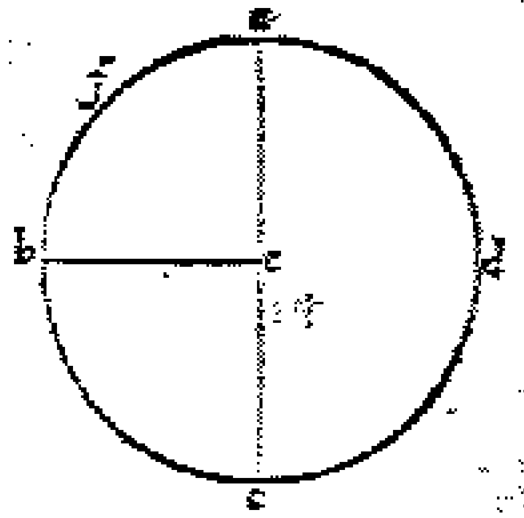
Per trovar adunque la superficie di un settor di cerchio bisogna multiplicar la mita del diametro del cerchio donde deriva tal settore, fia la mita di quella circonferentia, che'l termina, & il produtto di tal multiplicatione sera l'aria di tal settore, & perche l'una, & l'altra delle due linee rette, che formano il detto settore è sempre eguali alla mita del diametro del cerchio, donde deriva il detto settore, e pero seguita che'l dutto de l'una delle dette linee nella mita di quella circonferentia di tal settore, ne dara l'aria superficiale di quello, & tutto questo si verifica per la regola data da Archimede sopra di tutto il cerchio. Essempi gratia supponemmo che'l diametro del cerchio a b c d. sia 14. tal che per la regola di Archimede, la sua circonferentia sarebbe 44. & dal centro e sopra b. a c. (diametro del cerchio) sia tirata la perpendicolare e b. laqual e b. con la e a. & con la circonferentia a f b. formano il settore a e b f. il qual settore in questo caso viene a essere il quarto di tutto il cerchio, & per tanto volendo trovar (per la regola detta) l'aria del settore, multiplicaremo la quantita di l'una delle due linee e a. over e b. che l'una, & l'altra (in questo caso) vien a esser 7 (mita del diametro) fia la mita della circonferentia b f a. laqual circonferentia b f a. (in questo caso) è 11 la mita è $5\frac{1}{2}$, multiplicando adunque $5\frac{1}{2}$ fia 7 fara $38\frac{1}{2}$, & tanto sara la superficie del detto settore, & perche l'aria di tutto il cerchio integro è 154. & la quarta parte di 154 è medesimamente $38\frac{1}{2}$, e pero vien a esser verificata praticalmente la detta regola, laqual regola servira per ogni altra specie di settore, cioe se dal medesimo centro e fusse tirata un'altra linea al ponto f. talmente che la circonferentia f a. fusse 5. volendo l'aria di tal settor e f a. multiplicaressimo la linea e a. che è 7 fia la mita della circonferentia f a. laqual mita sarebbe $2\frac{1}{2}$, multiplicando adunque $2\frac{1}{2}$ fia 7 sarebbe $17\frac{1}{2}$, & tanto sarebbe l'aria del detto settor e f a. dico essendo tirata la linea e f. laqual e f. non ho voluto tirar per non causar confusione.

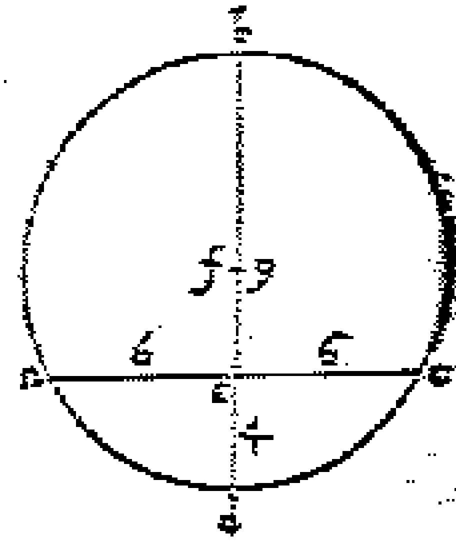
3 ET nota che questa regola ci servira per misurar un settor maggior del mezzo cerchio, cioe volendo misurar, over saper l'aria di quel restante di cerchio compreso sotto delle due linee e a. & e b. & della circonferentia a d c b. multiplica per la quantita della linea e a. che è 7. fia la mita della circonferentia a d c b. laqual circonferentia sarebbe 33. & la mita di quella sarebbe $16\frac{1}{2}$, multiplicando 7 fia $16\frac{1}{2}$ sarebbe $115\frac{1}{2}$, & tanto sarebbe l'aria superficiale di tal settor maggior del mezzo cerchio.

4 EV clide nella trentesimaquinta propositione del suo terzo libro speculativamente dimostra, che se in un cerchio due linee rette si segano fra loro, quello che procede da una parte di una di dette linee, nell'altra parte di quella medesima è eguale a quel rettangolo, che è contenuto sotto le due parti dell'altra linea.

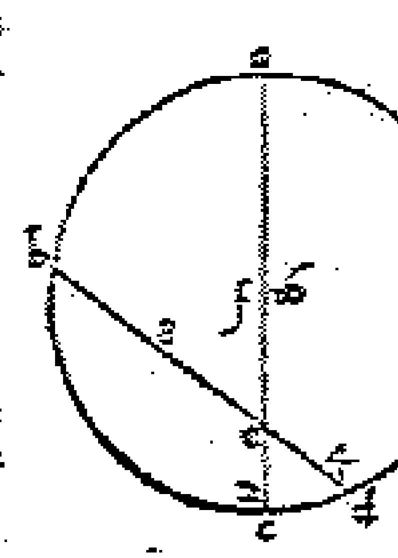
Ma perche tal propositione è generale, & le dette due linee in varii, & diversi modi si possono segar fra loro, & spesse volte una di quelle è il diametro di tal cerchio, & alle volte ne l'una, ne l'altra è il detto diametro, & perche questa tal propositione è molto necessaria, & maneggiata da Ptolomeo nel Almagesto, & altri, la essemplificaremo in diversi modi con numeri.

Sia il cerchio a b c d. il diametro delquale sia la b d. & poniamo che tal diametro sia 13 (cioe 13 misure) & sia segato ad angoli retti dalla linea a c. in ponto e. & poniamo che la linea e d. (quale è detta da pratici la sagita del arco a d c. & la linea a c è detta corda di tal arco) sia quattro, & perche il diametro b d. sega ortogonalmente in ponto e. (per la terza del terzo di Euclide) egli è necessario, che la divida in due parti eguali. E pero in questo caso (per la semplice notitia di quello che sin hora è stato detto, & supposito) potemmo saper quanto sia la linea a c. (per la detta trentesimaquinta del terzo di Euclide) siamo certi che il dutto della b e. nella e d. è eguale al dutto della a e. nella e c. & perche la a e. è eguale alla e c. seguita che il detto dutto della b e. nella e d. sia eguale al quadrato della a e. over della e c. (che è il medesimo) & perche la e d. è supposito esser 4. adunque la b e. sara 9. & il dutto di 9 fia 4 fa 36. & questo 36 sara eguale al quadrato della a e. & se il quadrato della a e. è 36. la detta a e. verra a esser la radice di 36. laqual è 6. & se la a e. è 6. tutta la a c. verra a esser 12. che è il proposito.





5 SIa anchora il cerchio a b c d. il diametro delquale è la linea a c. (qual è 18) è segato dal la linea b d. laqual è 12. in ponto e talmente che la e c. è 2. volendo mo per tal notitia trovare la quantita delle 2 parti della linea b d. cioe quanto sia la b e. & similmente la e d. & perche gia sai, che la parte e c. del diametro è 2. & la a e. è 16. multiplica 2 fia 16. fa 32. & tanto conviene che faccia il dutto delle due parti della linea b d. laqual b d. gia sai che la è 12. e pero farai di 12. due tal parti, che il dutto di l'una in l'altra faccia medesimamente

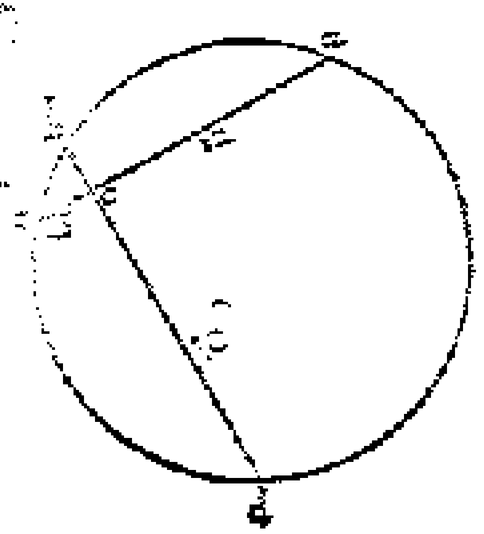


32. onde operando per la regola, che ti ho data nel quarto capo del vndecimo libro della seconda parte, cioe quadra la mita di 12. (che è 6.) & fara 36. cauane 32. & restara quattro, & la radice di 4. qual è 2. gionta & trattà alla detta mita di 12. che è 6. fara 8 per la parte maggiore, & restara quattro per la parte menore, e pero concluderemo la parte b e esser 8. & la e d. quattro ch'è il proposito.

Nota lettor che io cerco di far che le ricercate parti venghino rationali, & non sorde, per maggior chiarezza, ma nelle simili la maggior parte vengono irrationali, e pero auertirai.

6 Anchor nota che questa medesima propositione si potria variar in piu modi, cioe notificando le due parti b e. & e d. cioe l'una esser 8. & l'altra 4. & il diametro a c esser pur 18. & ricercar le due parti a e. & a c. del diametro, & perche in tal caso il dotto di 4. fia 8 fa 32. bisognarebbe far due tal parti di 18. che multiplicate l'una fia l'altra facesse 32. onde operando per la medesima regola si trouara la a e esser 16. & la e c esser 2.

Anchora si potrebbe notificar la parte a e del diametro esser 16. & la e c esser 2. & la parte e d. esser 4. & ricercar quanto sia la parte b e. onde in tal caso bisognarebbe pur multiplicar 2 fia 16. & farebbe pur 32. & perche il medesimo douerebbe far e d. cioe 4. multiplicato nella parte che a noi occulta, e pero partendo quel 32. per quel 4. ne venira 8. per la quantita della parte che a noi ignota.



7 Sia anchora il cerchio a b c d. nelqual le due linee a c. & b d. s'intersecano fra loro nel ponto e. & tutta la b d. è 16. & l'altra a c è 15. della qual la parte c e è 3. & l'altra parte e a. è 12. volendo mo per tal notitia trouare quanto sia l'una, & l'altra delle due parti b e. & e d. della linea b d. Multiplica le due parti note, cioe la c e che è 3 fia a e che è 12. fara 36. & tanto conuien esser il dotto della parte b e. nella parte e d. (per la trentesimaquinta del terzo di Euclide) e pero bisogna far della linea b d (qual è 16) due tal parti, che il dutto di vna in l'altra faccia 36. onde operando per la regola data, cioe quadra la mita di 16. che è 8. fa 64. cauane 36 & restara 28. & cosi la R 28 gionta, & trattà di 8. ne dara le dette due ricercate parti, cioe la b e. (menore) fara 8 men R 28. & la e d. (maggiore) fara 8 piu R 28. che è il proposito. Et se ne vorrai far la proua pratica, multiplica 8 m R 28. fia 8 piu R 28. trouarai che fara precisamente 36. si come fa le altre due parti c e. & e a. della linea c a. ch'è il proposito.

Questa medesima questione si potria variar in piu modi, come fu detto, & fatto sopra la precedente, ma perche tai variationi (a chi intende ben il fondamento) sono facili, te lascio tal carico.

Dell'ordine che tenne Ptolomeo in formar le tauole di corde,

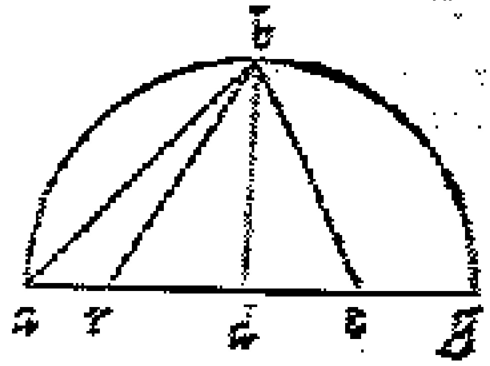
& archi nel principio del suo Almagesto.

8 Non vi è dubbio che il principal fondamento, che vso Ptolomeo per formar le tauole di corde, & archi, lo raccolse da Euclide anchor che non si volesse degnare di accusar le sue propositioni, come di sotto si fara manifesto. Ma prima voglio dechiarar vn passo in esso Ptolomeo, nelquale molti sospettano, il qual passo è questo, che lui diuide la circonferentia del cerchio della sphera del mondo in 360 parti secondo il costume delli nostri antichi astronomi, lequai 360 parti da pratici sono dette gradi, & il diametro di tal cerchio lo diuide in 120 parti, & questa seconda diuisione ha causato molti dubbij fra le persone di acuto giudicio, parendo a questi tali (rispetto alla regola data da Archimede) il detto Ptolomeo hauer non puoco errato, nella detta diuisione del diametro, attento che il detto diametro secondo il computo del detto Archimede sarebbe solamente $114\frac{6}{7}$, laqual discordanza fa nascer questo che nelle tauole di dette corde, & archi vi si troua molti, & molti archi, che'l par che l'arco sia manco della sua corda il che pare vna cosa impossibile, che la corda possa esser maggior del suo arco. Essempi gratia la corda che sotto tende a l'arco di parti, ouer gradi 24 directamente, che ben discorre nelle dette tauole del Almagesto, si trouara esser parti 24. minuti 56. & secondi 58. che è molto piu del arco, che par cosa impossibile, & cosi che ben guarda per le dette tauole se ne trouara molti, & molti di tal qualita, per il che molti si credono, che Ptolomeo habbia errato in tal calculationi.

Ma per chiarir questi tali, dico che Ptolomeo volse diuidere il diametro del detto cerchio in 120 parti fra loro equali, & la circonferentia in 360 parti, pur fra loro equali, ma non equale alle parti del diametro, cioe che vna delle parti del diametro non era equale a vna delle parti della circonferentia, anzi era maggiore, perche volendo che ciaschaduna delle parti del diametro fusse equale a ciaschaduna delle parti della circonferentia, bisognarebbe diuidere il detto diametro secondo la proportione trouata da Archimede, cioe in $114\frac{6}{7}$ parti, come di sopra è stato detto, ma perche tal diuisione haurebbe causato molte difficulta nelle consequenti sue operationi per causa di menti, e però Ptolomeo come prudente non volse diuidere tal diametro in tai parti 114 $\frac{6}{11}$, anzi lo volse diuidere (come di sopra è stato detto) in 120. perche tal numero di 120. è vn numero, che ha molte parti, laqual causa molta commodità nelle altre cose, che ha da trattare, & se ben le parti del detto diametro a vna per vna non si eguaglia a quelle della circonferentia, non gli importa niente in quello che ha da trattare circa alle dette tauole di archi, & corde, come di sotto si farà manifesto.

Eglie ben vero, che per determinare la superficie di tal cerchio, secondo la detta sua diuisione non sarebbe al proposito, cioe che volesse moltiplicare la mità delle parti del diametro (laqual mità saria 60) via la mità della circonferentia (laqual mità saria parti 180) faria 10800. per la superficie di tal cerchio, ma tal superficie sarebbe vna cosa confusa, perche tal 10800. non sarebbono quadrati delle parti della circonferentia, ne manco delle parti del diametro, anzi sarebbono 10800. rettangoli, che la longhezza di ciaschaduno di quelli sarebbe vna delle parti della circonferentia, & la sua larghezza sarebbe vna di quelle parti del diametro, ma perche Ptolomeo sapeua, che non gli accadeua a saper la superficie, ne di tal cerchio, ne manco delle sue portioni, o vogliam dir archi, ma solamente gli occorreua a saper la quantità delle corde, rispetto alla sua diuisione del detto diametro gia fatta in 120 parti per fuggir li rotti, come di sotto s'intenderà.

9 PEr dar principio Ptolomeo a determinar le corde di varie qualità di Archi il suppone, che sia il mezzo cerchio a b g erretto sopra il diametro a d g, circondato sopra il centro d. & vuol che dal ponto d. sia protratta la linea d b. ortogonalmente sopra la linea a g. & dapoi vuol che la d g. sia diuisa in due parti equali in ponto e. & vuol che sia produtta la linea b e. & vuol che sia segnata la linea e r. equale alla e b. & vuol che sia tirata la b r. & conclude finalmente, che la linea r d. è il lato del decagono, & la linea b r. è il lato del pentagono, laqual cosa in questo modo la proua, & dimostra.



Perche la d g. è diuisa in due parti equali in ponto e. & a quella gli è aggionta la linea d r. adunque (per la sesta del secondo libro di Euclide) il dotto della g r. nella r d. insieme con il quadrato della e d. si aggionglia al quadrato della linea e r. laqual è equale alla b e. & li duoi quadrati delle due linee d b. & e d. insieme sono equali al quadrato della b e. (per la penultima del primo di Euclide) per laqual causa il dotto della g r. nella r d. con il quadrato della d e. si eguaglia alli duoi quadrati delle due linee d e. & d b. insieme. Adunque quando che sia leuato via da l'vna, & l'altra banda di questi, il quadrato della linea d e. rimanerà il dotto della g r. nella r d. equale al quadrato della d b. che è equale alla g d. & perche quando che il lato dello essagono, & il lato del decagono (che siano in vn medesimo cerchio) sono in vna linea, tal linea (per la nona del decimoterzo libro di Euclide) tutta la linea da quelli composta, sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà il lato dello essagono, e però in questo caso, la linea d g. ch'è la mità del diametro, è il lato dello essagono, & la r d. sarà il lato del decagono, & similmente perche il lato del pentagono è più potente del lato del essagono, quanto può il lato del decagono, quando sono in vn medesimo cerchio descritti (per la decima propositione del decimoterzo libro di Euclide) & l'angolo b d r. del triangolo b d r. è retto, sarà il quadrato della linea b r. equale (per la penultima del primo di Euclide) al quadrato della b d. che è il lato dello essagono, & al quadrato della d r. che è il lato del decagono insieme, e però la b r. sarà il lato del pentagono, & perche il diametro del cerchio fu diuiso da esso Ptolomeo in 120 parti (come di sopra fu detto) e però la linea d e. sarà 30 di quelle parti, & il quadrato di quella sarà 900. & perche la linea b d. è la mità del diametro sarà 60. di quelle medesime parti, & il suo quadrato sarà 3600. & il quadrato della e b. (che è il quadrato della e r. per esser vno medesimo cerchio) sarà 4500. e pertanto la detta e r. sarebbe la radice di 4500. laqual radice è sorda, ma trouando la radice propinqua del detto 4500. (come costuma Ptolomeo, qual non si cura de gli errori insensibili) tal radice propinqua sarebbe parti 67 $\frac{11}{134}$, ma perche il detto Ptolomeo non costuma di notar niente per rotto, anzi li detti rotti li trasferisce in minuti, secondi, terzi, & quarti, & cosi discorrendo nelle cose importanti fino alli decimi, a ragione che vna parte sia 60 minuti, & vn minuto 60 secondi, & vn secondo 60 terzi, & cosi discorrendo in tutti gli altri, ma in queste corde non procede più oltra di secondi, e però volendo estimar quel rotto di $\frac{11}{134}$. di parte in minuti, & secondi, multiplicheremo quel 11. che è sopra la virgola, per 60. farà 660 da partir per 134. & ne vien quattro minuti, & auanza 124. qual multiplicandoli pur per 60. farà 7440 quali partendoli per 134. & ne vien 55 secondi, & auanza 70. & di questo non si procede più oltra, ma si lascia per cosa insensibile, e però concluderemo la detta e r. esser parti 67. minuti 4. & circa secondi 55. & cosi conchiude anchora Ptolomeo, dallequal parti 67. minuti 4. secondi 55. cauandone la e d. (che è 30 parti) restarà 37 parti, & 4 minuti, & circa 55 secondi, per la linea d r. laqual (come di sopra fu detto) è equale al detto decagono. Adunque non vi è dubbio, che il lato del decagono, qual sotto tende a 36 parti della circonferentia, laqual circonferentia è 360 sara 37 parti, 4 minuti, & circa 55 secondi, secondo la quantita di quelle parti, che il diametro è 120. Et qui nasce uno di dubbij detti in principio, cioe che'l numero delle parti della corda è maggiore del numero delle parti dell'arco, perche sotto a parti 36 di arco vi è parti 37 minuti 4 & circa 55 di corda, che par una cosa absorda, che la corda sia piu del arco. Ma tutto questo procede, che le parti della corda non sono di quella longhezza, che sono le parti del arco (dico a una per una) e pero non è da maravigliarsi se un'arco longo poniamo br. 2. & che la corda di quello sulle poi piedi 4. perche le braccia 2. in se sono piu longhi di quelli piedi quattro in se. Et questo voglio inferire del sopradetto arco, qual è 36 di quelle parti 360 in che fu divisa la circonferentia di tal cerchio, lequal 36 parti sono piu in se di quelle 37 $\frac{4}{55}$ della corda, lequali sono di quelle 120 in che fu diviso il diametro, & che questo sia il vero di sotto si fara manifesto.

Et perche il quadrato della b r. (lato del pentagono) è equale al quadrato della d r. (lato del decagono) & al quadrato della b d. (lato del essagono) il quadrato del detto essagono sarebbe 3600 & il quadrato del lato del decagono, cioe di parti 37 minuti 4 secondi 55 $\frac{?}{?}$, dice Ptolomeo che tal quadrato è parti 1375 minuti 4 & secondi 14 ma perche il detto Ptolomeo non dimostra il modo di quadrar di dette parti 37 minuti 4 secondi 55 $\frac{?}{?}$ a commun beneficio di studenti, in fine di questo ragionamento daremo la regola da essequir tal effetto, ma supponendo che tal quadrato sia (come afferma Ptolomeo) parti 1375 minuti 4 & secondi 14 qual giunto con il detto 3600 quadrato della b d. sara in summa parti 4975 m. 4. 14 & tanto sara il quadrato della b r. e per tanto la supplicata r. (lato del pentagono) verrebbe a esser la R delle dette parti 4975 minuti 4 secondi 14 laqual R sara (come dice Ptolomeo) cioe parti 70 minuti 32 secondi circa 3 (dico di quelle parti, che il diametro ne è 120) il modo di cavar la sopradetta radice di sotto si narrara. Et per il detto fin qua egli è manifesto, che il lato del pentagono, qual sotto tende a parti 72 della circonferentia, & il lato dello essagono qual sotto tende a parti 60 della circonferentia è parti 60 di quelle del diametro, talche in quanto al numero delle parti seguirebbe, che la corda fusse equale al arco, che par una cosa absorda, ma il tutto procede, come è detto, che le 60 parti della corda sono menori a una per una di quelle del arco, e pero tutte le 60 del arco in summa sono maggiori di quelle 60 della corda, per la inequalita delle parti. Similmente anchora, perche il lato del quadrato (qual sotto tende a 90 parti della circonferentia) è in potentia doppio alla mita del diametro, & il lato del triangolo, qual sotto tende a 120 parti della detta circonferentia è in potentia treppio alla mita del diametro, & il quadrato della mita del diametro è 3600. adunque il quadrato del lato del quadrato veniria a esser 7200. & il quadrato del lato del triangolo veniria a esser 10800. per laqual cosa sara la longhezza della corda del arco di 90 parti, di circonferentia parti 84 minuti 51 secondi 25 anchor che Ptolomeo habbia posto solamente secondi 10. & queste s'intendono di quelle parti, che il diametro ne è 120. & la longhezza della corda del arco di 120 parti della circonferentia, laqual corda (cioe lato del triangolo) è parti 103 minuti 55 & circa secondi 23. cioe sarebbono secondi 22 $\frac{?}{?}$, ma oltra li secondi non costuma Ptolomeo tenerne conto in queste operationi di corde, e pero si vede, che nella general pratica di numeri, & misure in alcune particularita bisogna concludere le questioni irrationali ponctualmente, cioe con radice sorde, ouer con binomij, & residui, & senza alcun minimo errore, & facendo altramente la operatione sarebbe giudicata per falsa, & in alcune altre particularita, non solamente basta a concludere la questione con radice propinque alla verita, ma anchora della detta radice propinqua se ne getta, ouer lascia alcune fractioni di poco momento, come che nella determinatione delle sopradette corde si è visto.

corde trovate in questa
o del decag. parti 37. m. 4. $\frac{?}{?}$ 55
o del pent. parti 70. m. 32. $\frac{?}{?}$ 3.
o del essagono parti 60.
o del quad. par. 84. m. 51. $\frac{?}{?}$ 25
o del tria. par. 103. m. 55. $\frac{?}{?}$ 23.

archi delle sopradette corde.
to del decagono parti 36.
to del pentagono 72.
to del essagono parti 60.
to del quadrato parti 90.
to del triangolo parti 120.

10 Acioche delle sopra notate conclusioni se ne habbia perfetta dottrina voglio dimostrar l'ordine delle rappresentationi, divisioni, delle sopradette quantita di corde, & archi, & delle rappresentationi delle loro multiplicationi, quadrationi, & extrationi delle loro radici. E per tanto bisogna sapere si come, che in misurare queste cose terrene (secondo la diversita delle provincie) si costuma (come si sa) una certa, & cognita misura, laqual misura communamente è divisa in un qualche numero di parti, che sia commodo al misuratore, & ragioniero da maneggiare nelle questioni occorrenti, & ciascheduna di quelle parti è divisa pur in altre parti di numero commodo, & facile (com'è detto) da maneggiar nelle operationi geometriche, & cosi con tal ordine vanno proseguendo tal divisione, per fin che si pervenga a una certa minima parte, che per la sua piccolezza sia reputata quasi di niun valore, over momento in quelle materie, che con tal misura si ha da misurare, il medesimo hanno costumato gli antichi astronomi per misurare, & conoscere li moti celesti, cioe hanno diviso con la imma-

ginatione

giarono la circonferentia del cielo in 360 parti, & non in 361. per esser tal numero di 360 molto accommodo per hauer molte parti, cioe la mita, il terzo, il quarto il quinto, il sesto, l'ottauo, il nono, il decimo, il duodecimo, & molte altre parti, laqual cosa rende gran commodità nel negotiare molte particularita, lequali 360 parti di circonferentia sono detti da Ptolomeo simplicemente parti, ma da altri, tai parti sono chiamati gradi, & ciaschaduna di queste parti, ouer gradi (in questo particolar trattato di corde, & archi) s'intende la principal misura per misurare con lo intelletto le parti delle circonferentie di circoli celesti. Et questa tal misura di circonferentia li detti antichi Astronomi la diuisero in sessanta parti (per esser tal numero di 60. vn numero accommodo di molte parti) & queste 60 parti le chiamorno minuti, & ciaschaduna di queste parti le diuisero in altre 60 parti, & cosi ciaschaduna di queste seconde parti le diuisero in altre sessanta parti, & con tal diuisione procederono per fino alle decime parti, & ciaschaduna di dette parti le chiamarono per minuti, ma per conoscere la diuersita di tai minuti alli minuti delle prime parti gli dicemo minuti primi, a quelli delle seconde parti gli dicemo minuti secondi, & quelli delle terze minuti terzi, & cosi discorrendo per fino alli minuti decimi, ma per abbreuiar il parlare alli primi minuti hanno costumato di chiamarli simplicemente minuti, & li rappresentano con questo 1. vero è che alcuni li chiamano simplicemente primi, & li rappresentano con questo segno primi ouer simplicemente con questo 1. il qual 1. è detto denominatore, li minuti secondi communamente si chiamano simplicemente secondi, & si rappresentano con questo 2. & tal 2 è pur detto denominatore, & cosi con tal ordine li minuti terzi sono detti simplicemente terzi, & il suo denominatore è questo 3. & il denominator delli quarti è quattro, & cosi si va procedendo per fino alli decimi, ma perche le parti totali si pigliano per numeri simplici, & non denominati, per suo denominatore (per varij rispetti) se gli nota 0. volendo inferire nulla esser la sua denominatione.

E per tanto Ptolomeo volendo formare, ouer trouare la quantita delle corde a tutte le specie di archi di parti integre, & anchora con vna mezza parte, diuise il diametro del detto cerchio celeste con la immaginatione in 120 parti, come di sopra fu detto, per esser tal numero accommodo, & queste tai parti le chiama pur simplicemente parti. Et ciaschaduna di queste parti (per accordarsi con la diuisione della circonferentia) la diuise pur in sessanta parti equali, & queste tal parti le chiama per minuti primi, & cosi ciaschaduno di questi minuti primi si diuise in altri sessanta minuti secondi, & con tal ordine si puo andar procedendo per fino alli decimi, come fu detto della circonferentia, vero è che nella formatione delle tauole di corde, & archi, non si procede piu oltra di minuti terzi, vero è che tai specie di minuti per breuita si rappresentano, & denominano, come fu detto di quelli della circonferentia, cioe parti, minuti, secondi, terzi, &c. ouer parti, primi, secondi, terzi, &c. Et li loro denominatori sono li numeri denominanti tal specie di minuti, cioe il denominator di primi minuti è 1. & quello di secondi è 2. & quello di terzi è 3. & cosi discorrendo, ma il denominator delle parti principali, ouer totali è vn 0. quasi volendo significare (come fu detto sopra le parti della circonferentia) nulla esser la sua denominatione. E pero quelli numeri, che hauerano questa nulla per suo denominatore si debbono intendere per parti principali, & quelli che hauerano questo 1. si debbono intendere per primi, o vuoi dir per minuti, & quelli che hauerano questo 2. si debbono intendere per secondi, & cosi discorrendo nelle altre specie di minuti.

Rappresentationi delle sopradette parti, minuti, secondi, & terzi multiplicate fra loro.

A multiplicar parti fia parti, rappresentano parti superficiali, cioe quadre,
A multiplicar parti fia minuti, rappresentano minuti superficiali.
A multiplicar parti fia secondi, rappresentano secondi superficiali.
A multiplicar parti fia terzi, rappresentano terzi superficiali.

A multiplicar minuti fia minuti, rappresentano secondi superficiali, cioe quadri,
A multiplicar minuti fia secondi, rappresentano terzi superficiali,
A multiplicar minuti fia terzi, rappresentano quarti superficiali.

A multiplicar secondi fia secondi, rappresentano quarti superficiali, cioe quadri.
A multiplicar secondi fia terzi, rappresentano quinti superficiali.

A multiplicar terzi fia terzi, rappresentano sesti superficiali.

0. fia 0. fa 0.
0. fia 1. fa 1.
0. fia 2. fa 2.
0. fia 3. fa 3.

1. fia 1. fa 2.
1. fia 2. fa 3.
1. fia 3. fa 4.

2. fia 2. fa 4.
2. fia 3. fa 5.

3. fia 3. fa 6.

22 PEr conservarsi facilmente in memoria le rappresentationi delle sopra annotate multiplicationi, bisogna avvertire qualmente li numeratori si multiplicano secondo l'ordinario del multiplicar, & li denominatori si summano, e pero si vede ch'el denominator del produtto in qual si voglia delle sopra notate multiplicationi è sempre equale alla summa di duoi denominatori, di quelli numeratori multiplicati. Essempi gratia a multiplicar 5 secondi fia 8 terzi, diremmo che fara 40 quinti, & per questa causa si costuma di notar il denominator delle parti integrali per 0. quasi volendo inferire tai parti esser niuna specie di minuti per laqual cosa seguita, che a multiplicar parti con qual si voglia specie di minuti, fa quella medesima specie di minuti, perche a summar il denominator di qual si voglia specie di minuti con la detta 0. fa quel medesimo denominatore, come da te medesimo potrai comprendere nelle sopra notate rappresentationi, & per gli essempi posti in margine, cioe quel dir 0. fia 0. fa 0. vuol inferire, che parti fia parti fa parti, perche il detto 0. è il denominator delle parti principali, & cosi quel 0. fia 1. fa 1. vuol inferire, che parti fia primi fa primi, & cosi discorrendo.

a partir 0. per 0. ne vien 0.
a partir 1. per 1. ne vien 0.
a partir 2. per 2. ne vien 0.
a partir 3. per 3. ne vien 0.

a partir 2. per 1. ne vien 1.
a partir 3. per 1. ne vien 2.
a partir 4. per 1. ne vien 3.

a partir 4. per 2. ne vien 2.
a partir 5. per 2. ne vien 3.

a partir 6. per 3. ne vien 3.

23 PEr il partire si delli denominatori, come delli numeratori delle sopradette misure, l'una per l'altra, & massime le superficiali per le lineali, bisogna notar tal atto al contrario del multiplicare, cioe li numeratori si partiscono secondo il real atto del partire, ma per saper la denominatione dello avenimento, bisogna sottrar lo denominator del partitore dal denominator del numeratore, che si ha da partire, & il restante sara il denominator dello avenimento, come che dalli sottoscritti essempi da te medesimo poi comprendere, pigliando sempre la 0. per denominator delle parti, anchor che non vi sia notato, over signato, laqual nulla significa le integral parti esser numeri semplici senza alcuna denominatione.

A partir parti per parti, lo avenimento sara parti,
A partir minuti per minuti, lo avenimento sara parti,
A partir secondi per secondi, lo avenimento sara parti,
A partir terzi per terzi, lo avenimento sara parti.

A partir secondi per primi, o vuoi dir per minuti, lo avenimento sara minuti,
A partir terzi per minuti, lo avenimento sara secondi,
A partir quarti per minuti, lo avenimento sara terzi.

A partir quarti per secondi, lo avenimento sara secondi,
A partir quinti per secondi, lo avenimento sara terzi.

A partir sesti per terzi, lo avenimento sara terzi.

Molte altre specie di partiri vi si porrebbe appresso alli precedenti aggiongere, ma perche a quello, che in questo luogo intendiamo di parlare sarebbono di superchio le habbiamo pretermesse.

Quelli sopradetti partiri si possono praticamente provare con l'atto suo contrario (secondo l'ordinario) cioe con il multiplicare, perche a multiplicar il denominator del partitore fia il denominatore dello avenimento debbe produr il denominatore della cosa partita, ma bisogna aricordarsi, come che il multiplicar di tai denominatori è a summarli insieme, come sopra il multiplicar fu detto.

24 PEr il cavar di radice delle sopradette quantita, bisogna notare, che in quanto alli numeratori tai radice, si le propinque, come le discrete, si cavano simplicemente secondo l'ordinario del cavar di tai radice, ma rispetto alli denominatori, il denominator della radice la maggior parte delle volte si dimezza del denominator del suo quadrato, come per le sopra annotate multiplicationi facilmente si puo comprendere, che se primi fia primi fa secondi, che anchora la radice di secondi è primi. Similmente se secondi fia secondi fa quarti, non vi è dubbio, che la radice di quarti convien esser secondi, & cosi discorrendo come puoi vedere nelle annotationi poste in margine.

la radice di parti è parti
la radice di secondi è primi
la radice di quarti è secondi
la radice di sesti è terzi.

Et tali estrattioni di radici nelli detti denominatori si ponno praticamente approvare con il quadrare le dette radici, & veder se ritorna il detto suo primo quadrato. Avvertendoti pero ch'el quadrare di un denominatore non è altro, che il doppiare tal denominatore, come appar sopra le annotationi di multiplicari, che 1 fia 1 fa 2. & 2 fia 2 fa 4. & 3 fia 3 fa 6. ma 0. fia 0. fa 0. perche il dobbio di 0. è pur 0. et pero avvertirai.

Dopoi

25 Dapoi che hai inteso il modo di maneggiar in pratica le sopradette parti, minuti, secondi, & terzi, voglio che giustifichiamo se le conclusioni adutte da Ptolomeo nella nona di questo, prima dice che il quadrato del lato del decagono, cioe di parti 37. minuti quattro, secondi 55 [illegible] esser parti 1375. minuti quattro, secondi 14. per veder mo se cosi è si puo procedere per piu vie, ma per abbreviar il parlare, narraremo solamente le tre piu communne, la prima è a inschiar quelli minuti 4. secondi 55 [illegible], cioe tradii in parti di parte, siche facendo sarebbono parti 37 [illegible], & fatto questo quadraremo quello 37 [illegible], & trouaremo che sara 1375 [illegible], & tante parti sarebbe tal quadrato, onde trasmutando quel rotto di parte [illegible] in minuti, secondi, & terzi, trouarai che te ne veniria parti 1375. minuti quattro, secondi 14 [illegible], & tanto sarebbe il detto quadrato, onde veniriebbe a esser quasi 39 secondi di piu di quello conchiude Ptolomeo, & questo procede, perche Ptolomeo non si ha curato di tor quel rotto [illegible] di vn secondo, come sperimentando si trouara cosi esser, & come per il seguente secondo modo si potra anchor vedere.

Il secondo modo è a ridur quelle parti 37. minuti quattro, secondi 55. tutto in secondi (lasciando andar il rotto, come ha fatto Ptolomeo) faranno secondi 133495. & questi quadrandoli, cioe multiplicati in se medesimi faranno 17820915025. & questi saranno quarti (perche secondi fia secondi fanno quarti) quali tirandoli in terzi (partendoli per 60) & quelli terzi in secondi, & li secondi in primi, & li primi in parti, trouarai in vltimo parti 1375 minuti quattro, secondi 14. terzi 10. quarti 25. ma Ptolomeo, come di sopra fu detto non procede in quelle corde piu oltra di secondi, e pero s'incontra con la conclusione di Ptolomeo.

Il terzo modo di quadrar tal quantita è a non alterar li nomi di tai misure, ma lasciarle nel modo, che si trouan, & questo è il piu magistrale, & da persona piu intelligente di qual si voglia de gli altri duoi. Et per esseguir tal operatione notarai le dette parti 37. minuti quattro, secondi 55. & sotto di quelle notarai vn'altra volta il medesimo, come in margine vedi. Fatto questo multiplica quelle parti 37 di sotto fia quelle tre diuerse quantita di sopra annotate, cominciando da quelle altre parti 37. dicendo 37 fia 37 fa 1369. & queste sara parti, perche parti fia parti fa parti, quali notarai da banda, poi multiplicarai le medesime parti 37 di sotto fia quelli quattro minuti, o vuoi dir primi di sopra, fara 148. & questi sara primi, perche parti fia primi fa primi, quali partendoli per 60. faranno parti 2. primi 28. & questo prodotto notarai sotto al primo, che notasti da banda, poi multiplicarai le medesime parti 37 di sotto fia li secondi 55 di sopra, fara 2035. & questi faranno secondi, perche parti fia secondi, fanno secondi, quali tirandoli in primi faranno primi 33. secondi 55. quali notarai sotto a gli altri duoi prodotti. Fatto questo multiplicarai li quattro minuti di sotto fia quelle tre specie di misure di sopra, & prima fia le parti 37. fara 148. che faranno minuti, o vuoi dir primi, quali tirandoli in parti fanno parti 2. minuti 28. da notar sotto a gli altri tre prodotti, poi multiplicar li medesimi minuti quattro di sotto fia quelli minuti quattro di sopra fanno 16. & questi saranno secondi, perche primi fia primi fa secondi, quali notarai al suo conueniente luogo sotto a gli altri quattro prodotti, poi multiplica li medesimi quattro minuti di sotto fia quelli 55 secondi di sopra, fara 220. & questi saranno terzi, perche primi fia secondi fa terzi, quali tirandoli in secondi faranno tre secondi, & quaranta terzi, quali notarai alli suoi debiti luoghi sotto a gli altri cinque prodotti, fatto questo multiplicarai li cinquantacinque secondi di sotto fia quelle medesime tre specie di quantita di sopra, & prima fia le parti 37 fara 2035. & questi faranno secondi, per le ragioni piu volte dette, quali tirati in primi faranno primi trentatre, secondi cinquantacinque da notar al suo conueniente luogo sotto a gli altri 6 prodotti, poi multiplicarai li medesimi cinquantacinque secondi di sotto fia quelli quattro minuti di sopra, fara 220. & questi faranno terzi, per le ragioni di sopra addutte, che faranno secondi tre, & terzi 40. da notar sotto a gli altri sette prodotti al suo debito luogo, finalmente multiplicarai li medesimi secondi cinquantacinque di sotto fia quelli altri secondi 55 di sopra, fara 3025. & questi faranno quarti, perche secondi fia secondi fanno quarti, quali tirandoli in terzi faranno terzi 50. & quarti 25. da notar sotto a gli altri otto prodotti al luogo suo, fatto questo summarai tutti li detti 9 prodotti insieme, siche facendo trouarai che faranno in summa parti 1375. minuti 4. secondi 14. terzi 10. & quarti 25. si come per l'altro modo.

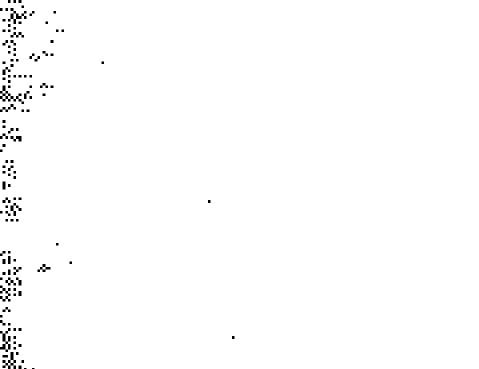
Le simili si potrebbono far secondo l'ordine del multiplicar per colonna, principiando la multiplicatione dalla banda destra, cioe dalle menor quantita.

a quadrare
0.37.4.55.
0.37.4.55.
fa 0.1375.4.14.10.25.

26 Dapoi questi consequentemente conchiude il detto Ptolomeo, che la radice di parti 4975. minuti 4. secondi 14. esser parti 70. minuti 32. & circa 3. secondi.

Per cauare adunque praticalmente tal radice (per veder s'eglie come dice Ptolomeo) ridurremo le dette parti 4975. minuti 4. secondi 14. tutto in secondi, siche fa-onde trouaremo esser secondi 17910254. & di questi ne cauaremo la radice propinqua (per non esser numero quadrato) onde procedendo secondo la regola data al suo luogo trouaremo tal radice propinqua esser 4232 $\frac{430}{8465}$. & questi saranno primi, perche la radice di secondi e primi, i quali primi tirandoli in parti saranno parti 70. minuti 32 $\frac{430}{8465}$, onde traslatando tal rotto in secondi, ne venira tre secondi, lasciando andar il rotto di secondo, e pero si veniamo a incontrar con la conclusione di Ptolomeo, e pero tanto sara il lato del pentagono, il qual lato viene a esser la corda sotto tendente al arco di parti 72. (come in quel luogo fu anchor detto) & con tal regole procederai nelle altre simili estrattioni di radice, si propinque, come discrete. Ma nota che tai radici non si ponno cauar, ne di primi, ne di terzi, ne di quinti, ne d'altre denominationi di numero disparo, ma solamente tai radici si ponno cauar di parti, ouer di secondi, ouer di quarti, ouer di sesti, & altre simili, che sono denominate da numero paro. E pero quando ti occorresse a cauar vna radice di parti, & minuti, o vogliamo dire di parti, & primi, el non basta a ridur tutta la quantita in primi, & cauar la radice di tai primi, perche tu non saperai, che denominatione dare a tal radice, anzi bisogna ridur tutta la quantita a secondi (anchor che non vi sia secondi) & di detti secondi cauandone poi la radice, tal radice sara primi, perche la radice di secondi e primi, come al suo luogo fu detto. Similmente occorrendoti a cauar la radice di parti, minuti, secondi, & terzi, el non basta a ridur la quantita tutta in terzi, & cauar poi la radice di tai terzi, perche tu non saperesti che denominator signar a tal radice, anzi in tal caso ti bisognara ridur tutta la quantita in quarti, anchor che non vi sia quarti, & cauar poi la radice di detti quarti, & tal radice sara secondi, perche la radice di quarti e secondi, & tutto questo procede perche solamente li denominatori di numero paro sono quadri, & hanno radice, & quelli di numero disparo non sono quadri, ne hanno radice, come da te medesimo poi considerare, cioe che'l non si puo trouare alcuna specie di denominatore, che dutto in se medesimo faccia minuti, ouer primi, ne manco che faccia terzi, ouer quinti, & altri simili. Ma solamente se ne ritrouare, che fara parti, ouer secondi, ouer quarti, ouer sesti, &c. Et questo voglio ti sia bastante a tuo aricordo.

Di un'altra regola data da Ptolomeo di saper (per la notitia di quelle corde per auanti trouate) con facilita trouare le corde di quelli residui di archi del mezzo cerchio.

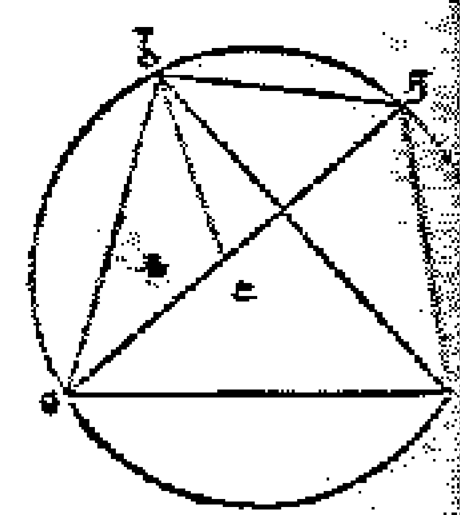


27 VNa altra regola (cauata dalla 31 del terzo di Euclide) ne da Ptolomeo, di saper (per la notitia di quelle corde per auanti ritrouate) trouare le corde di quelli residui di archi del mezzo cerchio.

Essempi gratia sia il mezzo cerchio a b c el cui diametro sia a c diuiso secondo l'ordine di Ptolomeo in 120 parti, & l'arco a b c in 180. & sia imaginato la corda a b lato del decagono, laqual corda se ben ti aricordi fu trouata esser parti 37. minuti 4. secondi circa 55. & l'arco di tal corda, cioe l'arco a b, viene a esser parti 36. di quelle 360 di tutta la circonferentia, onde l'arco b c. verebbe a esser parti 144. hor per trouar la corda b c egli e manifesto (per la trentesima prima del terzo di Euclide) l'angolo a b c. esser retto (per esser nel mezzo cerchio, onde (per la penultima del primo di Euclide) se del quadrato del diametro a c ne cauaremo il quadrato della corda a b. il restante sara il quadrato della corda b c. & quantunque tal operatione si possa far in piu modi, voglio che la facciamo riducendo le parti 37. minuti 4. secondi 55. tutto in secondi, che saranno secondi 133495. quali quadrandoli faranno quarti 17820915025. quali salueremo da banda, poi faremo le parti 120 del diametro, anchora loro in secondi, che faranno secondi 432000. & li quadraremo, & faranno quarti 186624000000. & di questi ne cauaremo quelli quarti 17820915025. che saluassimo, & restara quarti 168803084975. & tanto sara il quadrato della corda b c. onde cauando la propinqua radice di detti quarti 168803084975. laqual radice propinqua si trouara esser secondi 410856 $\frac{432239}{821713}$, ma lasciando andar quel rotto di secondo, & tirando poi li detti secondi in primi, & li primi in parti, si trouara, che saranno parti 114. minuti 7. secondi 36. & tanto sara la detta corda b c. intendendo sempre di quelle parti, che il diametro ne e 120. Et cosi con tal ordine porai trouare le corde de gli altri residui di archi del mezzo cerchio, cioe se nel detto mezzo cerchio in luogo del lato del decagono imaginaremo il lato del pentagono (qual trouassimo esser parti 70. minuti 32. secondi tre) qual sotto tende a parti 72 della circonferentia, procedendo per il medesimo modo, che habbiamo fatto in quella del decagono, trouaremo la quantita della corda sotto tendente al residuo del arco del mezzo cerchio, qual arco sara di parti 108. della circonferentia.

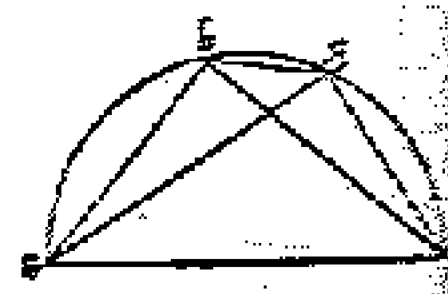
Dualone

Di alcune altre propositioni, adutte da Ptolomeo molto speculatiue, & grandemente vtili, per inuestigare, & trouare le corde di varij, & diuersi archi.



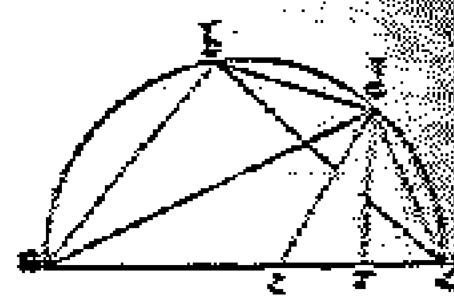
18 Sia il cerchio . a b g d. nel quale sia descritto il quadrilatero . a b g d. & in quello siano protratte le due linee a g. & . b d. dico che'l dutto della a g. nella . b d. sia eguale alli duoi dutti della a b. nella d g. & della a d. nella b g. tolti insieme, laqual cosa si dimostra in questo modo. Sia fatto l'angolo a b e. eguale al angolo d b g. (per la 23 del primo di Euclide) & perche l'angolo d b g. è eguale al angolo a b e. aggiontoui communemente a l'uno, & l'altro l'angolo e b d. (per commune sententia) tutto l'angolo a b d. sara eguale a tutto l'angolo e b g. & l'angolo b d a. è eguale al angolo b g e. (per la 21 del terzo di Euclide, per esser sul'arco di vna istessa portione) adunque il triangolo a b d. sara equiangolo al triangolo b g e. Per laqual cosa la proportione del lato b g. al lato g e. sara si come quella del lato b d. al lato d a. adunque (per la decimasesta del sesto di Euclide) il dutto della b g. nella a d. sara eguale al dutto della b d. nella g e. Anchora perche l'angolo a b e. è eguale al angolo d b g. & l'angolo . b a e. è eguale al angolo b d g. (per la detta 21 del terzo di Euclide) il triangolo a b e. sara equiangolo al triangolo b g d. adunque la proportione della b a. alla a e. è si come la proportione della b d. alla d g. & per tanto il dutto della b a. nella g d. (per la detta decimasesta del sesto di Euclide) sara eguale al dutto della b d. nella e a. & di sopra fu dimostrato, che il dutto della b g. nella a d. era eguale al dutto della b d. nella g e. Adunque tutto il dutto della a g. nella b d. (per la prima del secondo di Euclide) sara eguale al dutto della . a b. nella g d. & al dutto della . a d. nella . b g. insieme che sarebbe il proposito.

Per la notitia di due corde in un ponto terminanti potemo trouar la corda della differentia di loro archi.



19 Sia anchora descritto il mezzo cerchio a b g d. sopra il diametro a d. & dal ponto a. siano protratte le due cordea b. & a g. & sia nota la quantita di ciascheduna di quelle, & sia dapoi tirata la corda b g. hor dico che anchora la corda b g. sara nota, laqual cosa si dimostra in questo modo, siano tirate le due corde b d. & g d. Adunque (per le ragioni adutte nella decimasettima di questo) le dette due corde b d. & g d. saranno anchora note, pero che ciascheduna di quelle è corda del residuo del mezzo cerchio, & perche nel mezzo cerchio vi è il quadrilatero a b g d. adunque il dutto della b a. nella g d. insieme con il dutto della a d. nella b g. (per la precedente) sono eguali al dutto della a g. nella b d. & perche il dutto della a g. nella b d. è cognito (per esser cognite le dette corde) & anchora il dutto della a b. nella g d. è cognito, & similmente è cognito il diametro a d. e pero la corda b g. sara cognita, che è il proposito.

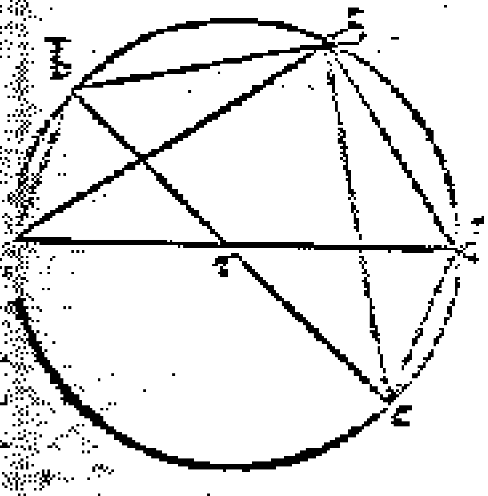
E pero egli è manifesto, che ogni volta, che ne sia noto duoi archi con le sue corde, anchora la corda della differentia di detti duoi archi ne sara nota, & cosi è manifesto per questo capitolo potersi trouar piu corde, per mezzo delle corde, & archi noti, & della differentia di detti archi.



20 Et anchora vn'arco ne sia noto, & anchora la sua corda ne sia nota, egli è possibile di trouar la corda della mita di quel tal arco. Et quantunque tal propositione si possa essequire per la trentacinque del terzo di Euclide, narrata, & dimostrata nella quarta di questo, nondimeno voglio che la ritrouiamo secondo la regola data da Ptolomeo. Sia il mezzo cerchio a b g. descritto sopra il diametro a g. & sia l'arco b g. qual habbia la corda nota, il qual arco sia segato in due parti eguali in ponto . d. & siano protratte le corde a b. & a d. & b d. & d g. & sia produtta la perpendiculare r d. erretta sopra il diametro a g. Dico che la r g. è la mita di quel superfluo, nel quale la a g. supera la a b. Laqual cosa si dimostra in questo modo. Ponerò la linea a e. eguale alla linea a b. & produrò la linea d e. & perche la a b. è eguale alla a e. sara la a d. commune, saranno le due linee a b. & a d. eguali alle due linee a e. & a d. (cioe ciascheduna alla sua relatiua) & l'angolo b a d. è eguale al angolo e a d. adunque (per la quarta del primo di Euclide) & la basa b d. è eguale alla basa d e. & perche la b d. è eguale alla d g. sara la d g. eguale alla d e. e perche adunque il triangolo d e g. è di duoi lati eguali, sara la perpendiculare d r. diuidente la basa e g. in due parti eguali, adunque la e r. sara eguale alla r g. & tutta la e g. è il superfluo, nel quale la a g. supera la a b. adunque la r g. è la mita del superfluo, nel quale la a g. supera la a b. Et perche la corda del arco b g. è nota, sara la corda del residuo del mezzo cerchio nota, cioe la corda a b. laquale è eguale alla a e. Et perche il diametro a g. è noto, sara anchora il re-

E il suo.e g.del detto diametro noto, & similmente la mita di quello (che è la.e g.) noto, che fia mi-
ta del superfluo, ed equale la.a g.superchia la.a b. Perche adunque nel triangolo.a d g.ortogonio
(cioe rettangolo) caica la perpendicolare sara il triangolo.a d g.ortogonio equiangolo al trian-
golo.d e g. & sara la proportione del.a g.al.d g. si come la proportione del.g d.al.g e.adunque
(per la decimaseptima del sesto di Euclide) il dutto della.a g.nella.g e.sara equale al quadrato del-
la.g d. Per laqual cosa la longhezza della corda.g d.sara nota, laqual corda è quella della mita del
detto arco.b g.e pero seguita il proposito. Adunque per questo capitolo potremo saper, & tro-
uar piu corde dimezzando qual si voglia di quelli archi per auanti gia cognati, come sarebbe la
corda del arco di 12 parti gia ne è nota, & la corda della mita di quello (cioe di parti 6) potre-
mo sapere, & cosi quella della mita di dette 6 parti (cioe di tre parti) & per tal modo potremo
sapere quella della mita di dette tre parti, cioe di parti 1 ½ di arco, & cosi discorrendo in molti
altri archi, & corde per auanti ritrouati, & conosciuti.

21 Sia anchora descritto il cerchio.a b g d.sopra il diametro.a d. & sia il centro di tal cer-
chio il ponto.z. & sia di sopra dal ponto.a.preso duoi archi noti congionti, i quali hab-
bin due corde note, & siano le duoi.a b. & .b g. & siano si gli archi, come le corde
congionti in ponto.b. Dico adunque che si protraremo la corda.a g.quella medesima
sara anchora nota, laqual cosa si demostra in questo modo dal ponto.b. producto il diametro del
cerchio, qual sia.b z e. & protratte le linee.b d. & .g d. & .d e. & .g e. Adunque egli è manifesto, che
per la notitia della linea.b g.se ne viene a esser nota la linea.g e.del residuo del mezzo cerchio, &
per la notitia della linea.a b. sappiamo la quantita della.b d. & per la detta.b d. sappiamo la quan
tita della.d e. Et per questo viene a esser noto quello che fu proposito, perche in detto cerchio è il
quadrilatero.b g d e. & le duoi diametri di quello sono.b d. & .g e. sara il dutto di vno di quelli
diametri nell'altro, equale alli duoi dutti delli duoi, & duoi lati oppositi dell'uno in l'altro suo
opposito. Perche adunque il dutto del diametro.b d.nel.g e. è noto saranno li duoi dutti della.b g.
nel.d e. & del.g d.nel.b e.insieme noti, & il diametro.b e. è noto, adunque la linea.g d. vien a esser
nota, per laqual cosa la corda del arco del residuo del mezzo cerchio, laqual è la.a g. viene a esser
nota, come fu proposito. Et cosi per questo capitolo vien a esser manifesto, ogni volta che com-
ponemo la corda dell'arco di vna parte, e mezza, con qual si voglia corda nota, hauremo an-
chora nota la corda della compositione di quelli, & anchora hauremo nota la corda del doppio
di tal compositione, & sara integrata quella mezza parte, & tutte quelle corde saranno note, mol
te altre particolarita vi sarebbe da dire circa alle corde di minuti, & altro, ma perche la intentione
nostra non è da voler dichiarare in questo luogo totalmente Ptolomeo, ma solamente è di vo-
ler dimostrare le principali propositioni da lui adutte per inuestigare le corde di qual si voglia ar
co di cerchio, domente che l'operante se le sappia accommodare secondo il bisogno.



Come che pigliando la circonferentia del sopradetto cerchio celeste diu-
isa in rispetto del diametro secondo la regola di Archimede, quelle me-
desime corde ne risponderebbe, ma variarebbe gli archi.

22 SVpponendo pur il diametro del cerchio celeste esser 120. come suppone Ptolomeo,
ma supponendo poi la sua circonferentia secondo la proportione trouata da Archi-
mede (cioe tre volte tanto, & vn settimo del diametro) laqual circonferentia veniria
ben a esser parti 377 1/7 equale a vna per vna a quelle del diametro. Hor dico che in que-
sto caso, che notando le medesime corde, che in principio furno determinate, & con quelle
istesse regole tutte si trouaranno esser quelle medesime, vero è che gli archi di dette corde si tro-
uaranno esser di maggior numero di parti, alla proportione, che è 360. torniamo 377 1/7. Essempi
gratia supponemo vn cerchio, che il suo diametro sia passa 120. alla proportione di Archime-
de, la sua circonferentia sara passa 377 1/7, hor dico che il lato dello essagono sara medesimamen-
te passa 60. si come che in principio fu trouato esser parti 60 di quelle 120 del diametro, ma l'ar-
co di tal corda in questo caso sara la sesta parte di passa 377 1/7, che sarebbe passa 62 6/7, & per la
diuisione fatta da Ptolomeo, il detto arco fu trouato esser precisamente parti 60. che in questo
al numero tanto sarebbe la corda quanto è l'arco, che appresso de gli huomini grossi par vna co-
sa absorda, e questo procede (come in principio fu detto) per esser le parti del arco a vna per vna
maggior di quelle della corda, il che non puo occorrere in questa nostra diuisione per esser le par-
ti, si del arco, come della corda equale a vna per vna fra loro per esser tutti passa, e pero si troua il
numero di passa del arco (qual è 62 6/7) esser maggior (come vuol il douere) del numero di passa
della corda quali sono 60.

Questo

Questo medesimo che habbiamo detto del lato del essagono si trouara seguir in tutte le altre corde, cioe il lato del quadrato si trouara medesimamente esser R 7200. laqual radice propinqua sara passa 84 $\frac{6}{7}$. che tirando quel $\frac{6}{7}$ di passo a minuti, & secondi, secondo l'ordine di Ptolomeo verrebbe quelli medesimi 84 minuti 51 secondi 10 si come in principio fu trouato. Vero è che l'arco di tal corda in questo caso sarebbe la quarta parte della circonferentia, laqual supponemo passa 377 $\frac{1}{7}$, laqual quarta parte sarebbe 94 $\frac{2}{7}$, & secondo la diuision di Ptolomeo sarebbe la quarta parte di 360. che sarebbe 90.

Il medesimo si trouara seguir nel lato del decagono, & in quel del pentagono, & in quel del triangolo, cioe che le dette lati, ouer corde si trouaranno precisamente, come fu trouate secondo la diuisione di Ptolomeo, ma le loro archi cresceranno in quanto al numero di passa, perche l'arco del lato del decagono secondo questa diuisione sarebbe passa 37 $\frac{5}{7}$, & secondo la diuisione di Ptolomeo sarebbe parti 36. il numero dellequal parti sarebbe menore del numero delle parti della sua corda, laqual è parti 37. minuti 4 secondi 55. che par vna cosa strana a chi non comprende la inequalita delle parti del diametro, & della circonferentia. Ma secondo questa diuisione fatta secondo l'ordine di Archimede sempre si trouara il numero di passa, ouero altra misura del arco esser maggiore del numero di passa della corda, com'è il douere.

Come che pigliando il diametro del antidetto cerchio celeste, diuiso in rispetto della circonferentia secondo la regola di Archimede tutte le dette corde trouate in principio variano in quanto al numero delle parti, & gli archi restaranno quelli medesimi.

23 MA volendo supponere la circonferentia del cerchio celeste esser diuisa in 360 parti, come hanno costumato gli antichi astronomi, & supponendo poi il diametro di tal cerchio secondo la proportione data da Archimede, tal diametro verrebbe a esser 114 $\frac{6}{11}$, & secondo questa diuisione, le parti del detto diametro sarebbeno a vna per vna equale a quelle della circonferentia, cioe supponendo che la circonferentia fusse 360 passa di misura, il detto diametro verrebbe a esser passa 114 $\frac{6}{11}$, hor dico che se secondo tal diuisione vorremo trouar quelle corde, che in principio furno trouate, secondo le medesime regole date da Ptolomeo, le trouaremo tutte menori, in quanto al numero delle parti, & tal menoria sara in cadauna secondo la proportione di 120 a 114 $\frac{6}{11}$. Essempi gratia il lato del essagono secondo questa diuisione sarebbe parti 57 $\frac{3}{11}$ di quelle, che il diametro ne è 114 $\frac{6}{11}$, & secondo la diuisione di Ptolomeo, gia fu che erano parti 60. di quelle che il diametro ne era 120. e pero si vede, che tal corda, in quanto al numero delle parti è calata di 60 in 57 $\frac{3}{11}$, & nondimeno tanto è longa l'una di dette corde quanto l'altra, & l'arco si de l'una, come dell'altra sara parti 60 di quelle, che la circonferentia ne è 360. Il medesimo si trouara seguire in tutte le altre corde trouate secondo questa diuisione, cioe che saranno menore (in quanto al numero delle parti) di quelle trouate secondo la diuision di Ptolomeo, ma perche a voler trouar le dette corde secondo questa diuisione, che il diametro sia parti 114 $\frac{6}{11}$ è assai discommodo per causa di quel numero sordo, & rotto 114 $\frac{6}{11}$, e pero Ptolomeo, come prudente geometra volse diuidere il detto diametro in 120. & non in 114 $\frac{6}{11}$ parti per esser tal numero 120 (come fu detto in principio) molto commodo, perche a lui non gli importaua, che le parti della circonferentia fussero a vna per vna equale a quelle del diametro (come in principio fu anchor detto) ma gli bastaua (per quello che haueua da dire) che tutte le dette corde fussero proportionate (secondo la loro qualita) al diametro da lui diuiso in 120 parti, & similmente, che gli archi fussero tutti proportionati secondo la loro qualita alla circonferentia gia diuisa in 360 parti.

Come che facilmente si puo tramutar le parti di qual si voglia corda calculata secondo la diuisione di Ptolomeo, in parti secondo l'ordine dato da Archimede.

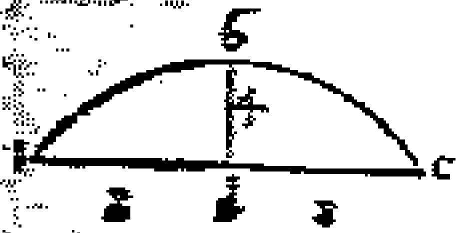
24 MA chi desiderasse di tramutare le parti di qual si voglia corda notata da Ptolomeo nelle sue tauole in parti secondo l'ordine dato da Archimede, facilmente si puo fare con la regola del tre, & per esser meglio inteso tramutaremo la corda dello essagono (per esser piu facile) laqual corda (come appar nelle dette tauole) è parti 60. & questo faremo per mezzo delle due diuisioni del diametro, qual secondo la diuision di Ptolomeo è parti 120. & secondo la diuisione di Archimede è parti 114 $\frac{6}{11}$, dicendo, se 120 mi torna 114 $\frac{6}{11}$, che mi tornara 60 (lato dello essagono) onde operando si trouara, che ritornara parti 57 $\frac{3}{11}$, &

tanto saria il detto lato dello essagono secondo l'ordine dato da Archimede, & quelli tal saranno di quelle parti, che la circonferentia ne è 360. come che nelle questioni geometriche si costuma. Similmente per tramutar la corda del lato del quadrato, laquale (come in principio se annotava nelle tauole di Ptolomeo appare) è parti 84. minuti 51. secondi 10. diremo, se 120 mi torna in 114$\frac{6}{7}$, che mi tornara parti 84. minuti 51. secondi 10. opera che trouarai, che tornara parti 81. minuti 18. secondi 33 (lasciando andar li rotti) & tanto saria il lato del quadrato secondo la regola di Archimede, & l'arco di tal lato sarebbe parti 90. cioe la quarta parte della circonferentia del cerchio, laquale è 360. & cosi (senza che piu oltra mi stenda con essempi) puoi procedere in qual si voglia delle altre, & cosi puoi procedere al contrario, cioe tramutar le parti secondo la diuisione, ouero proportione di Archimede in parti secondo la diuisione di Ptolomeo, come da te medesimo puoi considerare. Et cosi con tali auisi potrai da te formar (occorrendo il bisogno) altre tauole di archi, & corde secondo la diuisione di Archimede, con qual si voglia cerchio, & misura.

Di alcuni quesiti sopra de gli archi, & corde, i quali parte si potranno risoluere per la 35. del terzo di Euclide, & parte per le regole date da Ptolomeo.

Questo è mal fatto, e qui ... 156...

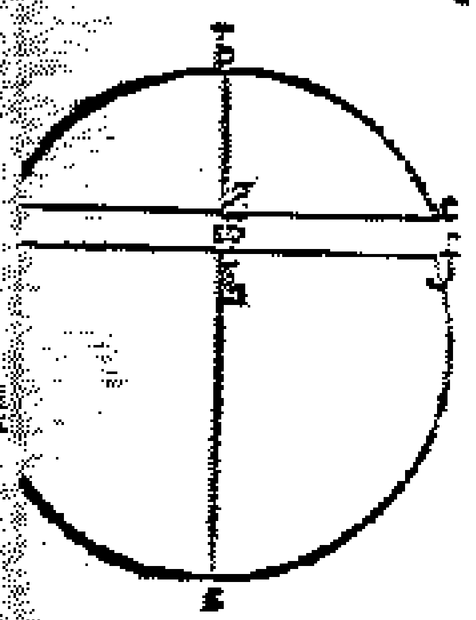
25 EGli è l'arco a b c. delquale la corda a c è piedi 16. & la linea. b d. laqual si parte dalla mita del arco, & va sopra perpendicolarmente sopra la mita della corda è piedi quattro, laqual linea b d. (come fu detto nella quarta) fra pratici geometrici si chiama sagitta, per similitudine della sagitta materiale, che tirano gli arcieri, hor si adimanda quanto fu il diametro del cerchio, dalqual fu tagliato tal arco.



Per risoluere tal questione bisogna saper, che la sagitta b d. (per il correlario della prima del terzo di Euclide) è parte del diametro di tutto il cerchio, perche protratta tal sagitta passarebbe per il centro di quello, onde egli è manifesto per la 35 del terzo di Euclide, che il dutto della a d. nell'altra parte d c. sara eguale al dutto della sagitta b d. nell'altra parte del diametro di tutto il cerchio, e pertanto multiplicando la quantita della a d. che è 8. via la quantita della d c. ch'è pur 8. fara 64. il qual partendolo per la quantita della sagitta b d. (che è 4) ne venira 16. & tanto fu il restante del diametro di tutto il cerchio, il qual restante insieme con la detta sagitta fara piedi 20. & tanto fu il diametro del cerchio, dalqual fu tagliato, ouer donde deriua tal arco, ch'è il proposito. Et chi volesse trouar la circonferentia del detto cerchio procedendo per la regola sua dicendo, se 7 di diametro mi da 22 di circonferentia, che mi dara 20. onde operando si trouara, che dara 62$\frac{6}{7}$, & tanto fu la circonferentia di tal cerchio.

Et se del sopradetto arco a b c. ne fusse bisogno di trouar la corda della mita di tal arco, laqual corda sarebbe la linea, che si tirasse dal a. al b. ouer dal b. al c. questo saria cosa facile, perche li duoi angoli formati dalla linea b d. sopra la a c. in ponto d. sono retti, e pero pigliando il quadrato della a d. che sara 64. & similmente il quadrato della b d. che sara 16. & sommarli insieme, che faranno in summa 80. & cosi la radice di 80. sara la linea, che se tirasse dal a. al b. cioe la corda della mita del arco a b c. che è il proposito.

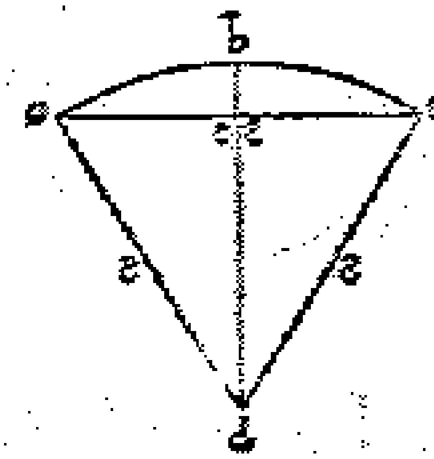
26 SE sara vna portione di cerchio, dellaqual ne sia noto la corda, & il diametro del cerchio, dalquale tal portione deriui, potremo per tal termini saper quanto sia la sagitta di tal portione. Essempi gratia supponemo che di vn cerchio, il cui diametro è 12. piedi, ne sia fatto le due portioni, ouer parti a b c. & a e c. & talmente che la corda dell'vna, & l'altra di dette due portioni è piedi 10. volendo mo trouare quanto sia la sagitta dell'vna, & dell'altra portione, cioe la linea b g. & la e h. bisogna considerare, che l'vna, & l'altra è parte del diametro del cerchio, per trouar adunque l'vna, & l'altra di dette parti bisogna far di 12 (diametro del cerchio) due tal parti, che'l dutto di l'vna in l'altra faccia 25. cioe il quadrato della mita della corda (laqual corda è piedi 10. & il quadrato della mita di quella è 25) il che faccendo si trouara la menor parte esser 6 men R 11 (& tanto sara la sagitta b g) & la maggior esser 6 piu R 11 (& tanto sara la sagitta e h) ch'è il proposito, & tutto questo si proua per la 35 del terzo di Euclide) & cosi quando che di vna portione ne fusse noto solamente la sagitta, & il diametro del cerchio, donde deriua (per la detta 35 del terzo di Euclide) potremo trouar quanto sia la corda di tal portione, o sia tal portione menore, ouer maggiore del mezo cerchio.



Come si puo conoscere la superficie di una portion di cerchio.

27 VOlendo geometricamente trouar, & sapere la superficie di vna portion menore di cerchio, egli è necessario hauer notitia non solamente della corda, & dell'arco, secondo la proportione di Archimede, ma anchor bisogna hauer notitia del diametro del cerchio donde deriua tal portione,

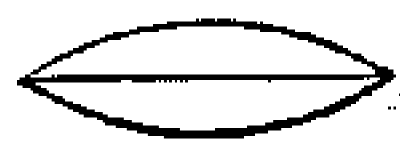
tione, tantamente della sagitta, perche per vigor della sagitta, & della corda si puo trouar il detto diametro. E pero di tutti quelli cerchij, che ne sia cognito il diametro potremo saper geometricamente la superficie di qual si voglia portione menore tagliata, o dal lato del quadrato, o dal lato del triangolo, o dal lato del pentagono, o dal lato dello essagono, ouer ottagono, ouer decagono, ouer da qual si voglia altra corda nota, che l'arco di quella, ne sia anchor noto, & tal superficie si troua con il formar di tal portione il suo settore, & trouar l'aria di tal settore (secondo la regola data sopra la seconda di questo) & di tal aria cauarne l'aria di quel triangolo gia aggionto sopra la corda della portione, per compir il settore, & il rimanente sara l'aria, o vuoi dir superficie di tal portione. Essempi gratia ponemo (per principiar alle cose piu facile) che sia la portione a b c. & che la corda a c. sia il lato dello essagono, & ponemo che tal corda sia piedi 8. seguita adunque, che il diametro del cerchio, onde deriua tal portione sia piedi 16. & che l'arco a b c. sia la sesta parte della circonferentia di tal cerchio, laqual circonferentia vien a esser piedi 50 $\frac{2}{7}$, & la sesta parte di quella verra a esser piedi 8 $\frac{8}{21}$, & tanto sara l'arco a b c. hor per trouar l'aria della detta portione, trouaremo primamente (per la 25 del terzo di Euclide) ouer con la immaginatione il centro del cerchio, onde deriua tal portione, qual ponemo che sia il ponto d. & da quello tiraremo, ouero immaginaremo tirate le tre linee d a. d b. d c. lequali saranno equali, & ciascheduna di loro sara 8 piedi, fatto questo trouaremo l'aria di tutto il settore, secondo l'ordine dato sopra la seconda di questo, cioe multiplicando la mita del diametro (qual mita e 8 piedi) fia la mita del arco a b c. (laqual mita sarebbe piedi 4 $\frac{4}{21}$) fara 33 $\frac{11}{21}$, & questi saranno piedi superficiali, cioe saranno tanti quadretti di vn piede per faccia, o vuoi dir per lato, & tanto sara la superficie di tutto il detto settore, ma perche la intentione nostra e di voler sapere solamente la superficie della portione a b c e a. per tanto bisogna mo trouare l'aria del triangolo d a c. che gia sai che l'uno, & l'altro di duoi lati d a. & d c. e piedi 8. & anchora la basa a c. e pur piedi 8. & per le regole date si trouera la perpendicolare d e. esser R 48. & l'aria del detto triangolo esser radice 768. laqual cauata dell'aria del settore restara piedi 33 $\frac{11}{21}$ men R 768. & tanti piedi superficiali sara la detta portione, ma chi volesse dare tal risposta, come costumano li naturali, cioe per numero rationale, propinquo alla verita, come costuma anchora Ptolomeo nelle tauole, cauarai la radice propinqua di 768. che per le regole date trouarai quella essere 27 [illegible], & questa cauarai da 33 $\frac{11}{21}$. & trouarai restar 5 [illegible], & tanti piedi superficiali sara la detta portione, che e il proposito. Et nota che con questa regola si puo trouar la superficie di vna figura bisangola composta di due portioni insieme congionte, per mezzo delli sopradetti tre termini, perche trouando la superficie di l'una di dette due portioni duplicandola poi si hauera la superficie di detta figura bisangola.



l'aria del settore 33 $\frac{11}{21}$.
l'aria del triangolo R 768.

l'aria della portione verra a esser 33 $\frac{11}{21}$ men R 768.

bisangola

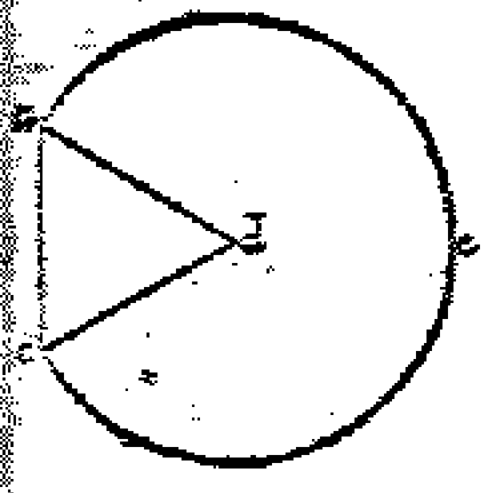


Da notare.

Bisogna notar che le rissolutioni, ouero conclusioni fatte secondo il mathematico, che per quantita irrationale essendo giuste, alla proua veniranno precisamente, ma le conclusioni fatte naturalmente, cioe per numeri propinqui giamai veniranno alla proua giuste, & acio meglio m'intendi, di sopra mathematicalmente fu concluso la detta portione a b c e a. esser di superficie piedi 33 $\frac{11}{21}$ men R 768. per far la proua di tal conclusione, egli e manifesto, che la quantita di 6 triangoli d a c. tal summa debbe esser precisamente equale alla quantita di tutto il cerchio, dal qual deriua tal portione, per far adunque tal proua multiplicaremo la quantita di tal portione (cioe 33 $\frac{11}{21}$ men R 768) per 6. & fara 201 $\frac{1}{7}$ men R 27648. & tanto sara le dette 6 portioni, hor per trouar la quantita di 6 triangoli, tu sai che il detto triangolo d a c. fu trouato esser R 768. multiplica adunque R 768. per 6. & fara R 27648. per la quantita di 6 triangoli, laqual quantita gionta, ouer summata con la quantita delle 6 portioni, che fu 201 $\frac{1}{7}$ men R 27648. trouarai, che tal summa fara precisamente 201 $\frac{1}{7}$, & tanto debbe esser la superficie di tutto il cerchio, il qual il diametro suo e piedi 16, per veder adunque se cosi risponde, quadrarai il detto cerchio secondo la regola sua, ilche facendo trouarai, che medesimamente sara precisamente 201 $\frac{1}{7}$, e pero sta benissimo.

Ma volendo far la proua della conclusione fatta naturalmente, laqual fu, che la detta portione era 5 [illegible] superficiali, onde multiplicandola per 6 fara 34 [illegible], & tanto saranno le 6 portioni, poi multiplica anchora l'aria del triangolo d a c. (qual fu trouata esser 27 [illegible]) pur per 6. fara 166 [illegible], per l'aria di 6 triangoli, quali gionta con l'aria delle 6 portioni fara [illegible], & tanto douerebbe esser tutto il cerchio, & di sopra fu trouato il detto cerchio esser solamente 201 $\frac{1}{7}$, e pero si vede, che la proua di tal conclusione esser molto lontana della verita. E per tanto si manifesta, che le conclusioni fatte secondo il retto modo geometrico, ouer mathematico sono giuste, &

senza errore, siche non seguira nelle conclusioni naturali, perche li naturali non si curano (come piu volte è stato detto) di hauer le conclusioni per quantita irrationali, & pero solamente le resolutioni fatte secondo il mathematico si approuano per giuste.



28 MA quando vorrai trouar la superficie di vna portion maggiore del mezzo cerchio, bisogna pur hauer notitia non solamente della corda, & del arco, ma anchora del diametro del cerchio, onde deriua tal portione, ouer anchora della sagitta (come dicto fu di sopra la portion menore) poi di tal portione cauarne il suo settore, & dapoi trouar la superficie di tal settore secondo la regola data nella seconda di questo, & a tal superficie giongerui la superficie di quel triangolo, che ne fu cauato per far il settore, & tal summa sara la superficie di tal portione, maggiore del mezzo cerchio. Essempi gratia sia la portione a c e maggiore del mezzo cerchio, & pongo che la corda a c sia pur piedi 8 come nella passata, & pongo che tal corda a c sia pur il lato dello essagono, come nella passata, talche il diametro del cerchio, onde deriua tal portione verrebbe a esser piedi 16. & l'arco a e c verria a esser piedi 41 $\frac{19}{21}$, cioe li $\frac{5}{6}$ della circonferentia di tutto il cerchio, hor volendo trouar la superficie di tal portione, trouaremo attualmente, ouero con la immaginatione il centro del suo cerchio, qual sia il ponto d. & da quello alli duoi ponti a. & c. tiraremo le due linee d a & d c che ciascheduna di quelle viene a esser piedi 8 (cioe la mita del diametro) & cosi sara formato il settore a d c e onde per trouar la superficie di tal settore procederemo secondo la regola data nella seconda di questo, cioe multiplicaremo la mita della quantita del arco a e c (che sara piedi 20 $\frac{20}{21}$) per la mita del diametro del cerchio (che sara piedi 8) fara 167 $\frac{13}{21}$, & tanto sara la superficie del settore, fatto questo bisogna mo trouar la superficie del triangolo a d c. qual in questo caso è pur equilatero, cioe è piedi 8 per faccia, ouero per lato, si come nella passata, onde la superficie sara per radice 768. si come nella passata, & bisogna summarla con l'aria del settore (cioe con 167 $\frac{13}{21}$) e tal summa sara 167 $\frac{13}{21}$ piu R 768. & tanto sara la superficie della detta portion maggiore, che è il proposito.

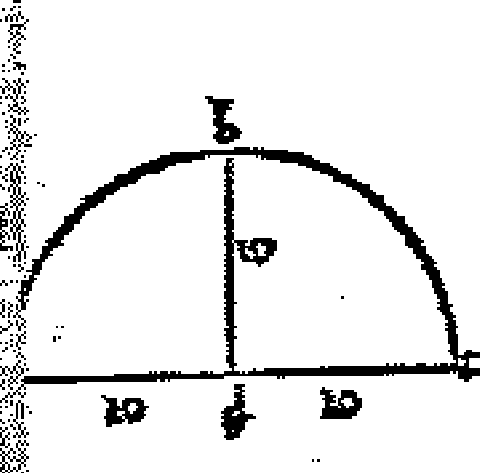
l'aria del settor 167 $\frac{13}{21}$
l'aria del triangolo R 768

l'aria della portione verra a essere piedi 167 $\frac{13}{21}$ piu R 768.

29 OR per abbreuiar le parole, & la scrittura, bisogna considerare, che per questo medesimo modo si procederebbe quando che la corda della detta portione si supponesse esser il lato del quadrato, ouero del pentagono, ouero del decagono, ouero dello ottagono, ouer del triangolo equilatero, perche per tal notitia (hauendo prima notitia del diametro del cerchio donde deriui tal portione) tu vieni anchora ad hauer noto (per la proportione di detti lati al diametro) la quantita non solamente della detta corda, ma anchora del arco, e pero tu puoi sempre in tal caso trouar la superficie del settore, & del triangolo, et consequentemente della detta portione, o sia menor, ouer maggiore del mezzo cerchio, si come delle due passate è stato fatto.

30 ANchora per abbreuiar le parole, & la scrittura, bisogna pensar che per questa medesima regola si puo trouar la superficie di qual si voglia portione, che la corda, & l'arco di quella sia realmente noto insieme con il diametro del cerchio, per mezzo di quelle regole date da Ptolomeo nella 17. 18. 19. 20. 21. & altre, pigliando pero la diuisione del diametro del cerchio secondo la regola di Archimede, cioe che le parti del diametro siano equali a quelle della circonferentia, acioche le parti delle corde di tai portioni siano denominate da quella medesima misura, con laquale sara denominato l'arco, altramente causarebbe alquanto di confusione nella conclusione della superficie, laqual sarebbe di natura diuersa, come per auanti fu detto, e pero bisogna in cio auertire, cioe in tali operationi di diuidere si il diametro, come la circonferentia (com'è detto) secondo l'ordine di Archimede, anchor che tal diuisione dia piu laboriose le operationi per causa di rotti, come sopra la diuision di Ptolomeo fu detto.

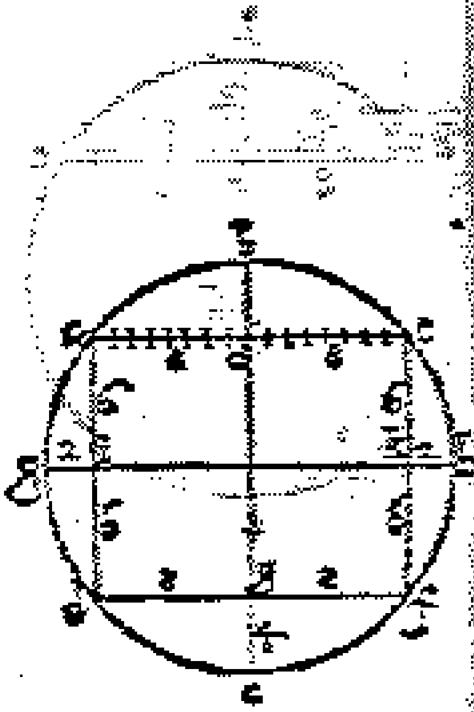
31 MA perche le portioni di detti cerchij (si le maggiori, come le menori) possono occorrere in infiniti modi, delliquali infinite sono, che in sua absentia non si puo hauer cosi notitia delle dette tre particolarita, cioe della corda, dell'arco, della sagitta, ouer diametro del cerchio donde deriuano, e pero in tal caso non è molto facile a trouar dimostratiuamente la sua quantita. Eglie ben vero che Francesco Feliciano in Scala Grimaldello, vedendo alla isperientia (come costumano li puri pratici) che la mita della summa di tutta la sagitta con la mita della corda (nel mezzo cerchio) era tal parte del diametro di tal cerchio, qual era l'arco di tal portione di tutta la circonferentia, si persuase che il medesimo douesse seguire in ogni altra specie di portion di cerchio, & tanto piu hauena tal cosa per certa, perche a lui parena che tal regola si verificasse in due altre portioni di cerchio. Ma per esser meglio inteso, supponemo essempi gratia il mezzo cerchio a b c d. come capo di tutte le portioni di cerchio, & supponemo la corda, ouer diametro a c esser piedi 20. talche la sagitta b d. in questo caso verrebbe a esser piedi 10. & perche a summar la mita della corda a c (laqual mita verrebbe a esser piedi 10) con



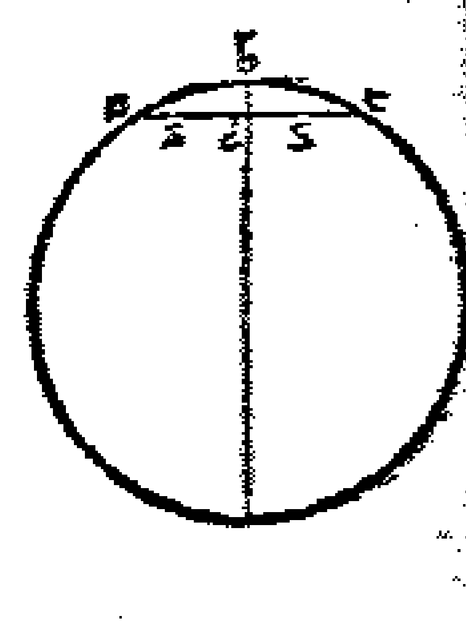
10 (con tutta la sagitta b d. (che saria pur piedi 10) tal summa sarebbe piedi 20 la mità della qual summa, che sarebbe piedi 10. si vede che la è tal parte del diametro del detto cerchio, qual è l'arco a b c di tutta la circonferentia di tal cerchio, perche l'uno, & l'altro verrebbe a esser la mità, & con questo primo argomento il detto Francesco Feliciano pensò, che il medesimo dovesse seguir in ogni altra specie di portione di cerchio. Ma per certificarsi meglio (per inductione, come costumano li puri pratici, & li naturali) immagino nel medesimo cerchio a b c f e d. qual habbia di diametro pur piedi 20. il rettangolo. a c d f. supponendo la sua longhezza a c. esser piedi 16. & la larghezza a d. esser piedi 12. il qual rettangolo vien a formar nel detto cerchio 4 portioni, delle quali le due a b c d. & d e f g. (opposite) vengono a esser equali, perche la corda dell'una, & dell'altra vien a esser piedi 16. & la sagitta piedi 4. Et similmente le altre due a g d i. & c h f k. opposite vengono a esser pur fra loro equali, per esser la corda dell'una, & dell'altra piedi 12. & la sagitta piedi 2. Et perche in queste 4 portioni naturalmente pare che molto si verifichi la sopradetta regola, & per piu vie, perche summando la mità della corda a c. (laqual mità sarebbe piedi 8) con tutta la sagitta b d. laqual è piedi 4. sarebbe in summa piedi 12. di quali pigliandone la mità (per regola) che sarebbe piedi 6. i quali piedi 6. vengono a esser li $\frac{3}{10}$ del diametro del cerchio (qual è supposto esser piedi 20) e pero afferma l'arco a b c. della portione a b c d. esser li $\frac{3}{10}$ della circonferentia di tutto il cerchio, laqual circonferentia in questo caso vien a esser piedi $62\frac{6}{7}$, & li $\frac{3}{10}$ di questa circonferentia verrebbe a esser piedi $18\frac{6}{7}$. & tanto concludeva esser l'arco a b c. della detta portione a b c d. Et altrotanto verrebbe a esser l'altro arco d e f. dell'altra portione d e f g. cioe sarebbe pur piedi $18\frac{6}{7}$. Et con la medesima regola procedendo nelle altre due portioni, a g d i. & f h c k. si trovara l'uno, & l'altro arco a g d. & f h c. esser il quinto di tutta la circonferentia, cioe piedi $12\frac{4}{7}$ ciascheduno di loro, la summa di quai 4 archi verrebbe a esser piedi $62\frac{6}{7}$, cioe tanto quanto è tutta la circonferentia del detto cerchio, laqual cosa verrebbe a certificare naturalmente la detta regola per certa, & buona, oltra che investigando la superficie di ciascheduna delle dette 4 portioni secondo la regola data nella 11 di questo capo, si trovara la superficie della portione a b c d. esser piedi $46\frac{2}{7}$ superficiali, & altro tanto sara la portione d e f g. & la portione a g d i. si trovara a esser piedi $14\frac{6}{7}$ superficiali, & il medesimo si trovara l'altra portione f h c k. & lo rettangolo a c f d. verrebbe a esser piedi 192 superficiali, lequai 5 superficie summate insieme fanno piedi $314\frac{2}{7}$, & questo medesimo si trovara esser la superficie di tutto il cerchio, che per diametro è supposto esser piedi 20. laqual cosa par che ratifichi naturalmente di nuovo questa tal regola, & la fortifichi di sorte, che par che per ragioni naturali non vi si possa contradire.

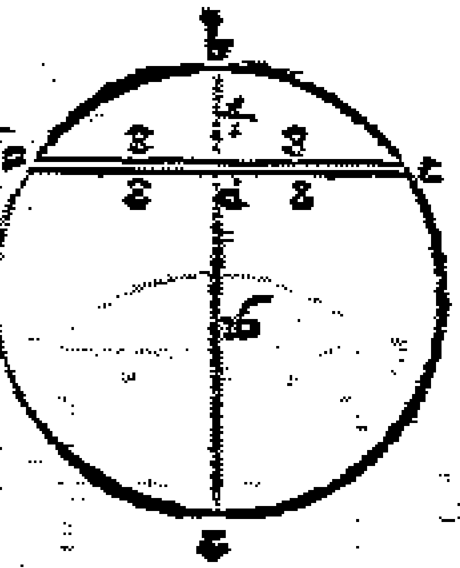
arco a b c.	$18\frac{6}{7}$
arco d e f.	$18\frac{6}{7}$
arco a g d.	$12\frac{4}{7}$
arco f h c.	$12\frac{4}{7}$
summa	$62\frac{6}{7}$

la portion. a b c d. è	$46\frac{2}{7}$
la portion. d e f g. è	$46\frac{2}{7}$
la portion. a g d i. è	$14\frac{6}{7}$
la portion. f h c k. è	$14\frac{6}{7}$
il rettangolo. a d c f.	192
summa piedi	$314\frac{2}{7}$



Tutte queste ragioni ho voluto cavare in luce di tal regola per disputar il caso, & per dimostrare che tutte quelle cose, che si trovano solamente per inductione (cioe per piu isperientie) come costumano con li naturali, nõ sempre sono generalmente vere, over certe, il che si manifesta in tutte le cose medicinali, che operano in alcuni, & in alcuni non. Ma quelle che si trovano dimostrativamente per ragion geometrica sono generalmente certe, e pero le mathematice sono non solamente piu certe delle naturali, ma sono nel primo grado di certezza, & questo procede, che il mathematico dimostra gli effetti per le cause, & il naturale vuol dimostrar le cause per gli effetti. Hor per tornar al nostro primo proposito dico, che la sopra notata regola da saper (per la notitia della corda, & della sagitta) trovar la quantita del arco di una portion di cerchio non esser generalmente vera, ma falsa, & questo in piu modi lo faremo manifestamente conoscere. Prima dico, che se nel medesimo cerchio a b c. del quale il diametro è piedi 20. immaginiamo la portione a b c d. che la corda a c. di quella sia il lato dello essagono, cioè che tal corda sia piedi 10 (mità del diametro) seguira (per le ragioni adutte nella quarta di questo) che la sagitta d b. sia 10 men R 75. & anchora sapemmo certo che l'arco a b c. di detta portione è la sesta parte di tutta la circonferentia del detto cerchio, laqual sesta parte verrebbe a esser piedi $10\frac{10}{21}$, hor vediamo mo se la sopra narrata regola mi dara la medesima sesta parte di detta circonferentia. E per tanto pigliaremo la mità della corda a c. che sara piedi 5. & la summaremo con la sagitta b d. qual è 10 men R 75. & sara 15 men R 75. et di questa summa ne pigliaremo la mità (per regola) laqual mità sara $7\frac{1}{2}$ men R $18\frac{3}{4}$. & questa mità (essendo la detta regola bona) doveria esser la sesta parte di diametro, cioe la sesta parte di 20. che saria $3\frac{1}{3}$. & noi troviamo quella esser $7\frac{1}{2}$ men R $18\frac{3}{4}$. e pero si vede manifestamente tal regola esser falsa, & tal falsita si trovara seguir in una portione, che la corda di quella sia il lato del penthagono, over del quadrato, over del triangolo, & finalmente in qual si voglia portione, che la corda di quella sia una di quelle trovate secondo le regole date da Ptolomeo, & non solamente nel medesimo cerchio che il diametro è piedi 20. & la circonferentia piedi $62\frac{6}{7}$, ma in qual si voglia altro cerchio. Oltra di questo tal sua falsita si verifica anchora nelle portioni maggiori, perche se l'arco della portion menore, (della quale la corda è 16. & la sagitta è





4. delli [illegible] della circonferentia del cerchio, non vi è dubbio che l'arco della portion maggior (à quel relatiua) doueria esser li [illegible] della medesima circonferentia del detto cerchio, & perche la corda della detta portion maggiore è piedi 16. (si come quella della minore) & la saggitta verria a esser per altri piedi 16, onde summando la saggitta con la mita della corda (come vol la regola) fara 24. la mita del qual 24. che sara 12 e sara li [illegible] del diametro, cioe di 20 per la qual cosa l'arco a e c della detta portion maggiore verrebbe a esser solamente li [illegible] di tutta la circonferentia del detto cerchio, & douerebbe esser li [illegible], si che verrebbe a perderse [illegible] di detta circonferentia, adunque per quest'altra via si puo conoscere la fallita di detta regola, perche il medesimo inconueniente si trouara in ogni due altre maggiori, e minor portioni relatiue, ouer congionte in vn medesimo cerchio.

3 Sono alcuni che per trouar naturalmente la superficie di qual si voglia portion di cerchio nel misurar di terreni, costumano di componersi (alla similitudine di Ptolomeo) diuerse tauole di archi & corde, ma secondo la proportione trouata da Archimede, & sopra vn cerchio secondo il parer loro, & misurato a qual specie di misura gli pare, cioe ouer a gradi, minuti et secondi, (come fa Ptolomeo) ouer a qual si voglia altra misura, & quando gli occorre di misurare vna portion di cerchio, poniamo alla misura di Milano, della qual portione ne sia nota la corda, & la saggitta, cioe quante tauole, ouer giocate siano. Trouano quante giocate sia il diametro del cerchio di quella tal portione, dapoi secondo la proportione di quel diametro a giocate al diametro di quel cerchio delle tauole formato a gradi, e minuti vedeno quanto risponderia di ecco a gradi, e minuti. Dicendo se tante giocate di diametro mi torna tanti gradi, e minuti per diametro, che mi tornara tante giocate della corda della portione, & se per caso lo auenimento lo trouano nelle corde delle lor tauole (il che rare volte accade) vederanno quanti gradi, & minuti sara l'arco di quella corda, & quelli gradi, & minuti li tornaranno in giocate per mezo di doi diametri, dicendo se tanti gradi di diametro mi tornano tante giocate di diametro, che mi tornara tanti gradi di arco, & cosi gli verra la quantita delle giocate, che sara l'arco di quella tal portione, & con tal notitia trouano poi (con le regole date) la superficie di tal portione, ma se per caso non trouaranno nelle dette tauole, quella tal corda vederanno a qual piu si accosta, & cosi con proportioni vanno negotiando (fra gli archi) l'arco corrispondente a quella tal corda, si come si costuma dalli astronomi a trouar il vero luogo del sole nei almanach. Et non auertiscono questi tali, che saria vna materia espressa, a voler vsar tanto circuito per voler misurar vna pezza di terra, che fusse in forma di vna portione di cerchio, che ogni grosso contadino in vn tratto con lo strumento del squadro determinara la sua quantita, & piu giustamente di quello faranno loro con le sue tauole, & in tempo longo, et massime che tal sua conclusione non è, ne puo esser di precisione, ma solamente propinqua al vero, perche come dimostra Ptolomeo, se in vn cerchio sara due corde diuerse, la proportione della corda piu longa alla corda piu corta sara menor della proportione de l'arco maggiore a l'arco minore. Se adunque la proportione di due corde diuerse non è simile a quella delli loro archi, come potremo trouar precisamente con proportione fra duoi archi vn'arco corrispondente a vna corda posta fra due altre corde.

IL FINE DEL PRIMO LIBRO.

IL SECONDO LIBRO DELLA QVARTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI ET MISVRE.

IN principio del quarto libro della terza parte fu diffinito per autorità del vndecimo libro di Euclide qualmente il corpo, ouer solido, era quello, che ha longhezza, larghezza, ouer grossezza, & altezza, ouer profondità, & che li termini di quello sono superficie, & fu diffinito anchora varie, & diuerse specie di corpi, delliquali si haueua a parlare, & trattare in detta terza parte, & altre, e pero per abbreuiar scrittura, voglio che tai diffinitioni seruino anchora per questa quarta parte, e pero in questo secondo libro poneremo solamente quelle diffinitioni non poste in quel luogo, & massime quelle, che si pratica sono di qualche vtilità.

Che cosa siano superficie equidistante.

1 LE superficie equidistanti (come diffinisse Euclide nella 6 diffinitione del 11) sono quelle, che protratte in qual parte si voglia, nõ concorreno, anchor che quelle fusse produtte in infinito, & per esser questa diffinitione da se chiara, & difficile da essempificar, me ne passo senz'altro essempio.

Che cosa siano corpi simili.

2 LI corpi simili (come diffinisse Euclide nella 9 diffinitione del suo vndecimo libro) sono quelli, che sono contenuti sotto a superficie simili di numero equali. Essempi gratia sel fusse 2 corpi, l'uno che fusse contenuto sotto di 4 triangoli equilateri, & l'altro sotto di 8 pur triangoli equilateri, abenche ambiduoi fariano contenuti sotto di superficie simile (perche tutti li triangoli equilateri sono simili) nondimeno li detti 2 corpi non sariano simili, perche bisogna, che'l numero delle superficie, che contien l'uno, sia equale al numero delle superficie, che contien l'altro (douendo esser simili) ma se ambiduoi fussero contenuti sotto a 4 triangoli equilateri, ben sariano simili, & si medesimamente se ambiduoi fussero contenuti sotto di 8, ouer sotto di 20 triangoli equilateri sariano pur simili, e pero dice di numero equale, & quantunque l'essempio sia stato fatto sotto di triangoli equilateri, tal essempio si debbe intendere generalmente in ogni altra specie di superficie simili, & di numero equale, come parla la diffinitione.

Che cosa siano li corpi simili, & equali.

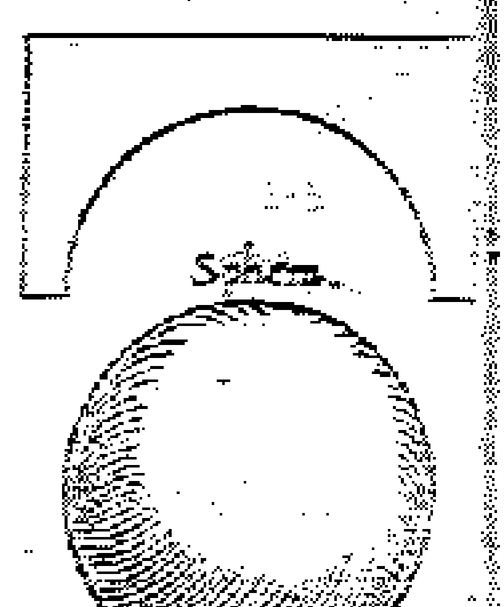
3 LI corpi sono simili, & equali, di quali le terminale superficie sono simili, & di numero, & quantità equale. Essempi gratia 2 corpi simili ponno esser equali, & nõ equali, perche quantunque ambiduoi fussero contenuti sotto di 4 triangoli equilateri (ouer altre figure simili) li triangoli di l'uno ponno esser di maggior superficie, di quelli dell'altro, e pero quel corpo saria maggior dell'altro, ma quando li triangoli di l'uno fussero equali di superficie a quelli dell'altro, all'hora li detti corpi sariano simili, & equali, & cosi si debbono intendere li corpi simili, & equali.

Che cosa siano le figure corporee rotonde simili.

4 LE figure corporee rotonde (o siano colone, ouer piramidi) simili (come diffinisse Euclide, nella 19 diffinitione del suo 11 libro) sono quelle, che le loro altezze, ouer perpendiculari, o vuoi dir le loro assis, sono proportionali alli diametri delle loro basi. Essempi gratia se de due colone, ouer piramidi rotonde, l'altezza, ouer perpẽdiculare, ouer assis di l'una di quelle al diametro del cerchio della sua basa hauerà quella medesima proportione dell'altezza, ouer perpendiculare, o vuoi dir assis dell'altra al diametro del cerchio della sua basa, tai due colone, ouer piramidi rotonde s'intenderanno esser simili. Essempi gratia se l'assis di vna colona, ouer piramide rotõda fusse 12. & il diametro del cerchio della basa fusse 16. & l'assis di vn'altra fusse 9. & il diametro della basa fusse 12. tai due colone, ouer piramidi rotonde sariano simili, & cosi discorrendo.

Che cosa sia sfera.

5 LA sfera (come diffinisse Euclide nella 10 diffinitione del suo 11 libro) è il transito del arco della circonferenza del mezo cerchio, circundato per fino a tanto, che ritorni al luogo doue diede principio a circomuolgersi (stante il diametro fermo, & fisso.)



Sphera.

Questa diffinitione ha insegnato alli artefici il modo di formare vna balla rotonda di pietra, o altra materia, & che questo sia il vero, quando che vn tal pietra vuol far vna balla rotondissima di pietra, lui forma prima vn mezo cerchio vacuo in qualche banda di ferro, ouer di legno, ouer di altra materia, grande, ouer piccolo secondo la qualità della balla, ouer balle, che vuol fare, poi va scarpellando intorno la pietra secondo l'ordine del detto mezo girãdo spesso il detto mezo cer chio vacuo sopra quel sasso, che va scarpellando, & dove vede che non si confronta con la circonferenza del detto mezo cerchio, vi fa vn segno con il carbone, & cosi di mano in mano a poco a poco la va tirando a perfettione, & qual tal mezo cerchio in alcuni luoghi è detto sagoma.

Che cosa sia il centro della sphera.

6 Centro della sfera, come vuol Euclide nella duodecima diffinitione del suo vndecimo libro, è quel ponto, che è anchora centro di quel mezo cerchio, con che è formata quella.

Che cosa sia diametro della sphera.

7 Diametro della sphera è qualunque linea retta, che transisse per il centro della sfera, & che applicha le sue estremita alla superficie della sfera.

Che cosa sia l'assis della sphera.

8 L'Assis della sfera (come diffinisse Euclide nella vndecima diffinitione del suo vndecimo libro) è la linea, che sta ferma, attorno laquale vien reuoltato quel mezo cerchio, ouer che diremo, che l'assis della sfera è quel diametro, circa delquale gira, ouer s'intende girar la detta sfera.

Che cosa sia corpo regolare.

9 Corpo regolare si appresso de antichi filosofi, come mathematici è quello, che è di lati, & angoli, & base equali, & che puo esser inscritto in vna sphera, cioe che con tutti li suoi angoli solidi termini precisamente nella superficie di essa sphera.

Quanti siano li corpi regolari.

10 Li corpi regolari sono 5 & non ponno esser piu (come che nell'ultima parte si dimostra) il primo di quali è detto piramide di 4 base triangolari equilatere, & chiamasi anchora simplicemente 4 base. Il secondo è detto cubo, ouer 6 base per esser contenuto sotto di 6 base quadrate, come è il dado, con il qual si giuoca. Il terzo è chiamato otto base per esser compreso sotto di 8 base triangolari equilatere. Il quarto è nominato vinti base, per esser contenuto sotto di 20 base triangolari equilatere. Il quinto, & vltimo corpo regolare è chiamato dodici base per esser contenuto sotto di dodici base pentagonali equilatere, & equiangole, gli essempi figurali di detti cinque corpi regolari di sotto si adurra sopra le loro diffinitioni.

Che cosa sia il quattro base, ouer piramide di quattro base triangolari equilatere.

11 IL quattro base, ouer piramide di 4 base triangolari equilatere è vna figura corporea, compresa sotto di 4 triangoli equilateri, & accio meglio sia inteso tal corpo se l'ho designato in margine. Questo tal corpo Platone lo assegnò per diuerse ragioni allo elemento del fuoco.

Che cosa sia il cubo, ouero il sei base.

12 Anchor che nel quarto libro della terza parte habbiamo diffinito, che cosa sia il cubo, non di meno per esser vno di corpi regolari replicaremo sotto breuita tal sua diffinitione qui insieme con gli altri corpi regolari, dicendo quel esser vna figura solida, compresa sotto di sei base quadrate, come in margine si vede in disegno.

Questo tal corpo da Platone per diuerse ragioni fu assignato alla terra.

Che cosa sia l'otto base.

13 L'Otto base è vna figura solida contenuta sotto di 8 triangoli equali, & equilateri, & accio meglio sia inteso l'ho designato in margine. Questo corpo da Platone fu dato per figura all'aria.

Che cosa sia il vinti base.

14 IL 20 base è vna figura solida compresa sotto di 20 triangoli equali, & equilateri, come che nella figura posta in margine si vede. Questo corpo da Platone fu attribuito per figura all'aqua.

Che cosa sia il dodici base.

15 IL 12 base è vna figura solida contenuta sotto di 12 penthagoni, ouer quinquangoli equali, & equilateri, & equiangoli, come per essempio habbiamo designato in margine.

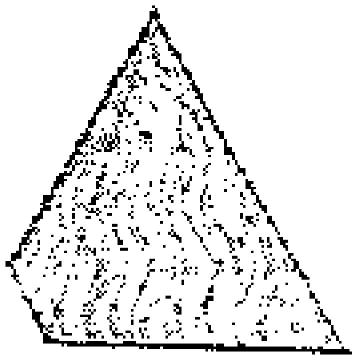
Questo corpo per varie ragioni Platone lo assignò alla quinta essentia, cioe al cielo.

Di alcune speculatiue propositioni dell'undecimo, & duodecimo

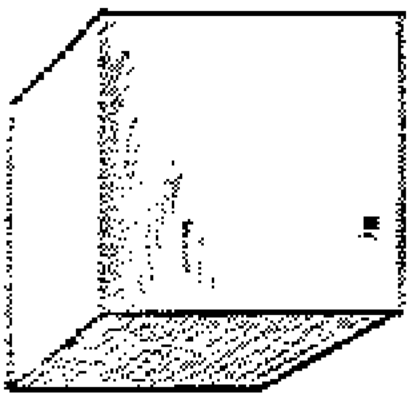
di Euclide molto vtile al pratico geometra.

16 EVclide nella 26 propositione del suo 12 libro speculatiuamente approua, & dimostra, che se duoi solidi di superficie equidistanti saranno simili, la proportione dell'uno all'altro, sara si come la proportione

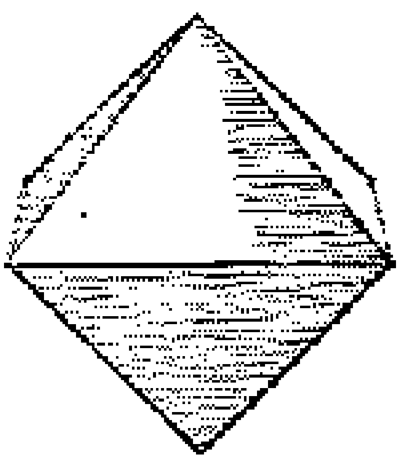
quattro base



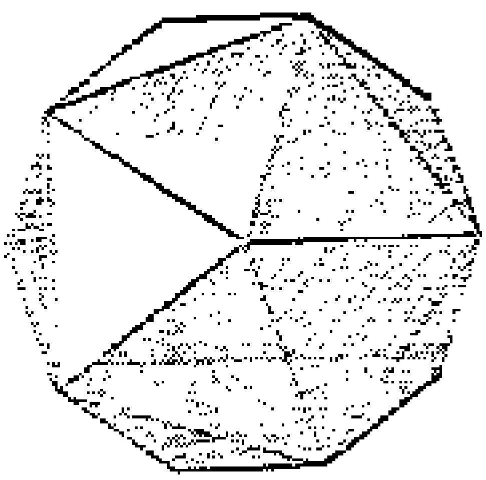
cubo



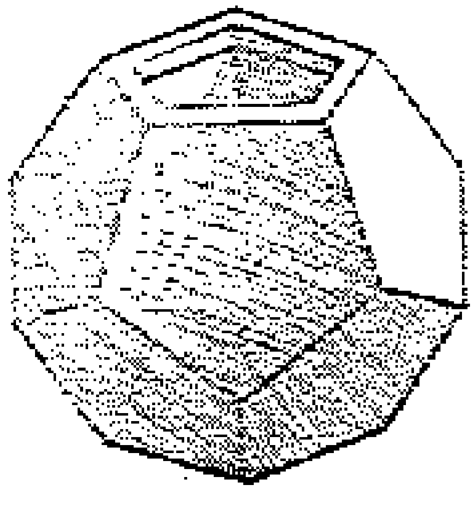
otto base



vinti base

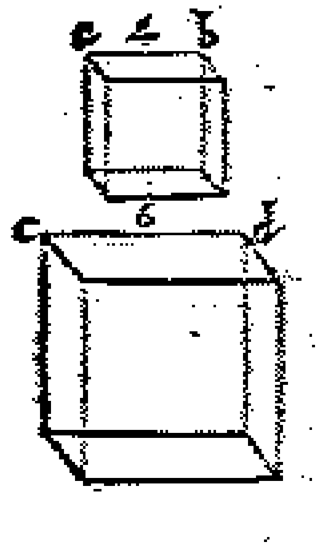


dodici base



la proportione treppicata, di qual si voglia lato di l'uno al suo relatiuo lato dell'altro.

Per essemplificar questa propositione voglio, che pigliamo duoi cubi, per esser di piu facile apprensione, cioe sia il cubo a b il cui lato sia 4. & il cubo c d il cui lato sia 6. & perche la proportione da 4 a 6 e una subsesquialtera, hor dico che la proportione dell'aria corporal del cubo a b. all'aria corporal del cubo c d esser il treppio di una subsesquialtera, cioe il treppio della proportione, ch'e da 4 a 6. Et per trouar il treppio di tal proportione (se non ti hai scordato le regole date sopra il treppicar una proportione) tu dei saper, che la proportione del cubo di 4 (che sara 64) al cubo di 6. (che sara 216) sara il treppio della proportione, che e da 4 a 6. e per tanto la proportione del cubo a b al cubo c d. dovemo esser come da 64 a 216. che sara una subtripla sopra tre parti ottaue, & cosi si debbe intendere di tutti gli altri duoi solidi di superficie equidistanti simili, ma in quelli per trouar tal sua proportione, bisogna pigliar il cubo di qual si voglia lato di l'uno, & compararlo al cubo del suo relatiuo lato dell'altro, & si hauera la proportione di detti duoi corpi. Bisogna saper, che questa tal proportione, non solamente si verifica nelli solidi di superficie equidistanti simili, ma in tutte le specie di corpi simili, come sotto breuita di sotto narraremo.



17 EUclide anchora nella ottaua propositione del duodecimo specularmente dimostra di ogni due piramidi simili, che habbiano la basa triangolare, la proportione dell'una all'altra, esser come la proportion treppicata d'un lato dell'una al lato relatiuo dell'altra, & nella seguente il medesimo approua di tutte le piramidi laterate, & similmente delle colonne laterate.

18 ANchora il detto Euclide nella 12 propositione del 12 specularmente dimostra la proportione dell'una all'altra di ogni due piramide ritonde simili, & colonne ritonde simili esser si, come la proportione treppicata del diametro della sua basa, al diametro della basa dell'altra, & questa senz'altro essempio non dubito, che da te sia manifesta, massime aricordandoti che il treppio della proportione di lor diametri, non e altro che la proportion di cubi di quelli.

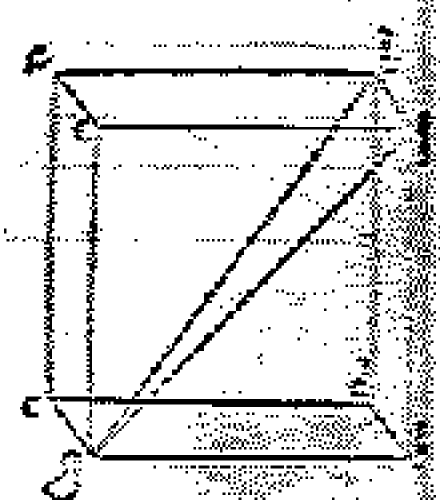
19 ANchora il detto Euclide nella ultima del 12 specularmente dimostra, che la proportione dell'una all'altra di ogni due sphere, e si, come la proportione treppicata del suo diametro al diametro dell'altra.

20 ANchora per il corollario della 6 del 12 di Euclide specularmente si manifesta, che ogni piramide e la terza parte della sua prisma, che habbia la basa, & l'altezza equale a quella medesima, & similmente sopra la ottaua dimostra, ogni colonna laterata esser treppia alla sua piramide, & similmente che ogni colonna ritonda e treppia alla sua piramide, ouer cono.

Di alcune speculatiue questioni, che occorrer possono sopra li cubi, & altri solidi retangoli, & della loro misuratione. Cap. II.

ABenche la piramide di 4 base triangolari sia la prima fra le figure solide laterate, si come ch'e anchora il triangolo fra le figure superficiali rettilinee, per che regionevolmente si douería principiar a questionar sopra quella, ma perche le questioni della piramide sono di piu difficile apprensione di quelle del cubo, & altri solidi retangoli, & per tal rispetto voglio principiar dal detto cubo, & altri solidi retangoli, & massime perche per vigor del cubo, come nostra famosa quantita, & misura corporea, venimo in cognitione della quantita di ogni figura corporea, come nel quarto libro della terza parte un'altra volta e stato detto.

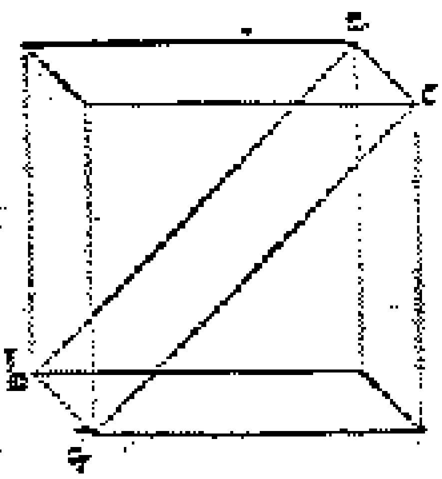
cubo



1 EGli e un cubo, qual per ogni lato e p. 12. si adimanda quanto sara il diametro di quella sfera, che circonscriuera quel tal cubo. Euclide nella 14 propositione del suo 13 libro specularmente approua, & dimostra qualmente il diametro della sfera e potentialmente triplo al lato del cubo, che lei circonscriue. Se il lato adunque del cubo e p. 12 la possanza di tal lato sara 144. il treppio di 144. sara 432. & cosi 432. saria la possanza del diametro della detta sfera, e pero il simplice diametro verrebbe a esser R 432. che e il proposito. Et nota che il diametro della detta sfera vien sempre a esser equale al diametro lineale del detto cubo, e pero seguita che'l diametro lineale del cubo e sempre in potentia treppio al lato del medesimo cubo, e pero per la notitia del diametro lineale del cubo, ouer del diametro della sfera, che lo circonscriue, tu puoi ritrouar il lato del detto cubo, & e conuerso. Et tutto questo ch'e stato detto da te medesimo lo puoi conoscer, & praticalmente approuar in ogni cubo, perche il diametro di l'uno di 6 quadrati contenenti il cubo (per la penultima del primo di Euclide) e doppio in potentia al lato di tal quadrato, & il quadrato del diametro lineale del cubo vien a esser equale al quadrato del detto diametro del quadrato, & al quadrato del lato del medesimo quadrato (per la detta penultima del primo) e pero viene a esser triplo a quello, come nella figura posta in margine puoi vedere, cioe che il quadrato del diametro g f e doppio al quadrato del lato f h. & il quadrato del diametro h g. e equale al quadrato del medesimo diametro g f. & al quadrato del lato h f. e pero seguita il proposito.

Onde si manifesta che la summa di tre quadrati delle tre misure del cubo, cioe longhezza, larghezza, & altezza di quello, è sempre eguale al quadrato del suo diametro lineale, ouero al quadrato del diametro della sphera, che lo circonscriue, che è il medesimo.

2 EGlie il medesimo cubo, che per ciascun suo lato è piedi 12. si adimanda quanto sara il suo diametro superficiale. Et per diametro superficiale intendemo quella superficie rettangola, che procede da l'uno di lati della superficie superiore al lato corrispondente della sua basa, & diuide il cubo in due parti eguali, come nel cubo posto in margine si vede la superficie rettangola a b c d laqual superficie rettangola, che ben la considerarai, è contenuta sotto al diametro di vno quadrato (qual è la linea d c) & a vn lato del detto cubo, e pero trouaremo il detto diametro d c che sara R 288. et questo multiplicaremo per il lato del cubo, qual è piedi 12. fara R 41472. & tanto sara il detto diametro superficiale del detto cubo, che è il proposito.



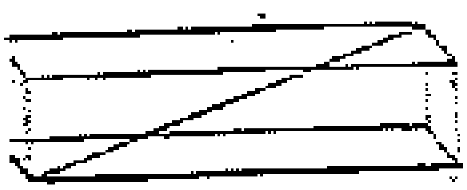
3 EGlie vn cubo che per ciascun lato è p. 12. si adimanda quanto sara l'aria di tutte le 6 superficie, dalequali è sotto compreso, anchor che tal questione sia molto facil, e pur per auertirti del tutto, mi è parso di porla, e pero troua l'aria di vna di quelle 6 base, che trouerai quella esser piedi 144 quadri, & questa multiplica per 6 fara 864. & tanti piedi quadri saranno le dette 6 superficie quadrate, che comprendono il detto cubo, che è il proposito.

4 EGlie vn cubo, che per ciascun lato è piedi 12. si adimanda quanto sara l'aria corporal di tal cubo, anchor che in molti altri luoghi sia stato mostrato il modo di risoluere vna tal questione, nondimeno per seguir l'ordine di questa quarta parte, non restaremo di replicarlo.

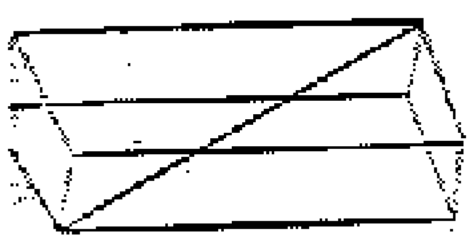
Prima troua l'aria superficiale della basa, doue si riposa il detto cubo, che trouerai tal aria esser 144. & questa multiplica per li piedi 12 dell'altezza del detto cubo, & fara 1728. & tanto sara l'aria corporale del detto cubo, cioe sara tanti piedi cubici, come in altri luoghi piu volte è stato detto.

5 EGlie vn cubo, che l'aria corporale è 1728. volendo sapere quanto sia il lato di tal cubo, caua la radice cuba di 1728. che fara 12. & tanto sara il lato del detto cubo.

Ma quando che il detto 1728 non fusse stato numero cubo, tu hauerefti risposto sordamente, dicendo il lato di tal cubo esser R cu. 1728. & staria bene. Queste tai questioni facile le propongo per quelli principianti, che non hanno discorso a sufficientia, e pero niuno si scandelezza di simile mie questioni, che alle volte propongo.



6 EGlie vn solido rettangolo longo piedi 12. largo piedi 4. & alto piedi 4. si adimanda quanto il diametro del detto solido, sappi che per soluere questa, & altri simili nelli solidi rettangoli, sempre il quadrato del suo diametro è equale alli tre quadrati delli tre suoi lati, cioe della sua longhezza, larghezza, & altezza, et questo approuaremo con quelle ragioni praticali, che si adusse sopra del cubo, e per tanto quadraremo la sua longhezza, & fara 144. & similmente la sua larghezza, & fara 16. & similmente la sua altezza, & fara pur 16. & la summa di questi tre quadrati (che fara 176) sara il quadrato del diametro del detto solido rettangolo, & il detto diametro venira a esser simplicemente la R 176. che è il proposito.



7 EGlie vn solido rettangolo longo piedi 12. largo piedi 6. & alto piedi 4. volendo sapere quanto sia il diametro di quello, procederai alla similitudine della passata, cioe quadra la longhezza, larghezza, & altezza, & quelli tre quadrati, che fara 144. 36. & 16. sommarai insieme, & trouarai che faranno 196. & cosi la radice di 196. sara il ricercato diametro, che è il proposito.

8 EGlie vn solido rettangolo, che il suo diametro è piedi 15. & è largo piedi 3. & similmente alto piedi 3. si adimanda quanto è longo il detto solido.

Quadra il diametro fa 225. & di questo cauane la summa di doi quadrati delli duoi lati noti, liquali summa sara 18 cauando adunque 18. di 225. restara 207. & tanto sara il quadrato della longhezza del detto solido, adunque la simplice longhezza verrebbe esser la R 207. che sarebbe il proposito.

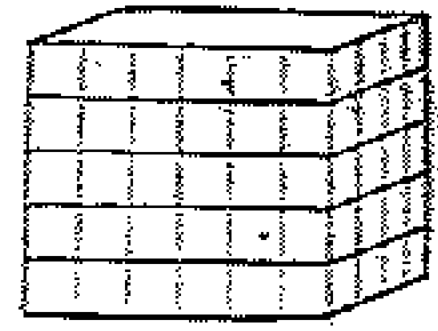
9 EGlie vn solido rettangolo, che il suo diametro è piedi 13. & la longhezza è piedi 10. & la larghezza è piedi 5. si adimanda quanto è alto, ouer profondo il detto solido.

Procede pur, come nella passata, cioe quadra il diametro fara 169. quadra la longhezza, & la larghezza, & li duoi quadrati, che faranno 100. & 25. summali insieme, & faranno 125. cauali summa di 169. & restara 44. & cosi la R 44. sara l'altezza, ouer profondita del detto solido.

Nota che altezza, & profondita significano vna medesima cosa nelli corpi solidi, & similmente grossezza, & grossezza, come che piu volte in altri luoghi è stato detto, ma io vado replicando per aricordarlo se nessun hauesti scordato.

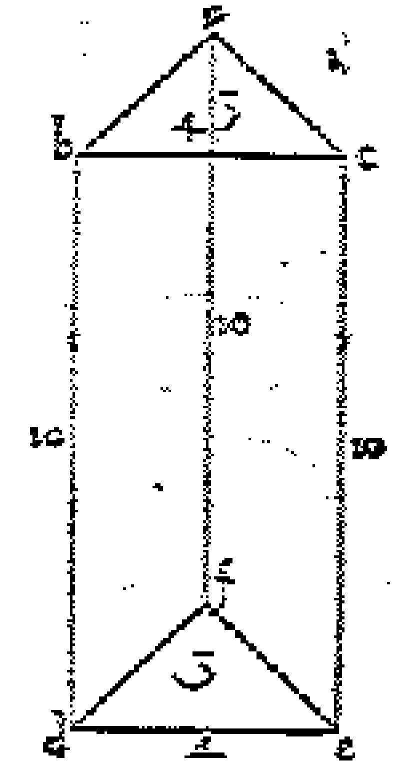
Egli è

1 EGli e vn solido rettangolo longo piedi 6 largo pie. 4. & alto piedi 5, dimando quanto sara l'aria sua corporale anchor che in molti luoghi nella terza parte sia stato dato il modo da risoluere vna simil questione, nondimeno per non rompere l'ordine di questa quarta parte sotto breuita te lo replicaro. E per tanto multiplica le dette tre mi sure fra loro, cioe l'vna fia l'altra, & quel produtto fia l'altra, siche facendo te ne venira 120. & tanti piedi cubi sara l'aria corporale del detto solido rettangolo, che e il proposito.



Come si misurano li seratili, ouer prismi, ouer colone laterate, & similmente li cilindri, ouer colone rotonde. Cap. III.

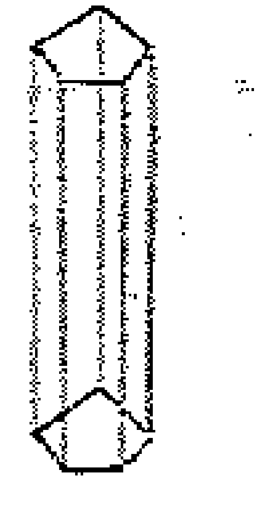
1 EGli e il seratile, ouer prisma a b c d e f. che e longo piedi 10. & largo, cioe la basa di cia scun triangolo e piedi 4. & la sua altezza, cioe la perpendicolar di ciascun di detti duoi triangoli e piedi 3. si adimanda quanto sara l'aria corporale del detto corpo.



Questa & altre simili si puo far in duoi modi, perche si puo intendere per basa del detto corpo, ouer l'uno di duoi triangoli, che gli ha nelli duoi capi, ouer l'uno di tre rettagoli laterali, hor pigliamo per la sua basa il rettangolo b c d e. qual e longo p. 10. & largo 4. del qual trouaremo la sua superficie, che sara piedi 40. superficiali, & questi multiplicaremo per la mita dell'altezza del detto solido, cioe per la mita della perpendicolare di l'uno di detti triangoli, laqual mita sarebbe piedi $1\frac{1}{2}$, multiplicando adonque 40 per $1\frac{1}{2}$ fara 60. & piedi 60 cubici sara l'aria corporale del detto corpo. Si poteua anchora multiplicar tutta la perpendicolare fia la mita della superficie della basa, & venira il medesimo. Ma supponendo per basa del detto seratile l'uno di duoi triangoli, in tal caso basta trouar prima la superficie di detta basa, ouer triangolo secondo la regola di triangoli, il che facendo trouaremo quella esser piedi 6 superficiali, & questi multiplicaremo per l'altezza del detto corpo, che fara piedi 10 fara pur piedi 60 cubici per l'aria corporale del detto corpo, che e il proposito.

2 EGli e vna prisma, ouer colona laterata quadrata alla similitudine della figura a b c d. e f g h. che la sua basa e f g h. & la sua contraposita a b c d. e quadrata, & sono fra loro eguali, & equidistanti, perche l'vna, & l'altra e per faccia p. 1. & oncie 4. per lato, & e alta pie. 12. si adimanda quanto e l'aria sua corporale. Questa si poteria risoluere per diuerse vie, come fu dimostrato sopra il misurar di terreni, muri nella terza parte, cioe reducendo tutte le misure, si dell'altezza, come delli duoi lati della basa in oncie, & hauerai oncie 16. & oncie 16. & oncie 144. poi multiplicando queste tre misure l'vna fia l'altra, & quel produtto fia l'altra (come si costuma nelli solidi rettangoli) ne venira 36864. & queste saranno oncie cube, & tanto sarebbe l'aria corporale della detta prisma, ouer colona quadrata, & si dice quadrata per hauer la sua basa quadrata, ma volendo risponder tal sua aria corporale a piedi cubi, bisogna aricordarsi, che se vn piede lineale e oncie 12 lineali, che oncie 144 superficiali (cioe quadre) fanno vn piede superficiale, & cosi oncie 1728 cube, ouer corporee, fanno vn piede cubo, come piu volte e stato detto nella terza parte sopra il misurar di terreni, fossi, muri, &c. E per tanto partendo le dette oncie 36864 cube per 1728. te ne venira $21\frac{576}{1728}$, & tanti piedi cubi sara la detta prisma, ouer colona quadrata.

Ma la piu breue via sarebbe a reccar quel piedi 1. oncie 4. a parte di piede, che sarebbe piedi $1\frac{1}{3}$, poi multiplicar piedi $1\frac{1}{3}$ fia piedi $1\frac{1}{3}$, & quel produtto fia piedi 12. & fara in vltimo piedi $21\frac{1}{3}$, & tanto sara l'aria corporale della detta colona, laqual conclusione se schisarai il rotto della prima trouarai l'vna esser eguale all'altra.

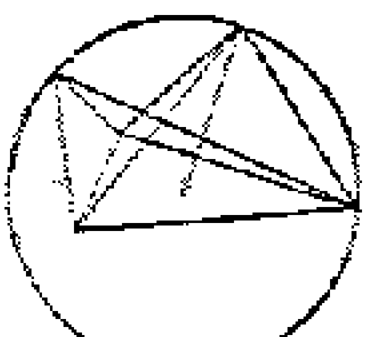


Nota che tutte le questioni che per auanti ti ho proposte, & che per lo auenire si proponeranno, si poteriano proponere tutte a varie specie di misure, come fu fatto sopra il misurar di terreni, fossi, muri, vini, &c. Ma quello, ch'e stato detto in quelli luoghi voglio che ti basti, perche altramente facendo l'opera verrebbe troppo dishonesta in grandezza, pur in questa, mi e parso di replicarti alquanto tal operatione con piedi, & oncie per aricordartele in parte, ma per l'auenire procederemo pur a misure di vna sol specie per le ragioni dette, & cosi per abbreuiar parole, & scriture, quello che e stato fatto, & detto della sopradetta colonna quadrata, si ha da intendere di tutte le specie di colonne laterate, cioe sempre quadra la sua basa, secondo la regola sua, cioe se tal basa sara pentagona, tu la quadrarai secondo la regola di pentagoni, & se la sara essagona, secondo la regola di essagoni, & se la sara ottagona, secondo la regola di ottagoni, & se la sara vn capo tagliato, ouer doppio capo tagliato, secondo la regola di capi tagliati, & doppi capi tagliati, & cosi discorrendo, & tal quadratura, ouer superficie multiplicarai per l'altezza, ouer longhezza della detta colonna, & lo auenimento sara l'aria corporale di tal [illegible], secondo la misura, che hauerai maneggiata, cioe se hauerai maneggiato piedi sara piedi cubi, se hauerai maneggiato braccia, saranno braccia cubi, & s'hauerai maneggiato oncie, saranno oncie cube, & cosi discorrendo.

1 Similmente si hauera da procedere nelli cilindri, che dal Campano sono detti colone rotonde, & ben ch'io sia di contraria openione, perche le colone rotonde si fanno la maggior parte con una panzetta nel mezo, (come dimostra Vitruuio) & piu sottile dalli capi, e pero per quadrare le dette colone rotonde, bisogna procedere, come fu detto, delle botte nella terza parte. Ma per dir al presente solamente di cilindri. Sia essempi gratia il cilindro a b c d (come saria la canna, ouer il uacuo d'un pozzo) & per schiuar rotti supponemo, che il diametro del cerchio, ch'è da l'uno, & l'altro capo, sia p. 7. & che l'altezza del detto cilindro sia pie. 25. volendo uoi saper quanto sia l'aria corporale del detto cilindro, prima quadraremo il cerchio della sua basa, che per le regole sue, (piu volte dette) sara piedi 38 $\frac{1}{2}$ superficiali, & questi multiplicaremo per 25. cioe per la sua altezza, & fara piedi 962 $\frac{1}{2}$ corporei, cioe cubici, & tanto saria l'aria corporale del detto cilindro, o sia tal cilindro pieno, ouer uacuo, perche spesse volte occorre di saper l'aria corporale d'un luogo uacuo per saper la sua tenuta, che è il proposito.

Di alcune speculatiue questioni, che occorrer ponno sopra le Piramidi laterate, & tonde di ogni qualita, & della loro misuratione. Cap. IIII.

Non solamente di tutte le specie di piramidi laterate, quella che è di quattro base triangolari, & equilatere è la prima, ma anchora è la prima de cinque corpi regolari, come che di sopra nella diffinitione della quantita di corpi regolari fu detto.



La potentia del diametro della sphera alla potentia del lato del 4 base è come 3 a 2. cioe sesquialtero in potentia.

2 Gli e una Piramide di quattro base triangolare equilatera, che il lato di quella è braccia 4. si adimanda quanto sara il diametro della sphera, che circonscriue tal piramide. Euclide nella decimaterza propositione del suo decimoterzo libro geometricamente dimostra, qualmente il diametro della sphera potentialmente al lato di tal piramide (in quella inscritta) hauer sempre proportione sesquialtera, cioe come da 3 a 2. per trouar adunque quanto sia il diametro della detta sphera quadraremo quel 4. (lato della piramide) fa 16. poi per la regola del 3. diremo se 2. (potentia di lato di piramide) mi da 3. (possanza di diametro di sphera) che mi dara 16. (possanza di lato di piramide) onde operando trouaremo che mi dara 24. & tanto sara il quadrato del diametro della sphera, che circonscriuera la detta piramide, per il che il semplice diametro di detta sphera verria a esser R 24. che sara il proposito.

Alcun speculatiuo ingegno porria calonniando dir, tu non mi dimostri la causa, che il diametro della sphera sia potentialmente sesquialtero al lato di detta piramide. Rispondo che tal dimostratione non appartien al pratico, ma solamente al theorico, e pero essendo il nostro intento (in quanto al generale) di trattar solamente di quello, che alla pratica si aspetta, superfluo & vergogna mi saria a voler quiui registrare quelle medesime dimostrationi adotte da esso Euclide, et massime, che in quello volgarmente veder, & intender si ponno, e pero di cio non ci amenitare.

La proportione del diametro della sphera alla perpendicolar del 4 base è come da 3 a 2. cioe sesquialtero in longhezza.

3 Gli e la piramide di quattro base triangolare equilatera a b c d. che il lato di quella è braccia 4. si adimanda quanto sia la perpendicolare di detta piramide, laqual perpendicolar da molti è detta assis della piramide. Per trouar adunque tal perpendicolare, ouer assis nella 13 del decimoterzo libro di Euclide si manifesta qualmente la detta perpendicolare è sempre li $\frac{2}{3}$ del diametro della sphera, e per tanto trouaremo prima quanto sia il diametro della sphera, onde procedendo per la regola data nella precedente, trouaremo tal diametro esser R 24. delqual pigliandone li $\frac{2}{3}$ trouarai che saranno R 10 $\frac{2}{3}$, & tanto sara la perpendicolare di detta piramide, che è il proposito.

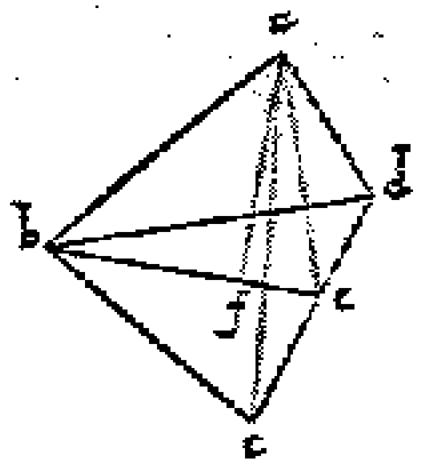
Anchora per un'altra regola piu alla pratica conueniente, & chiara, laqual serue in tutte le sequenti specie di piramidi, & si caua della vndecima, & decima di Euclide, ma è difficile da dar ad intendere in una figura piana, pur mi sforzaro di chiarirla, ma formandoti un modello di una piramide di cartone, piu facilmente ne farai capace.

Per trouar adunque tal perpendicolare dal ponto a. in aria eleuato, trouarai una perpendicolare a uno di tre triangoli circondanti la detta piramide, qual sia la a e. laqual a e per esser il lato del triangolo a c d. 4. tal perpendicolare a e. verria a esser R 12. hor dal ponto e. nella basa b c d. tirarai la linea e b perpendicolare sopra la c d. & perche il ponto e. è in mezo della c d. seguita, che la detta perpendicolare b e passa necessariamente per il ponto b. per esser il triangolo b c d. equilatero, & la detta e b sara pur R 12. si come la a e. hor immaginaremo il triangolo a b e. del quale il lato a e è R 12. & similmente il lato e b. & il lato a b è 4. delqual triangolo a b e. bisognamo trouare la sua perpendicolare cadente dal angolo a. (in aria eleuato) sopra la basa b e onde procedendo per le regole date, trouando prima il ponto f. doue debbe cader la detta perpendicolare a f. si trouara il detto ponto f. esser lontano dal ponto b. R 5 $\frac{1}{3}$, & finalmente la detta perpendicolare a f. si trouara esser R 10 $\frac{2}{3}$, laqual perpendicolare a f non solamente è perpendicolare so-

pra la

pra la linea b e. ma anchora sopra la superficie del triangolo b c d. & tutto questo si verifica per la detta undecima propositione del undecimo libro di Euclide vien a esser anchora la perpendicolare di detta piramide, si come per l'altra regola fu anchor trouato, ch'è il proposito.

Anchora per un'altra piu ispediente regola si puo trouar il detto assis di tal piramide, & non solamente in quelle, che sono di quattro base triangolari equilatere, ma anchora in quelle, che hauessero li tre triangoli laterali di duoi lati solamente eguali, laqual regola è questa, troua quanto è dal centro del triangolo della basa a ciascheduno angolo di tal triangolo, che per la undecima del quarto capo si trouara esser ℞ $5\frac{1}{3}$, cioe il terzo del quadrato del lato del triangolo, & il quadrato di questa ℞ $5\frac{1}{3}$, che sara $5\frac{1}{3}$ lo cauaremo del quadrato dell'uno di lati della piramide in aria eleuati, il qual quadrato sara pur 16, cauato adunque $5\frac{1}{3}$ di 16, restara $10\frac{2}{3}$, & cosi la ℞ $10\frac{2}{3}$ sara la assis di tal piramide, si come per gli altri duoi modi. La causa di questa operatione è, che l'assis insieme con la linea, che vien dal centro, & con il lato della piramide formano un triangolo rettangolo, & il lato è la sua hipotenusa.



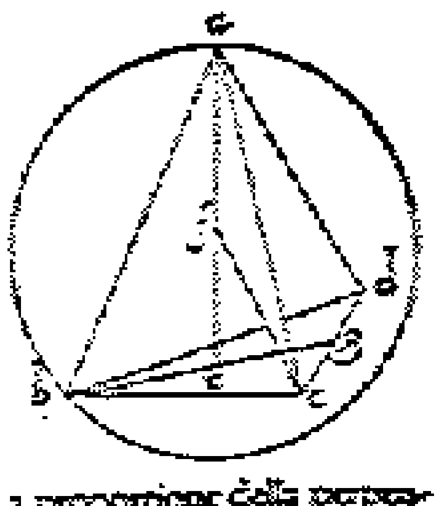
Corrolario.

Per le cose dette si manifesta, che il diametro della sphera, & il lato delle quattro base, & la perpendicolare, ouero assis del detto quattro base sono potentialmente continui proportionali in proportione sesquialtera, perche nella presente si vede che il quadrato del diametro della sphera sarebbe 24. & quello del lato delle piramide sarebbe 16. & quel della perpendicolar sarebbe $10\frac{2}{3}$.

diametro ℞ 24.
lato ℞ 16.
perpendicolare ℞ $10\frac{2}{3}$.

3 Glie un quattro base, che la perpendicolare, ouero assis di quella è 12. si adimanda quanto sia il diametro della sphera, che lo circonscriue. Nella precedente fu detto che la proportione del diametro della sphera alla perpendicolare di tal piramide esser sesquialtera in longhezza, cioe come da 3 a 2. e pero diremo, se 2. (assis della piramide) mi da 3 per diametro della sphera, che mi dara 12 assis della perpendicolare, opera che trouarai che ti dara 18. & tanto sara il diametro della sphera, che la circonscriue, ch'è il proposito.

4 Glie un 4 base circonscritto da una sphera, che il suo diametro è 10. si adimanda quanto sara il lato della detta piramide, gia sai (per la prima di questo) che il diametro della sphera al lato del detto quattro base potentialmente hauer proportione sesquialtera, cioe come da 3 a 2. e pero quadraremo quel 10. di diametro sara 100. poi diremo se 3 (potentia di diametro) mi da 2 (potentia di lato) che mi dara 100 (potentia di diametro) opera che ti dara $66\frac{2}{3}$, & tanto sara la potentia del lato del detto 4 base, talche il simplice lato verrebbe a esser ℞ $66\frac{2}{3}$, ch'è il proposito.

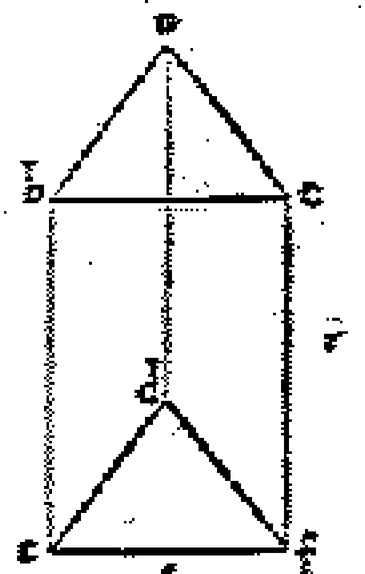


La proportione della perpendicolare alla mita del diametro della sphera è sesquiterza, cioe come da 4 a 3.

5 Glie quattro base triangolari equilatere a b c d. che il suo assis a e. è 6. si adimanda quanto è dal centro f. del detto corpo a ciascun angolo, cioe quanto sia la linea f c.

Tu vedi, & con la mente comprender puoi, che la detta f c. vien a esser la mita del diametro della sphera, & gia fu che l'assis, ouer perpendicolare del detto quattro base, è li duoi terzi del diametro della sphera, cioe è come 4 a 6. adunque il detto assis della detta piramide alla mita del diametro della detta sphera sara si come 4 alla mita di 6. cioe a 3. e pero diremo che la proportione della perpendicolar a e. della detta piramide alla linea f c. esser sesquiterza, cioe si come da 4 a 3. e pero dirai, se 4 mi da 3. che mi dara 6. opera che ti dara $4\frac{1}{2}$, & tanto sara la detta linea f c. che è il proposito.

6 Glie una piramide di 4 base triangolari equilatere, ch'è p. 4. per lato, si ricerca quanto sara l'aria sua corporale prima troua l'aria della sua basa triangolare, che per le regole date trouarai la superficie di tal basa esser ℞ 48. & questa moltiplicarai fia il terzo del l'altezza della piramide, laqual altezza della piramide s'intende il suo assis, ouer la sua perpendicolare, e pero bisogna in questo caso trouar quanto sia la detta perpendicolar della detta piramide, onde operando per le regole date nella seconda di questo si trouara tal perpendicolar esser ℞ $10\frac{2}{3}$, il terzo dellaqual sara ℞ $1\frac{5}{27}$, moltiplicando mo ℞ 48 per ℞ $1\frac{5}{27}$, fara ℞ $56\frac{8}{9}$, & tanto sara l'aria corporale di tal piramide, che saria il proposito. La causa che l'aria superficiale della basa si ha da moltiplicare solamente contra il terzo dell'altezza della detta piramide, si causa dalla settima del duodecimo libro di Euclide, nellaquale geometricamente dimostra, che ogni seratile è diuisibile in tre piramidi eguali, & che hanno la basa triangolare, & perche sel fusse posto il seratile a b c d e f. che il triangolo d e f. della basa fusse equilatero, & fusse quattro per lato, & che tal seratile fusse alto ℞ $10\frac{2}{3}$, volendo trouar l'aria sua corporale, per le regole sue trouaressimo prima la superficie della sua basa d e f. che sarebbe ℞ 48. & questa la moltiplicaressimo per l'altezza del detto seratile (qual è supposta esser ℞ $10\frac{2}{3}$) & ne verrebbe ℞ 512. & tanto sarebbe per le regole date l'aria corporale del detto seratile, & perche il detto seratile è diuisibile



il lato del 4 base 4. O
l'aria sua corporale ℞ 56 8/9

in tre piramidi equali fra loro, & triangolari (per la detta sesta propositione del duodecimo di Euclide) delle quali una ne verrebbe simile alla nostra narrata, e pero tal nostra piramide verrebbe a esser solamente il terzo del suo seratile, che sarebbe pur ℞ 56 8/9, & per questa causa si quadra la basa di detta piramide, & tal quantita si multiplica solamente per il terzo della sua altezza, & il produtto vien a esser l'aria corporale della detta piramide, come fu detto. Et da tal propositione ne seguita, che ogni specie di piramide laterata è il terzo della sua prisma, over colonna laterata, & similmente ogni piramide retonda (chiamata cono) è similmente il terzo del suo cilindro, & tutto questo dimostra Euclide nel suo duodecimo libro.

7 Gli è una quattro base triangolare equilatera (che cosi si debbe intendere quando che altro non si dice) della quale l'aria sua corporale è piedi 100 cubici, si adimanda quanto è per lato il detto quattro base.

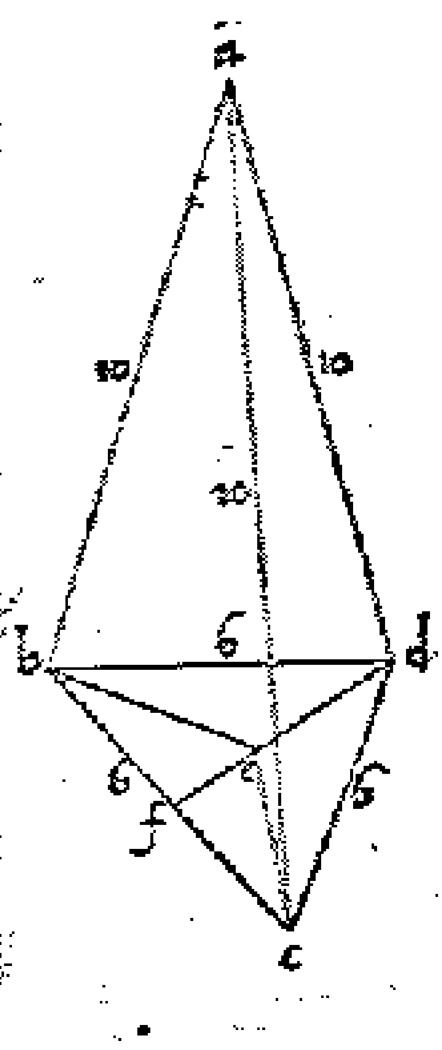
Questa & altre simili si solveno per la positione simplice, vero è che bisogna saper questo, che si dimostra sopra la ottava dello undecimo di Euclide, cioe che qualunque due piramidi laterate simili, la proportione dell'una all'altra sara si, come la proportione treplicata del lato dell'una al lato dell'altra, che in pratica non vuol inferir altro che la proportione di l'una al l'altra è come il cubo del lato di l'una al cubo del lato dell'altra, perche a treplicar una proportione si fa cubar i termini di quella, come sopra le proportioni fu detto.

Per risolvere adunque la presente questione, quadraremo una piramide tolta, over posta a nostro piacere, di lati noti, hor ponemo quella, ch'è stata quadrata nella precedente questione (per fuggir fatica) laquale fu supposto esser per lato piedi quattro, & fu concluso per le regole date l'aria sua corporale esser ℞ 56 8/9, ma noi vorressimo, che tal aria corporale fusse 100 a ponto, onde per trovar la verita cubaremo il lato della nostra piramide nota, cioe quelli piedi 4. fara 64. poi per la regola del tre diremo, se ℞ 56 8/9, aria di piramide, fusse 100. che sarebbe 64 (cubo del lato) opera che trovarai, che te ne venira, radice cuba quadra 720000. & tanto sara il lato di detta piramide, che l'aria sua corporale è 100. che se ne farai la prova praticale la trovarai buona, che è il proposito. Ma nelle tue operationi ricordati di quello fu detto sopra il multiplicar, & partir radice per numero, & numero per radice, cioe di recar il numero alla natura di quella specie di radice, altramente incorrerai in non piccoli errori.

Nota che tu poteui anchora dir per la regola, se ℞ 56 8/9 di aria di piramide mi vien da 64. cubo del suo lato, da che mi venira 100. aria di piramide, che operando darebbe il medesimo, cioe multiplicando 100 fia 64. fara 6400. da partir per ℞ 56 8/9, onde recando 6400. a quadrato fara 40960000. quadrando anchora ℞ 56 8/9 fara 56 8/9, onde partendo 40960000. per 56 8/9, te ne venira 720000. & cosi la radice cuba quadra di 720000. sara il lato di detta piramide.

Delle piramidi di quattro base triangolari, ma di lati diversi.

8 Gli è la piramide a b c d. che il triangolo b c d. della sua basa, è equilatero, & è 6. per lato, gli altri tre lati a b, a c, & a d in aria elevati, ciascheduno di loro è 10. si adimanda quanto sia l'aria corporale di tal piramide, per solvere questa questione, bisogna trovar l'assis di tal piramide, & dapoi quadrar la basa b c d. & tal quadratura multiplicarla fia il terzo del detto assis (come fu detto sopra la sesta di questo capo) & il produtto sara l'aria corporale di tal piramide.



Ma per trovar l'assis di tal piramide si puo procedere per qual si voglia di quelli duoi ultimi modi narrati sopra la seconda di questo capo, ma per al presente voglio la trouiamo per l'ultimo di detti modi, cioe trovando la linea, che va dal centro della basa b c d. (qual è il ponto e.) a gli angoli di tal basa, laqual linea e b. over e c. over e d. è sempre in potentia subtripla al lato del triangolo (per la ottava del decimoterzo di Euclide) e per tanto quadraremo quel è (lato del triangolo) fara 36. & ne pigliaremo il terzo, che sarebbe 12. & cosi la radice 12. sara la detta linea e b. over e d. over e c. & dapoi quadraremo il lato a b. fara 100. & di questo cavandone il quadrato di ℞ 12 (che è 12) resta 88. & la ℞ 88 sara l'assis di tal piramide, & il terzo dellaquale sara ℞ 9 7/9 questo lo multiplicaremo fia l'aria superficiale della basa b c d. laqual aria superficiale (per le regole sue) si trovara esser ℞ 243. multiplicando adunque ℞ 243 per ℞ 9 7/9 fara ℞ 2376. & tanto sara l'aria corporale di detta piramide.

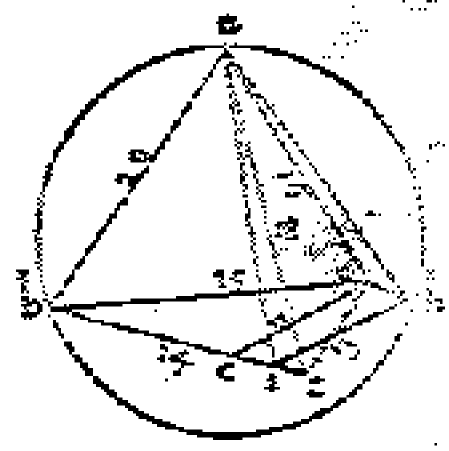
9 Anchora si poteva trovar lo assis di tal piramide per quella seconda regola data sopra la seconda di questo capo, cioe trovando la perpendicolare del triangolo a b c. cioe tirata dal ponto a. sopra il lato b c. laqual perpendicolare cadera di necessita nel mezzo della b c. in ponto f. & sara ℞ 91. & cosi haueremo formato un triangolo, delquale

il lato

il lato a f. sara R 91. & il lato d f sara R 27. & il lato d a sara 10. Onde trouando la perpendicolare di questo triangolo, cascante dal angolo a sopra il lato d f. si trouara quella esser R 88. & cascar nel ponto e lontano dal ponto f. R 3. & questa tal perpendicolar R 88. veniria a esser l'assis di tal piramide, si come che per la precedente regola fu anchor trouato.

Ma la precedente è piu ispediente quando che la basa della piramide è vn triangolo equilatero, ma quando che il triangolo della basa di tal piramide fusse di lati diuersi bisogna vsar quest'altro modo, & con altre particolarita, come nella sequente intenderai.

20 Dico che la piramide a b c d. che il lato b d. (della sua basa b c d.) è 15. b c. 14. & d c. 13. & de gli altri tre lati in aria elleuati (di tal piramide) il lato a b. è 20. a c. 18. & a d. 16. si adimanda quanto sia l'assis di detta piramide.



Per trouarlo bisogna che si troui la perpendicolare della basa b c d. & per fuggir rotti trouaremo tal perpendicolare cadente dal ponto d. sopra il lato b c. (qual lato è 14) onde procedendo per le regole date trouaremo tal perpendicolare esser 12 cadente in ponto e. qual ponto è lontano 5. dal ponto c. & 9 dal ponto b. fatto questo bisogna anchora trouar il cathe-to, ouer perpendicolare della faccia, ouer triangolo a b c. che caschi dal ponto a sopra il medesimo lato b c. laqual sia la a i. che per le regole date trouaremo tal perpendicolare a i. cascar appresso al ponto c. 4 $\frac{2}{7}$, & esser longa R 305 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, cioe che dal ponto i. al ponto c. vi è 4 $\frac{2}{7}$, & dal ponto a al medesimo ponto i. vi è R 305 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & dal ponto i. al ponto e. vien a esser $\frac{5}{7}$, fatto questo dal ponto i. tiraremo la i h. equidistante alla d e. & equale alla medesima d e. & tiraremo la d h. laqual sara equale, & equidistante alla e i. (per la trentatre del primo di Euclide) tiraremo anchora con la immaginatione vna linea dal a. al ponto h. formando il triangolo a i h a. & per trouar quanto sia il lato a h. il quale perche il contien angolo retto con la linea h d. (per la 8 dell'vndecimo di Euclide) & la a d è la sua hipotenusa, quadraremo la a d. fara 256. & di questo ne cauaremo il quadrato della h d. che fara $\frac{25}{49}$, restara 255 $\frac{24}{49}$, per il quadrato della linea, ouer lato a h. seguira adunque il detto lato a h. esser R 255 $\frac{24}{49}$, & cosi haueremo il detto triangolo. a i h. che il lato a i. è R 305 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & il lato i h. è 12. & il lato a h. è R 255 $\frac{24}{49}$, & di questo triangolo bisogna trouar la sua perpendicolare, cascante dal ponto a. sopra il lato i h. & tal perpendicolare sara l'assis di tal piramide (per la detta vndecima dell'vndecimo di Euclide) & per trouarla bisogna procedere secondo la sua regola, cioe trouar prima il ponto doue, che tal perpendicolare debba cadere sopra la i h. cioe summar il quadrato del lato a i. (il qual quadrato fara 305 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$) insieme con il quadrato della basa i h. qual fara 144. fara 449 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & di questa summa cauarne il quadrato dell'altro lato a h. il qual quadrato fara 255 $\frac{24}{49}$, restara 193 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & questo bisogna partir per il doppio della basa i h. il qual doppio fara 24. [illegible] venira 8 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & tanto sara lontano il ponto del cadimento dal ponto i. [illegible] hor per trouaremo la detta perpendicolare, bisogna quadrar 8 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, che fara 65 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & questo quadrato cauato del quadrato del lato a i. restara 240 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & la R 240 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ sara la perpendicolare del detto triangolo a i h. & sara anchora l'assis di tal piramide, che è il proposito.

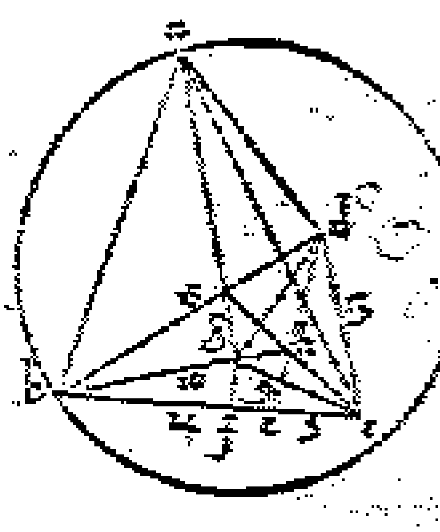
del triangolo a i h.
a i. R 305 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$
i h. —— 12.
a h. R 255 $\frac{24}{49}$

l'assis della piramide sara
R 240 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$

Questa vltima operatione per esser assai ingeniosa te l'ho voluta narrare particolarmente, anchor che credo, che da te medesimo tu l'haueresti saputa esseguire, cioe trouar la detta perpendicolare del triangolo a i h.

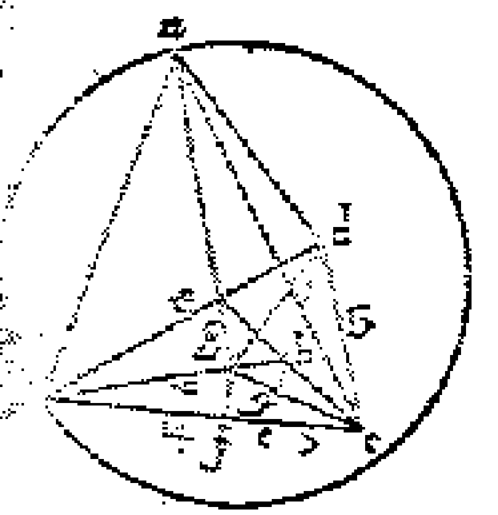
21 Supponemo che sia anchora la medesima piramide detta di sopra, & che di quella ne sia noto solamente li sei lati, cioe b d. 15. b c. 14. c d. 13. a b. 20. a c. 18. a d. 16. & volendo per tal notitia saper quanto sia l'aria corporale di tal piramide.

Per risoluere tal questione, prima bisogna trouar l'assis di tal piramide, onde procedendo secondo le regole date nella precedente si trouara medesimamente tal assis esser R 240 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, fatto questo bisogna trouar la superficie della basa di tal piramide, cioe del triangolo b c d. onde procedendo per le regole piu volte date si trouara tal basa, ouer triangolo b c d. esser 84. & questa bisognarebbe multiplicare per il terzo dell'assis, ma per fuggir rotti, & altre difficulta, il medesimo sara a multiplicare il terzo di 84. (che sara 28) fia tutta l'assis, cioe fia radice R 240 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, che facendo (quadrando prima 28) fara R 67[illegible] $\frac{[illegible]}{[illegible]}$, & tanto sara l'aria corporale di detta piramide, che è il proposito.



22 Supponemo anchora che sia la piramide a b c d. che delli lati della basa b c d. b d. sia 15. b c. 14. & c d. 13. & supponemo che l'assis sia la a g. & che dal b. al g. vi sia 10. & dal c. al detto g. vi sia 9. volendo sapere per tal notitia trouar quanto sia dal d. al medesimo ponto g.

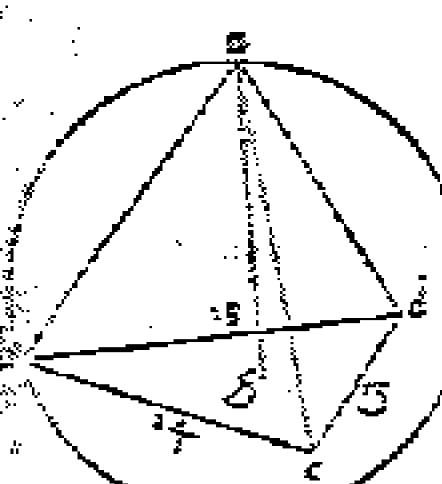
Bisogna trouar il catheto, o vogliamo dir la perpendicolare del triangolo b d c. della basa, cadente dal angolo d. (per fuggir rotti) sopra il lato b c. qual sia d e. che per le regole piu volte date, &



fare, tal catheto d e. sara 12. & il ponto e. sara lontano dal ponto c. 5.

Tu hai anchora il triangolo b c g. che b g. è 10. & c g. 9. & b c. 14. onde trouando di questo il catheto g h. per le regole date, tal catheto cadera appresso c. 6 $\frac{5}{7}$ & sara longo r. 41 [illegible] cioe g h. sara r. 41 [illegible], & questo trasso dell'altro catheto d e. (qual e 12) restara 12 men r. 41 [illegible] per la linea d h. onde tirando la g h. haueremo il triangolo d h g. orthogonio, & la d g. sara la sua hipotumissa, & perche la g h. è equale alla f e. (per la 33 del primo di Euclide) & perche c h. è 6 $\frac{5}{7}$, & c e. è 5. seguira che e h. sia 1 $\frac{5}{7}$, & tanto sara anchora g h. pero quadraremo 1 $\frac{5}{7}$ fara 2 [illegible], quadraremo anchora d h. cioe 12 men r. 41 [illegible] fara 185 [illegible] men r. 236 [illegible] & questi duoi quadrati li aggiongeremo insieme, & faranno 186 [illegible] men r. 236 [illegible], & cosi la radice vniuersale di 186 [illegible] men r. 236 [illegible] sara la hipotumissa d g. ch'è il proposito.

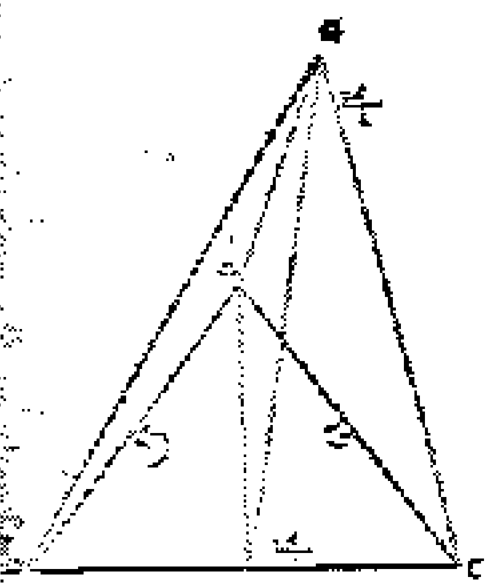
Nota che se in questa tal piramide sara notificato l'assis a g. per tal notitia facilmente potremmo trouar quanto sia cadauno de gli altri tre latia b. a c. & a d. perche cadauno di detti tre lati vien a esser la hipotumissa di vn triangolo rettangolo, come da te puoi considerare.



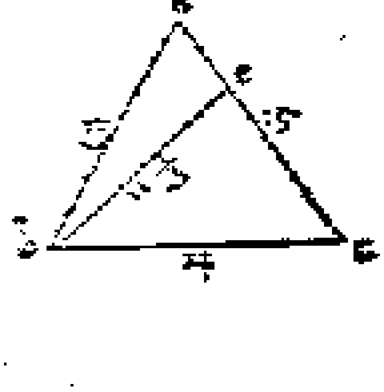
13 SVpponemo che sia la piramide a b c d. che l'aria sua corporale sia 2016. & li lati della basa b c d. cioe b d. è 15. b c. 14. & c d. 13. volendo per tal notitia trouare quanto sia l'assis di tal piramide, anchor che tal questione sia facile, non per il principianti di poco discorso, tal questioni si propongono. Et per tanto bisogna in tal caso partire la detta aria corporale, cioe quel 2016. per il terzo dell'aria superficiale della basa b c d. laqual aria superficiale in questo caso sarebbe 84. il suo terzo sarebbe 28. partendo adunque 2016 per 28. ne venira 72. & tanto sara l'assis di tal piramide, che è il proposito.

So che molti si marauigliaranno, perche quasi in tutti li triangoli di tre lati non equali proponemo quello delli tre lati 15. 14. & 13. quasi come che in altri numeri non potessero interuenire, rispondo che questo si fa per fuggir li rotti, perche doue interuengono gran confusion di rotti, non cosi facilmente si apprende la sostanza della resolutione, con laquale intesa che sia, s'intende il procedere generale in tutte le altre specie di numeri.

Nota che nella soprascritta si potea trouar l'aria della piramide, cioe quel 2016. & sarebbe 6048. per l'aria del suo seratile, laqual partendola per 84 (cioe per l'aria della basa) ne veniria quel medesimo 72. per l'altezza del seratile, laqual è quella medesima della piramide, ch'è il proposito.



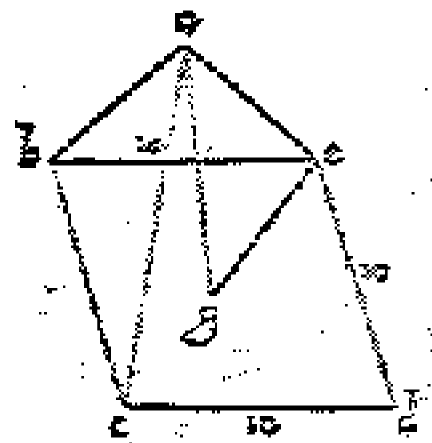
14 SVpponemo anchor che sia la piramide, per di quattro base triangolare a b c d. che habbia li tre latia b. a c. a d. equali fra loro, & che li lati della basa b c d. b d. sia 15. b c. 14. & c d. 13. per il che il catheto d e. di detta basa veniria a esser 12 (secondo il solito) volendo mo per tal notitia saper quanto sia dal ponto doue cade l'assis di tal piramide a cadauno delli tre angoli b c d. della basa. Sappi che vna quasi simile ne propone Frate Luca (credo tolta da Lunardo Pisano) ma confusamente la esprime, talmente che non si sa quello, che se ricerchi in tal questione. Ma vi è questo di buono, che sotto poche parole vi narra vna regola assai breue di saper trouare il diametro del cerchio, che circonscriue il triangolo b c d. della basa di tal piramide, perche senza la notitia di tal diametro sarebbe difficultoso a soluere vna tal questione, vero è che non narra alcuna ragione, ne autorita di Euclide, che tal sua regola sia vera, vero è che naturalmente, cioe per indutione con varie esperientie la ho ritrouata riuscire (come in fine s'intendera) laqual regola è questa, multiplica il lato b d. fia il lato d c. cioe 15. fia 13. fara 195. & questo parti per il catheto d e. (cioe per 12) ne venira 16 $\frac{1}{4}$. & tanto si concludi esser il diametro del cerchio, che circonscriue il detto triangolo b c d. Et perche l'assis di tal piramide, essendo li tre latia b. a c. a d. equali siano longhi quanto si voglia, egli è necessario che caschi nel centro di tal cerchio, e pero dal ponto di tal cascamento a cadauno di detti tre angoli b c. & d. sara la mita del diametro di tal cerchio, cioe la mita di 16 $\frac{1}{4}$, che sarebbe 8 $\frac{1}{8}$, & tanto sara dal detto ponto del cascamento dell'assis a cadaun di detti tre angoli, ch'è il proposito.



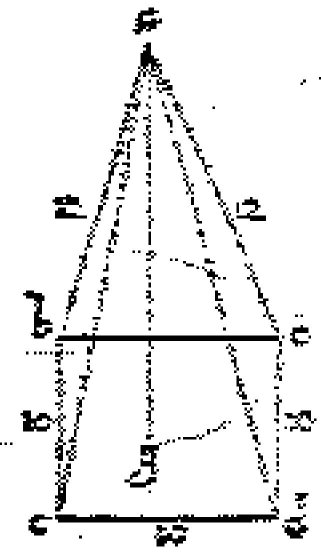
Per approuar praticalmente (cioe per indutione) la sopradetta regola, nel medesimo triangolo b c d. trouaremo la perpendicolare cadente dal ponto b. sopra il lato d c. (che è 13.) laqual perpendicolare per le regole sue, si trouara esser 11 $\frac{1}{13}$, & cascar appresso d. 6 $\frac{12}{13}$, cioe che d e. sara 6 $\frac{12}{13}$, hor per trouar il detto diametro del cerchio, che circonscriue tal triangolo b c d. per la detta regola multiplicaremo il lato b c. fia il lato b d. cioe 14. fia 15. fara 210. & questo partiremo per la perpendicolare b e. (cioe per 11 $\frac{1}{13}$) ne venira pur 16 $\frac{1}{4}$ per il diametro del detto cerchio, si come per l'altra via fu anchor trouato.

El medesimo si trouara trouando il catheto cadente dal ponto c. sopra il lato b d. (che è 15.) il qual catheto (per le regole date) si trouara esser 11 $\frac{1}{5}$, onde multiplicando il lato b c. fia il lato d c. cioe 14 fia 13. fara 182. & questo partiremo per il catheto, cioe per 11 $\frac{1}{5}$ si trouara, che medesimamente ne venira 16 $\frac{1}{4}$ per il diametro del detto cerchio. Et cosi cō altri simili esperientie, tal regola si ha biamo ritrouata vera, ma in breue speramo con ottime dimostrationi geometrice dimostrare la cosa propinqua di tal regola in generale, perche se il triangolo della basa di tal peramide sara ambligonio, cioe che habbia vn'angolo ottuso, il ponto del cadimento di tal assis sara fuora del triangolo, & se tal triangolo sara ossigonio, cioe hauente tutti tre gli angoli acuti, il detto ponto del cadimento del assis sara di dentro del detto triangolo, & se per sorte tal triangolo sara ortogonio, cioe rettangolo, il detto ponto del cadimento sara su la hipotenussa, cioe sopra il lato opposito al angolo retto, & tutto questo si manifesta (per la 21 del terzo del nostro Euclide volgare) infinite altre questioni sopra delle piramidi di quatro base triangolari si porrebbe addure, ma perche non dubito, che per le cose dette da te medesimo saperai come gouernarti, me ne passo cō silentio.

Delle piramidi, che hanno la basa quadrata, ouer pentagonale, ouero essagonale, ouero circolare.

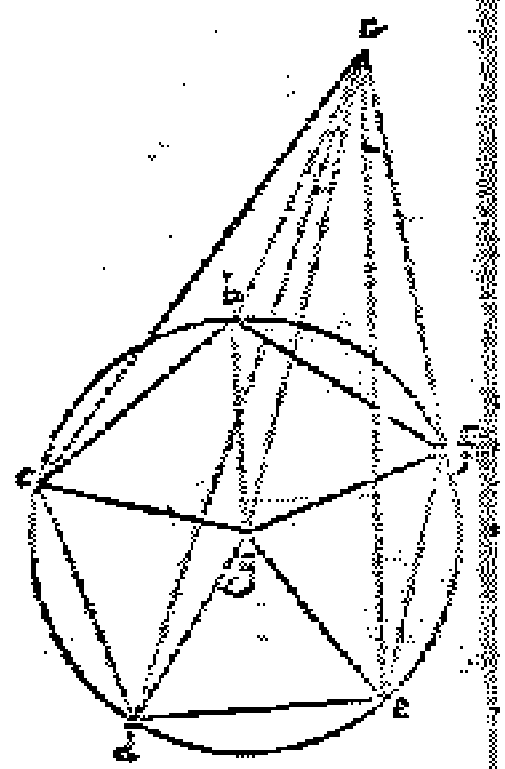


25 SVpponemo che sia la piramide a b c d e, hauente la basa b c d e quadrata, & supponemo che sia di lati equali, cioe che il quadrato b c d e della basa sia 10 per lato, & similmente che ciascheduno de gli altri quatro lati in aria eleuati sia pur 10. volendo per tal notitia trouare quanto sia l'aria corporale di detta piramide, bisogna prima trouare quanto sia l'altezza (cioe l'assis) di tal piramide, & per trouarla quadraremo il lato del quadro sara 100. & lo duppicaremo sara 200. & la radice 200. sara il diametro del detto quadro, & la mita di quello (che sara R 50) sara dal centro del detto quadro, a ciascun cantone, ouer angolo del detto quadro, & perche l'assis di detta piramide cadera precisamente nel centro del detto quadro formando vn triangolo rettangolo con ciascuna di quelle 4 linee, che vanno dal centro a ciascun angolo, & le 4 linee a b, a c, a d, & a e, formano le hipotenusse di detti 4 triangoli, per trouar adunque l'assis a g, quadraremo R 50 sara 50. quadraremo l'una di dette hipotenusse sara 100. de qual ne cauaremo quel 50, restara 50. & cosi R 50. venira a esser la ricercata assis a g, la qual vien a esser equale a ciascuna di quelle 4 linee, che vanno dal centro a ciascheduno angolo, per trouar mo l'aria corporal di tal piramide trouaremo l'aria superficiale della basa b c d e (secondo il solito) che sara 100. & la multiplicaremo per il terzo dell'altezza di detta piramide, ma per schiuar rotti multiplicaremo il tutto per il tutto, & del produtto pigliaremo il terzo, cioe multiplicaremo 100. fia R 50. (quadrando prima 100 sara 10000) & sara R 500000. & di questo ne pigliaremo il terzo (partendolo per 9) ne venira R $55555\frac{5}{9}$, & tanto sara l'aria corporale di detta piramide, ch'e il proposito.



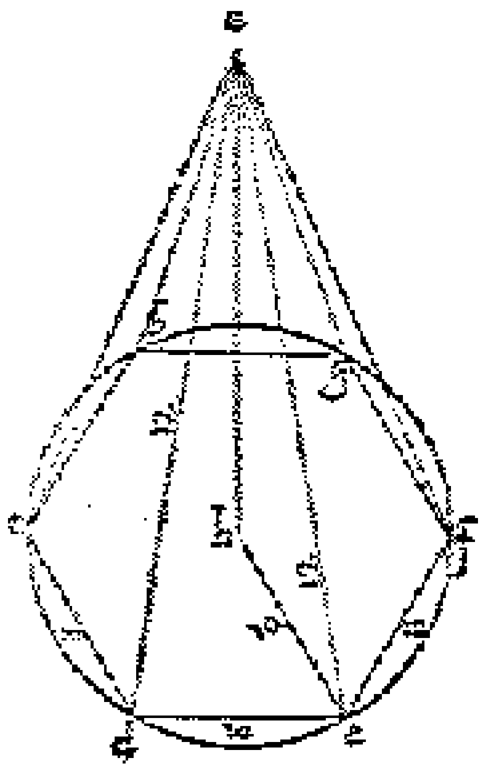
26 SVpponemo anchora che sia la piramide a b c d e la quale habbia la basa b c d e quadrata, che sia pur 10 per lato, ma che ciascuno di quatro lati a b, a c, a d, & a e in aria eleuati sia 12. volendo mo saper per tal notitia quanto sia l'aria corporale di tal piramide, similmente si come nella precedente, bisogna prima trouar l'assis di tal piramide, qual si troua pur secondo la regola della precedente, cioe trouar per la mita del diametro del quadrato b c d e, che sara per R 50. si come nella precedente, & tanto sara dal centro g. a ciascheduno de gli angoli del quadro, & per trouar l'assis a g. quadraremo R 50. sara 50. poi quadraremo vno di quatro lati in aria eleuati sara 144. & di questo ne cauaremo 50. restara 94. & R 94. sara l'assis a g. di detta piramide, qual multiplicandolo fia l'aria superficiale della basa b c d e che sara 100. sara R 940000. & di questo ne pigliaremo il terzo partendolo per 9 ne venira R $104444\frac{4}{9}$, & tanto sara l'aria corporale di tal piramide, che e il proposito.

Di queste sorte di piramide se ne porrebbe ponere in varij modi obliqui, & con la basa rhombica, che longo sarebbe a voler narrar la decima parte di quelle, ma per le regole date nelle triangolari, non dubito che saperai come regerti.



27 SVpponemo anchora che sia la piramide a b c d e f. che habbia la sua basa il pentagono equilatero, & equiangolo b c d e f. qual sia otto per lato, & gli altri cinque lati a b, a c, a d, a e, & a f. di tal piramide siano equali tra loro, & sia ciascheduno di quelli 12. volendo mo per tal notitia trouare quanto sia l'aria corporale di tal piramide, prima bisogna trouar l'assis di tal piramide, & per trouar tal assis bisogna trouar quanto sia dal centro g. di tal pentagono a ciascheduno di cinque angoli di tal penthagono, il che non e altro, che trouar la mita del diametro del cerchio, che circonscriue tal penthagono, onde procedando per le regole date nel quarto capo sopra di penthagoni, si trouara il diametro del cerchio, che circonscriue tal pentagono esser R v. (128 piu R $3276\frac{4}{5}$), la cui mita sarebbe R v. (32 piu radice $204\frac{4}{5}$), & tanto sara dal detto centro g. a ciascheduno angolo del detto pentagono, per trouar mo l'assis a g. quadraremo R v. (32 piu R $204\frac{4}{5}$) sara 32 piu radice $204\frac{4}{5}$, quadraremo anchora l'uno di lati di tal piramide, sara 144. & di questo ne cauaremo quel 32 piu R $204\frac{4}{5}$ restara

asse ℞ v.(112 men ℞ 204 4/5 la basa ℞ v.(6400. piu radi-ce 3276800.



112 men ℞ 204 4/5, & la ℞ v.(112 men ℞ 204 4/5 sara l'assis a g. che è la prima parte del proposito. Per trovar mo l'aria corporale di tal piramide, quadraremo la basa, cioe il pentagono, onde procedendo secondo la regola data nella 11 del quarto capo troveremo l'aria di tal pentagono esser ℞ v.(6400. piu ℞ 3276800. & questa multiplicando sia l'assis, & di quel prodotto pigliarne il terzo, tal terzo sara l'aria corporale di tal piramide. Ma per far questa ultima operatione bisogna ricordarsi, che a multiplicar ℞ v.(112 men ℞ 204 4/5 fia ℞ v.(6400 piu ℞ 3276800. bisogna quadrar le dette ℞ v. & multiplicar li detti quadrati, & la radice universale di tal prodotto sara tal multiplicatione, laqual multiplicatione partendola per tre (secondo l'ordine dato nell'undecimo libro della seconda parte sopra il partire una radice universale per numero) lo avenimento sara l'aria corporal di tal piramide, che per non esservi alcuna arte, ma solamente fatica a lasso la impresa di tal operatione.

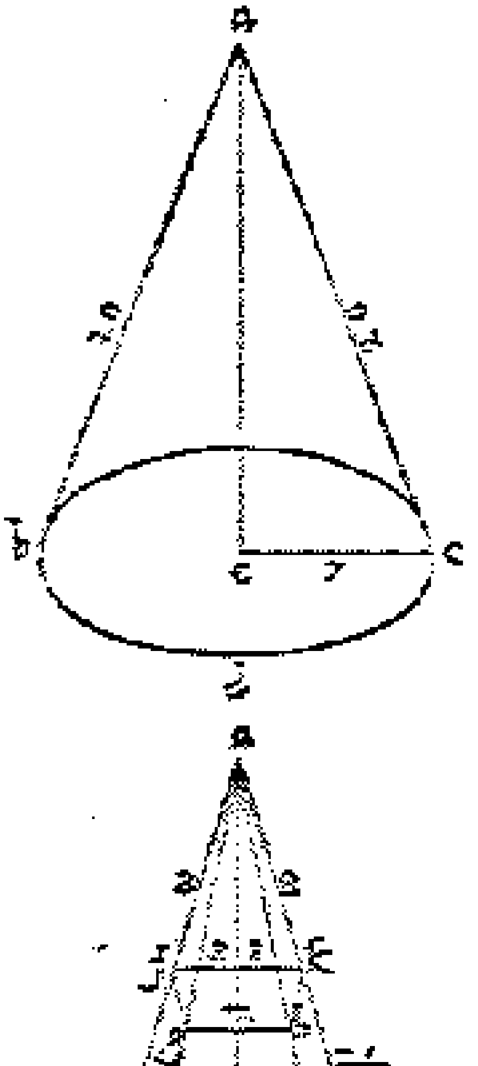
18 Supponemmo anchora che sia la piramide a b c d e f g. che habbia la basa b c d e f g. essagona equilatera, et equiangola, & che sia 10 per lato, & che li 6 latti b a c a d a e a f a g. ciascun di loro sia 12. volendo mo per tal notitia trovar quanto sia l'aria corporale di tal piramide, prima bisogna trovar l'assis di tal piramide, & per trovarla el sia bisogna trovar quanto sia dal centro. h. di tal essagono a ciascun suo angolo, & che non vuol dir tro, che trovar il semidiametro del cerchio, che circonscrive tal essagono, il qual semidiametro el vien a esser quanto è il lato del essagono, cioe 10. qual supponemmo esser h e. per trovar mo l'assis a h. quadraremo h e. fara 100. quadraremo anchora a e. fara 144. cavaremo 100 di 144. restara 44. & la ℞ 44. sara l'assis a h. fatto questo quadraremo la basa (cioe l'essagono) che per le regole sue trovaremo esser ℞ 67500. delqual pigliandone il terzo (partendo per 9) ne venira radice 7500. & questo multiplicaremo per l'assis (cioe per ℞ 44.) fara ℞ 330000. & tanto sara l'aria corporal di tal piramide, che è il proposito.

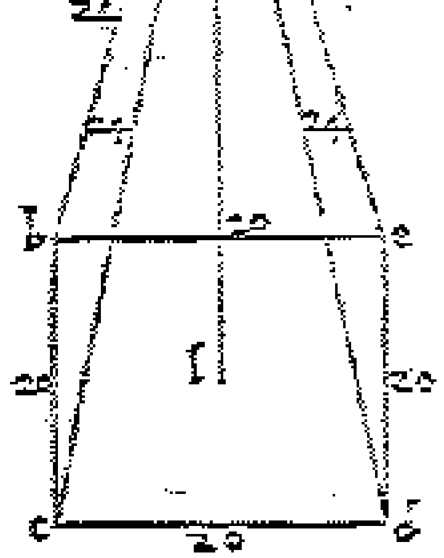
19 Anchora supponemmo che sia la piramide tonda, over cono a b c d. qual habbia la basa. b c d. circolare, laqual basa supponemmo (per fuggir rotti) che la sua circonferentia sia 44. & supponemmo che il lato di tal piramide sia egualmente da ogni banda 20. volendo mo per tal notitia trovar quanto sia l'aria corporale di tal piramide, over cono, prima egli è necessario a trovar l'assis a e. di quella, & per trovarlo bisogna trovar quanto sia dal centro e. alla circonferentia, cioe quanto sia la e b. laqual non è altro che mezo diametro di tal cerchio. Et perche il diametro di tal cerchio (per le regole date) sara 14. la mita delquale sara 7. & tanto sara la. b e. per trovar mo l'assis a e. quadraremo 7. fara 49. quadraremo anchora la linea a b. (che è 20) fara 400. delquale ne cavaremo quel 49. restara 351. & la ℞ 351. sara l'assis a e. di tal piramide, fatto questo quadraremo la basa b d c. che per le regole sue fara 154. & questa multiplicaremo fia il terzo del assis, cioe di ℞ 39. il qual terzo sara ℞ 39. multiplicando adunque ℞ 39 fia 154. fara ℞ 924924. & tanto sara l'aria corporal di tal piramide, over cono, che è il proposito.

Delle piramidi scavezze, over tronche, & della misuratione. Cap. IX.

Nel principio del quarto libro della terza parte fu diffinito, che cosa siano le piramidi scavezze, over tronche, & anchora nella prima del sesto capo del quarto libro, & nel terzo capo del quinto fu dimostrato sotto brevita, come si misurano tai sorte di piramidi tonde, & quadre, nondimeno per seguir l'ordine di questa quarta parte in questo luogo piu minutamente, & generalmente intendo di parlarne. Ma per procedere dalle materie piu facili, & gradualmente ascendere alle piu difficili, voglio cominciare dalle piramidi quadrate, per esser di piu facile apprensione, & dapoi venir alle triangolari, anchor che le triangolari siano prime delle quadrate.

1 Dunque supponemmo che sia la piramide a b c d e. che habbia la basa. b c d e. quadrata di piedi 20 per faccia, over lato, la vertice dellaquale sia il ponto a. & supponemmo che ciaschaduno di quatro lati a b. a c. a d. & a e. in aria cilevati siano piedi 24. & supponemmo che di tal piramide, con una superficie equidistante alla basa, ne sia stato tagliata la piramidetta a f g h k. talmente che ciascheduno delli quatro lati a f. a g. a h. a k. siano piedi otto, volendo mo saper quanto sia l'aria corporale della restante piramide tronca, over scavezza f g h k. b c d e. egli è manifesto che se dell'aria corporal di tutta la piramide a b c d e. ne cavaremo l'aria corporale della piramidetta a f g h k. il restante sara l'aria corporale della sopradetta piramide. f g h k. b c d e. e per tanto trovar l'aria della detta piramide a b c d e. procedendo per le regole date nella decimasesta del precedente capo, si trovara l'assis a l. esser ℞ 376.





& sara

& l'aria corporale di detta piramide esser R 6684444 4/9, fatto questo volendo mo trouar l'aria corporale della piramidetta a f g h k. si puo procedere per due vie, la prima è a procedere secondo la detta regola data nella decimasesta del precedente capo, vero è che bisogna prima trouar quanto sia per lato il quadrato della sua basa. f g h k. & per trouarlo tu fai, che per esser la linea g h. equidistante alla c d. del triangolo. a c d. il triangoletto a g h. sara simile al detto triangolo a c d. e pero la proportione del lato c a. al lato g a. sara come quella della basa c d. alla basa g h. e pero per la regola del tre diremo, se 24 (ch'è tutto a c.) mi da 8. (per il lato a g.) che mi dara 20. (della basa c d.) onde operando si trouara, che ne dara 6 2/3, & tanto sara per lato il quadrato. f g h k. hor seguitando mo secondo il detto ordine dato nella detta decimasesta del precedente capo si trouara l'assis a m. di detta piramidetta f g h. esser R 4 2/9, & l'aria sua corporale esser radice 9169 [illegible], laquale tratta di radice 6684444 4/9, restara radice 6684444 4/9 men radice 9169 [illegible], & tanto sara l'aria corporale della scauezza piramide f g h k. b c d e. che è il proposito.

Ma se ben allumineranno li duoi nomi di tal residuo trouarai, che saranno communicanti, tal che sottrando radice 9169 [illegible] da radice 6684444 4/9, restara radice 6129846 9 [illegible], & tanto sara anchora la detta corta piramide. f g h k. b c d e. che sara pure il medesimo proposito, & tal risposta piu chiara.

Il secondo modo, ouero la seconda via di trouar l'aria della piramidetta a f g h k. gia è manifesto per le ragioni adotte sopra la duodecima del primo capo del primo libro, che li quattro triangoli, che circondano la detta piramidetta a f g h k. esser simili alli quattro, che circondano la grande piramide a b c d e. & similmente la basa dell'una è simile alla basa dell'altra, perche l'una, & l'altra è quadrata, e per tanto le dette due piramidi sono simili, per esser contenute ambedue sotto di superficie simili, & di numero equale, e pero la proportione della grande piramide a b c d e. alla piramidetta. a f g h k. è come la proportione treppiicata di qual si voglia lato dell'una al suo relatiuo lato dell'altra, & perche il lato a b. della grande al lato a f. della piccola è treppio, cioe come da 3. a 1. (per esser l'uno 24. & l'altro 8.) & il treppio della proportione treppia, se ben ti aricordi è come il cubo di 3. al cubo di 1. che sarebbe, come di 27. a 1. e pero la piramide grande è vintisette volte tanto quanto è la picciola, & perche l'aria corporale della grande di sopra fu trouato esser radice 6684444 4/9, partendo adunque radice 6684444 4/9 per 27 (quadrando prima 27. che fara 729) ne venira radice 9169 [illegible], & tanto sara l'aria della picciola piramide, qual tratta dell'aria della gran piramide, cioe di radice 6684444 4/9, restara medesimamente radice 6129846 9 [illegible], si come per l'altra via, & tanto sara la detta piramide scauezza f g h k. b c d e. che è il proposito, & cosi per questa via non è necessario a ritrouare quanto sia il lato del quadrato f g h k. ma volendo anchor trouar per qualche altra occasione, tal parte, qual è. a g. di a c. tale è. g h. della c d. (per la similitudine di triangoli) & perche a g. è la terza parte della c. similmente g h. sara la terza parte del c d. qual è 20. & perche la terza parte di 20 è 6 2/3. diremo il lato del quadrato f g h k. esser 6 2/3, che sarebbe il proposito.

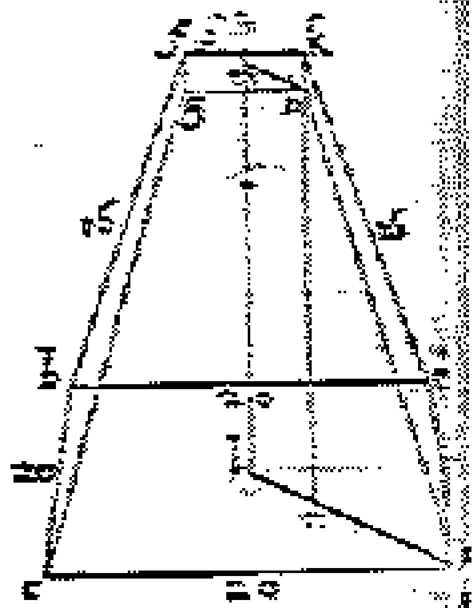
Ma perche la maggior parte delle volte, che occorre, ouer che fusse proposto di trouar l'aria corporale di una piramide corta, ouero scauezza non vi si notifica quanto sia li lati della piramidetta gia tagliata via, per non esserui tal piramidetta, ma vi si notifica li lati della restante, cioe in questo caso si notificarebbe li lati del quadrato. b c d e. ciascuno esser 20. & ciascun lato del quadretto. f g h k. esser 6 2/3, & ciascun di quattro lati b f. c g. d h. & e k. esser 16. volendo mo per tal simplice notitia trouar l'aria corporale di tal piramide sca uezza, tal aria si puo trouar in duoi modi, il piu intelligibile è pur a ritrouar la piramidetta gia troncata via, laquale al presente supponeremo, che non sia in esser, come nella figura appare, & per trouarla, bisogna considerare con la mente, che se tal piramidetta vi fusse, che la integraria la total piramide, si come nella figura precedente in ponto a. & che li totali triangoli della total piramide sarebbono simili alli triangoli della piramidetta con la mente immaginata, laquel (per esser meglio inteso) supponeremo quella della precedente figura, dicendo che la proportion di tutto il lato a c. (occulto) al lato a g. (occulto, ouer incognito) sara si, come il lato c d. (cognito) al lato g h. cognito, onde sottrando li consequenti dalli suoi antecedenti, cioe sottrando a g. dal a c. restara c g. noto, qual è 16. & sottrando g h. (ch'è 6 2/3) da c d. che è 20 restara 13 1/3, e per tanto disgiontamente tal proportione, qual è da 13 1/3 a 6 2/3, tal sara dal lato c g. (qual è 16) al lato a g. incognito della piramidetta incognita, onde per trouar tal lato a g. incognito diremo, se 13 1/3 mi da 6 2/3, che mi dara 16. onde operando trouaremo, che ne dara a ponto 8. & tanto sara il lato a g. della detta piramidetta a f g h k. con la mente immaginata, la basa, dellaquale verra a esser il quadrato f g h k. hor che habbiamo trouato la quantita di lati di detta piramidetta, potremo poi trouar il proposito secondo che fu fatto nella precedente.

la piramide a b c d e. R 6684444 4/9
la piramide a f g h k. R 9169 [illegible]

la scauezza R 6684444 4/9 men R 9169 [illegible]

che sarebbe R 6129846 9 [illegible]

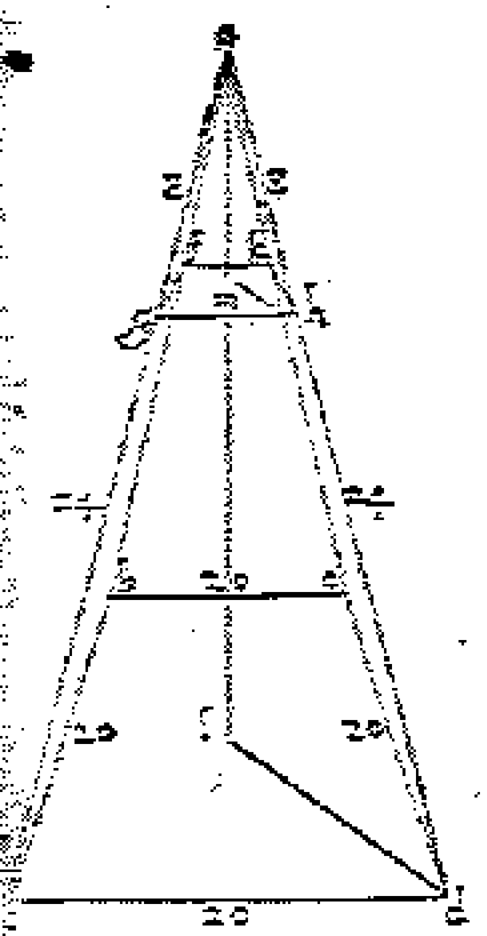
l'assis a l. R 176.
l'assis a m. R 4 2/9.



l'aria corporale della detta piramide tronca è R 6129846 9 [illegible]

5 Et per un'altro piu ispediente modo si puo trovar l'aria di una piramide corta quadra senza investigare la piramidetta gia troncata, vero è che la causa di tal modo è piu occulta, il qual modo è quello, che fu dimostrato nella terza parte per misurar qual si voglia fondamenta quadrata. Et per non si confondere in altre nuove quantita, supponeremo che sia la medesima piramide scavezza f g h k. b c d e. della precedente, supponendo medesimamente ciascheduno lato del quadrato della basa b c d e. esser 20. & ciascheduno lato del quadretto f g h k. esser $6\frac{2}{3}$, & che l'asse m l. sia R $587\frac{1}{9}$, volendo mo trovar l'aria di tal corta piramide, senza investigar la parte troncata via, prima trovaremo l'aria superficiale di ciascheduno di detti quadrati b c d e. & f g h k. & trovaremo l'una esser 400. & l'altra $44\frac{4}{9}$, poi trovaremo la superficie media proportionale fra questi duoi quadrati, laqual trovaremo moltiplicando $6\frac{2}{3}$ fia 20. & fara $133\frac{1}{3}$, & tanto sara la detta superficie media, fatto questo summaremo insieme queste tre superficie 400. $133\frac{1}{3}$. $44\frac{4}{9}$, & faranno in summa $577\frac{7}{9}$, & di questa summa ne pigliaremo il terzo, che sara $192\frac{16}{27}$, & questo multiplicaremo per l'asse m l. cioe per R $587\frac{1}{9}$ fara radice [illegible], & tanto sara la detta piramide scavezza f g h k. b c d e. si come per l'altra via fu anchor trovato, che è il proposito.

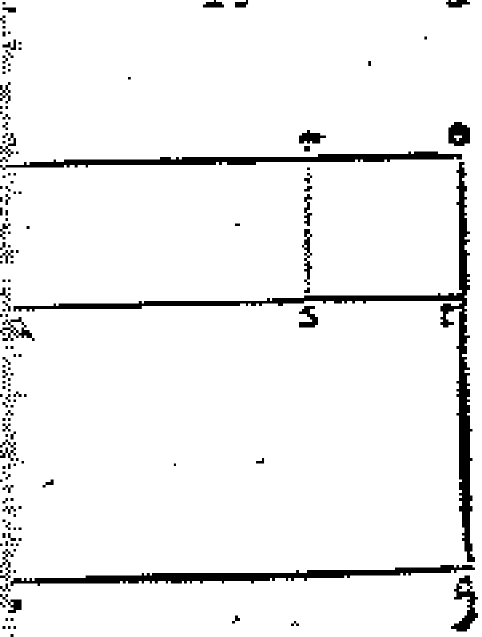
6 Ma quando che di una piramide tronca, quadra non si havesse notitia del suo asse, ma solamente di lati di fuora via, non essendo sul fatto, la questione sarebbe alquanto piu ingeniosa della precedente. Essempi gratia sia anchora la medesima piramide corta, over tronca f g h k. b c d e. della qual ne sia noto ciascheduno lato del quadrato b c d e. esser 20. & ciascheduno lato del quadretto f g h k. esser $6\frac{2}{3}$, & ciascheduno di quatro lati f b. g c. h d. & k e. esser 26. & volendo (senza trovar la piramidetta gia troncata via) saper trovar quanto sia l'aria corporale di tal piramide tronca.



La maggior difficulta, che di piu della precedente vi occorre è, che bisogna ritrovar l'asse m l. il qual n'è incognito, & per trovarlo si puo proceder per piu vie, delle quali diro quella, che a me par piu facile da esser intesa, prima trovaremo quanto sia dal centro l. al angolo d. qual per esser la mita del diametro del quadro b c d e. la detta linea l d. venira a esser R 200. similmente trovaremo quanto sia da centro del quadretto f g h k. al angolo h. cioe quanto sia la linea m h. laqual per esser la mita del diametro del detto quadretto venira a esser R $22\frac{2}{9}$, & perche la perpendicolare, che cascasse dal ponto h. sopra la basa, cioe sopra il quadrato b c d e. quella caderebbe sopra la linea l d. in ponto n. & la detta h n. verrebbe a esser equale, & equidistante al asse m l. & la l n. verrebbe a esser equale alla m h. cavando adunque la l n. (qual è R $22\frac{2}{9}$) dalla l d. (laqual è R 200) restara R $88\frac{8}{9}$ per la linea n d. & così haveremo il triangolo h n d. rettangolo, del quale habbiamo noto li duoi lati n d. & d h. tal che se del quadrato del lato d h. qual è 26. il qual quadrato sara 676. ne cavaremo il quadrato del lato n d. (che è R $88\frac{8}{9}$) il qual quadrato sara $88\frac{8}{9}$, restara $587\frac{1}{9}$, & così la R $587\frac{1}{9}$ sara il lato h n. qual per essere equale al asse m l. diremo tanto esser l'asse della detta piramide scavezza, che sarebbe il proposito, volendo mo trovar l'aria di detta piramide tronca, procederai secondo l'ordine della precedente, & haverai l'intento.

Come si dimostra la causa del sopradetto secondo modo di misurare la sopradetta piramide tronca, & altre simili.

7 Certamente bella cosa è il saper leggiadramente operare, ma molto piu bello è delle sue operationi saper assignar la causa propinqua, anchor che tal cosa non si aspetti al puro pratico, ma al speculativo, e per tanto in questo luogo intendo (a satisfattione delli speculativi ingegni) di voler dimostrare donde nasce la detta causa, che a multiplicar l'asse della sopradetta piramide tronca nella terza parte delle tre superficie (cioe delle due base b c d e. & f g h k. & della superficie media) faccia l'aria corporale della detta corta piramide.



Sia descritto il quadrato n o p q. equale al quadrato b c d e. della basa, & in quel sia descritto il quadrettino r s t o. equale al quadrettino f g h k. del capo, & sia protratto il lato t s. per sin in u. onde la superficie n o t u. per esser contenuta sotto alli lati di 2 quadrati, vien a esser la superficie media proportionale fra li 2 quadrati n q. & r t. hor dico che'l dutto del asse m l. della corta pira. nella summa di 2 quadrati n q. & r t. & della sup. n t. esser equale al treppio della nostra pir. corta f g h k. b c d e. perche è manifesto, che'l dutto di tutto l'asse a l. nella basa b c d e. cioe nel quad. n q. ne da il treppio di tutta la integra pira. a b c d e. il medesimo mi dara anchor il dutto del asse m l. nel detto quadrato n q. insieme col dutto del asse a m. nel medesimo quadr. n q. cioe il dutto del m l. nel quadrato n q. insieme col dutto della a m. nel istesso quadrato n q. mi dara il treppio di tutta la integra piramide a b c d e. anchor è manifesto, che'l dutto della a m. nel quadretto f g h k. cioe nel quadrato r t. mi dara il treppio della piramidetta a f g h k. qual tratto del treppio della integra pi-

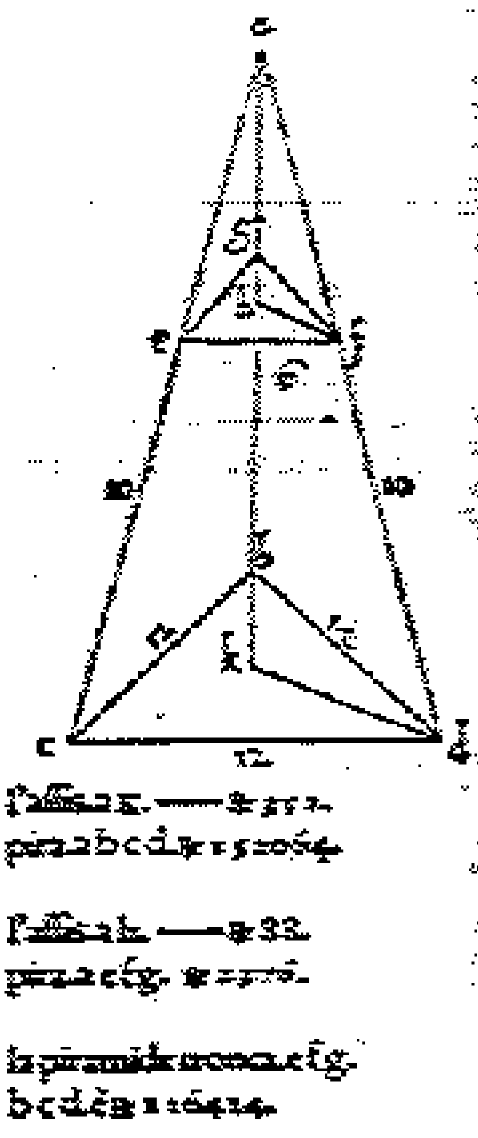
ramide

ramide a b c d e. restara il treppio della corta piramide f g h k. b c d e. seguita adunque che il dutto della m l. nel quadrato n q. insieme con il dutto della a m. nella superficie n s. & nella superficie u q. mi dara il treppio della corta piramide f g h k. b c d e. & questo serba in mente.

Anchora tirando le due linee m h. & l d. per la similitudine di triangoli, & per la disgionta proportionalita (come nelle precedenti è stato dimostrato) la proportione della e g. alla g a. sara si come di h a. alla h a. & anchora come la l m. alla m a. & come sara il restante di e d. rasone g h. al medesimo g h. che sarebbe, come la n r. alla r o. adunque si, come la l m. alla m a. cosi sara la n r. alla r o. & la q t. alla t o. ma si come la n r. alla r o. (per la prima del sesto di Euclide) cosi sara la superficie n s. alla superficie r t. & anchora si come la q t. alla t o. cosi sara la superficie u q. alla superficie n t. diremo adunque si come la l m. alla m a. cosi esser la superficie n s. alla superficie s o. & perche il dutto della prima nella quarta di quattro quantita proportionali, è sempre equale al dutto della seconda nella terza, e pero il dutto della m l. nel quadrato. s o. sara equale al dutto della m a. nella superficie n s. similmente perche si come la m l. alla m a. cosi è la superficie u q. alla superficie media n t. e per tanto il dutto della l m. nella superficie media n t. sara equale al dutto della m a. nella superficie u q. Et di sopra fu dimostrato, se ben ti aricordi, che il dutto della m l. nel quadrato n q. insieme con il dutto della a m. nella superficie n s. & nella superficie u q. ne dava il treppio del la corta piramide f g h k. b c d e. & perche similmente è stato dimostrato, che il dutto della m l. nel quadretto r t. (qual è equale al quadretto f g h k.) si equagliava al dutto della detta m a. nella superficie n s. et similmente che il dutto della medesima m l. nella superficie media n t. si equagliava al dutto della m a. nella superficie u q. seguita adunque che il dutto della detta m l. (asse della corta piramide) dutto nella summa delle tre superficie n q. n t. & r t. dara il treppio della detta corta piramide, ma dutto solamente nella terza parte della detta summa di dette tre superficie, dara l'aria della sola piramide corta f g h k. b c d e. che è il proposito.

Acio che meglio apprendi questo, che di sopra habbiamo dimostrato, te lo voglio (sotto brevita) essemplificare con numeri. Per esser stato supposto ciascun di lati della basa b c d e. esser 20. seguita il quadrato n q. (a quella equale) esser 400. & similmente per esser stato supposto ciascun lato del quadretto f g h k. (del capo) esser 6 2/3, seguita il quadretto r t. (a quello equale) esser 44 4/9, & la superficie media n t. esser 133 1/3 la summa di queste tre superficie seguita esser 577 7/9, il terzo della qual summa sara 192 16/27, qual multiplicato per l'asse m l. qual fu trovato esser R 156 7/9, fara R 6198469 [illegible] per l'aria della detta corta piramide f g h k. b c d e. che è il proposito.

Vasi con le medesime regole date nella soprascritta corta piramide quadrata, si procede in tutte le altre. Essempi gratia sia la corta piramide triangolare e g f. b c d. della quale ciascun lato della basa b c d. è 12. & ciascun lato della basa del capo (cioe del triangolo g e f) è 6. & ciascheduno di tre lati g b, e c, & f d. è 10. hor volendo noi per tal notitia trovar l'aria corporal di tal tronca piramide, si puo trovar in duoi modi, come fu fatto della precedente tronca piramide quadrata, cioe se noi potria mentalmente intendere la parte gia troncata, cioe la piramidetta a e f g. & (per quelle medesime ragioni adutte nella 10. della precedente quadra) li totali triangoli della total piramide a b c d. sono simili alli triangoli della piramidetta a e f g. e pero la proportione di tutto il lato a c. (incognito) al lato a e. (pur incognito) sara si come il lato c d. (cognito) qual è 12. al lato e f. (cognito) qual è 6. onde sottrando li conseguenti da gli antecedenti, cioe sottrando a e. dal a c. restara e c. (cognito) qual è 10. & sottrando e f. ch'è 6. dal c d. qual è 12. restara 6. onde disgiontamente tal proportione, laqual sara da 6. a 6. tal sara del lato e c. qual è 10. al lato e a. (incognito) della piramidetta a e f g. (incognita) onde per trovar tal lato a e. incognito, diremo, se 6. mi da 6. che mi dara 10. onde operando trovaremo, che mi dara pur 10. & cosi 10. sara ciascheduno di tre lati a e. a f. a g. della piramidetta a e f g. tal che ciascun di 3 lati a b. a c. a d. della integra piramide, veniria a esser 20. hor bisogna mo trovar l'aria di tutta la integra piramide, & di quella cavarne l'aria della piramidetta a e f g. & il restante sara la ricercata tronca pir. e f g. b c d. la regola di trovar l'aria di tal piramidi fu data nella 8 del precedente capo. Essempi gratia per trovar l'aria della grande, trova prima il suo asse, & per trovarlo trova quanto dal centro k. del triangolo della basa al angolo, poniamo d. & perche il lato c d. (per la 3 del 13 di Euclide) è treppio in potenza alla detta linea k d. e per tanto quadraremo c d. che è 12. fara 144. & di questo ne pigliaremo il 1/3, che fara 48. & cosi R 48. sara la detta linea k d. & perche il triang. a k d. e rettangolo, per trovar l'asse a k. quadraremo k d. sa 48. quadraremo anchor a d. ch'è 20. fara 400. del qual ne cavaremo 48. restara 352. & cosi R 352. sara l'asse a k. onde trovando poi l'aria superficiale della basa, cioe del triã. b c d. che per le regole date si trovara esser R 3888. qual multiplicandola fia il terzo del asse a k. cioe fia il terzo di R 352. ma per schivar rotti multiplicaremo l'asse, cioe tutto R 352. fia il 1/3 dell'aria della basa, cioe fia il 1/9 di R 3888. qual 1/9 fara



quadrato n q. 400.
superficie media n t 133 1/3
quadretto r t 44 4/9

summa 577 7/9

il terzo 192 16/27
asse m l. R 156 7/9

aria della tronca pir. R 6198469 [illegible]

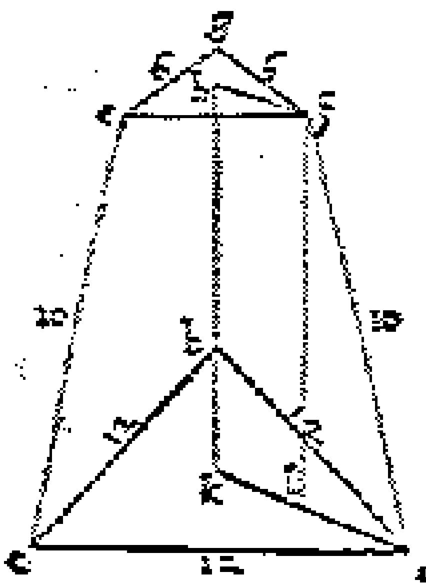
l'asse a k. —— R 352.
pira. a b c d. R 152064.

l'asse a h. —— R 32.
pira. a e f g. R [illegible]

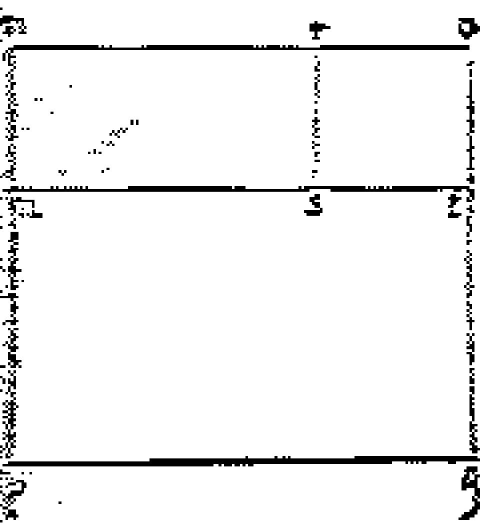
la piramide tronca e f g. b c d. è R [illegible]

℞ 472 sara ℞ 152064 per l'aria corporale di tutta la integrata piramide a b c d. hor bisogna trouar l'aria della piramidetta. a e f g. onde procedendo per il medesimo modo si trouera l'altezza h l esser ℞ 12. & l'assis a h. esser ℞ 58. & l'aria di detta piramidetta esser ℞ 2376 laqual tratta della totale, cioe di ℞ 152064. restara ℞ 116424. per l'aria corporale della tronca piramide e f g. b c d. che è il proposito.

Anchora dapoi trouata l'aria della integrata piramide si potera trouar l'aria della piramidetta. a e f g. per quel secondo modo, che fu dimostrato sopra la prima di questo capo, perche la detta piramidetta e simile alla grande piramide, e pero la proportion de l'una all'altra è treppia a quella, che dal lato dell'una al suo relatiuo dell'altro, & perche li lati della grande sono doppi a ciascun suo relatiuo della piccola, & perche il treppio di vna proportion doppia faria vna ottupla, cioe come da 8. a 1. adonque la piccola sarebbe la ottaua parte della grande, e pero pigliando la ottaua parte della grande, cioe di ℞ 152064. onde operando per il quadrato di 8. (cioe per 64.) ne venira radice 2376. & tanto sara la detta piramidetta (via troncata) laquale sottrandola della grande, cioe di radice 152064. restara medesimamente ℞ 116424. per l'aria della detta piramide tronca, ch'è per il proposito.



7 ANchora per quell'altro piu ispediente modo narrato nella terza sopra la quadrata, cioe senza hauer a trouar quanto sia quella piramidetta via troncata. Essempi gratia sia la medesima sotterata piramide g e f. b c d. che ciascuno di 3 lati della basa sia per 12. & ciaschaduno di tre lati del capo tronco sia per 6. & ciaschaduno de tre lati laterali siano pur 10. si come nella precedente, volendo mo per tal nostra trouar l'aria di tal tronca piramide senza hauer a trouar la piramidetta, che gli manca. Prima si debbe trouar quanto sia l'assis h k. & per trouarlo bisogna trouar le due linee k d. & h f. onde procedendo, come fu fatto nella precedente, si trouera medesimamente la k d. esser ℞ 48. & la h f. esser ℞ 12. poi cauando ℞ 12 di ℞ 48. & restara per ℞ 12. & tanto sara dal l. al d. salche tirando vna linea dal f al l. quella (per la 33 del primo di Euclide) sara eguale, & equidistante al l'assis h k. & sara anchor perpendiculare sopra la l d. talche il triangolo f l d. sara rettangolo, e per tanto se del quadrato del d f (qual quadrato sara 100) ne cauaremo il quadrato del l d. (qual quadrato sara 12) restara 88. & la ℞ 88 sara il lato f l. laqual per esser eguale al assis h k. diremo adunque l'assis h k. esser ℞ 88. Hor per trouar mo l'aria della detta tronca piramide, trouaremo l'aria superficiale delli 2 triangoli, cioe del triangolo b c d. & del triangolo e f g. onde procedendo per le regole date, trouaremo il triangolo b c d. esser ℞ 3888. & il triangolo g e f. esser ℞ 243. fatto questo bisogna trouar la superficie media proportionale fra quelle 2 superficie, & per trouarla bisogna trouar il lato tetragonico di ciascuna di dette superficie, cioe tuor la radice di ciascuna di quelle, siche facendo quello della maggior sara ℞ ℞ 3888. & quel della minore ℞ ℞ 243. poi multiplicar questi due lati l'uno fia l'altro, cioe ℞ ℞ 243 fia ℞ ℞ 3888 sara ℞ ℞ 944784. ma per esser tal numero quadrato, cauandone la sua prima radice la si trouara esser ℞ 972. lequal tre superficie si debbono summare insieme secondo il solito, siche facendo (per esser fra loro communicanti) si trouara, che in summa faranno ℞ 11907. & di questa summa pigliandone il terzo (partendo per 9) ne venira ℞ 1323. & questo multiplicandolo per l'assis h k. cioe per ℞ 88. sara radice 116424. & tanto sara la detta piramide sotterata, si come che per l'altra via fu anchor trouato, che è il proposito.



triang. e f g. ℞ 243.
superfi. media ℞ 972.
triang. b c d. ℞ 3888.

summa ℞ 11907.

8 QUesta regola si puo dimostrare per quel medesimo modo, che fu fatto sopra la tronca piramide quadrata, cioe supponendo il quadrato n o p q. eguale in superficie al triangolo b c d. & similmente il quadretino r t. eguale in superficie al triangoletto e f g. & tirando, ouer slongando poi la linea r s. per fino in m. sara lo rettangolo m t. eguale alla superficie media proportionale, fra le dette due superficie quadrate n q. & r t. onde restara si arguire precisamente, come si fece nella quinta, cioe che il dutto del dutto del l'assis h k. nella terza parte delle tre superficie. n q. r t. & m t. ne dara l'aria corporale della detta tronca piramide e f g. b c d. che è il proposito.

Et se vi vuoi applicar li numeri, il quadrato n q. veniria a esser radice 3888. cioe che l'aria del detto quadrato sara la detta radice 3888. si come quella del triangolo b c d. & il suo lato n o. sara ℞ ℞ 3888. & l'aria superficiale del quadretto r t. sara radice 243. si come che è quella del triangoletto e f g. & il suo lato r s. sara ℞ ℞ 243. & la superficie media m t. sara radice 972. per esser contenuta sotto delli duoi lati di detti duoi quadrati, delliquali l'uno è il lato n o. & l'altro è il lato o t. & cosi hai inteso la sostanza del tutto. Et cosi senza che piu oltra proceda con essempi nelle dette piramidi sotterate laterate, con il medesimo ordine procederai nelle pentagonali, essagonali, ottagonali, & cosi discorrendo.

Per il

9 PEr li medesimi modi dati nelle precedenti si procede anchora nelle piramidi sbassate circolari. Essempi gratia sia la sbassata piramide circolare a b c d. e f g h. & supponemo che il diametro. a c. del cerchio a b c d. della basa sia dodici, & che il diametro del cerchio. e f g h. del capo sia quattro, & che l'assis i k. sia 9. hor volendo per tal notitia trovar quanto sia l'aria corporale della detta piramide tronca. a b c d. e f g h. tal quantita si puo per trovar in duoi modi si, come le due precedenti, cioe trovando la piramidetta via troncata, & quella cavata di tutta la integrata piramide, & il restante sara la quantita della detta piramide tronca. Et per trovar la detta piramidetta, egli e manifesto essendo quella tal piramidetta sopra la sua basa e f g h. e tutta la integrata piramide grande, sara simile alla detta piramidetta, e pero li diametri delle loro base alli loro assis saranno proportionali, & permutatamente la proportione dell'assis della grande all'assis della piccola, sara si come il diametro a c. (che e 12.) al diametro e g. (che e 4.) & disgiontamente, cioe cavando li conseguenti da gli antecedenti li restanti saranno proportionali alli medesimi conseguenti, e per tanto cavando il diametro e g. (cioe 4.) dal diametro a c. (che e 12.) restara 8. talche la proportione da 8 a 4. sara si, come quella dell'assis i k. (qual e 9.) all'assis della piramidetta, che gli manca, onde per trovar l'assis di tal piramidetta, diremo, se 8. mi da 4 che mi dara 9. onde operando si trovara, che dara $4\frac{1}{2}$. & tanto sara l'assis di detta piramidetta, che manca, onde l'assis della integrata gran piramide verrebbe a esser $13\frac{1}{2}$. Fatte tutte queste cose trovaremo l'aria di tutta la integrata piramide, secondo le sue regole date, cioe trovando l'aria del cerchio a b c d. della basa, che procedendo secondo la regola sua trovaremo quella esser $113\frac{1}{7}$, laqual multiplicaremo per il terzo dell'assis di detta gran piramide, cioe per il terzo di $13\frac{1}{2}$, il qual terzo sara $4\frac{1}{2}$, onde multiplicando $4\frac{1}{2}$ fia $113\frac{1}{7}$ fara $509\frac{1}{7}$, & tanto sara l'aria di tutta la grande, & integrata piramide, poi trovaremo l'aria della piramidetta, cioe quadrando il circolo. e f g h. che per li medesimi modi l'aria di quello trovaremo esser $12\frac{4}{7}$, qual multiplicaremo per il terzo del suo assis, cioe per il terzo di $4\frac{1}{2}$, che sarebbe $1\frac{1}{2}$, fara $18\frac{6}{7}$, & tanto sara la detta piramidetta, laqual sottratta della integrata, cioe da $509\frac{1}{7}$ restara $490\frac{2}{7}$, & tanto sara l'aria corporale della ricercata piramide tronca. a b c d. e f g h. che sarebbe il proposito.

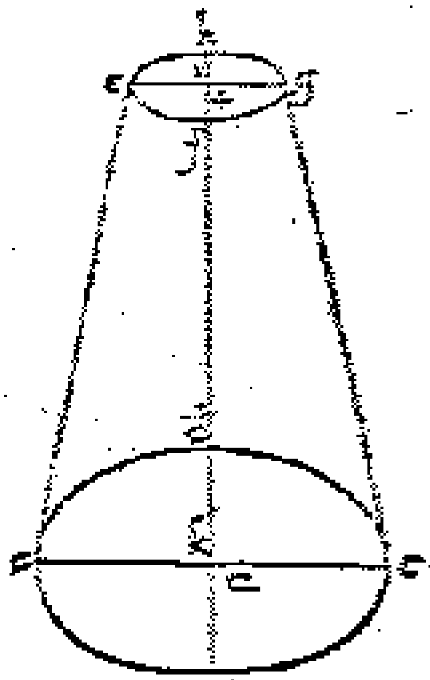
10 MA volendo trovar l'aria corporale della sopradetta piramide tronca, per l'altro secondo modo, & con somma brevita quadraremo il diametro di l'uno, & l'altro di duoi cerchij. a b c d. & e f g h. delliquali l'uno di detti diametri e 12. & il suo quadrato sara 144. & l'altro diametro e quattro, & il suo quadrato e 16. fatto questo, fra questi duoi quadrati, cioe fra 16. & 144. trovaremo la sua superficie media, laquale si trovara multiplicando quattro fia 12. che fa 48. & 48 sara la detta superficie media, onde summando le dette tre superficie, cioe 144. 48. 16. si trovara, che faranno 208. & per schivar rotti multiplicaremo questo 208. per il terzo dell'assis i k. (qual e 9.) il terzo delquale sarebbe tre, multiplicando tre fia 208. fara 624. ma perche tal piramide tronca e circolare, & non quadrata di questo 624. ne pigliaremo li $\frac{11}{14}$, cioe multiplicando 624 per 11. & partendo il prodotto per 14. ne venira $490\frac{2}{7}$, si come per l'altro modo, che e il proposito.

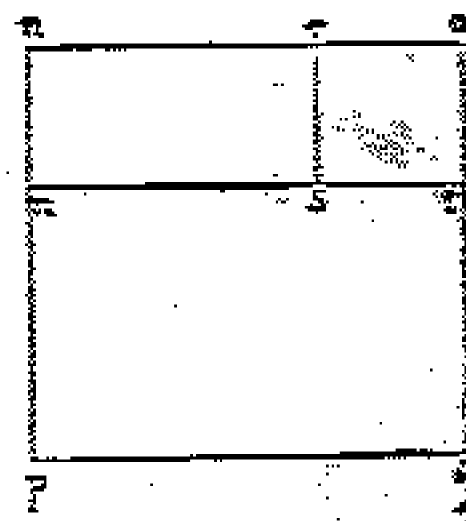
Infinite altre questioni sopra delle piramidi tronche si potrebbe proponere, ma per quello che fin hora e stato detto, & per mezzo del tuo ingegno le potrai risolvere.

La causa di questa medesima regola si puo dimostrar secondo l'ordine delle due passate, cioe supponendo il quadrato m q. equale a l'aria del cerchio a b c d. della basa, & il quadrato o t. equale al cerchietto e f g h. & il rettangolo n t. equale alla superficie media proportionale fra li detti duoi quadrati, & dapoi argomentare, come fu fatto sopra la quadrata, vero e che vi bisogna intendere, over immaginare la piramidetta via troncata.

11 MOlte volte occorre di voler trovar la quantita delle superficie, sotto dellequali viene compresa una piramide, si laterata, come integra, & si tonda, come laterata, & quantunque tal cosa sia grossa da trovare a ogni commun ingegno, pur per satisfare a quelli principianti di non troppo acuto intelletto, sono sforzato alquanto di parlarne alquanto.

Dico adunque che volendo saper la quantita delle superficie, sotto dellequali si comprende, poniamo una piramide laterata, el si debbe trovare l'aria superficiale di ciaschaduno di quelli triangoli laterali, che la circondano, & la summa di tal arie superficiali, che comprendono la detta piramide, ometendo la basa di tal piramide, ma volendo anchor comprenderui la detta basa, se quadrara tal basa secondo la regola sua, cioe se la fusse triangolar secondo la regola di triangoli, & cosi se la fusse quadrata, over pentagona, over essagona, over ottagona, secondo la regola sua, & tal aria aggiongeria alla summa delle altre, & si haveria la summa di tutte le ricercate superficie.





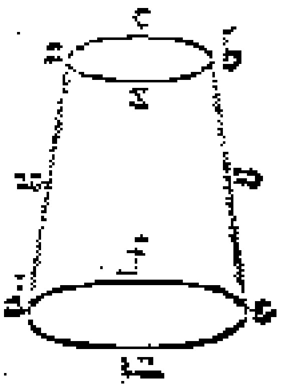
la gran piramide $509\frac{1}{7}$
la piramidetta $18\frac{6}{7}$

la tronca per. $490\frac{2}{7}$

144
48
16
208
3
624
11
624
624
6864
R14 $490\frac{2}{7}$

Ma se tal piramide sara circolare, qual si chiama anchora cono, essendo tal piramide retta, ouer obliqua, & volendo saper quanto sia la superficie, sotto dellaquale sta, bisogna moltiplicare il lato, ouer decadenza di tal piramide tonda, fia la mita della circonferentia del cerchio della sua basa, & lo auenimento sara la ricercata superficie senza computarui il cerchio della sua basa.

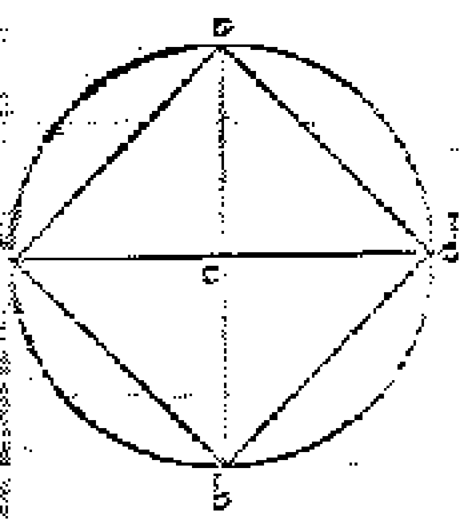
Ma sel sara vna piramide tronca laterata, & volendo saper la summa delle superficie laterate, che la circonda, lequali superficie vengono a esser tutte doppi capi [illegible], e pero trouando la superficie, ouer aria di ciaschaduna di quelle, & la summa di tai arie sara quello, che si ricerca, non computando le due base, cioe quella da basso, ne quella dal capo.



Ma se tal piramide tronca sara circolare, & volendo saper la quantita della superficie, che la circonda, non computandoui ne l'una, ne l'altra delle due base circolari. Multiplicarai il lato, o vero la decadenza di tal piramide fia la summa della mita della circonferentia del cerchio della basa da basso, & della mita della circonferentia del cerchio della basa de basso, & il produtto di tal multiplicatione sara la ricercata superficie. Essempi gratia sia la piramide tronca circolare a b c. d e f. & ponimo che la circonferentia del cerchio d e f sia 12. & la circonferentia del circolo a b c sia 8. & che il lato, ouer decadenza a d. ouero b e sia 10. & volendo sapere quanto sia la superficie, che circonda tal piramide, non computandoui li duoi cerchij, summa la mita di 12. che e 6. con la mita di otto, che e 4. & fara 10. multiplica questo 10. per la decadenza a d. laquale anchor lei e 10. & fara 100. & cosi 100. sara la ricercata superficie, che e il proposito, nelle altre non vi ho dato essempio per esser di facile apprensione.

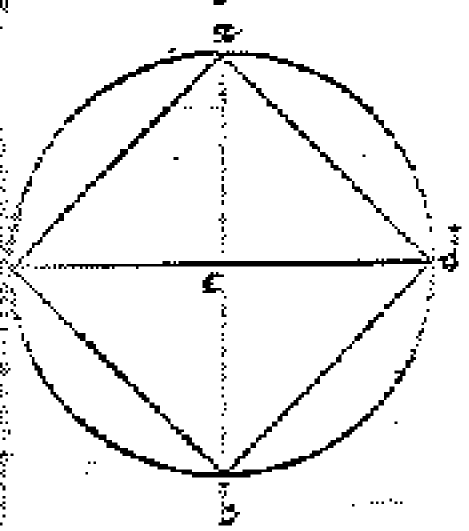
Di alcune speculatiue questioni, che occorrer possono sopra delli restanti tre corpi regolari, cioe del otto base, vinti base, & dodici base, & della loro misuratione. Cap. VI.

Del terzo corpo regolare detto otto base.



1 IL corpo detto l'otto base, come fu detto nella sua diffinitione è il terzo di cinque corpi regolari, questo tal corpo è di otto base triangolari equilatere, & è circonscrittibile dalla sphera, & Euclide sopra la decimaquinta propositione del suo decimoterzo libro speculatiuamente dimostra il diametro della sphera, che circonscriue tal corpo esser potentialmente doppio al lato di quello. Essempi gratia sia la sphera a b c d. che circonscriue l'otto base a b c d e f. dellaqual sphera il diametro a b. è 10. & volendo saper quanto sia il lato del detto otto base, quadraremo il detto diametro di tal sphera, che è 10. fara 100. & di questo ne pigliaremo la mita, che fara 50. & tanto sara la potentia del lato di tal corpo, e pero tal lato venira a esser R 50. che sarebbe il proposito.

2 ET cosi con tal Euclidiana conclusione, per la notitia del lato di tal corpo, facilmente potiamo venir in cognitione del diametro della sphera, che lo circonscriue. Essempi gratia ponimo, che sia l'otto base a b c d e f. che ciascheduno suo lato sia 6. & volendo per tal notitia trouar quanto sia il diametro della sphera, che lo circonscriue, quadraremo il lato di tal corpo, che è 6. fara 36. & questo indoppiaremo fara 72. & cosi R 72. sara il diametro a b. di tal sphera, che è il proposito.



3 ESsendo l'otto base a b c d e f. che il suo lato è 12. volendo saper la summa dell'aria superficiale di quelli otto triangoli, che lo coprono, troua l'aria di vno di detti otto triangoli, & tal aria multiplica per 8. & il produtto sara la summa delle ricercate otto superficie. Essempi gratia essendo il lato del triangolo equilatero 12. la sua perpendicolar (per le regole date) si trouara esser R 108. & l'aria di tal triangolo si trouara esser R 3888. laqual multiplicando per 8 (per esser 8 li triangoli) fara R 248832. & tanto sara la summa delle 8 superficie triangolare, che lo comprende, & coperte, che è il proposito.

4 ESsendo l'otto base a b c d e f. che il suo lato è quattro, volendo per tal notitia trouar l'aria corporale di tal otto base.

Bisogna considerare, che tal corpo non è altro, che due piramidi, che hanno vna basa commune, laqual basa è quadrata, & il lato di tal basa è eguale al lato di tal corpo, anzi è il medesimo lato, & il diametro della sphera vien a esser l'asse di ambedue le dette piramidi, & questo euidentemente trouarai cosi essere facendo vn modello di cartone (come che nella quinta parte ti sara dimostrato, perche malamente si puo comprendere in piano) e per tanto in questo caso (per le ragioni dette nella prima) il diametro della sphera, che circonscriue questo tal

il lato del otto base —— 4.
l'aria corporale R $910\frac{2}{9}$.

sto tal corpo sara R 320. & cosi R 5 $\frac{1}{}$ sara l'altezza di ambedue le dette piramidi, cioe l'altezza di vna sola di quelle verrebbe a esser la mita di R 32. che sara R 8. & perche a quadrar vna sola di dette due piramidi, bisognarebbe multiplicar l'aria superficiale della sua basa, laqual sarebbe 16. per il terzo del suo asse, il qual terzo sarebbe R $\frac{8}{9}$, & lo auenimento sarebbe l'aria corporale di vna di dette due piramidi, ma perche noi vorressimo l'aria corporale di dette due piramidi, bisogna multiplicar il detto 16. (di basa) per il terzo di R 32. il qual terzo sara R $3\frac{5}{9}$, multiplicando adunque 16. per R $3\frac{5}{9}$ fara R $910\frac{2}{9}$, & tanto sara l'aria corporale di tal corpo, che e il proposito.

5 E Gli e l'otto base, che l'aria sua corporale e 400. volendo con tal notitia trouare quanto sia per lato.

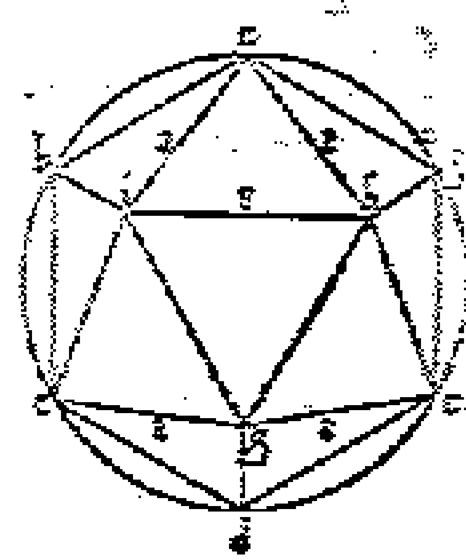
Questo si puo trouar con positione, cioe trouando l'aria corporale di vn tal corpo, ponendo che sia per lato, che quantita ne pare, & trouar la sua aria corporale secondo la regola della precedente, & trouata quella concludere la questione con proportione arguendosi, che la proportione dell'aria corporal trouata a quei 400. sara treppia a quella, che e dal lato al lato. Essempi gratia nella precedente fu trouato, che l'aria corporal del otto base, che e per lato 4. esser R $910\frac{2}{9}$, e per tanto la proportione di R $910\frac{2}{9}$ a 400. sara, come il cubo di 4. (che sara 64) al cubo del lato incognito di quel otto base, che e 400. onde per trouar tal lato diremo (per la regola del 3.) se R $910\frac{2}{9}$ mi da 400. che mi dara 64. onde operando si trouara, che dara R 720000. & tanto sara il cubo del lato di tal corpo. onde il detto lato verrebbe a esser la radice cuba della radice quadra di 720000. & rappresentarasi, secondo il solito, in questo modo R cu. R 720000. cioe radice cuba legata 720000. & tanto sara il lato del corpo di otto base, che l'aria sua corporale e 400. che e il proposito.

Del quarto corpo regolare detto il vinti base.

Antecedente primo.

6 IL quarto corpo regolare e chiamato il 20 base per esser contenuto sotto di 20 base triangolari, & equilatere (come fu detto anchora nella sua diffinitione) del qual corpo Euclide per le dimostrationi fatte sopra la decimasesta propositione del suo decimoterzo libro, si manifesta, che se tal corpo sara circonscritto da vna sphera, che habbia il suo diametro rationale, il lato di tal corpo sara vna linea irrationale, cioe quella che si chiama linea menore.

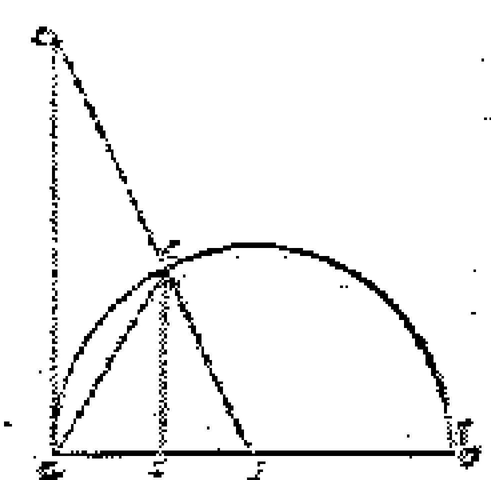
Anchora per la costruttione di tal corpo, addotta nella decimasesta propositione del detto decimoterzo di Euclide, si manifesta, che il diametro della sphera, in potentia e quincuplo alla mita del diametro del cerchio, che circonscriue questo tal corpo, il qual cerchio s'intende quello, che circonscriuerebbe il corpo a b c d e f g h i. passando per li quattro ponti b i h f. ouer per li c e g e. Et oltra di questo anchora si manifesta, il diametro della sphera esser composto dal lato dell'essagono, & da dui lati del decagono descritti nel medesimo cerchio, & anchora si manifesta nella detta sua costruttione, che il lato del detto corpo esser equale al lato del pentagono descritto nel detto cerchio, che circonscriue quello.



Antecedente secondo.

7 ANchora Euclide nella vltima propositione del detto decimoterzo speculatiuamente ci dimostra il modo (dato che sia il diametro della sphera) di saper geometricamente trouare il lato del detto corpo di 20 base, il qual modo e questo.

Sia la linea a b il diametro di vna data sphera, hor volendo per tal notitia trouar geometricamente il lato del corpo di vinti base da quella circonscritto la diuideremo in due parti equali in ponto d. et sopra di tal linea a b. gli descriueremo il mezo cerchio a e b. & sopra il ponto a. erigeremo la linea a c. perpendicolare sopra la linea a b. & quella la costituiremo di sorte, che la sia equale alla detta a b. fatto questo dal centro d. tiraremo la linea d c. laqual segara la circonferentia del mezo cerchio in ponto e. fatto questo dal ponto e. al ponto a. tiraremo la linea e a. laqual linea e a. concluderemo esser il lato del detto corpo di vinti base circonscrittibile dalla detta sphera, & tutto questo speculatiuamente si dimostra sopra la vltima del decimoterzo di Euclide, & che a reiterare totalmente tal dimostratione in questo luogo sarebbe cosa superflua, & vergognosa.



8 HAuendo dichiarato li sopradetti dui antecedenti, ouero propositioni di Euclide, liquali non poco sono alla pratica di quello habbiamo da dire sopra di tal corpo vinti, & necessa-

rie, voglio che veniamo alle questioni, che in tal materia potrebbe naturalmente accadere. Hor supponiamo che 'l sia una sphera, che per diametro sia 12. volendo per tal notitia trovare quanto sia il lato del corpo di 20 base da quella circonscrittibile.

Del 20 base
Diametro della sphera 12.
lato del 20 base ℞ v.(72. men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$.

Questo si puo trovar in duoi modi, cioe secondo le cose dichiarate nelle sopradette due Euclidiane propositioni, hor per trovarlo prima per la prima, quadraremo il diametro di detta sphera (qual è supposto esser 12) fara 144. & di questo ne pigliaremo il quinto, che fara 28 $\frac{4}{5}$, & cosi la radice 28 $\frac{4}{5}$ sara la mita del diametro del cerchio, che circonscrive per traverso il detto corpo, & perche il lato del penthagono inscritto in questo tal cerchio vien a esser anchora il lato del detto 20 base, e pero bisogna trovar il lato del detto penthagono. Et per trovarlo si puo procedere per diverse vie, ma la piu commune è a trovare il lato del decagono, & per trovarlo per quella breve regola da noi registrata nella decimaterza del quinto capo del primo libro, divideremo qual ℞ 28 $\frac{4}{5}$ (lato del essagono) secondo la proportion havente il mezo, & duoi estremi, il che facendo troveremo la sua maggior parte esser 6 men ℞ 7 $\frac{1}{5}$, & tanto sara il lato del decagono, & perche la potentia del lato dell'essagono gionta con la potentia del lato del decagono, tal summa sara equale (per la decima del decimoterzo di Euclide) alla potentia del lato del penthagono. Et per tanto quadraremo ℞ 28 $\frac{4}{5}$ (come lato del essagono) fara 28 $\frac{4}{5}$, quadraremo anchora 6 men ℞ 7 $\frac{1}{5}$ (lato del decagono) fara 43 $\frac{1}{5}$ men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$, & questo aggiongeremo con 28 $\frac{4}{5}$, fara 72 men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$, & tanto sara la potentia del lato del penthagono, onde il semplice lato di tal penthagono verrebbe a essere ℞ v.(72 men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$) & consequentemente ℞ v.(72 men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$) verrebbe a esser il ricercato lato del corpo di 20 base circonscrittibile dalla sopradetta sphera, il cui diametro è 12. che è il proposito.

9 V Olendo risolvere la medesima sopra notata questione, per le dichiarationi adutte nel secondo antecedente, cioe nella ultima del decimoterzo libro di Euclide.

Supponeremo la medesima figura adutta in quella, supponendo anchora la linea a b. diametro della sphera esser 12. volendo noi per tal notitia trovare quanto sia la linea a e. (lato del detto corpo di 20 base) egli è manifesto (per le ragioni adutte sopra la duodecima del primo capo del primo libro) che il triangolo a e d. e f d. è simile al triangolo a e d. e per tanto la proportion del e d. al lato f d. sara si come quella del lato e d. al lato a d. & perche il lato a e. è doppio al lato a d. seguita che il quadrato del detto lato a e. sia quadruplo al quadrato del detto lato a d. & perche il quadrato del lato a e. è equale (per la penultima del primo di Euclide) al quadrato del detto lato a e. & a quello de la d. seguita che il quadrato del detto lato e d. sia quintuplo al quadrato del detto lato a d. e per tanto il quadrato del lato e d. del altro triangoletto e d f. sara anchora lui quintuplo al quadrato del lato e f. & perche il detto lato d e. è 6. (per esser la mita del diametro della sphera) & il suo quadrato vien a esser 36. & la quinta parte di 36. che sara 7 $\frac{1}{5}$ sara il quadrato del lato d f. onde il detto lato d f. verra a esser radice 7 $\frac{1}{5}$, & perche d a. è 6. (per esser la mita del diametro della sphera) del qual trattone il lato f d. qual è ℞ 7 $\frac{1}{5}$ restara 6 men radice 7 $\frac{1}{5}$ per la linea f a. & perche il lato a e. è doppio al lato a d. seguita che il lato f e. sia doppio al lato f d. & perche f d. è ℞ 7 $\frac{1}{5}$, il doppio di ℞ 7 $\frac{1}{5}$ sarebbe ℞ 28 $\frac{4}{5}$, & cosi ℞ 28 $\frac{4}{5}$ sarebbe il lato f e. & il lato f a. del triangolo a f e. fu trovato esser 6 men ℞ 7 $\frac{1}{5}$, & perche il detto triangolo a e f. è rettangolo, e pero il quadrato del lato a e. sara equale al quadrato del lato e f. & al quadrato del lato a f. cioe al quadrato di ℞ 28 $\frac{4}{5}$ (che fara 28 $\frac{4}{5}$) & al quadrato di 6 men ℞ 7 $\frac{1}{5}$ (che fara 43 $\frac{1}{5}$ men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$) i quali duoi quadrati insieme gionti faranno 72 men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$, & tanto sara il quadrato del detto lato a e. onde il detto lato a e. verrebbe a esser ℞ v.(72 men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$, & tanto sara il lato del corpo di 20 base circonscrittibile dalla detta sphera, che è 12. per diametro, si come che per l'altra regola fu anchor trovato, che è il proposito.

Del 20 base
il diametro della sphera 12
il lato del 20. base ℞ v.(72 men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$.

Ma per verificar quello, che fu detto nella testa di questo, cioe che se il diametro della sphera sara rationale, il lato del detto corpo di 20 base sara una linea irrationale, cioe quella che è detta linea menore, bisogna cavar la radice di quel residuo 72 men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$, che per esser residuo quarto, tal sua radice cavandola secondo le regole date nell'ultimo libro della seconda parte, si trovara esser ℞ v.(36 piu ℞ 1036 $\frac{4}{5}$) men ℞ v.(36 men ℞ 1036 $\frac{4}{5}$) che è la linea menore, e pero alle volte si puo rispondere in duoi modi nella risolutione di una proposta questione, cioe per radice universale di un binomio, over residuo (superficiale) & anchora per la propria radice di quel tal binomio, over residuo, delli quali duoi modi, l'uno, & l'altro è buono, anchor che le loro rappresentationi siano diverse, ma in sostantia sono una cosa medesima, ma piu si costuma a rispondere per radice universale, per esser piu espediente, & piu facile da maneggiare in molte attioni.

10 S Upponemo anchora che sia un corpo di 20. base triangolari equilatere, che il lato di una sua basa sia 2. volendo per tal notitia trovar quanto sia il diametro della sfera che 'l circonscrive.

Quest

Questo si puo trouar in piu modi per algebra, ma il piu ispediente senza algebra, è a trouarlo con proportione, cioe con vn corpo, che ne sia noto il lato, & anchora il diametro della sphera, hor pigliamo quello della precedente, che il lato del corpo è R v. (72. men R 1036 $\frac{4}{5}$) & il diametro della sphera è 12. & diremo, se R v. (72 men R 1036 $\frac{4}{5}$ (di lato) mi da 12 di diametro di sphera, che me dara 8. di lato, onde multiplicando 8 fia 12 fara 96 da partir per quella radice vniuersale, cioe per R v. (72 men R 1036 $\frac{4}{5}$, onde operando secondo la regola data nell'vltimo libro della seconda parte, cioe quadrar la radice vniuersale fara 72 men R 1036 $\frac{4}{5}$, quadrar anchora la cosa da partire, cioe quel 96. fara 9216. da partir per quel residuo 72 men R 1036 $\frac{4}{5}$, trouando prima il partitore di vn nome solo, cioe multiplicando il detto residuo per il suo binomio, cioe per 72 piu R 1036 $\frac{4}{5}$. & finalmente la cosa da partire, & operare, si come nel partir per residuo al suo luogo si dimostrai, & che facendo trouarai che te ne venira finalmente R v. (160 piu R 5120. & tanto sara il diametro della sphera, che circonscriueria quel tal corpo di 20 base, che il suo lato è 8. che è il proposito.

Del 20 base.
il lato è —— —— 8
diametro R v.(160 più R 5120.

11 Supponemo anchora che sia vn corpo di 20 base triangolari, & equilatere, che per ciaschedun suo lato sia 8. volendo mo per tal notitia trouare quanto sia la sua superficie, cioe la summa di quelle 20 superficie triangolari, che lo contiene, anchor che tal questione sia facile, ma per seguire il nostro ordine l'habbiamo posta.

Per risoluere questa trouaremo la superficie di vno di quelli 20 triangoli, che essendo 8 per lato, la sua perpendicolare venira a esser R 48. & l'aria sua verra a essere R 768. & perche li triangoli sono 20 multiplicaremo R 768 per 20. & fara R 307200. & tanto sara la superficie, che contiene il detto corpo, cioe la summa della superficie di quelli 20 triangoli, che è il proposito.

Del 20 base
il lato ——— 8
l'aria di vna basa R 768
superficie di tutto R 307200.

12 Supponemo anchora che sia vn 20 base triangolari equilatero. & che la sua superficie, cioe lo corpo sia 800. volendo per tal notitia trouare quanto sia il lato di tal corpo, questa è il contrario della precedente, e per tanto procederemo nella solutione al contrario della precedente, cioe partiremo quel 800. per 20. & ne venira 40. & tanto sara l'aria di vno di suoi 20 trigoni equilateri, per trouar il lato di tal triangolo, procederemo per via di proportione, con vn'altro triangolo, che ne sia noto il lato, & l'aria sua, hor pigliamo vno di quelli della precedente, qual è per lato 8. & l'aria sua è R 768. & perche la proportione dell'aria superficiale all'aria superficial di due figure simili è doppia a quella, che è da vn lato dell'una al suo relatiuo, lato dell'altra, che non vuol dir altro, che la è, come quella di quadrati di detti lati relatiui, e pero diremo se R 768. mi da 40. che mi dara 64 (cioe il quadrato di 8.) onde operando ne venira R 8533 $\frac{1}{3}$, & tanto sara il quadrato del lato del detto corpo, onde il semplice lato venira a esser R R 8533 $\frac{1}{3}$, che è il proposito.

Del 20 base
la superficie 800
l'aria di vna basa 40
il lato R R 8533 $\frac{1}{3}$.

13 Supponemo anchora che sia vn 20 base triangolari equilatero, & che la sua superficie sia 800. volendo per tal notitia trouar quanto sia il diametro della sphera, che lo circonscriue.

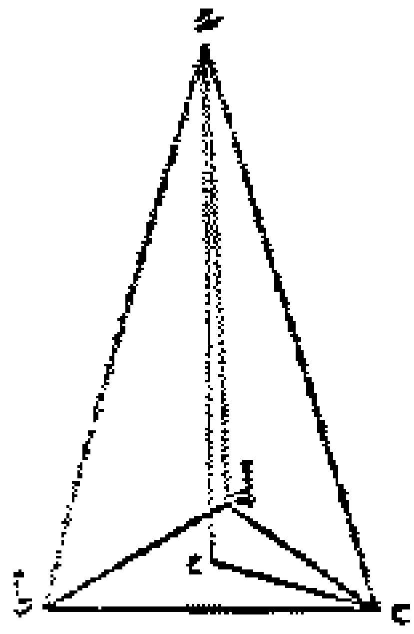
Prima trouaremo il lato di tal corpo, che procedendo secondo la regola data nella precedente, trouaremo tal suo lato esser R R 8533 $\frac{1}{3}$, poi procederemo con proportione, per mezo di vn tal corpo, che ne sia noto il suo lato, & il diametro della sphera, che lo circonscriue, hor pigliamo quello della decima, del quale il lato suo è 8. & il diametro della sphera, che lo circonscriue è R v.(160 più R 5120.) onde per la regola del tre diremo, se 8. di lato, mi da di diametro di sphera R v.(160 più R 5120. che mi dara R R 8533 $\frac{1}{3}$ di lato, onde operando, cioe multiplicando R R 8533 $\frac{1}{3}$ fia R v.(160 più R 5120) fara R v. (R 218453333 $\frac{1}{3}$ più R 43690666 $\frac{2}{3}$ da partir per 8 recato prima 8 al suo censo, per causa della radice vniuersale (che fara 64) & anchora al suo censo di censo per causa, che li nomi del binomio sono radice, che fara 4096. partendo R 218453333 $\frac{1}{3}$ più R 43690666 $\frac{2}{3}$ per il detto 4096. ne venira in vltimo R v. (R 53333 $\frac{1}{3}$ più R 10666 $\frac{2}{3}$, & tanto sara il diametro della sphera, che circonscriue il detto 20 base, che ha di superficie 800. che è il proposito.

Del 20 base
la superficie 800.
il lato R R 8533 $\frac{1}{3}$.
il diametro R v.(53333 $\frac{1}{3}$
più R 10666 $\frac{2}{3}$.

14 Supponendo anchora, che sia vn corpo di 20 base triangolari equilatere, che il lato di ciascheduna sua basa sia 8. volendo mo per tal notitia trouar quanto sia l'aria corporale di tal corpo.

Bisogna considerare, che se dal centro del detto corpo (qual vien a esser anchora centro della sphera, che lo circonscriue) sara tirato con la immaginatione vna linea a ciascheduno di suoi angoli solidi, liquali angoli solidi vengono a esser 12. sara distribuito tutto il detto il detto corpo in 20 piramidi triangolari, lequali con la vertice, ouer cima, andaranno a terminare nel detto centro di tal corpo, ouer della sphera, & la basa di ciascheduna di dette 20 piramidi venira a essere vna di quelle 20 base triangolari equilatere di tal corpo, & ciascheduna di quelle

Del 20 base
il lato ——— 8
il lato laterale R v.(40 più R 32
dal centro al angolo —— R 2
l'asis della pirami. R v.(18 $\frac{2}{3}$ più R 3
l'aria della basa ——— R 7
l'aria corporale della pirami. R v.
(1592 $\frac{8}{9}$ più R 2330168 $\frac{8}{9}$
l'aria corpor. di tutto il corpo R v.
(637155 $\frac{5}{9}$ più R 3728270
222 $\frac{2}{9}$.



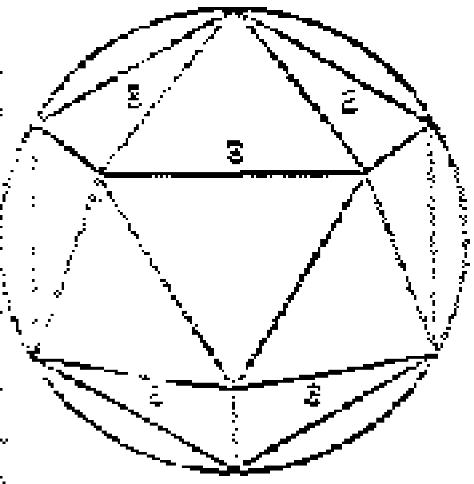
lati laterali di dette piramidi vien a esser la mità del diametro della sphera che circonscrive quel tal corpo, e pero trovando l'aria corporale di una di quelle 20 piramidi, & multiplicata tal aria per 20. il produtto di tal multiplicatione sara l'aria corporal di tal corpo. E per tanto per trovar l'aria corporale di una di dette piramidi, bisogna trovar quanto sia la mità del diametro della sphera (per esser il lato laterale di ciaschaduna piramide, onde procedendo secondo la regola data nella decima, trovaremo il diametro della sphera esser R v. (160 piu R 5120. la mità del quale verrà a esser R v. (40 piu radice 320) & tanto sara ciaschadun lato laterale di dette 20 piramidi. Hor per trovar l'assis di ciaschaduna di dette piramidi, bisogna trovar la linea, che va dal centro di una delle base triangolari a uno di suoi angoli, come la linea e c del triangolo b c d. che per le regole dette piu volte sara R 21 $\frac{1}{3}$, cioe il suo quadrato sara la terza parte di 64 (cioe del quadrato del lato del triangolo. b c d) e per tanto cavando il quadrato di detta linea e c. che sara 21 $\frac{1}{3}$ dal quadrato del lato a c lateral di detta piramide, il qual quadrato sara 40 piu R 320. restara 18 $\frac{2}{3}$ piu R 320. & la R v. (18 $\frac{2}{3}$ piu R 320 sara l'assis a e di ciaschaduna di dette 20 piramidi, hor bisogna trovar l'aria della basa triangolare di tal piramide, che essendo tal basa 8. per lato (come si suppone) l'aria sua, per le regole date si trovara esser R 768. onde pigliando il $\frac{1}{3}$ dell'assis, cioe di R v. (18 $\frac{2}{3}$ piu R 320. il qual terzo sara R v. (2 $\frac{2}{27}$ piu R 3 $\frac{77}{81}$, sara R v. (1592 $\frac{8}{9}$ piu R 2330168 $\frac{64}{81}$, & tanto sara l'aria corporale di una di dette 20 piramidi, hor per trovar l'aria corporale di tutto il corpo, multiplicaremo la detta aria corporale di tal piramide per 20. il che facendo secondo le regole date sopra il multiplicar una radice universale per numero, sara finalmente radice v. (637155 $\frac{5}{9}$ piu R 372827022222 $\frac{2}{9}$, & tanto sara l'aria corporale di tutto il detto corpo di 20 base, che è 8 per lato, ch'è il proposito.

Anchora si poteva trovar tutta la superficie di tal corpo (che per la vigesima tal superficie sarebbe R 307200) & multiplicarla per il terzo dell'assis di tal piramide, cioe per R v. (2 $\frac{2}{27}$ piu R 3 $\frac{77}{81}$, & alla prima si haverebbe produtto la medesima aria corporale di tutto il detto corpo.

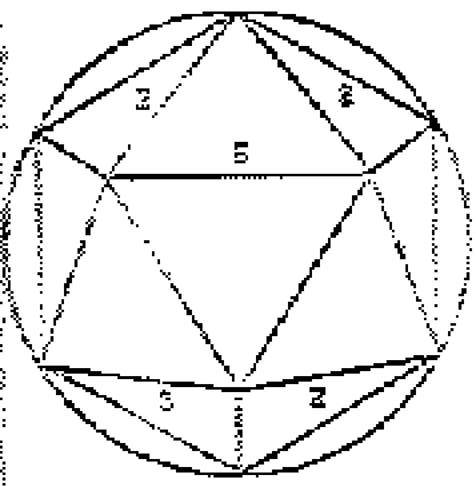
Il medesimo haverebbe fatto a multiplicar tutta l'assis della detta piramide fia il terzo della detta superficie di tutto il corpo.

15 SVpponemo anchora, che sia un corpo di 20 base triangolari, & equilatere, che l'aria sua corporea sia 200. volendo per tal notitia trovare quanto sia per lato il detto corpo, cioe quanto sia per lato ciaschaduna delle sue 20 base triangolari.

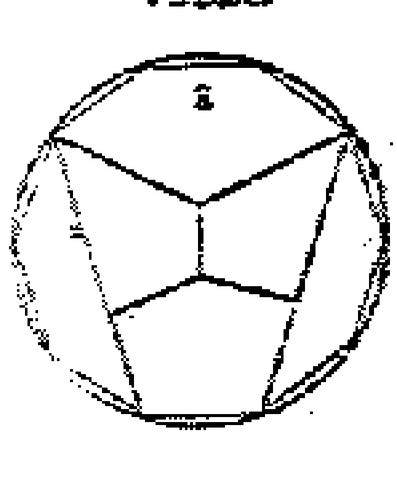
Questa risolveremo con proportione, con un simil corpo, che ne sia noto il suo lato, & la sua quadratura. Hor pigliamo quello della precedente, che il lato suo è 8. & l'aria sua corporale è R v. (637155 $\frac{5}{9}$ piu R 372827022222 $\frac{2}{9}$. Et perche la proportione di duoi corpi simili (come piu volte è stato detto) è si come il treppio di quella di un lato dell'uno al suo relativo lato dell'altro, che in sostanza non vuol dir altro, che come il cubo di un lato dell'uno al cubo del suo relativo lato dell'altro, e pero per trovar tal lato diremo, se radice v. (637155 $\frac{5}{9}$ piu radice 372827022222 $\frac{2}{9}$ di aria corporale fusse 200. per di aria corporale, che sarebbe 512 (cubo del 8 lato) multiplica 200 fia 512. fara 102400. e questo partirai per R v. (637155 $\frac{5}{9}$ piu R 372827022222 $\frac{2}{9}$, & per far questo partire quadrarai il partitor, & la cosa da partire, cioe quadra R v. (637155 $\frac{5}{9}$ piu R 372827022222 $\frac{2}{9}$ fara 637155 $\frac{5}{9}$ piu R 372827022222 $\frac{2}{9}$, & quadra anchora 102400. & fara 10485760000. & questo bisognarebbe partire per 637155 $\frac{5}{9}$ piu R 372827022222 $\frac{2}{9}$, ma per esser binomio bisogna (per ridur il detto partitor in un nome solo) multiplicar il detto binomio per il suo residuo, & per tal residuo multiplicar anchora la cosa da partire, & dapoi seguir secondo le regole date sopra il partir di binomij, & residui, & la radice cuba dello avenimento sara il lato di tal corpo, che sara il proposito.



20 base.



20 base.



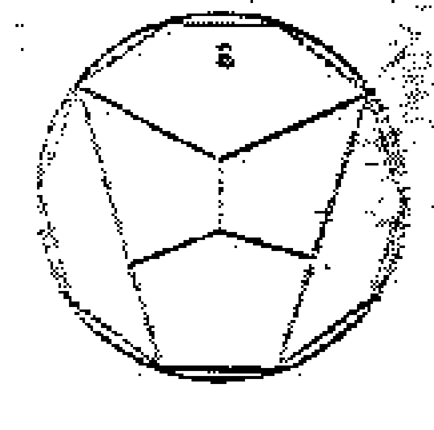
12 base.

Del quinto, & ultimo corpo regolare chiamato il dodici base.

16 IL quinto, & ultimo corpo regolare chiamato il dodici base, per esser contenuto sotto di dodici base pentagonali equilatere, et equiangole (come fu detto sopra della sua diffinitione) del qual corpo Euclide sopra la penultima del suo decimoterzo libro, notificandone il modo da costruire tal corpo circonscrivibile da una data sphera, si manifesta che dividendo il lato del cubo secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi, la maggior parte di tal lato sara equale al lato del detto 12 base pentagonali dalla medesima sphera circonscritto, & anchora per tal costruttione si manifesta, che sel diametro della sphera sara rationale, che il lato di tal dodici base da quella circonscritto sara irrationale, & sara questa linea chiamata residuo.

17 DApoi che inteso habiamo le superficie particolari da Euclide speculativamente dimostrate, & verificate, voglio che supponiamo, che sia una sphera, che habbia di diametro 12. volendo

lendo per tal notitia trovare quanto sia il lato del 12 base pentagonali da quella circonscritto: prima trovaremo quanto sia il lato del cubo da quella circonscrittibile, che sai, che tal lato è subtriplo in potentia al diametro della sphera, e per tanto quadraremo il diametro della sphera, che è 12. & fara 144. & di questo ne pigliaremo il terzo, che fara 48. & la radice 48. fara il lato del cubo da tal sphera circonscrittibile, qual lato dividendolo secondo la proportione havente il mezzo, & doi estremi si trovara la sua maggior parte esser R 60 men R 12. & tanto fara il ricercato lato del 12 base pentagonali circonscrittibile dalla data sphera, che ha 12 di diametro, il qual lato si vede, che egli è un residuo, come di sopra si è concluso, che è il proposito.

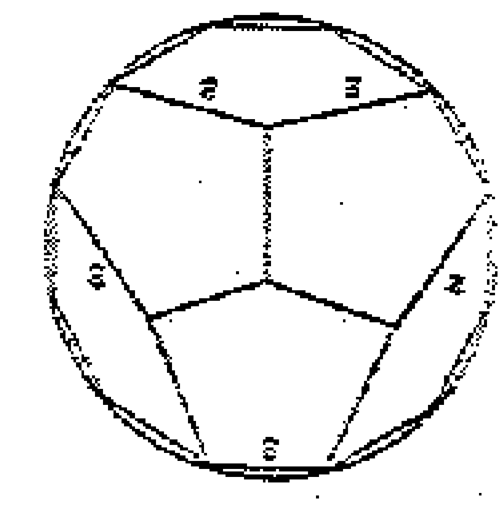


Il modo da dividere quel R 48 (lato del cubo) secondo la detta proportion havente il mezzo, & doi estremi, credo che ti debbia esser noto, per le regole date al suo luogo, pur a buona cautella te lo replicaro. Per far adunque tal divisione, piglia la mità di R 48. che è R 12. & il quadrato di radice 12 (ch'è 12) aggiongilo con il quadrato di R 48 (ch'è 48) & fara 60. & cosi R 60 men quel radice 12. fara la maggior parte di tal divisione, & fara il lato del ricercato corpo di dodeci base, che è il proposito.

diametro della sphera 12.
lato del 12 base R 60 men R 12.

28 Supponiamo anchora che sia un corpo di dodeci base pentagonali, che il lato suo sia 8. volendo mo per tal notitia trovare quanto sia il diametro della sphera, che circonscrive questo tal corpo.

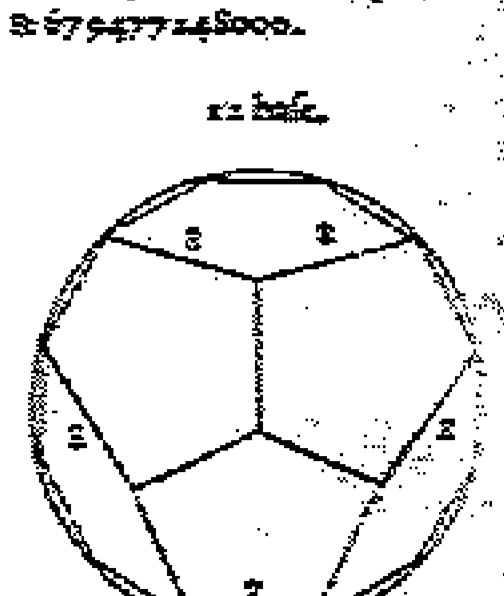
Prima trovaremo il lato del cubo, che sia circonscritto dalla medesima sphera, & perche sappiamo che il lato del detto cubo secondo la proportion havente il mezzo, & duoi estremi, che la sua maggior parte sara quel 8. (lato di tal corpo) e pero per trovar il tutto, cioe tutto il lato del cubo, lo trovaremo con proportione, con una linea divisa secondo la detta proportione, che di quella ne sia noto il tutto, & la parte maggiore. Hor pigliamo quella della precedente, della quale il tutto è quel R 48. & la maggior parte è R 60 men R 12. & diremo se R 60 men R 12 (lato del 12 base) mi da R 48 (per il lato del cubo) che mi dara 8 (lato del 12 base) onde multiplicando 8 fia R 48. fara R 3072 da partir per R 60 men R 12. onde multiplicando il detto residuo R 60 men R 12. per il suo binomio, cioe per R 60 piu R 12 fara 48 per nostro partitore, poi multiplicaremo anchora quel R 3072 per il medesimo binomio, cioe per R 60 piu R 12 fara radice 184320, piu radice 36864. & questo partendolo per 48. cioe per il quadrato di 48. che fa 2304. ne venira radice 80 piu 4. & tanto sara il lato del cubo, circonscrittibile dalla medesima sphera, che circonscriverebbe il detto 12 base, hor per trovar quanto sia il diametro di tal sphera, quadraremo quel R 80 piu 4 (lato del cubo) fara 96 piu R 5120. et questo lo intriplicaremo, fara 288 piu radice 46080. & tanto sara il quadrato del diametro della sphera, e per tanto il simplice diametro di tal sphera venira a esser R v. (288 piu R 46080. che è il proposito.



il lato del 12 base 8.
il diam. della sphe. R v. (288 piu R 46080.

29 Supponiamo anchora, che sia un corpo di dodeci base pentagonali, & che il lato di quello sia 8. volendo per tal notitia sapere quanto sia la sua superficie, cioe quanto sia la summa della superficie di quelle sue 12 base pentagonali, e per tanto per trovar tal superficie, trovaremo la superficie di una di dette 12 base, cioe di un penthagono, che sia per ogni lato 8. onde procedendo secondo la regola data nella 11 del quinto capo del primo libro, cioe trovar la sua corda pentagonica, che per le regole date nel detto quinto capo del primo libro, trovaremo tal corda esser R 80 piu 4. & finalmente trovaremo il diametro del circolo, che circonscrive tal penthagono esser R v. (128 piu R 3276 4/5, fatto questo per trovar l'aria di tal penthagono, multiplicaremo li tre quarti del diametro fia li cinque sesti della corda pentagonica, il che facendo trovaremo, che fara R v. (6400 piu R 32768000. & tanto fara la superficie di una basa sola di tal corpo, ma perche noi ricerchiamo la superficie di tutte le 12 base, multiplicaremo la detta R v. (6400 piu R 32768000. per 12. & fara radice v. (921600 piu R 679477248000. & tanto fara la superficie del sopradetto 12 base, che è il proposito.

lato del 12 base 8.
la sua sup. R v. (921600 piu R 679477248000.



30 Supponiamo anchora che sia un corpo di 12 base pentagonali, che sia per lato 8. volendo trovare quanto sia l'aria sua corporale.

Prima bisogna notar qualmente tal corpo è composto di 12 piramidi pentagonali, le base delle quali 12 piramidi sono quelle 12 base di tal corpo, & le 12 ponte, over cime di dette 12 piramidi, tutte terminano nel centro della sphera, qual è anchor centro di tal corpo, & ciascun di detti lati laterali di tai 12 piramidi vien a esser eguale alla mità del diametro della sphera, e per tanto bisogna trovar l'aria corporale di una di dette piramidi, & tal aria corporale multiplicarla per 12. & il produtto di tal multiplicatione fara l'aria corporale di tutto il detto corpo. Per trovar adunque l'aria corporale di una di dette piramidi, bisogna trovar la superficie della basa pentagonale, & l'assis di tal piramide, & per trovar l'assis, bisogna trovar quanto sia dal centro d'un penthagono a ciascun angolo di quello, il che non è altro, che la mità del diametro del circhio, che 'l circonscriue, & anchora bisogna trouar la quantita di ciascadun lato laterale di tal piramide, il che non è altro, che la mita del diametro della sphera, che circonscriue tal corpo.

Per ritrouare adunque tutte queste cose, potiamo cominciare da qual si uoglia di esse, hor principiamo a trouare la superficie di una delle sue base pentagonali, della quale essendo il lato otto, operando per la regola data nella uentesima prima del quinto capo del primo libro, & replicata nella precedente, si trouara prima il diametro del cerchio, che circonscriue tal pentagono esser radice uniuersale (128 più radice $3276\frac{4}{5}$, & l'aria di tal pentagono esser radice uniuersale (6400 più radice 32768000. Et perche dal centro a l'angolo del detto pentagono viene a esser la mita del diametro del cerchio, pigliaremo la mita di radice uniuersale (128 più radice $3276\frac{4}{5}$, che sara radice uniuersale (32 più radice $204\frac{4}{5}$, fatto questo trouaremo il diametro della sphera, che circonscriue tal corpo, che è per lato 8. onde procedendo per la regola data nella decimanona, trouaremo questo essere radice uniuersale (288 più radice 46080. & di questo pigliandone la mita, quella si trouara esser radice uniuersale (72 più radice 2880) & tanto sara il lato lateral di tal piramide, onde per trouar l'asse di tal piramide, quadraremo il lato lateral, cioe radice uniuer. (72 più radice 2880. fara 72 più radice 2880, quadraremo anchora la linea, che va dal centro al angolo, cioe radice uniuersale (32 più radice $204\frac{4}{5}$, fara 32 più radice $204\frac{4}{5}$, & questo cauaremo da 72 più radice 2880. restara 40 più radice $1548\frac{4}{5}$, & la R uniuersale (40 più radice $1548\frac{4}{5}$) sara l'asse dell'una di dette dodici piramidi, & per schiuar rotti, multiplicando tutto il detto asse fia l'aria della basa pentagonica, cioe fia radice uniuersale (6400 più radice 32768000, fara radice uniuersale (256000 più radice 50751078400 più radice 52428800000 più radice 63438848000. & questa sara l'aria corporale di tre piramidi, & perche tutto il corpo è dodeci piramidi, & le dette tre sarebbe il quarto di tutto il corpo, & pero si debbe multiplicar la detta aria corporale di dette tre piramidi per quattro, & fara radice uniuersale (4096000 più radice 12992276070400. più radice 13421772800000. più R 16240345088000. & tanto sara l'aria corporale di tutto il detto corpo di 12 base pentagonali, che è 8 per lato.

Ma perche quel 12992276070400 è numero quadrato, & la sua radice è 360448. la qual gionta con quel 4096000 fara 4456448. & quelle altre due radici, cioe R 16240345088000. & radice 13421772800000. per esser communicante si debbono summar insieme, & faranno radice 59190018048000. e per tanto l'aria corporal del detto corpo verria a esser R v. (4456448 più R 59190018048000. & sara piu leggiadra risposta, anchor che in quantita tanto sia l'una quanto l'altra, & cosi haueremo concluso il proposito in doi modi.

Distinta replicatione della sopra scritta conclusione.

Essendo il lato del pentagono 8 l'aria del pentagono sara radice v. (6400 più radice 32768000. & la linea dal centro a l'angolo sara R v. (32 più radice $204\frac{4}{5}$, & il lato laterale della piramide sara R v. (72 più radice 2880. & l'asse della piramide sara R v. (40 più radice $1548\frac{4}{5}$, & l'aria corporal di tre piramidi sara R v. (256000. più radice 50751078400. più 52428800000. più radice 63438848000. & l'aria corporal di tutto il detto corpo sara R v. (4096000. più radice 12992276070400. più R 13421772800000. più radice 16240345088000.

Ma summando le quantita communicanti il detto corpo sara R v. (4456448 più R 59190018048000.

Anchora si poteua multiplicar tutta l'asse della piramide fia il terzo di tutta la superficie di tal corpo, & al primo colpo hauerebbe produtto la ricercata aria corporal di tutto il detto corpo, cioe hauerebbe produtto quel medesimo, che di sopra in doi colpi habbiamo trouato.

21 Essendoci anchora nota l'aria corporale di un dodeci base pentagonali, & uolendo per tal notitia trouar quanto fusse il lato di tal corpo, bisognarebbe procedere con proportione, per mezzo di un'altro simil corpo, del quale ne fusse noto il suo lato, & la sua aria corporale, procedendo secondo che nelli passati è stato detto, aricordandosi, che quella medesima proportione, che fusse dell'aria corporale dell'uno, all'aria corporale dell'altro, quella medesima sara del cubo del lato dell'uno al cubo del lato dell'altro, & cosi con la regola del tre, concluderai il proposito, ma non bisogna, che tu ti habbi scordato il multiplicar, & partir di binomij, & residui, & delle radici uniuersali.

Sesta

Summa delle proportioni del diametro della sphera con il lato di cinque corpi regolari da quella circonscritti.

Se'l diametro della sphera sarà ——— 12.
Il lato del quattro base sarà ——— ℞ 96.
Il lato del cubo sarà ——— ℞ 48.
Il lato del otto base sarà ——— ℞ 72.
Il lato del 20 base sarà ℞ v.(72 men ℞ 1036 4/5.
Il lato del 12 base sarà ℞ v.(60 men ℞ [illegible].

Se'l ti paresse di voler notificar le anteposte misure di lati, come costumano li naturali sopradetti, cavando le ℞ propinque.

L'aria corporale di ciascheduno di cinque corpi regolari, che sia otto misure per lato.

Se'l lato del 4 base sarà 8. l'aria corporale di tal corpo sarà ℞ 3640 8/9.
Se'l lato del cubo sarà 8. l'aria corporale di tal corpo sarà 512.
Se'l lato del 8 base sarà 8. l'aria corporale di tal corpo sarà ℞ 728 [illegible].
Se'l lato del 20 base sarà 8. l'aria corporale di tal corpo sarà ℞ v.(537255 5/9 più ℞ 57282901111 1/9 [illegible].
Se'l lato del 12 base sarà 8. l'aria corporale di tal corpo sarà ℞ v.(4456445 più ℞ 595900 1 8048000.

Gli sarebbe anchora da questionare sopra li corpi dependenti dalli sopra narrati cinque corpi regolari (quali sono infiniti) ma per esser materia difficile da dar ad intendere senza li materiali modelli, i quali dimostraremo a fare manualmente, & con grandissima facilità nell'ultimo libro della seguente quinta parte, & dipoi sotto brevità narraremo, come si habbia a governare in ogni questione, che occorresse sopra di alcun di quelli, & altri.

IL FINE DEL SECONDO LIBRO.

IL TERZO LIBRO DELLA QVARTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI ET MISVRE.

DA poi le pratiche misurationi di corpi laterali vi seguiria conueneuolmente immediate quella della Sphera, & delle sue parti, come contenente e recettacolo di tutti quelli, si come fu fatto anchora del circulo, & delle sue parti, doppo le pratiche misurationi delle laterali figure superficiali, nondimeno auanti di tai spherice misurationi, per satisfare in parte quelli dottrinati ingegni, che piu si dilettano da intendere speculatiuamente le cause propinque di tai pratiche attioni, che di esse attioni, mi è parso auanti di quelle di dichiararui speculatiuamente il primo libro di Archimede Siracusano, da me trouato, & tradotto da vno latinamente scritto, qual era andato quasi in straccaria, & in mano di vn salsizaro in Verona, l'anno 1531. del qual libro molte parti erano totalmente rotte, & annullate, onde accioche vna cosi degna sua opra non restasse del tutto morta, mi sono sforzato di redrizzarla, & d'interpretar le parti, che mancauano talmente, che ogni commune ingegno potra gustar dimostratiuamente la sua gran dottrina in tal materia, anchor che nelle altre cinque sue operine, gia si gran tempo da noi date in luce, il medesimo si puo vedere, & gustare. Et per procedere ordinatamente comincieremo a distendere le sue suppositioni, & diffinitioni, & dapoi seguiremo le sue propositioni, aggiongendoui in fine alcune pratiche questioni sopra della sphera, & delle sue parti.

Delle suppositioni, & diffinitioni del primo libro della sphera, & cilindro di Archimede Siracusano. Cap. I.

1 IN ogni piana superficie si puo ritrouar linee curue finite, lequali hauendo alcune rette linee, che congiongano le loro estremita, ouer tutte sono verso le medesime parti, o niente hanno verso le altre.

Linea curua verso le medesime parti chiamamo quella, nellaquale pigliando duoi ponti, quali si vogliano, le rette, che si tirano tra li duoi ponti, ouero tutte cascano verso le medesime parti della linea, o alcune verso le medesime, & alcune per la detta linea, ma niuna verso le parti diuerse.

2 SImilmente si ritrouano superficie finite, non gia in piano, ma bene con li suoi estremi in piano, lequali ouer tutte saranno verso le medesime parti, o niente hauerranno verso le diuerse, & tai curue superficie verso le medesime parti chiamamo quelle, nellequali pigliando duoi ponti, le rette tra li duoi ponti, ouer tutte cascano verso le medesime parti della predetta superficie, o alcune verso le medesime, & altre per la detta superficie, ma verso le parti diuerse, niuna.

3 SEttore solido chiamo quando vn cono, cioe vna piramide rotonda hara in vna sphera sua cima, ouer ponta al centro della sphera, & la basa rimanente nella superficie di detta sphera, tal figura contenuta dalla superficie del cono, & dalla superficie della sphera.

4 ROmbo solido chiamo quando duoi coni, cioe due piramidi rotonde, hauendo la medesima basa, le cime, ouer ponte hanno vna di qua, & l'altro di la dal piano di detta basa, talmente che le asse di ambiduoi s'incontrano, & facciano linea retta, tal figura composta di duoi coni chiamo rombo solido.

5 Di molte linee, che habbiano le medesime estremita breuissima è la retta.

6 SE siano due linee in vn piano, & habbiano le medesime estremita, & siano ambedue curue verso le medesime parti, necessariamente sono inequali tra loro, & ouero vna tutta sia contenuta dall'altra, & dalla retta, che ha li medesimi estremi, ouer parte sia contenuta, & parte habbia commune, la contenuta sara la menore.

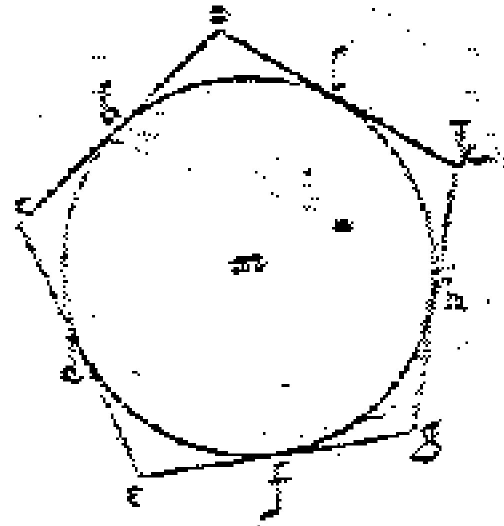
7 IL simile accadera nelle superficie, dellequali se hauerranno li suoi estremi in piano, la piana sara la menore.

8 ET se due saranno, che habbiano li medesimi estremi, essendo detti estremi in piano saranno similmente inequali, mentre che siano curue verso le medesime parti, ouer tutta vna delle dette superficie sia compresa dall'altra, & dal piano, che ha li medesimi estremi con lei, ouer parte sia compresa, parte habbia commune, menor sara sempre la compresa.

Anchora

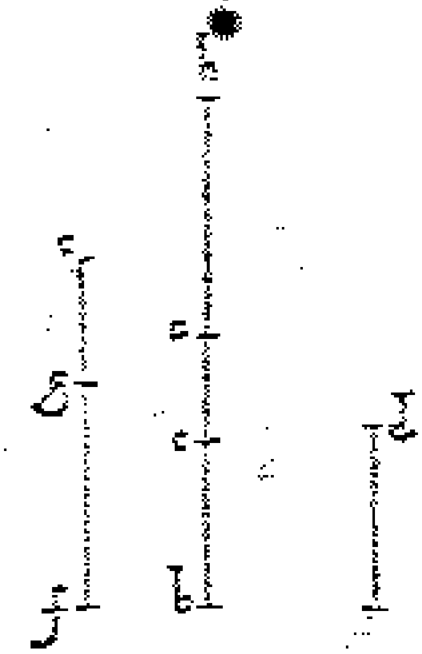
9 Anchora di ogni due linee inequali, di ogni superficie inequali, di ogni corpi inequali, il maggiore puo auanzar il menore di tanto, che composto, ouer multiplicato in se stesso potra auanzar ognuna delle proposte quantita l'una all'altra proportionate.

Delle propositioni del primo libro di sphera, & cilindro di Archimede Siracusano. Cap. II.

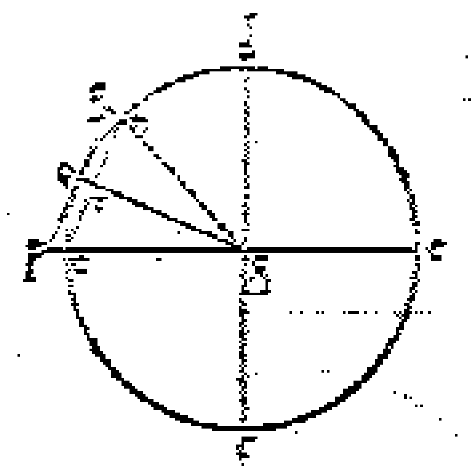


1 Presupposte queste cose, se dentro a vn cerchio si descriuera vna figura multiangola, non e dubbio che'l perimetro, cioe la circonferenza dello inscritto poligonio, ouer figura multiangola sara menore della circonferenza del cerchio, percioche ognuno delli lati del poligonio e menore dell'arco, il quale taglia via dal cerchio il detto lato.

Essempi gratia sia circonscritto vn poligonio intorno al cerchio. m. dico che'l perimetro del poligonio e maggiore della circonferenza del cerchio, percioche ambedue insieme b a l. sono maggiori dell'arco b l. conciosia che'l detto hauendo li medesimi estremi e compreso dalle due, similmente ambedue insieme d c. e b. del d b. cosi anchora ambedue k i. k h. dell'i h. & ambedue f g. g h. della f h. cosi anchora le d e. e f. del d f. adunque tutto il perimetro del poligonio e maggiore di tutta la circonferenza del cerchio.

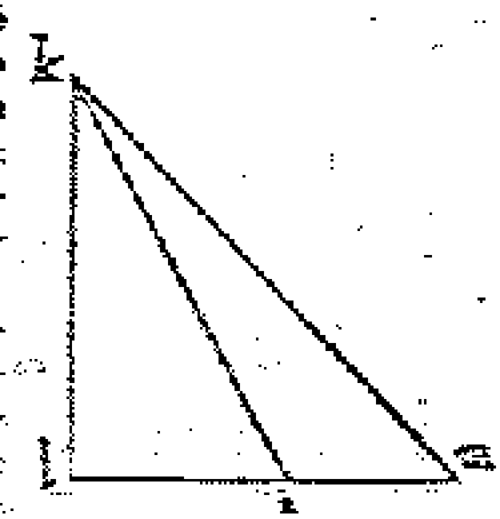


2 Siano date due quantita inequali a b. d. & la maggior sia a b. dico che gli e possibile trouar due linee rette inequali, delle quali la maggiore alla menore hauera menor proportione, che lo a b. al d. sia posto. b c. eguale al d. & porgasi vna retta linea f g. gia il c a. composto in se stesso auanzara il d. per lo vltimo presupposto nostro, facciasi adunque, & sia a h. & quante volte contiene in se stesso a h. lo a c. tante volte contenga lo f g. il g e. e adunque la proportione dello f g. al g e. come quella dello h a. allo a c. & a rouescio, come lo e g. al g f. cosi lo a c. allo a h. & perche lo a h. e maggiore del d. cioe del c b. adunque il c a. allo a h. ha menor proportione, che lo c a. al c b. & per la congionta proportionalita lo e f. adunque allo f g. menor proportione ha, che lo a b. al b c. come per la 29 del quinto si manifesta, ma il b c. e posto eguale al d. adunque lo e f. allo f g. menor proportione ha, che lo a b. al d.

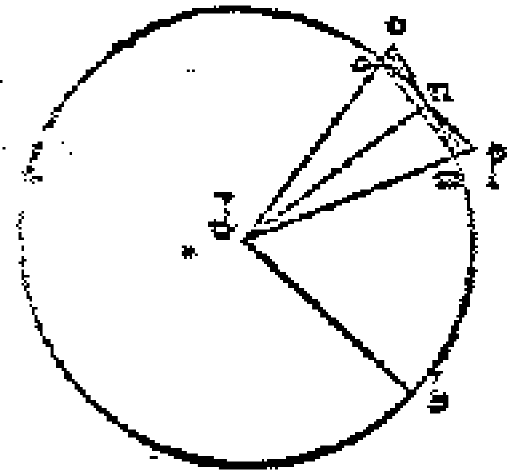


3 Siano date due quantita inequali a b. & lo a. sia maggiore, & appresso sia dato il cerchio c d e f. dico, che gli e possibile circonscriuere al detto cerchio vn poligonio, & inscriuerne vn'altro, talmente che'l lato del circonscritto al lato dello inscritto hauera menor proportione, che lo a. al b.

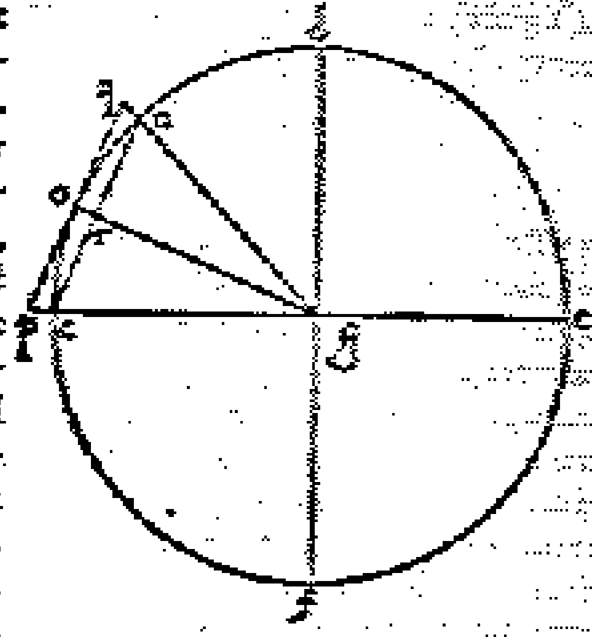
Siano ritrouate due rette h. k l. & sia maggior. h. la quale habbia anchora menor proportione al k l. che lo a. al b. & tirisi dal l. la retta l m. che con la k l. faccia l'angolo retto, & dal k. tirisi la k m. eguale alla h. percioche questo e possibile, & tirinsi nel cerchio dato dui diametri, che l'uno con l'altro si seghino, & facciano gli angoli retti, & siano c e. d f. adunque se diminuiremo l'angolo d g c. sempre diminuendo quello, che viene dal diminuimento, trouaremo vn'angolo menore, che doppio della l k m. pigliasi adunque, & sia l'angolo n g c. & tirisi la retta n c. Adunque la n c. viene ad esser lato di vno multiangolo, ouero poligonio equilatero, & perche la n g c. angolo, misura il retto d g c. adunque l'arco n c. misurara la quarta d c. & per consequente anchora tutto il cerchio c d e f. adunque viene ad esser lato di vn poligonio equilatero, & questo e manifesto, diuidasi adunque per mezo l'angolo c g n. dalla retta g o. & dal ponto o. tirisi la retta p o q. contingente il cerchio nel ponto o. & siano tirate le rette g n q. g c p. percioche cosi la retta p q. viene ad esser lato del poligonio equilatero circonscritto al cerchio dato. Anchora egli e manifesto, ch'e simile allo inscritto, del quale il lato e la retta n c. & perche e menor, che doppio lo n g c. angolo dello m k l. & e doppio dello r g c. adunque menor e lo r g c. dello l k m. & sono retti gli angoli l. & r. adunque la retta m k. alla l k. maggior proportione ha, che'l c g. al g r. e dimostrar, che'l k m. al l k. ha maggior proportione, che'l g c. al g r. dell'angolo l k m. tagliarai l'angolo l k q. (per la 23 del primo) eguale al angolo c g r. onde li dui triangoli l k q. c r g. saranno simili, & perche k m. e maggior del k q. per la decimanona del primo, & per la ottaua del quinto k m. al k l. hauera maggior proportione, che'l k q. al k l. & per consequente c g. al g r. hauera menor proportione che'l k m. alla l k. ma la c g. e eguale alla g o. onde la g o. alla g r. cioe la p q. alla n c. menor proportione hauera, che la m k. alla k l. & oltra di cio la m k. alla k l. menor proportione ha, che lo a. al b. & e la p q. e lato del poligonio circonscritto, & il c n. dello inscritto, adunque e quello, che cercauamo.



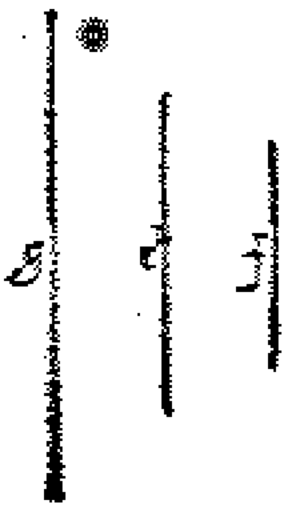
Nella figura superiore essendo diuiso in due parti eguali, lo angolo n g c. per la quarta del primo di Euclide la basa n r. sara eguale alla basa r c. onde per il corelario della prima del terzo gli angoli, che sono intorno allo r. sono retti, & intorno allo o. medesimamente sono retti per la decimasettima del terzo secondo il Campano, onde (per la ventesimaottaua del primo) le due linee q p. n c. sono equidistanti.



Prouaremo adunq; che sia la medesima proportiõ della retta g o. alla retta g r. che dalla e p. alla n e.
Habbiamo nella detta figura tre continenti triangoli, et

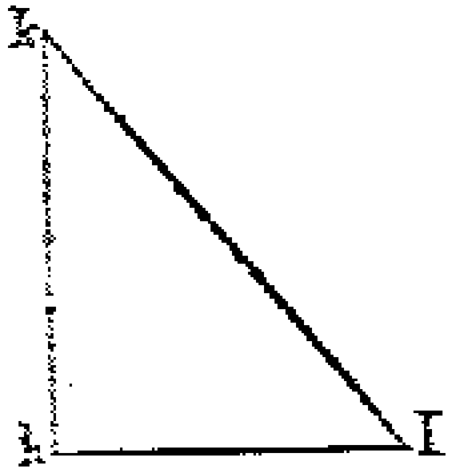


tre contenuti, & ciascheduno delli continenti è simile, cioe equiangolo al suo contenuto, il p g q. al c g n. & il p g o. al c g r. & lo o g q. allo r g n. adunque per la prima diffinitione del sesto, li lati di ciascun maggiore, sono proportionali alli lati del suo minore, adunque cosi è. g p. a p q. come g c. a c n. & g c. è eguale a g o. perche ambe vengon dal centro, adunq; g p. a p q. come g o. a c n. & per la proportione permutata il g p. al g o. come p q. alla c n. ma perche il triangolo p g o. continente è simile al suo contenuto c g r. adunque g p. a g c. come g o. a g r. & per la permutata proportione g p. a g o. come g c. a g r. ma g c. è eguale a g o. adunque g p. a g o. come g o. a g r. ma di sopra è dimostrato g p. a g o. come p q. a c n. adunque g o. a g r. come p q. a c n. il che è quello, che cercauamo.



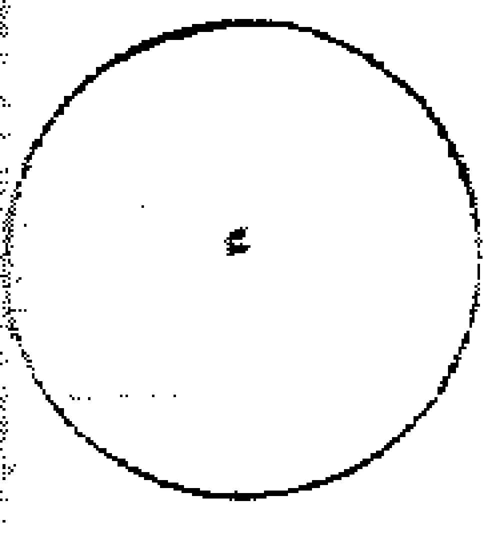
4 Ancora siano date due quantita inequali e f. & sia maggior e. & sia dato vn cerchio a b c. che habbia il centro d. & sopra il d. costituiscasi il settore a d b. dico che si puo inscriuere dentro, & circonscriuer di fuori al detto settore vn poligonio hauente li suoi lati eguali tutti, eccetto li due b d. & d a. talmente che'l lato del circonscritto al lato dello inscritto hauera menor proportione, che la e. alla f.

Ritrouinsi due rette g h k. inequali, & sia maggior la g. talmente che la g. alla h k. habbia menor proportione, che la maggior quantita e. alla menor f. p la seconda propositione nostra di questo, et dal ponto h. talmente tirata la h l. che faccia l'angolo retto con la h k. et sia la k l. eguale alla g. et cioche questo è possibile, o per la 22 del primo, o per la penultima, & ultima, concosia che l'angolo h. è retto, & pche la g. è maggior della k h. se si diuidera in 2 parti eguali l'angolo a d b. & la mita in 2 parti eguali, sempre cosi diuidendo finalmente si trouara vn angolo menor, che doppio del h k l. piglisi adunq; & sia lo a d m. adunque la a m. sara lato del poligonio inscritto nel cerchio, & se diuidemo l'angolo a d m. per mezo con la retta d n. & dal ponto n. tiramo la o n p. contingente il cerchio, questa sara il lato del poligonio circonscritto al cerchio, & saranno ambidui simili, & la o p. alla a m. hauera menor proportione, che la quantita e. alla quantita f.



5 Sia dato il cerchio a. & due quantita inequali e f. & sia maggior la e. come facemo a circonscriuere vn poligonio al detto cerchio, & inscriuerneli vn'altro, talmente che'l circonscritto habbia menor proportione allo inscritto, che la maggior quantita e. alla menor f.

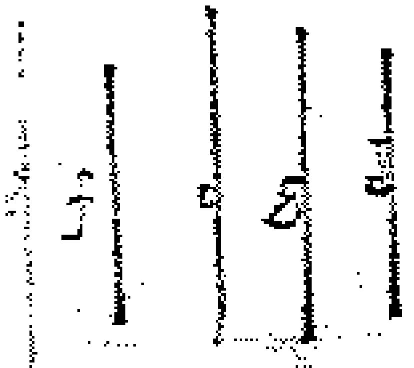
Piglio due rette inequali c d. & sia maggior la c. talmête che la c. alla d. habbia menor proportione, che la e. alla f. & presa la g. media in cõtinua proportione, sera maggior la c. della g. facciasi adunque il poligonio intorno al cerchio a. & vn'altro di dentro, talmente che'l lato dello estrinseco al lato dello intrinseco habbia menor proportione, che'l c. al g. come habbiamo imparato, adunq; la proportion doppia sara anchor menor della doppiata, ma la proportion del poligonio al poligonio per la 18 del sesto di Euclide, è quella del lato dell'uno al lato dell'altro duplicata, perche che sono simili tra loro (come di sopra e stato detto) adunque lo estrinseco poligonio allo intrinseco ha menor proportione che'l c. al d. molto menore adunque, che la e. alla f.



6 Similmente dimostraremo, che date 2 quãtita inequali, & vn settor, possibil è intorno al settor circõscriuer vn poligonio, & vn'altro inscriuerne dẽtro simile al estrinseco, talmẽte che l'estrinseco all'intrinseco habbia menor proportione, che la maggior delle quantita date alla minore.

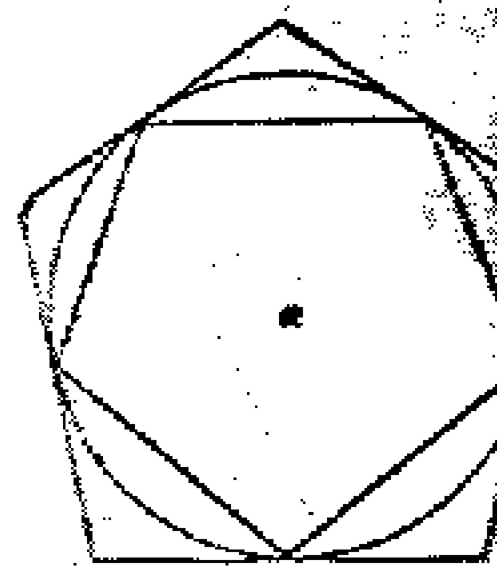
Da questo anchor è manifesto, che dato vn cerchio, ouer vn settore, & qualche altra superficie, possibile è inscriuendo dentro al cerchio, ouer al settore, poligonij equilateri, & cosi sempre nelle portioni, ouer settori restanti, facendo infine alcune settioni del cerchio, ouer del settore, menori della superficie data, questo dico è chiaro nelli primi elementi di geometria.

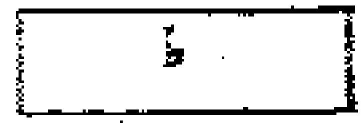
Questo anchora si puo dimostrare, che dato vn cerchio, ouero vn settore, & vna qualche altra superficie, egli è possibile circonscriuere vn poligonio intorno al cerchio, ouero al settore, talmente che le settori restanti della circonscrittione saranno menore, che la superficie data.



Sia dato vn cerchio a. & vn certo spacio, o vuoi certa superficie b. gia dico esser possibile intorno al cerchio circonscriuere vn poligonio, talmente che li segmenti lasciati, ouer compresi tra il cerchio, & il poligonio saranno menori del spacio b. percioche essendo due quantita inequali, delle quali la maggiore è il cerchio a. insieme con la superficie b. la menor è il cerchio solo. Se pur circonscriuere

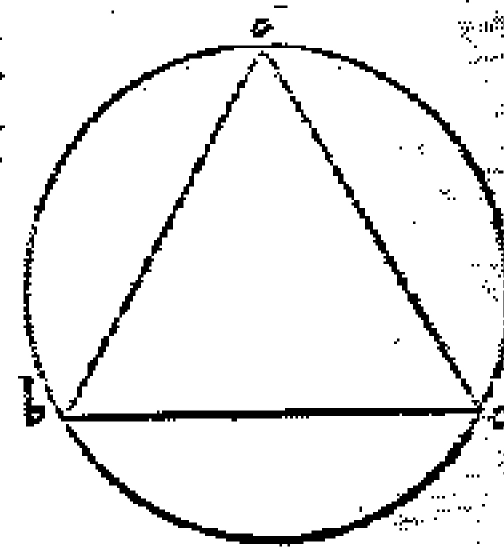
circonscriuere intorno al cerchio vn poligonio, & inscriuerli dentro vn'altro talmente, che lo estrinseco allo intrinseco hauera menor proportione, che la detta delle due maggior quantita alla menore, & questo poligonio circonscritto e quello, delquale li segmenti (come è detto) sono menori della data superficie, perche che se lo circonscritto allo inscritto ha menor proportione, che ambi, cioe il cerchio.a. & superficie.b.a esso cerchio, & il cerchio è maggior dello intrinseco poligonio, molto maggiormente lo estrinseco al cerchio, menor proportione hauera, che ambi il cerchio.a. & superficie.b.a esso cerchio, adunque (per la euersa proportionalita) anchora li spacij, ouer segmenti del poligonio fuori del cerchio al cerchio, menor proportione haueranno, che la superficie.b.al cerchio, adunque minori sono detti segmenti dell'estrinseco poligonio, che la detta superficie.b.ouero anchora a vn'altro modo, hauendo minor proportione lo estrinseco poligonio al cerchio (com'è detto) che non hāno ambi il cerchio, & superficie.b.a esso cerchio. Adunque menor è lo estrinseco poligonio di ambi cerchio è superficie.b.adunque diuidendo, menori saranno tutti li spacij di fuori dal cerchio, & dentro al poligonio, che la superficie.b. la medesima dimostratione si fara similmente nel settore.





SE in vn cono di lati eguali sara inscritta vna piramide, che habbia la basa equilatera, la superficie della piramide senza la basa è eguale al triangolo, che ha la basa eguale al perimetro della basa, & l'altezza vna perpendicolare tirata dalla cima a vno delli lati della basa.

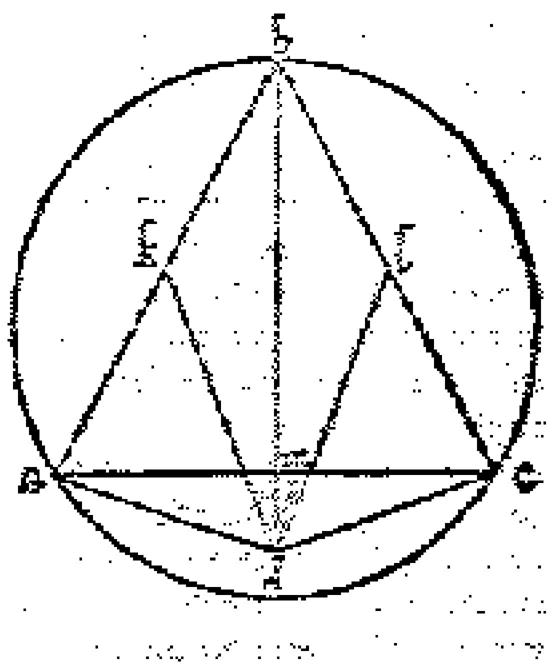
Sia il cono di lati eguali, che volgarmente si chiama piramide rotonda, hauente la basa il cerchio.a b c. & inscriuasi dentro al cono vna piramide hauente la basa equilatera.a b c. dico che la superficie di tal piramide senza la basa è eguale al detto triangolo di sopra, perche che'l cono è di duoi lati eguali, & la basa della piramide è equilatera, le altezze delli triangoli, che contengono la piramide sono eguali tra loro, & essi triangoli hanno le sue base.a b. b c. c a. onde li triangoli sono eguali al triangolo hauente la basa eguale alle rette.a b. b c. c a. & questo per la prima del sesto di Euclide, perche che hauendo la medesima altezza, & la basa tripla alla basa di ciascheduno delli tre, sara triplo a ciaschedun delli detti tre, onde essendo tra loro eguali, sara il detto triangolo eguale alli tre detti tutti insieme.

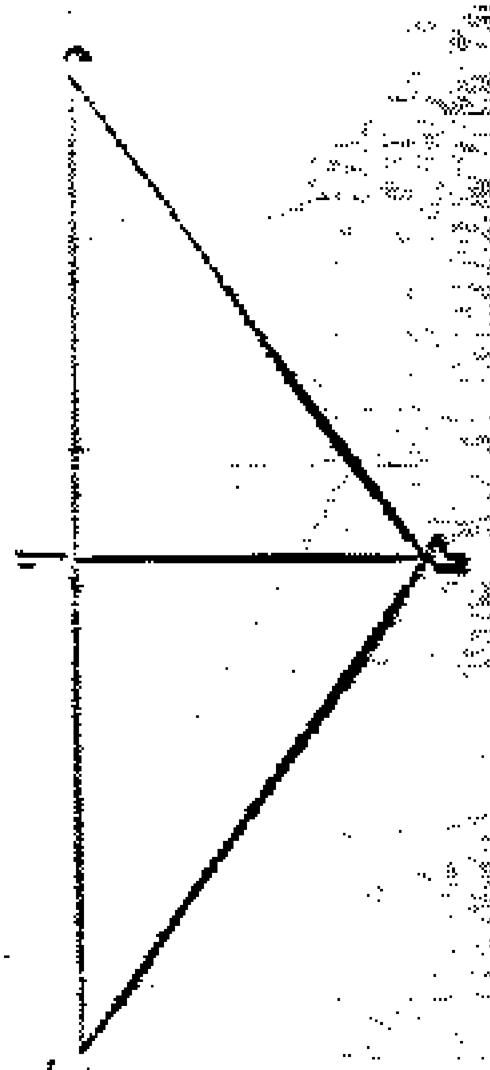


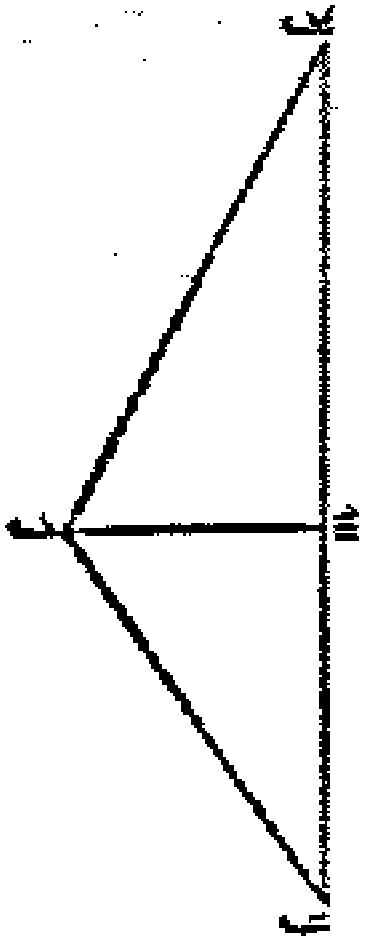
Fa dibisogno notare, che ogni cono fatto secondo la diffinitione di Euclide nell'vndecimo, non puo esser altro, che di lati eguali, perche che stando fermo vno delli lati comprendente l'angolo retto, & l'altro andando intorno, necessariamente la cima sara equidistante al perimetro della basa, & il lato del cono non è altro, che vna linea tirata dalla cima a qualche ponto del detto perimetro.

Adunque ogni cono è di lati eguali, perche adunque Archimede sempre aggionge di lati eguali, perche potiamo imaginar vn cono irregolare, che hauesse la cima inclinata piu verso vna banda, che verso l'altra (come afferma Apollonio Pergeo) & vn tal cono non sarebbe di lati eguali, ma doue fusse inclinata la cima sarebbe piu curti, che dall'altra, & in questi tali non valerebbono le dimostrationi di Archimede.

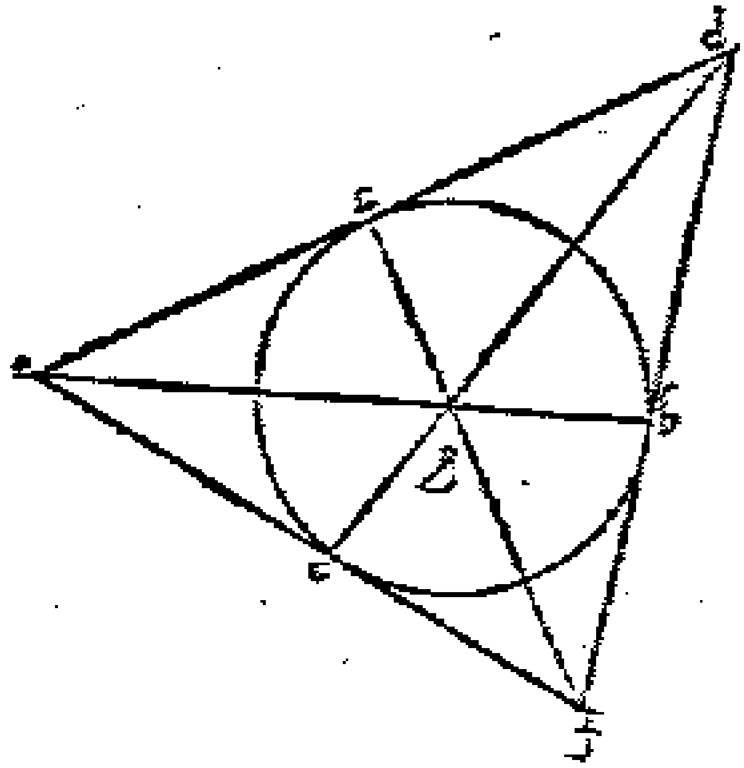
Anchora piu chiaro a vn'altro modo si potra far la dimostratione medesima. Sia il cono di lati eguali, & habbia la basa il cerchio.a b c. la cima il ponto.d. & inscriuasi dētro al cono la piramide hauēte la basa il triangolo equilatero.a b c. & tirinsi le rette.d a. d c. d b. dico che li triangoli.a d b. a d c. b d c. sono eguali al triangolo, delquale la basa è eguale al perimetro del triangolo.a b c. cioe a tutti tre li lati insieme del triangolo.a b c. & la perpendicolar tirata dalla cima alla basa è eguale alla perpendicolar tirata dal ponto.d. alla linea, ouer basa.b c. Siano tirate le perpendicolari.d k. d l. d m. queste per essere rette sono eguali tra loro, & sia posto vn triangolo.e g f. il quale habbia la basa.e f. eguale al perimetro del triangolo.a b c. cioe alle tre base.a b. b c. c a. & la perpendicolare.g h. eguale alla perpēdicolare.d l. perche adunque il quadrilatero rettangolo fatto del.b c. in.d l. è doppio al triangolo.d b c. per la quadragesima prima del primo di Euclide, & cosi il parallelogrammo fatto del.a b.in.d k. è doppio al triangolo.a d b. & il fatto dal.a c.in.d m. è doppio al.a d c. adunque il parallelogrammo fatto da tutto il perimetro del triangolo.a b c. cioe dalla basa.e f. nella perpendicolar.d l. cioe.g h. è doppio alli tre triangoli.a d b. b d c. a d c. ma il fatto della.e f. in.g h. anchor lui è doppio al triangolo.e g f. adunque il triangolo.e g f. è eguale alli tre.a d b. b d c. a d c.

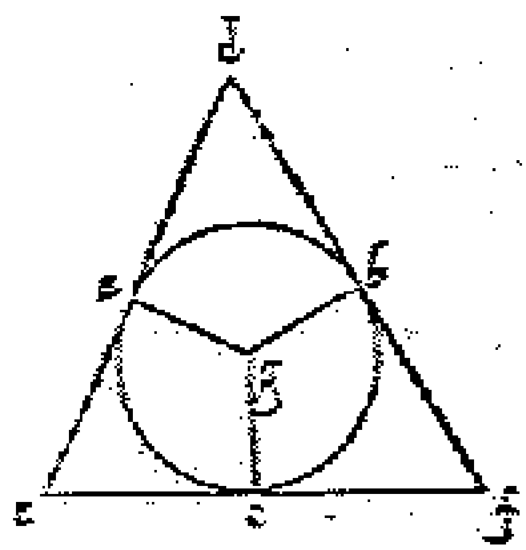


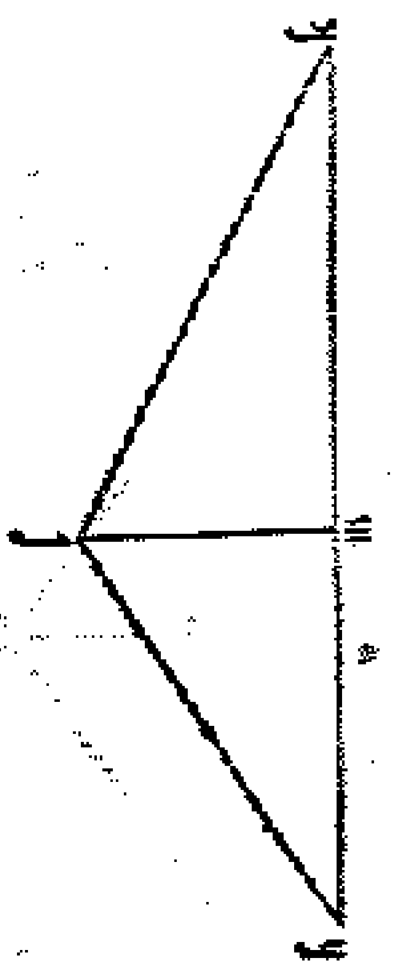




8 EL simile si dimostrara nella piramide circonscritta al cono di lati eguali, perche la altezza del cono è retto alla basa, cioe al cerchio a b c. & le rette tirate dal centro del cerchio alli contatti, over toccamenti, sono perpendicolar alle rette contingente il cerchio per la decimasettima del terzo, adunque anchor le tirate rette dalla cima del cono alli toccamenti saranno catheti, cioe perpendicolari alli lati della basa della piramide, cioe alle rette d e. e f. f d. & siano g a. g b. g c. il che facilmente si dimostrarebbe compiendo li triangoli e g d. f g e. d g f. percioche essendo la basa equilatera, & li triangoli eretti havendo la medesima altezza è necessario, che 'l contatto sia al mezo di ciascheduna delle tre rette d f. f e. e d. onde le linee rette cadenti dal ponto g a ciascheduno delli toccamenti a b c. cascano al mezo di ciascuno delli lati della basa e f d. & ogn'uno delli tre triangoli e g d. f g e. d g f. ha li duoi lati eretti communi con gli altri duoi, & l'altezza, cioe il ponto g è equidistante da gli angoli d e f. adunque ogn'uno delli detti tre triangoli ha li duoi lati terminanti al punto g. eguali tra loro, adunque le dette perpendicolari g a. g b. g c. sono eguali tra loro, conciosia cosa, che li triangoli siano eguali.





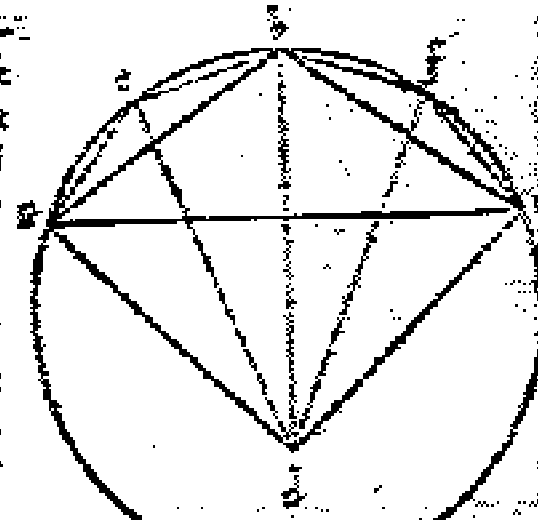


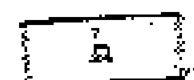
Adunque le g a. g b. g c. catheti, essendo lati del cono saranno eguali tra loro, ma il triangolo h k l. per la hypothesi ha eguale la basa h k. al perimetro del triangolo d e f. & il catheto l m. eguale a g a. seguita la dimostratione fatta di sopra delli paralellogrammi fatti delle perpendicolari in ciascheduna delle base, che sono doppi alli suoi triangoli, & haverai lo intento.

9 Sia di un cono di lati eguali, la sua basa il cerchio a b c. & la cima sia d. & sia tirata dentro dal cerchio la retta a c. & dalla cima alli duoi ponti a c. tirinsi le rette d a. d c. dico che 'l triangolo a d c. è menor della superficie del cono, laquale sta tra li tre ponti d c. Sia diviso in due mita l'arco a b c. nel punto b. & siano tirate le rette a b. c b. d b. gia sono li a b d. b c d. triangoli maggiori del triangolo a d c. lo eccesso adunque nelquale li detti triangoli avanzano il triangolo a d c. sia h. questo h. ouero è menore delle portioni a b. b c. o no, & sia prima non menore, perche adunque sono due superficie, la conica tra li ponti a d b. con la portione a e b. & lo a d b. triangolo, che hanno il medesimo circuito, cioe il perimetro del triangolo a d b. adunque maggiore è quella, che contiene, che la contenuta, adunque egli è maggior la superficie conica tra li punti a d b. con la portione a e b. che non è il triangolo a b d. similmente quella, ch'è tra li punti d b c. con la portione g f b. è maggiore del triangolo b c d. Adunque congiontamente tutta la superficie conica insieme con la quantita h. è maggiore delli detti triangoli, ma li detti triangoli sono eguali allo a d c. triangolo, & al spacio h. levasi di qua, & di la il detto h. che è posto commune, resta adunque, che la superficie conica, laquale è tra li ponti a d c. sia maggiore del triangolo a d c. Sia anchora menore lo h. delle portioni a b. b c. dividendo adunque per mita, cioe in due parti eguali gli archi a b. b c. & le lor mita in altre mita, & cosi facendo sempre, verremo a lasciare portioni menori della superficie h. siano queste adunque sopra le rette a e. e b. b f. f c. & tirinsi le linee d e. d f. adunque anchora al medesimo modo, la superficie conica tra li ponti a d e. con la portione a e. è maggiore dello a d e. triangolo, & quella, che è tra li ponti e d b. con la portione e b. è maggior dello e d b. triangolo, adunque tutta la superficie tra li ponti a d b. cō le portioni a e. e b. è maggior delli triangoli a d e. e b d. & perche il triangolo a e d. e d b.

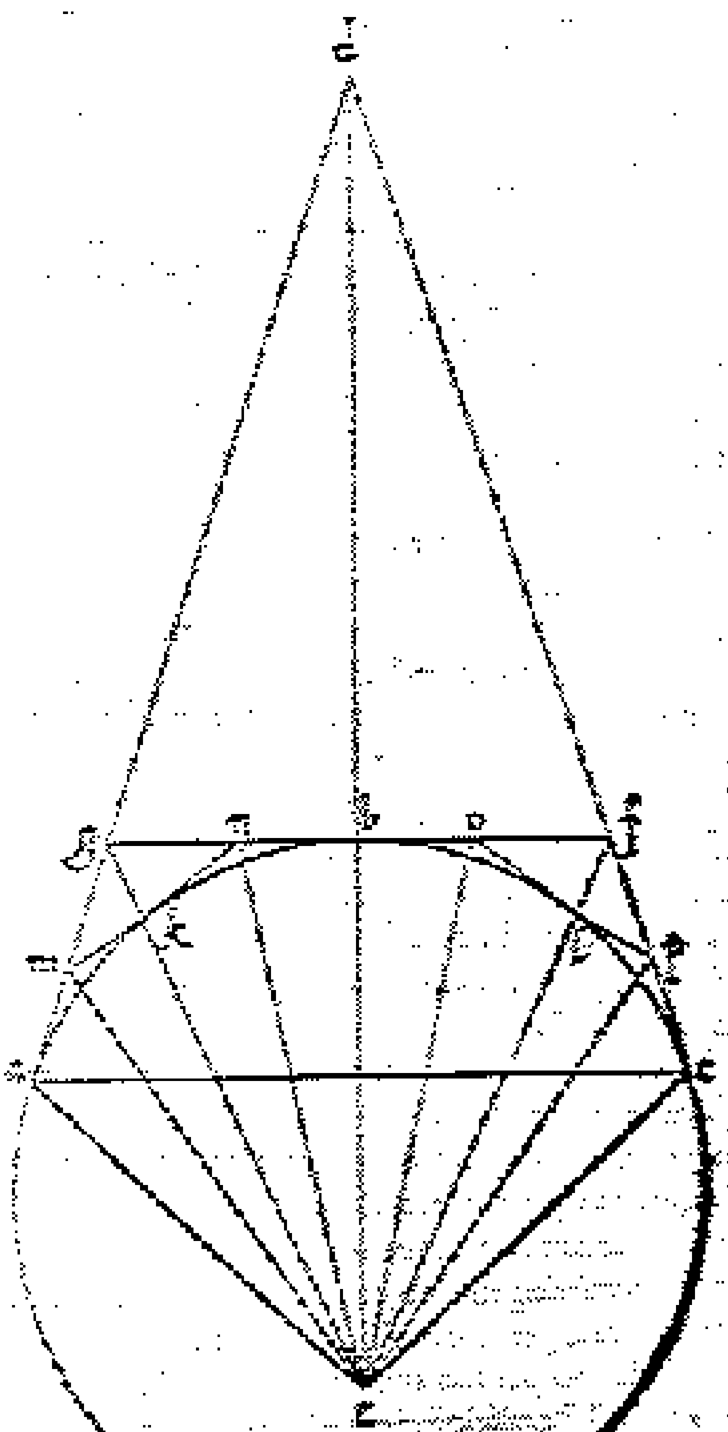
sono

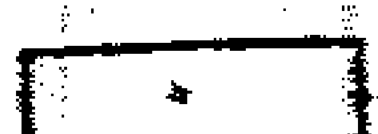
sono maggiori del triangolo. a d b. il che si poria provar per la vigesima dell'undecimo di Euclide, conciosia cosa, che le tre linee. d a. d c. d b. fanno tre angoli superficiali, i quali costituiscono vn solido al punto. d. onde li duoi insieme essendo maggiori del terzo, fanno anchor le base ambedue maggiori della basa del terzo triangolo. a d b. adunque vn triangolo, che hauesse la basa eguale alle due. a c. c b. per la prima del sesto, essendo sotto la medesima altezza saria eguale alli duoi, & perche la detta basa sarebbe maggiore della basa. a b. seguita, che'l detto triangolo sarebbe maggior del triangolo. a d b. adunque anchor li duoi eguali a quello, e per tiro molto maggior sara la superficie del cono tra li punti. a d b. con le portioni. a e. e b. che non è il triangolo a d b. per il medesimo modo si prouara, che la superficie conica tra li punti. d b c. con le portioni b f. f c. è maggior del triangolo. b c d. adunque tutta la superficie conica tra li punti. a d c. con le dette portioni, è maggiore di ambi li triangoli. a b d. b d c. ma questi sono eguali al triangolo. a d c. & alla superficie. h. & le dette portioni sono menori della quantita. h. resta adunque che la superficie conica tra li punti. a d c. sia maggiore del triangolo. a d c.



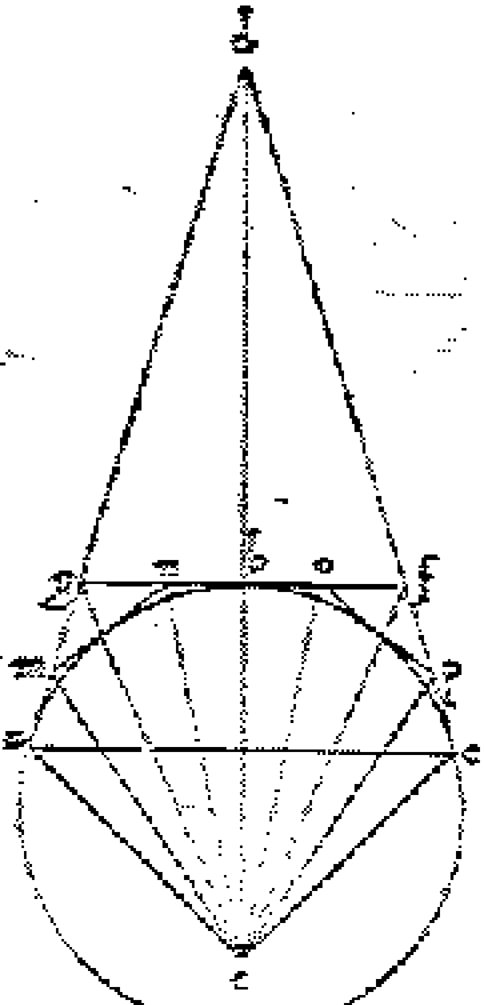


10 Sia vn cono hauente la basa il cerchio. a b c. & la cima il ponto. e. & siano tirate nel medesimo piano le rette contingente il cerchio. a b c. & siano. a d. c d. & dal punto. e. il qual è la cima del cono alli punti. a d c. siano tirate le rette. e a. e d. e c. dico che li triangoli. a d e. d e c. sono maggiori della superficie conica, laquale è tra le due rette. a e. e c. & l'arco. a b c. sia tirata la retta. g b f. contingente il cerchio, & equidistante alla retta. a c. laqual si fara dimezzando l'arco. a b c. nel ponto. b. & dalli punti. g f. siano tirate le rette. g e. f e. & perche le due. g d. d f. sono maggiori di. g f. siano aggionte di qua, & di la, & fatte communi le. g a. f c. adunque tutte le. a d. d c. sono maggiori delle. a g. g f. & perche le. a e. e b. e c. sono lati del cono necessariamente sono eguali tra loro, perche il cono è di lati eguali. Sono anchora perpendiculari (come è dimostrato di sopra) tra li triangoli contenuti dalle perpendiculari, & dalle base. a g. g f. f c. cioe. a g e. g e f. f e c. sono menori delli doi. a d e. e d c. perciòche le. a g. g f. f c. tutte tre insieme sono menori delle due. c d. & d a. & le altezze di tutti sono eguali, conciosia cosa che'l sia manifesto, che la retta tirata dalla cima del cono retto, cioe al toccamento della basa è perpendiculare alla contingente, lo eccesso adunque, al quale li duoi triangoli. a e d. d e c. auanzano le tre. a e g. g e f. f e c. sia la quantita. h. Questa quantita. h. ouero ella è menore delli spacij lasciati tra le rette, & il cerchio, cioe di. a g b k. b f c l. o no, & sia prima nō menore. Sono superficie composite quella della piramide, che ha per basa il quadrilatero. a g f c. & per cima il ponto. e. & la superficie conica, che si comprende tra le rette. a e. e c. & la portione. a b c. & hanno il medesimo estremo, che è il triangolo. a e c. & cosa certa è che la superficie della piramide senza il triangolo. a e c. è maggiore della superficie conica, la quale ha commune la portione. a b c.





Leuisi questa portione di qua, & di la, restano adunque li triangoli. a g e. g e f. f e c. con li spacij tra la portione, & le rette, lequali sono. a g. b k. b f. c l. sono maggiori della superficie conica tra le rette. a e. e c. ma delli detti spacij. a g b k. b f c l. la quantita. h. non è menore, adunque li triangoli. a g e. g e f. f e c. con la quantita. h. molto maggiori sono della superficie conica, tra le rette. a e. e c. ma li triangoli. a g e. g e f. f e c. con la quantita. h. sono li duoi



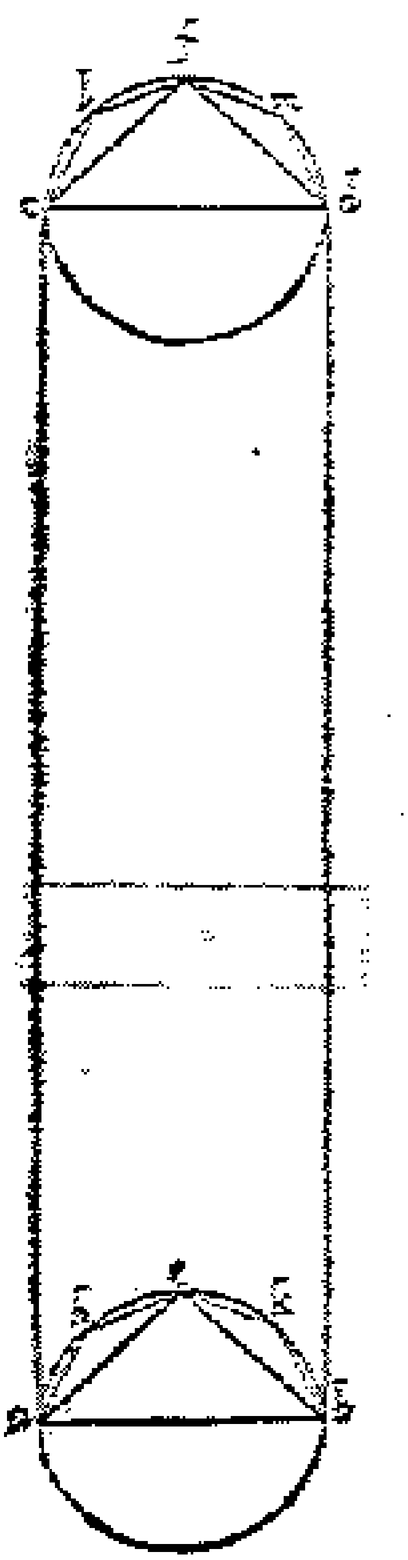
triangoli a e d. d e c adunque li triangoli a e d. d e c sono maggiori della detta superficie conica.

Ma sia la quantita. h. menore delli duoi auanzamenti a g b h. b f e l. sempre adunque circonscriuendo poligoni intorno alle portioni, & diuidendo cosi sempre gli archi restanti per mita, & tirando le contingenti veniremo a lasciare certi auanzamenti, che saranno menori della quantita. h. facciasi adunque questo, & siano gli auanzamenti a m h. h n b. b o l. l p c. li quali siano menori della quantita. h. & tirinsi dal ponto. e. le rette alli ponti m n o p. anchora è manifesto, che li triangoli a g e. g e f. f e c. sono maggiori delli triangoli a e m. m e n. n e o. o e p. p e c. perche le base sono maggiori delle base sotto la medesima altezza. Anchora similmente la piramide fatta sopra la basa poligonia. a m n o p c. & sotto la cima. e. senza li triangoli a e c. ha maggior superficie, che non è la superficie conica compresa dalle rette a e. e c. & la portione a b c. perche anchor qui la detta portione è commune, leuisi di qua, & di la, adunque li restanti triangoli a e m. m e n. n e o. o e p. p e c. con gli auanzamenti a m h. h n b. b o l. l p c. sono maggiori della superficie tra le rette a e. e c. & la portione, ma delli detti auanzamenti maggior è la quantita. h. perche cosi diuidendo di sopra habbiamo fatti menori gli auanzamenti, che non è detta quantita, & delli triangoli a e m. m e n. n e o. o e p. p e c. gia sono dimostrati esser maggiori li triangoli a e g. g e f. f e c. adunque li triangoli a e g. g e f. f e c. con la quantita. h. cioe li triangoli a e d. d e c. molto maggiori saranno della superficie conica tra le rette a e. e c.

22 [5] Sia vn cilindro, cioe vna colonna rotonda diritta in suso, & sia la basa il cerchio. a b. & l'opposito della basa il cerchio. c d. & siano tirate le rette a c. b d. dico che la superficie del cilindro compresa dalle due rette a c. b d. è maggiore del parallelogrammo a b c d. Sia diuiso in due parti eguali, cioe per mita l'uno, & l'altro arco oppositi, cioe a e b. c f d. nelli ponti e f. & siano tirate le rette a e. e b. c f. f d. & perche le due a e. e b. per la vigesima del primo sono maggiori del diametro a b. & li parallelogrammi, che vi son fatti sopra, hanno la medesima altezza, seguita che li duoi parallelogrammi fatti sopra le dette basi a e. e b. hauendo la medesima altezza, che ha il cilindro siano maggiori del parallelogrammo a c d b. la differentia adunque, ouer lo eccesso, nel quale li duoi auanzano l'uno sia la quantita. g.

Questa quantita. g. ouero è menore delle portioni piane a e. e b. c f. f d. ouero non menore. Sia prima non menore, & perche la cilindrica superficie compresa dalle rette. a c. b d. & le portioni piane a e b. c f d. hanno per suo estremo il piano del parallelogrammo. a c b d. & anchora la superficie composta delli parallelogrammi, che sono fatti sopra le base a e. e b. & sotto la medesima altezza col cilindro, & delli triangoli a e b. c f d. anchora lei ha il piano del medesimo parallelogrammo per suo estremo, & l'una comprende l'altra, & ambedue sono curue verso le medesime parti, maggiore è adunque la superficie cilindrica contenuta dalle rette a c. b d. insieme con le portioni superficiali a e b. c f d. che la composta delli parallelogrammi, che hanno le base a e. e b. & la medesima altezza col cilindro, & delli triangoli a e b. c f d. & perche li detti triangoli sono communi, leuinsi di qua, & di la, resta la cilindrica superficie compresa dalle rette a c. b d. & le portioni a h e. e k b. c l f. f m d. superficiali, maggiori della superficie composta delli parallelogrammi fatti sopra le base a e. e b. & sotto l'altezza del cilindro, ma li detti parallelogrammi sono eguali al parallelogrammo a b d c. & alla quantita. g. adunque la cilindrica superficie compresa dalle rette a c. b d. con le dette portioni a e. e b. c f. f d. è maggiore del parallelogrammo a b d c. & della quantita. g. & la quantita. g. per la hipothesi non è menore delle portioni superficiali dette a h e. e k b. c l f. f m d. adunque leuando le portioni di qua, & la quantita. g. di la, resta anchor maggiore la cilindrica superficie compresa dalle rette. a c. b d. che non è il parallelogrammo. a b c d.

Ma sia menore la quantita. g. delle portioni contenute da gli archi. a e. e b. c f. f d. diuidendo dette portioni per mita, & le mita in altre, & cosi sempre facendo finalmente, veniremo a lasciar portioni, che saranno menori della quantita. g. facciasi adunque questo, & siano le portioni menori della quantita. g. a h. h e. e k. k b. c l. l f. f m. m d. similmente dimostraremo, che li parallelogrammi, delli quali le base sono a h. h e. e k. k b. & l'altezza di quello del cilindro, sono maggiori delli duoi parallelogrammi, che hanno le base a e. e b. & l'altezza medesima col cilindro, & perche la cilindrica superficie tra le due rette. a c. b d. con le portioni piane contenute da gli archi. a e b. c f d. hanno per suo estremo il piano del parallelogrammo a c b d. ma anchora la superficie composta delli parallelogrammi hauenti le base a h. h e. e k. k b. & l'altezza del cilindro, & delle rettilinee poligonie figure a h e k b. c l f m d. li simili, & termina nel medesimo parallelogrammo a c b d. & l'una comprende l'altra, & sono curue verso le medesime parti, adunque la cilindrica con le portioni circolari è maggiore della composta delli detti parallelogrammi, & rettilinee poligonie figure, & perche le dette poligonie rettilinee a h e k b. c l f m d. sono communi, siano leuate

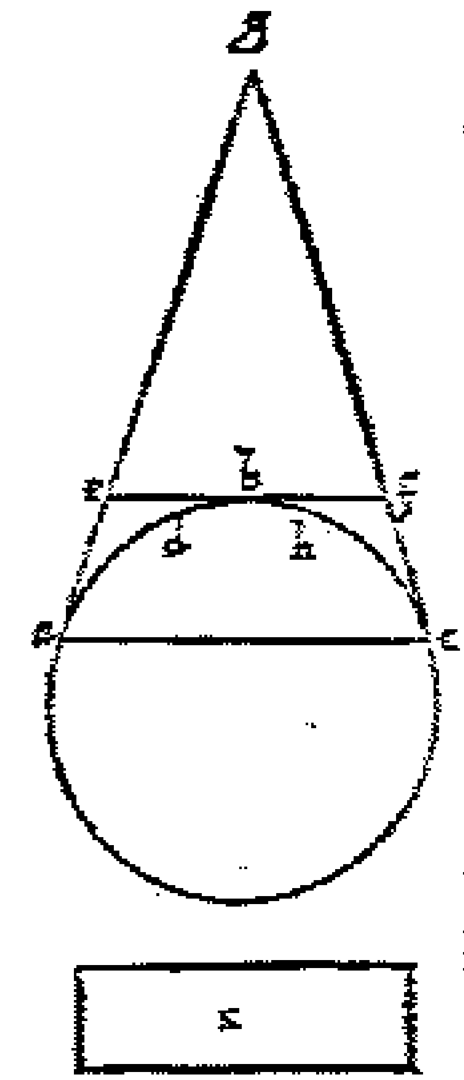


mre di qua, & di la, resta la detta cilindrica superficie con le portioni superficiali a b. h e. e x. x b. c l. l f. f m. m d. maggiore della composta delli parallelogrammi haventi le base a b. h e. e x. x b. & l'altezza del cilindro, ma li detti quattro parallelogrammi sono dimostrati maggiori delli duoi, che hanno le base. a e. e b. & la medesima altezza, adunque la detta cilindrica superficie con le dette portioni è molto maggiore delli detti duoi parallelogrammi, ma questi sono eguali al parallelogrammo. a b d c. & alla quantita g. & la quantita. g. dividendo gli archi di sopra è fatta maggiore delle portioni a b. h e. e x. x b. c l. l f. f m. m d. piane, over superficiali, adunque ne piu, ne meno la cilindrica detta superficie senza le dette portioni, resta maggiore del detto parallelogrammo. a b d c. senza la quantita g. il che è quello, che si cercava.

22 QVello che di sopra è dimostrato della superficie cilindrica al quadrilatero parallelogrammo tra le medesime linee rette intrinseco al cilindro si dimostrara di duoi parallelogrammi estrinseci al cilindro, che concorrono in vna linea equidistante alle asse del cilindro a modo di corpo serrato, i quali duoi parallelogrammi si dimostrarano maggiori della cilindrica superficie contenuta tra le medesime linee.

Sia di vn cilindro diritto su la aequale base il cerchio a b c. & siano tirate due linee contingenti il cerchio nel medesimo piano del cerchio, che concorrano fuori del detto cerchio nel ponto. g. & dal li duoi ponti a. c. intendasi esser tirate due rette per la superficie del cilindro su in alto insino all'altro cerchio opposito alla base, & dalli ponti estremi di dette linee opposti allo a. & c. s'intendano tirate due altre contingenti il cerchio superiore opposite alle 2 inferiori, & concorrenti in vn ponto opposito al. g. su in aere è da mostrare, che li duoi parallelogrammi contenuti dalle contingenti, & dalle linee rette, che sono duoi lati del cilindro, sono maggiori della superficie del cilindro contenuta dalle medesime linee, & dalle due portioni, delle quali vna è. a b c. nella base, l'altra è opposita a questa nell'altro cerchio in aere opposito alla base.

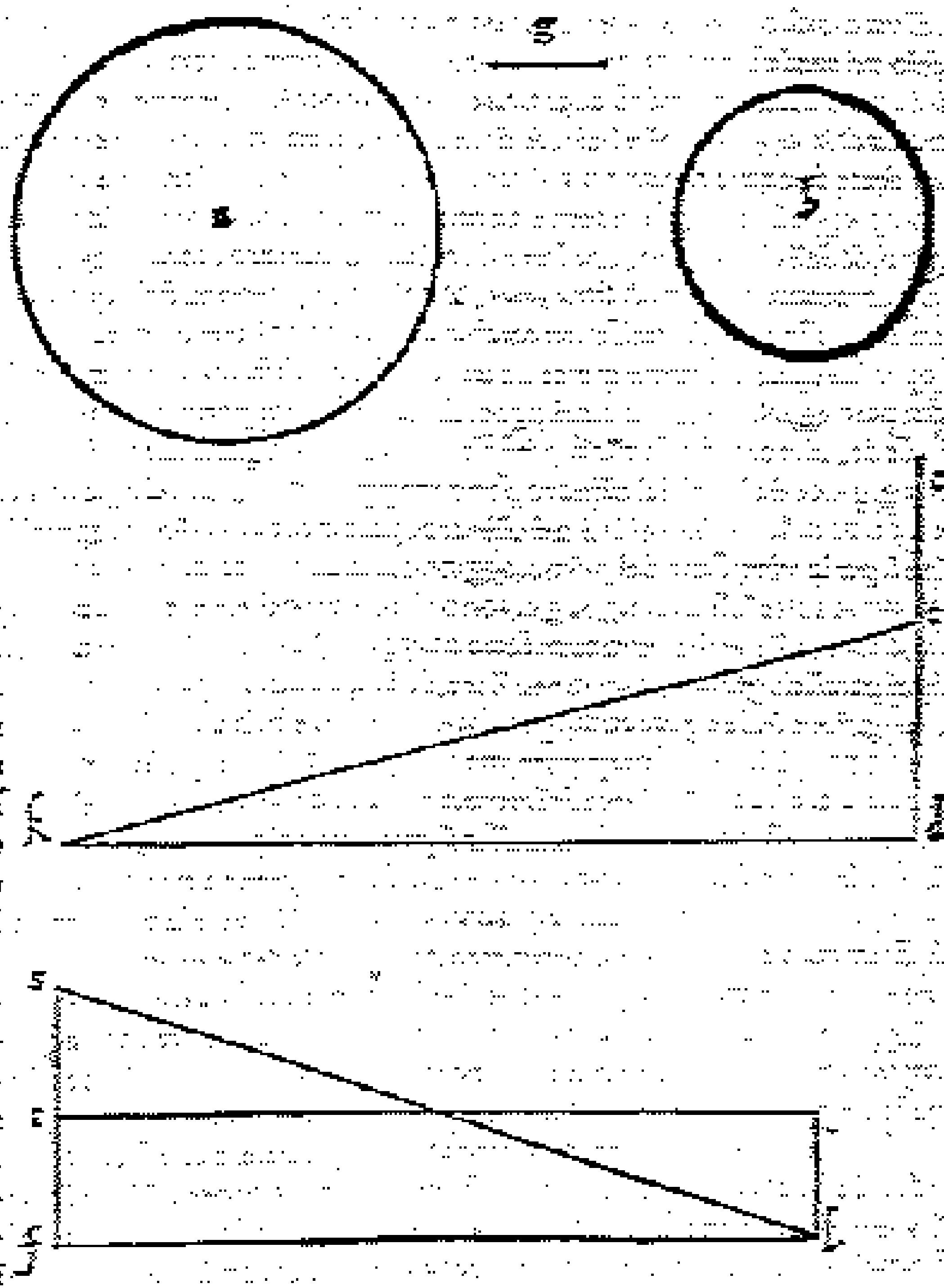
Sia tirata la retta. e b f. contingente il cerchio, & equidistante alla retta a c. il che si fara dividendo in due parti eguali l'arco. a b c. nel ponto. b. & dalli duoi ponti e. f. siano tirate le rette equidistanti al l'asse del cilindro sin su alla superficie dell'altra base gia li parallelogrammi contenuti dalle rette a g. g c. & dalli lati del cilindro, sono maggiori delli parallelogrammi contenuti dalle rette. a e. e f. f c. & dalli medesimi lati del cilindro, percioche essendo maggiori le due. e g. g f. che non è la e f. per la vintesima del primo, aggiongansi di qua, & di la, & facciansi communi le due a e. f c. adunque tutte insieme le g a. g c. sono maggiori delle. a e. e f. f c. adunque (per la prima del sesto) anchora li parallelogrammi sono maggiori, adunque la differentia, overo eccesso, nel quale li duoi parallelogrammi avanzano li tre, sia la quantita. x. gia la mita di questa superficie. x. overo è maggiore delle figure comprese dalle rette a e. e b. b f. f c. & da gli archi a d b. b h c. over non è maggiore. Sia prima maggiore, ma della superficie composta delli parallelogrammi fundati su le base. a e. e f. f c. & del quadrilatero a e. f c. & del suo opposito nella superficie dell'altra basa del cilindro, lo estremo intendiamo esser il perimetro al parallelogrammo fundato sopra la basa. a c. & similmente della superficie composta, della superficie cilindrica fundata sopra l'arco. a b c. & delle portioni superficiali, delle quali vna è. a b c. & l'altra la opposita nell'altra basa, lo estremo, & finimento è il medesimo perimetro, adunque le dette superficie si ritrovano haver il medesimo estremo in vn piano, & sono ambedue curve verso la medesima parte, & vna comprende alcune parti dell'altra, & alcune altre ha communi con l'altra, adunque per il principio nostro la contenuta è menore. Levinsi via le portioni piane communi, delle quali vna è a b c. l'altra è la opposita nella basa superiore, resta per anchor menore la contenuta cilindrica superficie fundata sopra l'arco. a b c. della continente fundata su le tre base. a e. e f. f c. & composta con le figure. a e b d. b f c h. & con le opposite a queste nella basa superiore. Ma le superficie delli detti parallelogrammi con le dette figure, sono menori della superficie composta delli duoi parallelogrammi fundati su le due base. a g. g c. percioche congionte con la quantita. x. la quale è maggior delle figure a e b d. b f c h. & delle opposite, erano eguali alla detta, è adunque manifesto, che li parallelogrammi fundati sulle base a g. g c. delli quali li lati sono lati del cilindro, sono maggiori della superficie del cilindro, la quale sta sopra l'arco a b c. Ma se la mita della superficie. x. non fusse maggiore delle dette figure contenute dalle rette contingenti il cerchio. a e. e b. b f. f c. & dalli duoi archi. a b. b c. si tiraranno altre contingenti alla mita di ciascheduno delli duoi archi, & poi altre alle altre mita tanto, che resteranno figure simili alle prime, menori della mita della detta quantita. x. & nel resto si farà la dimostratione, ne piu, ne meno, come di sopra.



Havendo noi dimostrate queste cose, seguita manifestamente di quello, ch'è detto, che se in vn cono fatto dal triangolo di duoi lati eguali sara inscritta vna piramide, la superficie della piramide senza la basa è menore della superficie conica, percioche ciascheduno delli triangoli contenenti la piramide è menore di quella conica superficie, che si contiene tra li lati di esso triangolo, onde anchora tutta la superficie della piramide senza la basa viene a esser menore del cono senza la basa. Et per il contrario se intorno a un cono similmente fatto sara circonscritta una piramide, che la superficie della piramide senza la basa, sara maggior della superficie del cono senza la basa, qual lo contiguita, & congionta.

Anchora è manifesto (per le cose sopradette) che se in un cilindro retto, cioe dirizzato su la sua basa, sara inscritto un prisma, che volgarmente si chiama un corpo seratile, la superficie del prisma composta dalli parallelogrammi, è menore della superficie del cilindro senza la basa, percioche ciascuno parallelogrammo del prisma è menore di quella cilindrica superficie, che a lui è opposita, & cosi anchora se intorno a un cilindro dirizzato su in alto sara circonscritto un prisma, la superficie del prisma composta dalli parallelogrammi, è maggior della superficie del cilindro senza la basa.

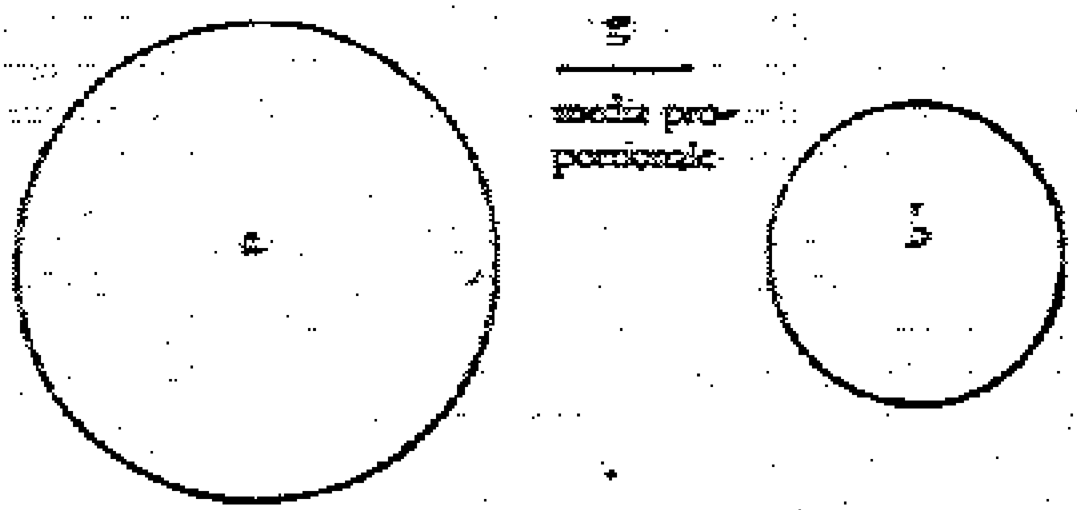
13 DI ogni cilindro retto, la superficie senza le base è eguale a un cerchio, il cui semidiametro è medio proportionale tra il lato del cilindro, & il diametro della basa del detto cilindro.

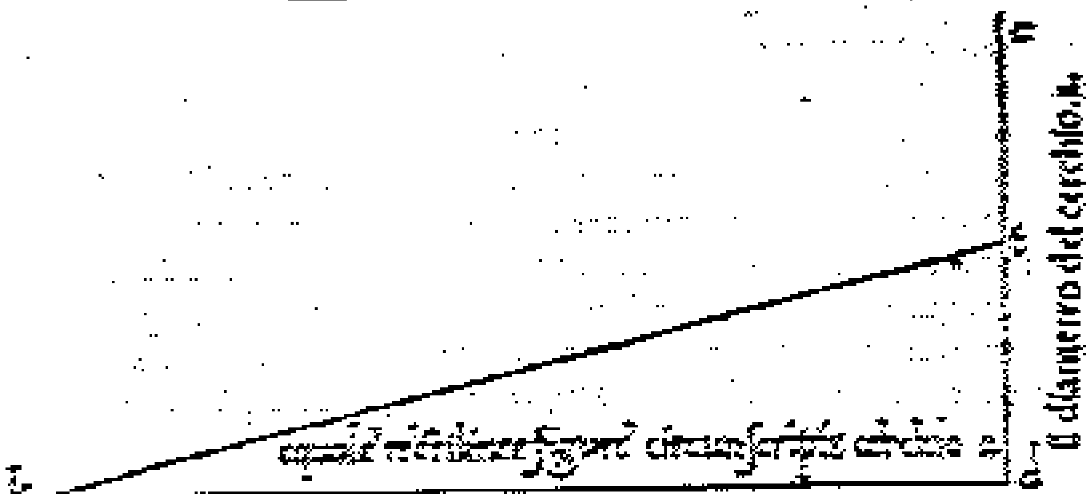


Sia di un cilindro retto la basa il cerchio .a. & al diametro di tal cerchio eguale sia la retta .c d. & al lato del medesimo cilindro sia eguale la .e f. & sia in mezzo tra le due .d c. e f. proportionale la retta .g. & sia il cerchio .b. del quale il semidiametro sia eguale a .g. è da dimostrare, che'l cerchio .b. è eguale alla superficie del cilindro senza le base. Se egli non è eguale, over è maggiore, o menore, ma se possibile è sia prima menore, gia essendo due quantita inequali, la superficie del cilindro, et il cerchio .b. possibile è dentro al cerchio .b. inscrivere un poligonio equilatero, & un altro circonscrivere di fuori, talmente che'l circonscritto allo inscritto habbia menor proportione di quella, che ha la superficie del cilindro, al cerchio .b. questo ch'io dico lo habbiamo dimostrato di sopra nella quinta, & sesta propositione. Intendasi circonscritto fuori, & inscritto dentro al cerchio .b. quanto è detto, & a che modo è detto, & intorno al cerchio .a. circonscrivasi una figura rettilinea simile a quella, che è circonscritta intorno al cerchio .b. & dalla detta rettilinea figura descrivasi il prisma, ouero corpo seratile, gia s'intendera questo circonscritto intorno a un cilindro. Sia adunque al perimetro della detta rettilinea figura circonscritta al cerchio .a. eguale la retta .k d. & alla retta .k d. sia eguale .l f. & la meta di .c d. sia .c a. gia il triangolo .k d c. è eguale al rettilineo circonscritto al cerchio .a. percioche haria basa eguale al perimetro, & l'altezza eguale al semidiametro del cerchio .a. ma il parallelogrammo .e l. è eguale alla superficie del prisma circonscritto al cilindro, percioche è contenuto dal lato del cilindro, & dalla eguale al perimetro della basa del prisma. Sia posta eguale

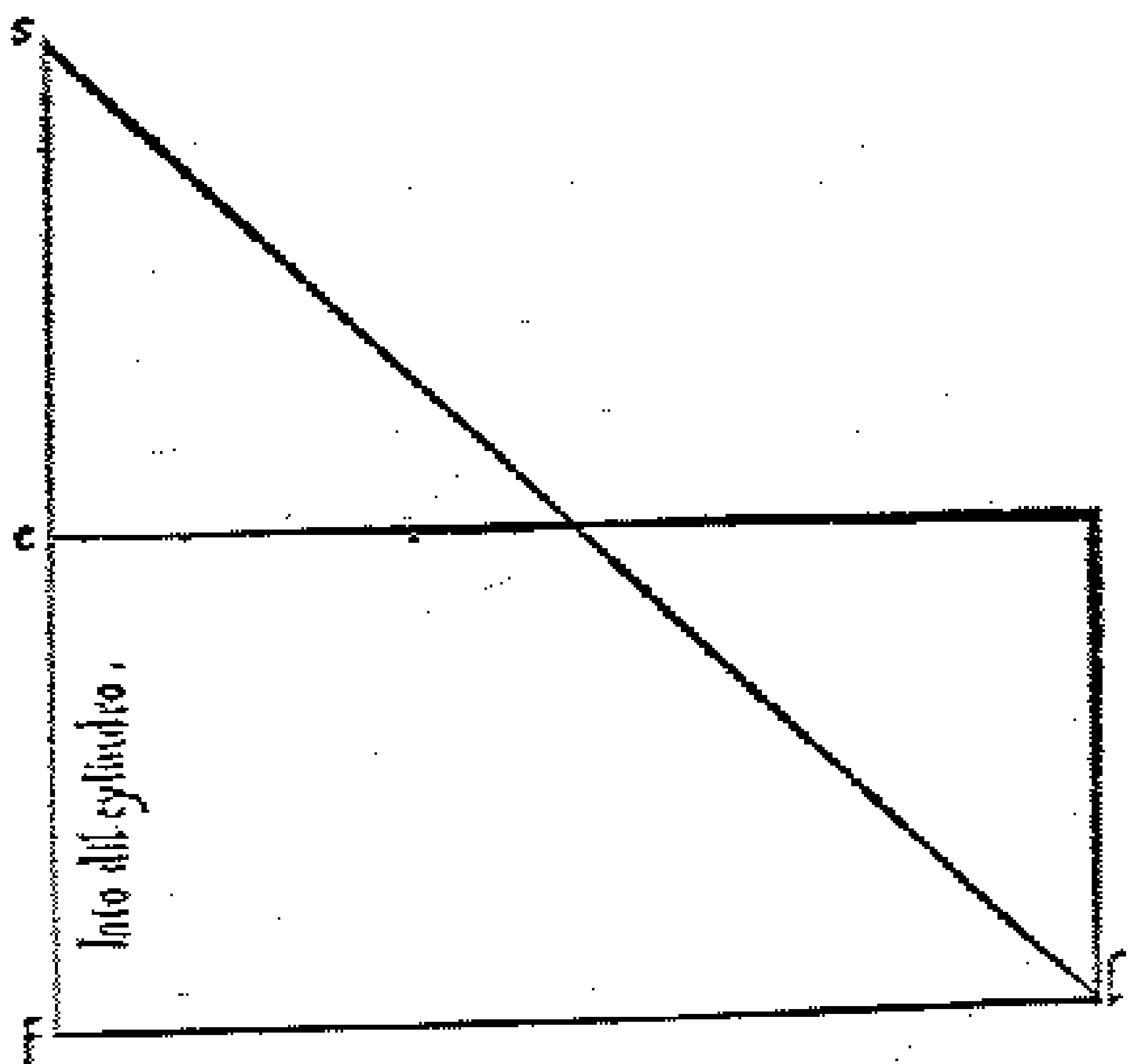
eguale

eguale alla e f. la. e s. adunque il triangolo f s t. è eguale al parallelogrammo, & consequente alla superficie del prisma, & perche li rettilinei poligonij circonscritti alli circoli a b. sono simili, haueranno detti rettilinei la medesima proportione, che potentialmente hanno li semidiametri, per la prima del duodecimo di Euclide, hauera adunque il k t d. triangolo al rettilineo poligonio circonscritto intorno al cerchio. b. la medesima proportione, che ha la e d. in potenza alla g. percioche la e d. & g. sono eguali alli semidiametri, ma la proportione che ha potentialmente la e d. alla g. ha similmente la e d. alla s f. in lunghezza, percioche la g. è media proportionale tra le due e d. s f. per esser anchor tra le e d. e f. et a che modo è questo, percioche la d e. è eguale alla e c. & la s e. alla e f. adunque doppia è la c d. alla e d. & la s f. della s e. adunque come la d c. alla d e. cosi la s f. alla f e. adunque il rettangolo fatto dalle due e d. e f. è eguale al rettangolo contenuto dalle c d. s f. ma a quello, che si fa di e d. in e f. è eguale il quadrato g. & a quello adunque che si fa di c d. in s f. medesimamente è adunque come la e d. alla g. cosi la g. alla s f. adunque come la e d. alla s f. cosi il quadrato di e d. al quadrato di g. poiche sono tre rette proportionali, come la prima alla terza, cosi il quadrato della prima al quadrato della seconda, o anche non qua-



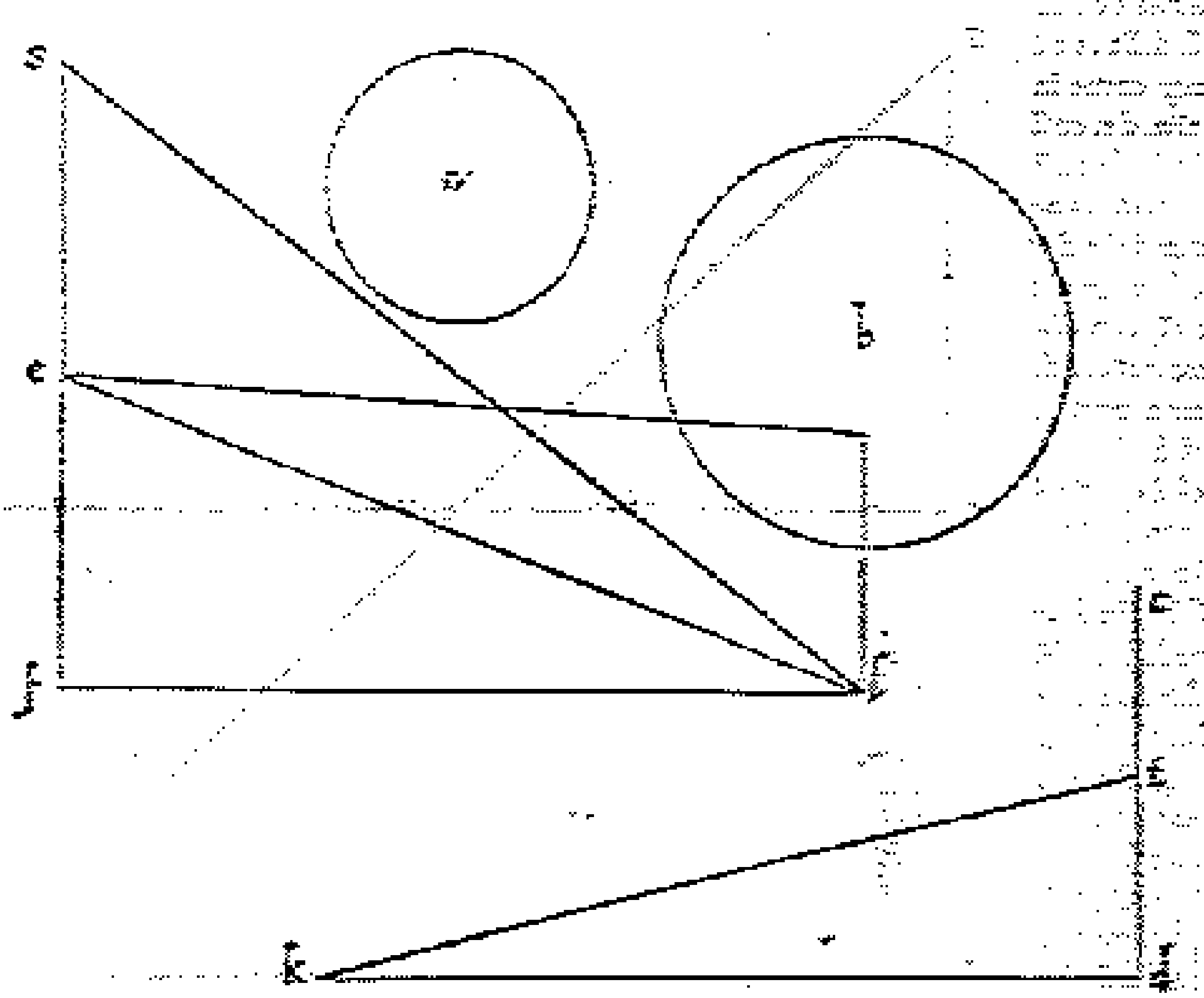


perimetro della figura rettilinea circonscritta al cerchio



perimetro del rettilineo circonscritto al cerchio dratto per che fu fianle, & finalmente descritto per il corrolario della decimaseltima del sesto, ha la proportione, che ha la.t d. alla.s f. in longhezza, quella istessa ha il triangolo.x t d. al triangolo.s l f. percioche le base.k d. l f. sono equali, & li rettangoli equali a detti triangoli, fanno della mita di dette base in tutta la perpendicolare, & se le dette base si poneranno per altezza delli rettangoli, cioe delli triangoli li lati.t d. & .s f. saranno le base, & seguira quello, che habbiamo detto (per la prima del sesto) adunque il.k t d. triangolo al rettilineo circonscritto intorno al cerchio.b. ha la medesima proportione, che ha il triangolo.t x d. al triangolo.s l f. adunque lo.s f g. triangolo e equale al rettilineo, circonscritto intorno al cerchio.b. onde anchora la superficie del prisma circonscritto intorno al cilindro.a. e equale di necessita al rettilineo circonscritto al cerchio.b. & perche menor proportione ha il rettilineo circonscritto al cerchio.b. al rettilineo inscritto dentro al medesimo, che non ha la superficie del cilindro.a. al cerchio.b. per le positioni nostre, menor proportione hauera la superficie del prisma circonscritto al cilindro, alla figura rettilinea inscritta nel cerchio.b. che non ha la superficie del cilindro al detto cerchio.b. & perche la rettilinea inscritta nel cerchio.b. e menore di esso cerchio.b. seguirebbe che la superficie del cilindro.a. alla detta rettilinea hauera maggior proportione (per la ottaua del quinto) che al cerchio.b. seguirebbe adonca, che la proportione della superficie del cilindro.a. alla rettilinea inscritta nel cerchio.b. e molto maggior quella della rettilinea circonscritta alla inscritta nel cerchio.b. donde seguirebbe che la superficie del prisma circonscritto al cilindro haurebbe menor proportione alla detta rettilinea inscritta al cerchio.b. che la superficie del cilindro, onde (per la decima del quinto) la superficie del cilindro sarebbe maggiore della superficie del prisma, laqual cosa e impossibile per le cose dimostrate, anzi e menore, il che e impossibile, percioche la superficie del prisma circonscritta al cilindro e dimostrata esser maggiore della superficie del cilindro, & il rettilineo inscritto al cerchio.b. e menore del cerchio, non e adunque il cerchio.b. menore della superficie del cilindro.

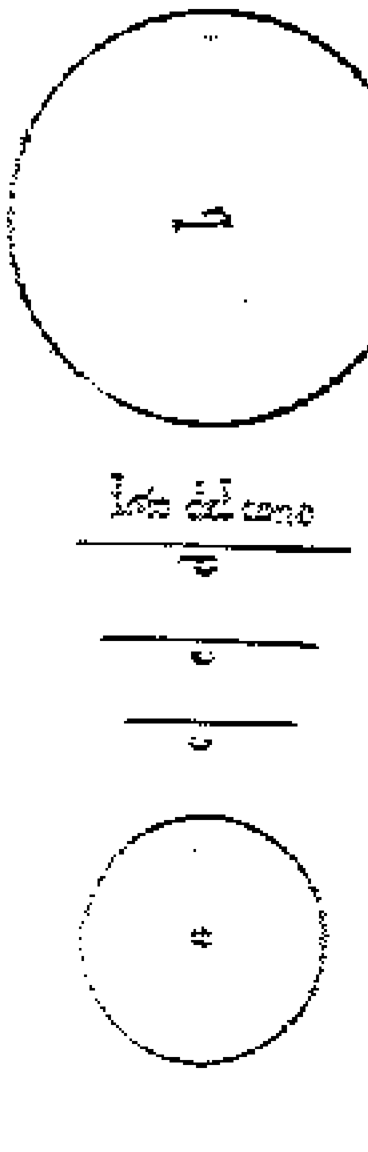
Ma se e possibile, sia maggiore, & anchora intendasi inscritto vn poligonio rettilineo nel cerchio.b. & vn'altro intorno circonscritto, talmente che'l circonscritto allo inscritto habbia menor proportione, che non ha il cerchio.b. alla superficie del cilindro, & inscriuasi nel cerchio.a. vn poli-



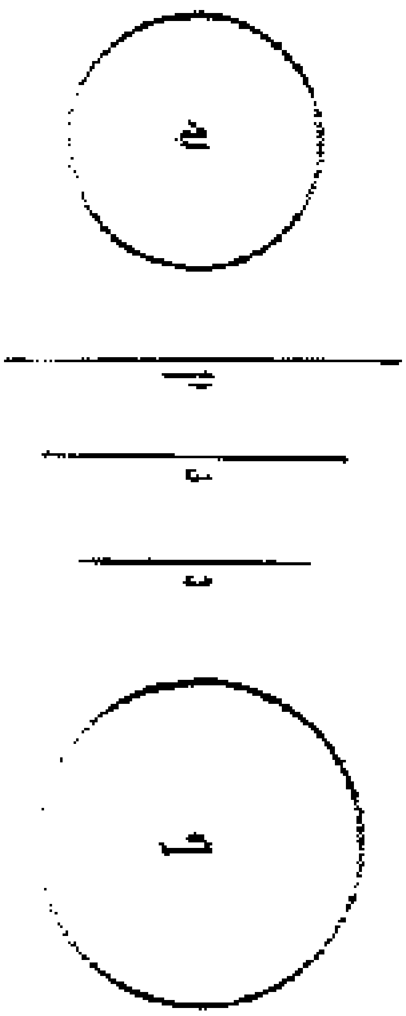
gonio simile allo inscritto nel cerchio.b. & facciasi, ouero compisi il prisma dal poligonio inscritto nel cerchio, & anchora la.k d. sia posta equale al perimetro del rettilineo inscritto nel cerchio a.& la f.i. eguale alla detta.x d.gia fara f.x t d.triangolo maggior del rettilineo inscritto nel cerchio.a.percioche ha per basa il perimetro di quello, & l'altezza maggiore della perpendicolare tirata dal centro a uno delli lati del poligonio, laqual perpendicolare non puo occupar tutto il semidiametro, & per conseguente è menor di t.d.ma il parallelogrammo.e.i. è eguale alla superficie del prisma composta delli parallelogrammi (com'è detto) percioche è contenuta dal lato del cilindro.e.f. & dalla eguale al perimetro del rettilineo, il quale è basa del prisma, onde il triangolo.s i f. viene a esser eguale alla superficie del prisma, & perche simili sono li rettilinei inscritti nelli cerchii, hanno la medesima proportione tra loro, che hanno li semidiametri in potentia (per la prima del 12) com'è detto, & li triangoli.x t d. f s i.hanno tra loro la medesima proportione, che hanno li semidiametri di cerchii in potentia, adunque la medesima proportione havera il rettilineo intrinseco al cerchio.a. al rettilineo intrinseco al cerchio.b.che ha il triangolo.x t d.al triangolo.i f s. & menor è il rettilineo intrinseco al cerchio.a.del triangolo.x t d.adunque menor è il rettilineo intrinseco al cerchio.b.del triangolo.f s i.et per conseguente anchora della superficie del prisma inscritto nel cilindro, il che è impossibile, percioche havendo menor proportione il rettilineo estrinseco allo intrinseco nel cerchio.b.che nō ha esso cerchio.b.alla superficie del cilindro, sara anchor per la proportion permutata, che la proportion del rettilineo estrinseco alla superficie del prisma sara menor di quella, che havera allo intrinseco (per la del quinto) & per conseguente molto menor sara di quella del cerchio.b.alla superficie del cilindro, ma per esser il rettilineo estrinseco maggior del cerchio.b.la proportion di quello alla superficie del cilindro (per la del quinto) sara maggior di quella del cerchio.b.alla cilindrica superficie, & per conseguente molto piu maggior di quella, che ha esso rettilineo estrinseco alla superficie del prisma. Seguirebbe adunque (per la del quinto) che la superficie del prisma fusse maggior della superficie del cilindro, laqual cosa è impossibile per le cose sopradette, ma il detto estrinseco è maggior del suo cerchio.b.adunque maggior è lo inscritto nel.b.che non è la superficie del cilindro, cosi anchora della superficie del prisma, non puo esser adunque maggior il cerchio.b.della superficie del cilindro, & gia di sopra è dimostrato, che ne anche menor puo esser adunque eguale.

24 Di ogni cono di lati eguali la superficie senza la basa è eguale al cerchio, il cui semidiametro è medio proportionale tra il lato del cono, & il semidiametro del cerchio, ch'è basa del cono.

Sia un cono di lati eguali, delquale la basa sia il cerchio.a. & il semidiametro sia la retta.c. & al lato del cono eguale la retta.d. & tra le due.c.d.media proportionale sia la retta.e. & il cerchio.b. habbia il semidiametro sira eguale alla.e.dico che'l cerchio.b. è eguale alla superficie del cono senza la basa, percioche se non è eguale sara over maggiore, over menore, sia prima menore, gia habbiamo due quantita inequali la superficie del cono, & il cerchio.b.& la superficie del cono è maggiore, adunque è possibile inscrivere dentro al cerchio.b. un poligonio equilatero, & circonscrivere un'altro di fuori simile allo intrinseco, talmente che lo estrinseco allo intrinseco habbia menor proportion di quella, che ha la superficie del cono al cerchio.b.intendasi anchora intorno al cerchio.a.circonscritto un poligonio simile a quello, che è circonscritto intorno al cerchio.b. & dal poligonio circonscritto al cerchio.a. compongasi la piramide, che habbia la medesima cima col cono, perche adunque li poligonii sono simili intorno alli cerchii.a.b.hāno tra loro la medesima proportione, che hanno li semidiametri in potentia, & questo si potria provar per la 20 del sesto, & per la prima del 12.percioche la circonscritta figura è posta simile alla inscritta, hanno adunque li detti poligonii, la proportione tra loro, che ha la retta.c.alla.e.in potentia, cioe la.c.alla.d.in longhezza per il corrolario della 19 del sesto, ma la proportione, che ha la.c.alla.d. in longhezza, ha anchora il poligonio circonscritto al cerchio.a.alla superficie della piramide circonscritta intorno al cono, percioche la.c. è eguale alla perpēdicolar tirata dal centro a un di lati del poligonio, & la.d.al lato del cono, & il lato del cono è perpendicolare in ognuno delli triangoli, delliquali si cōpone la superficie della piramide, onde moltiplicando il lato del cono nella mita del perimetro del poligonio si fara la superficie della piramide, & moltiplicando il semidiametro nella medesima mita si fara la superficie del poligonio, ch'è la basa della piramide. Seguira similmente (per la 8 del settimo di Euclide, & se non lo accetassi (per esser la detta decimaottava del settimo in numeri) in linee, costituiro la mita del detto perimetro per altezza delli duoi rettangoli produtti uno eguale al poligonio, l'altro eguale alla piramide, & necessariamente il semidiametro sara basa dello eguale al poligonio, & il lato del cono sara basa dello eguale alla piramide, onde (per la prima del sesto) havero in ogni modo lo intento, cioe che la proportione di.c.a.d.in longhezza, sia la medesima del poligonio circonscritto al cerchio.a.alla superficie della piramide circonscritta al cono, adunque havendo la medesima proportione il poligonio estrinseco al cerchio.a. al poligonio estrinseco al cerchio.b.che ha il medesimo poligonio estrinseco al cer-



chio.a. alla superficie della piramide. Seguita che la piramide sia eguale al poligonio circonscritto intorno al cerchio.b. per la nona del quinto di Euclide, & perche menor proportione ha il rettilineo estrinseco al cerchio.b. allo intrinseco, che non ha la superficie del cono al cerchio.b. per il presupposito menor proportione haverà la superficie della piramide circonscritta intorno al cono al rettilineo intrinseco al cerchio.b. che non ha la superficie del cono a esso cerchio.b. il che è impossibile, argumentando come nelle due passate habbiamo fatto, seguiria che la superficie della piramide fusse menore della superficie del cono, che è impossibile, percioche di sopra habbiamo dimostrato la superficie della piramide esser maggiore del cono, & il rettilineo inscritto al cerchio.b. è menore del cerchio, non è adunque il cerchio.b. menor della superficie del cono.

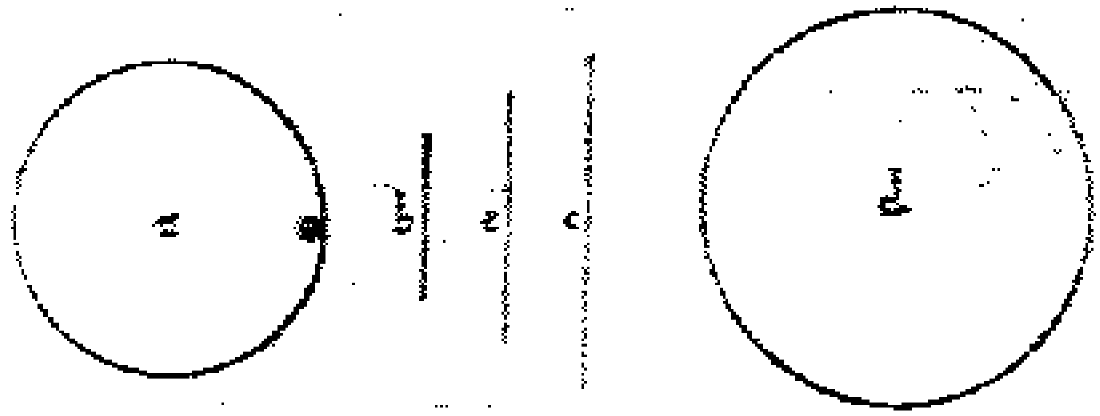


Dico anchora, che non è maggiore, ma se possibile è sia maggiore, & intendasi andare dentro, & fuori al cerchio.b. duoi poligonij, delliquali lo estrinseco habbia menore proportione allo intrinseco, che non ha il cerchio.b. alla superficie del cono, percioche quivi il cerchio si pone maggiore, & il cono menore, & dentro al cerchio.a. s'intenda inscritto un poligonio simile allo inscritto nel cerchio.b. & compiasi la piramide havente la medesima cima col cono, & perche li poligonij inscritti dentro alli cerchij sono simili tra loro, haveranno anche tra loro la medesima proportione, che hanno li semidiametri in potenza, adunque un poligonio all'altro ha la medesima proportione, che ha la.c. alla.d. in longhezza, ma la.c. alla.d. in longhezza ha maggior proportione, che non ha il poligonio inscritto nel cerchio.a. alla superficie della piramide inscritta nel cono, percioche il semidiametro del cerchio.a. al lato del cono, ha maggior proportione, che non ha la perpendicolare tirata dal centro a uno delli lati del poligonio alla perpendicolare tirata dalla cima del cono al medesimo lato del poligonio, & questo s'intende, perche si fanno sotto la medesima altezza del cono 2 triangoli ortogonij, uno ha il lato opposito al retangolo, il lato del cono, l'altro ha la perpendicolar tirata dalla cima del cono a mezo il lato del poligonio, ma il semidiametro del cerchio è maggior della perpendicolar del poligonio, & il lato del cono è maggior della perpendicolar tirata dalla cima del cono al lato del poligonio, laqual vien a esser anche perpendicolar della piramide, cioè delli triangoli componenti la piramide, & il lato del cono al semidiametro del cerchio è duplo in potenza, conciosia che'l cono sia fatto dal triangolo di duoi lati eguali, percioche cosi lo pono in questo luogo per piu chiarezza, ma seguirà cosi anche in ogn'altro, ma la perpendicolare tirata dalla cima del cono alli lati del poligonio alla perpendicolar tirata dal centro del cerchio alli medesimi lati è più che dupla in potenza, percio che è eguale in potenza alla perpendicolar tirata dal centro al lato del poligonio, & a una maggior di quella, ch'è l'altezza, over asse del cono, adunque la perpendicolar tirata dalla cima del cono al lato del poligonio, comparata alla perpendicolar tirata dal centro ha maggior proportione, che non ha il lato del cono al semidiametro del cerchio, percioche quella è più che dupla in potenza, & questa non è se non dupla, adunque rivolgendo dalli menor termini alli maggiori sarà il contrario, maggior sarà la subdupla in potenza, che l'altra, laqual è più che subdupla. Et essempi gratia la dupla è maggior della sesquialtera, nõdimeno la subsesquialtera è maggior della subdupla, conciosia che nella subsesquialtera il menor termine occupi maggior parte del maggior termine, che nella subdupla, come.2. occupa maggior parte di.3. che nõ fa il.2. di.4. percioche quel primo occupa li due terzi, & questo nõ occupa se nõ la metà, ma ogni quãtità maggior d'un'altra in potẽza è anche maggior in lõghezza, adunque è vero il nostro dir di prima, che la.c. alla.d. cioè il semidiametro del cerchio, al lato del cono ha maggior proportion, che nõ ha il catheto tirato dal medesimo cẽtro del cerchio al lato del poligonio, al catheto tirato dalla cima del cono al lato del medesimo poligonio, adunque maggior proportione ha il poligonio inscritto nel cerchio.a. allo inscritto nel cerchio.b. che non ha il medesimo poligonio alla superficie della piramide, perche tal proportion ha la superficie poligonia inscritta nel cerchio.a. alla superficie della piramide, che ha la perpendicolar tirata dal centro alla perpendicolar tirata dalla cima della piramide al lato della poligonia inscritta per la prima del sesto, perche ambe sono sotto una medesima altezza, ch'è la metà della summa di lati della poligonia inscritta, cioè del perimetro del poligonio, adunque maggior è la superficie della piramide, che non è il poligonio inscritto nel cerchio.b. per la 10 del quinto, ma menor proportione ha per il presupposito, il poligonio circonscritto allo inscritto nel cerchio.b. che nõ ha esso cerchio.b. alla superficie del cono, adunque il poligonio estrinseco al cerchio.b. alla superficie della piramide inscritta nel cono, molto menor proportione haverà, che non ha il cerchio.b. alla superficie del cono, il che è impossibile, argumentando come nelle passate habbiamo fatto, percioche il poligonio circonscritto è maggior del cerchio.b. & la superficie della piramide inscritta nel cono è menor della superficie del cono, adunque il detto cerchio non è maggior della superficie del cono, & habbiamo dimostrato, che ne anche menor puo esser, adunque è eguale.

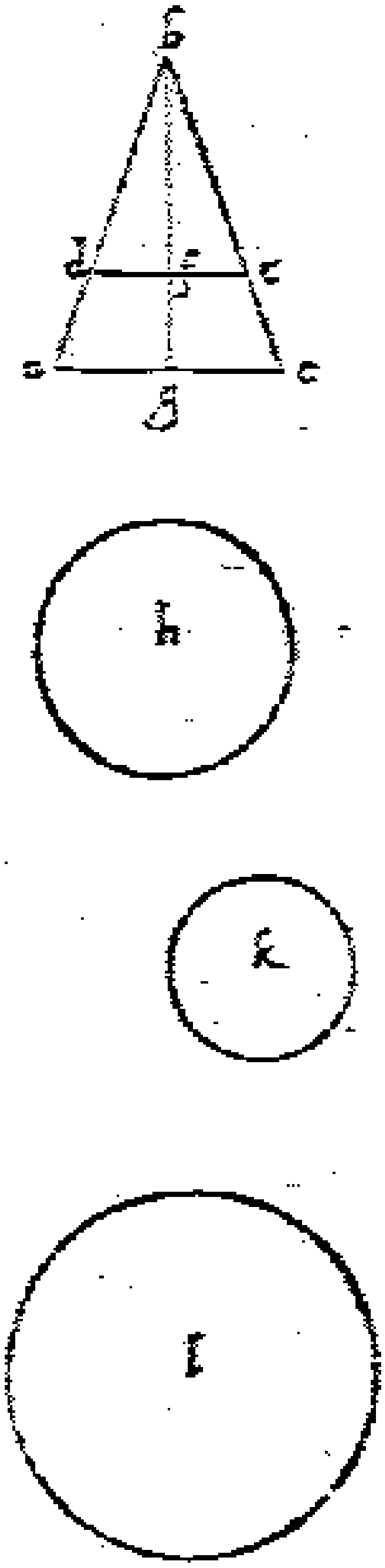
Che

Che la basa della piramide alla superficie della sua piramide habbia la proportione, che ha la perpendicolare tirata dal centro della basa a mezzo il lato, alla perpendicolare tirata dalla cima al medesimo lato, il quale è basa di duoi triangoli, cosi si proua, perche il medesimo lato, ouer la medesima mita di tutto il perimetro, si multiplica nella tirata dal centro a far la superficie della basa, & nella tirata dalla cima a far la superficie della piramide (p la .18 del settimo) seguita l'intento, ouer (p la prima del sesto) facēdo la detta mita di perimetro, altezza, & le perpēdicolari facendo base.
Che la basa del cono al suo cono habbia la proportione, che ha il diametro della basa al lato di detto cono vederai qua di sotto.

25 Di ogni cono di lati equali la superficie alla sua basa, ha la medesima proportion, che ha il lato del cono alla retta tirata dal centro della basa alla circonferentia, cioe al semidiametro della basa.

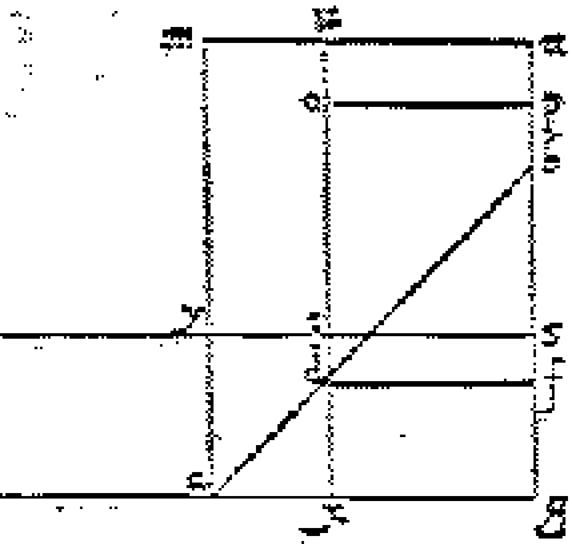


Sia vn cono di lati equali, del quale la basa sia il cerchio .a. & al semidiametro sia equale la .b. & al lato del cono la .c. qui bisogna dimostrare, che la superficie del cono al cerchio .a. ha la medesima proportione, che la .c. alla .b. pigliasi tra la .b. & la .c. la media proportionale .e. & pongasi vn cerchio, del quale il semidiametro sia equale alla .e. & sia il detto cerchio .d. adunque il cerchio .d. è equale alla superficie del cono, questo si è dimostrato nel theorema precedente, & si ha dimostrato, che'l cerchio .d. al cerchio .a. ha la proportione, che ha la .c. al .b. in longhezza, percioche l'una, & l'altra è la medesima, che è anche della .e. al .b. in potentia, conciosia che li cerchij sono l'uno al l'altro, come sono li quadrati delli diametri l'uno all'altro, & similmente come li quadrati delli semidiametri, percioche la proportione che ha il tutto al tutto, ha anchora la mita alla mita, ma li semidiametri sono equali alle .b. e. adunque è manifesto, che la superficie del cono al cerchio .a. ha la proportione, che ha la .c. alla .b. in longhezza.



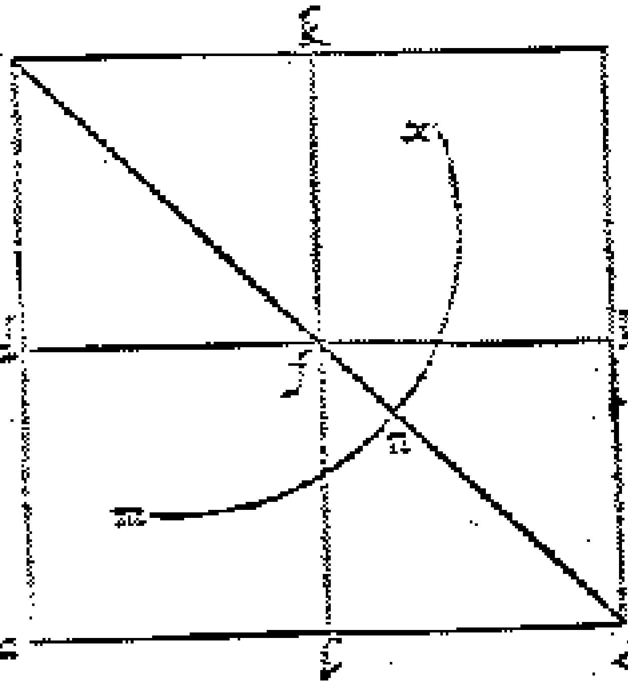
26 SE vn cono isoscele, cioe di lati equali, sia segato da vna superficie equidistante alla basa, alla superficie del cono compresa tra le due superficie equidistanti sara equale vn cerchio, il cui semidiametro è medio proportionale tra il lato del cono, che si contiene tra le superficie equidistanti, & vna retta equale alli semidiametri di ambiduoi li cerchij equidistanti, delliquali vno è la basa del cono, l'altro è nella superficie segante.

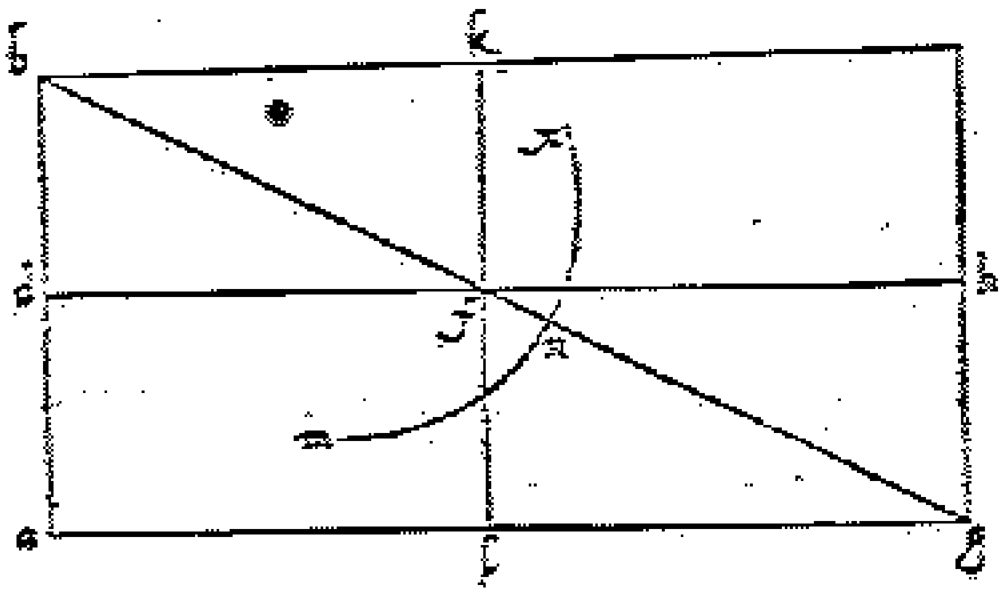
Sia vn cono tale, & sia diuiso per il suo asse dal triangolo .a b c. & poi per l'altro verso sia diuiso da vna superficie parallela alla basa, & sia il segamento la retta .d e. & lo asse del cono sia .b g. & pongasi vn cerchio, del quale il semidiametro sia medio proportionale tra la .a d. & ambedue insieme le .d f. a g. & sia questo cerchio .h. dico che questo cerchio .h. è equale alla superficie del cono, laquale è tra le due superficie .d e. a c. Siano posti duoi altri cerchij .l. & .k. & il semidiametro del .k. multiplicato in se stesso faccia il prodotto di .b d. in .d f. & il semidiametro dello .l. multiplicato in se stesso sia equale al rettangolo fatto di .b a. in .a g. adunque il cerchio .l. è equale alla superficie del cono .a b c. & il cerchio .k. è equale alla superficie del cono .d b e. & questo per la quartadecima nostra precedente, percioche a questo modo il semidiametro del .k. è medio proportionale tra .b d. & .d f. & il semidiametro di .l. è medio proportionale tra .b a. & .a g. conciosia che di trar quantita proportionali continue, tanto fa la prima nella terza quanto la seconda in se stessa, & perche il prodotto di .b a. in .a g. è equale al prodotto di .b d. in .d f. & al prodotto di .a d. nelle due giōte insieme .d f. & .a g. percioche la .d f. è parallela alla .a g. ma al fatto di .a b. in .a g. è equale il quadrato del semidiametro del cerchio .l. & al fatto di .b d. in .d f. è equale il quadrato del semidiametro del cerchio .k. & al fatto di .d a. nelle .a cōgionte insieme .d f. a g. è equale il quadrato del semidiametro del cerchio .h. adunq; il quadrato del semidiametro del cerchio .l. è equale alli .2. quadrati delli duoi semidiametri delli duoi cerchij .k. h. onde il medesimo cerchio .l. è equale alli duoi cerchij .k. h. ma il cerchio .l. è equale alla superficie del cono .b a c. et il .k. alla superficie del cono .d b e. adunque il resto della superficie del cono, il qual resto è tra la .d e. & .a c. è equale al cerchio .h.
Ma quello che habbiamo detto di sopra, che'l fatto di .b a. in .a g. è equale al fatto di .b d. in .d f. & al fatto di .a d. nelle due cōgionte insieme .d f. & .a g. cosi si prouara. Sia distinta dal pōto .a. la retta .a m. equidistante alla .b g. & equale al lato .b a. & compisasi il parallelogrammo .a m n g. gia questo è il fatto di .b a. in .a g. sia distinta similmente dal pōto .d. la equidistante a .b g. & equale a .b d. & sia .d o. & compisasi il parallelogrammo .d o p f. gia questo è il fatto di .d b. in .d f. aggiongasi alla retta .a g. in longo verso il ponto .a. la retta .a q. equale a .d f. gia tutta la retta .g q. è equale alle due .a g. et .d f. & distintasi dal ponto .q. la retta .q r. equale a .d a. & equidistante a .b g. & cōpisasi il parallelo-



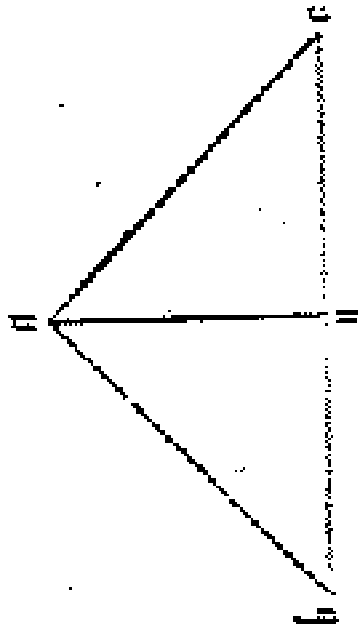
grammo q r s g. il quale dico esser eguale al resto del parallelogrammo a m n g. cauatone il parallelogrammo d o p f. essendo tutta a m. eguale a b a. & la parte a y. eguale a d a. per esser eguale a q r. adunque il resto m y. è eguale a d b. ma r u. è eguale a q y. adunque r u. è eguale a d b. & per consequente a d o. adunque il rettangolo r u n s. è eguale al rettangolo d o p f. adunque r u n s. è il fatto di d b. in d f. & perche r u n s. è eguale a d o p f. [illegible] di qua, & di la le parti commune, il rettangolo r o p s. resta o u n p. eguale a d r s f. & perche s g. è eguale a q r. & anche eguale a d a. & x g. è eguale a d f. cioe a q. adunque il rettangolo x r s g. è eguale al rettangolo q r y. adunque il gnomone m x s. è eguale al gnomone u a r. ma il gnomone m x s. è il resto del fatto di b a. in a g. cauatone il fatto di b d. in d f. cioe r u n a.

Sia vn parallelogrammo b a g. & il diametro sia b g. & seguiti il lato b a. a ventura nel ponto d. & dal ponto d. sia tirata d k. equidistante a a g. & per il ponto f. la h l. equidistante a b a. dico che il fatto di b a. in a g. è eguale al fatto di b d. in d f. & al fatto di d a. in ambedue le d f. a g. percioche il fatto di b a. in a g. è tutto il b g. & il fatto di b d. in d f. è tutto il b f. & il fatto di d a. in ambedue d f. & a g. è il gnomone m n x. conciosia che il fatto

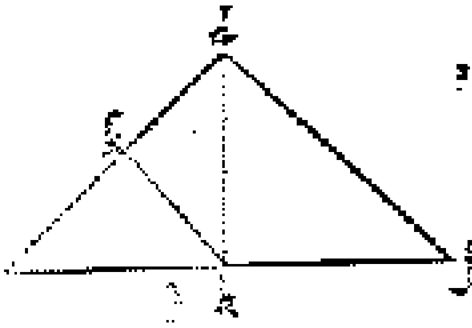




di d a. in a g. è eguale al k g. perche il parallelogrammo k h. è eguale al d l. per la 43. del primo di Euclide, & il fatto di d a. in d f. al d l. adunque tutto il gnomone b g. cioè il fatto di b a. in a g. è eguale al fatto di b d. in d f. & al gnomone m n x. il quale è eguale al fatto di d a. nell'una, & l'altra congiunte a g. d f. ma questo sara piu in proposito se tu metti, che a g. sia eguale a b a. il che se si fa sara molto piu euidente, facciamo adunque la figura qui di sotto accommodata al proposito, ancho che la propositione nostra 16. superiore del cono [illegible] non dica il fatto di d a. nelle amb edue a g. & d f. ma piu presto il fatto di f g. in a g. & d f. come ben è dimostrato nel lemma precedente, e pero quest'altro anchor che sia vero non è pero in proposito, conciosia che d a. sia parte dell'asse del cono, & f g. è parte del lato, onde nasce gran differentia dal lemma nostro precedente a questo, il quale habbiamo qui cosi ritrouato, ma bello è vedere, che la conclusion seguita con questo, [illegible] d a. come f g. per le dimostrationi fatte di sopra dobbiamo hauer imparato prima, che i coni di vna medesima altezza sono in medesima proportione, che le sue basi, & gli hauendo le basi eguali sono in medesima proportione con le altezze. Et se vn cilindro sara segato da vna superficie equidistante alla basa, cosi sara il cilindro al cilindro, come le asse alle asse. Et gli cilindri sono proportionati li coni hauendo le medesime basi con li cilindri. Et delli coni eguali le basi hanno conuersa proportione alle altezze, & se le basi con le altezze sono in proportione conuersa, cioe reciproca, li coni sono eguali. Et li coni delliquali li diametri delle basi hanno la medesima proportione alli assi, cioe alle altezze, questi a quelle, & quelle a questi, sono in tripla proportione delli diametri delle basi. Nota nella dimostratione seguente, ch'egli è errore a dir fatti da triangoli di duoi lati eguali, percioche se ambi fussero cosi, sarebbe impossibile, che fussero eguali l'uno all'altro non hauendo, & lati, & diametri, & altezze, & basi, ogni cosa eguale, e pero le habbiamo scancellato seguitando la ragion scritta di sopra.

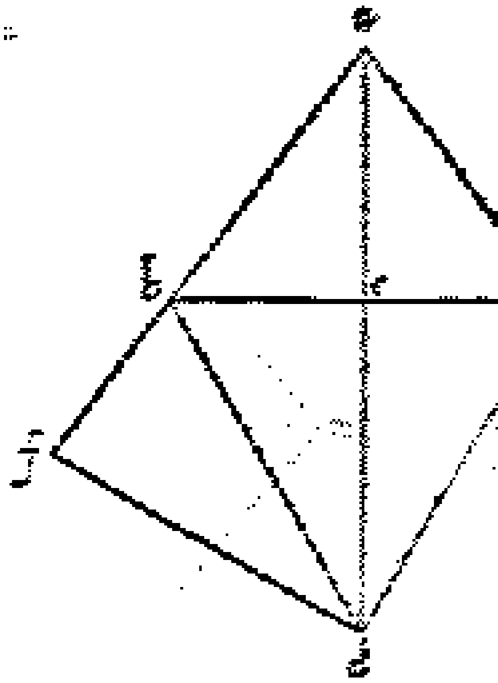


17 Siano duoi coni di lati eguali a b c. d e f. & dello a b c. la basa sia eguale alla superficie del d e f. & l'altezza a g. sia eguale alla tirata dal centro della basa del cono d e f. cioe da h. al lato del cono, come sara il cathetto h k. tirato al lato d e. dico che li coni sono eguali, percioche essendo eguale la basa dello a b c. alla superficie del d e f. et le quantita eguali a vna medesima proportione, adunque come la basa del b a c. alla basa del d e f. cosi la superficie del d e f. alla basa del d e f. ma come la superficie alla propria basa, cosi d h. alla h k. percioche questo è dimostrato, che d'ogni cono la superficie alla basa ha la medesima proportione, che ha il lato del cono alla tirata dal centro della basa, cioe la d e. alla e h. ma come la e d. alla h e. cosi la d h. alla h k. percioche li triangoli d h e. & d h k. sono simili, & equiangoli, ma la h k. è eguale alla a g. adunque come la basa del b a c. alla basa del d e f. cosi l'altezza del d e f. all'altezza del b a c. adunque delli coni b a c. d e f. le basi sono reciproce alle altezze, adunque il b a c. è eguale al d e f.



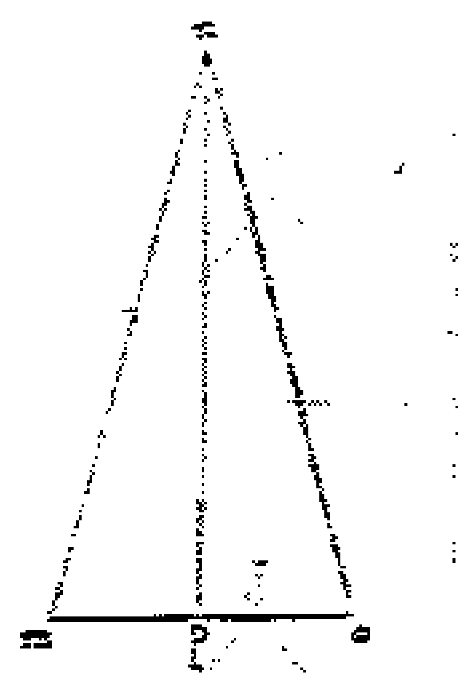
Ad ogni

18 AD ogni rhombo composto di coni isoceli è eguale un cono havente la basa eguale alla superficie di uno delli coni, che comprendono il rhombo, & l'altezza eguale al catheto tirato dalla cima dell'altro cono a uno delli lati di esso altro cono.

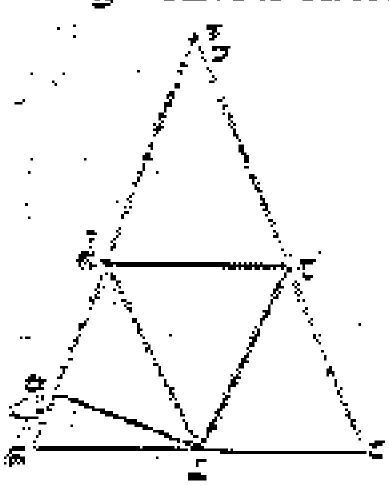


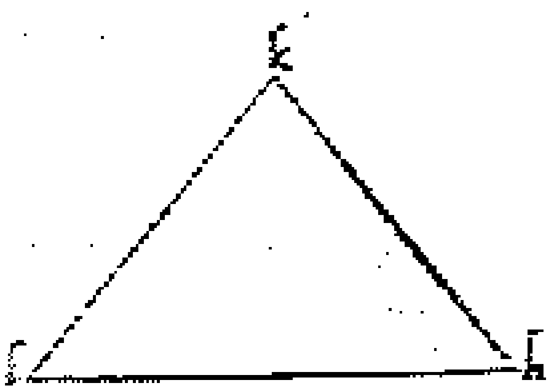
Sia un rhombo composto di coni isoceli a b c d. del qual la basa sia il cerchio, che habbia per diametro la retta b c. & l'altezza sia a d. & pongasi un certo altro cono g h k. havente la basa eguale alla superficie del cono a b c. & l'altezza eguale al catheto tirato dal ponto d al lato a b. over al medesimo lato a b. tirato in longo alla dritta, & sia la retta d f. & l'altezza del h g k. sia h l. già h l. è eguale alla d f. per questa così sarà hipothesi. Dico anchora che 'l cono è eguale al rhombo, pongasi un'altro cono m n o. che habbia la basa eguale alla basa del cono a b c. & l'altezza eguale al la a d. & sia la sua altezza n p. perche adunque la n p. è eguale alla a d. sarà come la n p. alla d e. così la a d. alla d e. ma come la a d. alla d e. così lo a b c d. rhombo al b c d. cono, & come la n p. alla d e. così il cono m n o. al cono b c d. percioche le lor base sono eguali, adunque come il cono m n o. al cono b c d. così il rhombo a b c d. al cono b c d. adunque il cono m n o. è eguale al rombo a b c d. & perche la superficie dello a b c. è eguale alla basa del g h k. adunque come la superficie dello a b c. alla propria basa, così la basa del g h k. alla basa dello m n o. conciosia che la basa dello a b c. sia eguale alla basa dello m n o. Ma come la superficie dello a b c. alla propria basa, così a b. a b e. cioè la a d. alla d f. conciosia che li triangoli siano simili, adunque come la basa del g h k. alla basa dello m n o. così la a d. alla d f. & la a d. è eguale alla n p. per il presupposito primo, & la d f. alla h l. adunque come la basa del g h k. alla basa dello m n o. così la n p. altezza alla h l. adunque delli duoi coni g h k. m n o. le base alle altezze sono in reciproca proportione, adunque per il correlario nostro fatto di sopra, li coni sono eguali, & già habbiamo dimostrato, che 'l cono m n o. è eguale al rombo a b c d. & lo g h k. cono, adunque sarà eguale al medesimo rombo.

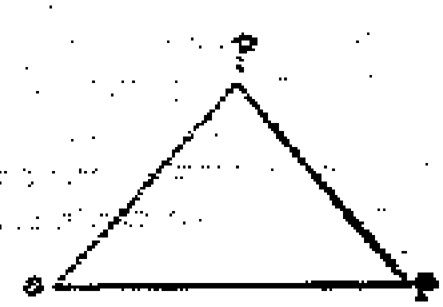
19 SE un cono di lati eguali sarà segato da una superficie parallela alla basa, & dal cerchio fatto nel segamento si descriva un cono menore, c'habbia la sua cima il centro della basa, & il rombo fatto per queste tal positioni si levi via da tutto il cono, a quello che resta sarà eguale un cono havente la basa eguale alla superficie del cono, che è tra li duoi cerchij paralleli, & l'altezza eguale alla perpendicolare tirata dal centro della basa ad uno delli lati del cono.

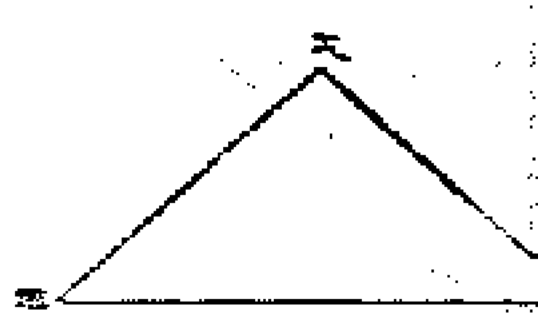


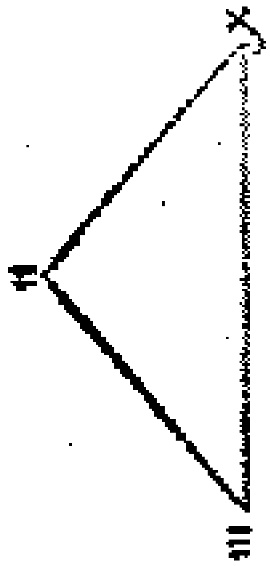
Sia un cono isocele a b c. & seghisi da un piano parallelo, over equidistante alla basa, & sia il segamento d e. & della basa il centro sia f. & dal cerchio fatto intorno al d e. diametro, descrivasi un cono, che habbia la cima f. già a questo modo la figura b d f e. viene a esser un rombo fatto di duoi coni isoceli, pongasi un'altro cono k h l. del quale la basa sia eguale alla superficie contenuta tra li duoi cerchij d e. & a c. per il modo, che insegna la 16 di questo, & l'altezza al catheto tirato dal centro, over cima f. al lato a b. & sia f g. Dico che intendendosi levato il rombo b d f e. dal cono a b c. che al restante sarà eguale lo h k l. cono. Siano posti duoi coni m n x. o p r. talmente che la basa dello m n x. sia eguale alla superficie dello a b c. & l'altezza eguale alla f g. per tal positione il cono m n x. viene a esser eguale al cono a b c. percioche se sono duoi coni di lati eguali, & la superficie di uno sia eguale alla basa dell'altro, & la perpendicolare tirata dal centro della basa al lato del cono sia eguale all'altezza, li coni sono eguali (per la 17 di questo) ma la basa dell'altro cono o p r. sia posta eguale alla superficie del cono d b e. & l'altezza alla f g. per tal positione il cono o p r. viene a esser eguale al rombo b d f e. percioche questo è stato mostrato di sopra nella precedente. Ma perche la superficie del cono a b c. è composta della superficie del b d e. & della comprendeta tra li duoi cerchij d e. & a c. & la superficie dello a b c. è eguale alla basa dello m n x. & la superficie del d b e. è eguale alla basa dello o p r. & la comprendeta tra li duoi cerchij d e. & a c. è eguale alla basa del h k l. adunque la basa dello m n x. è eguale alle base delli duoi h k l. o p r. & li coni sono sotto la medesima altezza, adunque il cono m n x. è eguale alli duoi h k l. o p r. ma il cono m n x. è eguale al cono a b c. & il cono p o r. al rombo b d f e. adunque il cono h k l. che resta sarà eguale al resto del cono.



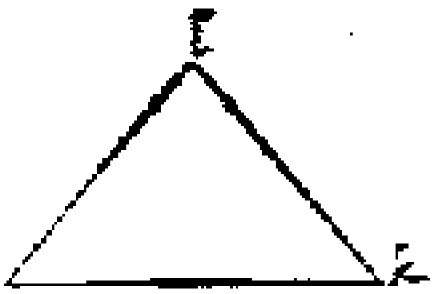




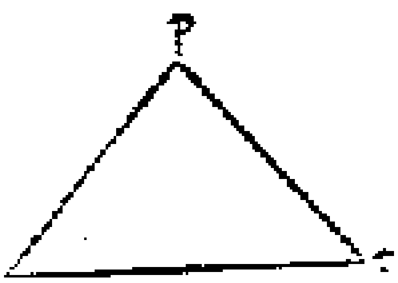


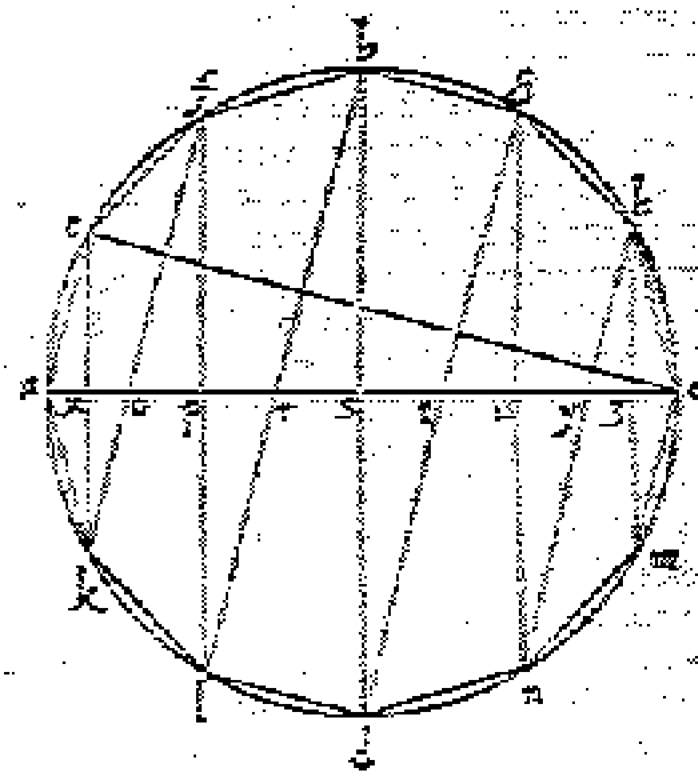


20 Sia vn rhombo composto di duoi coni di basi equali a b c d. & vno delli duoi coni sia segato da vn piano parallelo alla basa, & sia tal segamento la retta e f. & dal cerchio fatto intorno al diametro e f. descriuasi vn cono, che habbia in cima medesima con l'altro cono, cioe il ponto d. gia con queste positioni è fatto vn rhombo e d f b. & intendasi questo menor rhombo leuato via dal maggiore, & pongasi vn'altro cono h k l. hauente la basa eguale alla superficie, che è tra a c. & e f. & l'altezza eguale al catheto tirato dal ponto d. al lato b a. ouero al medesimo tirato in longo al diretto, come è stato detto di sopra. Dico che'l cono h k l. è eguale a quello, che resta del rhombo maggior a b c d. leuando il menor b e d f. siano posti duoi coni m n x. o p r. & la basa dello m n x. sia eguale alla superficie del cono a b c. & l'altezza eguale alla perpendicolare d g. gia per le cose dimostrate di sopra il cono m n x. è equale al rhombo a b c d. & del cono o p r. la basa è equale alla superficie del cono e b f. & l'altezza alla d g. gia similmente il cono o p r. è equale al rhombo b d e f. & perche similmente la superficie del cono a b c. è composta della superficie dello e b f. & di quella, che è comprendenta in mezo tra e f. & a c. & la superficie del cono a b c. è equale alla basa dello m n x. & la superficie dello e b f. è equale alla basa del cono o p r. adunque la basa dello m n x. è equale alle basi delli duoi o p r. h k l. & li coni sono la medesima altezza, adunque il cono m n x. è equale alli duoi h k l. o p r. ma lo m n x. è equale al rhombo a b c d. & lo o p r. cono al menor rhombo b e d f. adunque il cono h k l. che resta è equale al resto di tal rhombo.

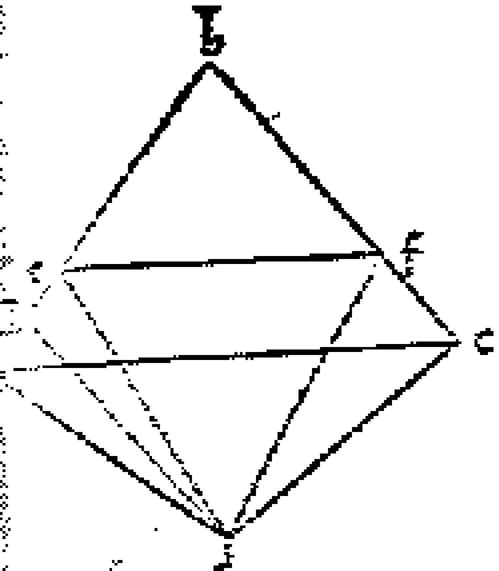


21 Se dentro a vn cerchio sara inscritto vn poligonio di lati in numero pari, & in longhezza equali, & siano tirate le rette, che congiungano li lati del poligonio, talmente che siano paralelle a vna qual si voglia delle subtendente sotto li duoi lati del poligonio, le dette rette, che congiungono li lati tutte hanno la medesima proportione al diametro del cerchio, che ha la subtendente alla mita delli lati cauatone vno, al lato del poligonio. Sia il cerchio a b c d. & sia inscritto dentro il poligonio a e f b g h c m n d l k. & congiungasi tirando le rette, li ponti e k. f l. b d. g n. h m. egli è manifesto, che le dette sono paralelle alla subtendente alli duoi lati del poligonio.





Dico adunque che tutte le dette al diametro del cerchio a c. hanno la medesima proportione, che ha la k c. alla c a. siano tirate le rette f k. l b. g d. h n. gia la f k. è paralella alla e a. & la b l. alla f k. & la d g. alla b l. & la h n. alla d g. & la c m. alla h n. & perche sono due paralelle la e a. k f. & due tirate a trauerso e k. & a o. adunque così è la k x. alla x o. come la e x. alla x a. (per la similitudine di duoi triangoli) k x o. & e x a. & come la k x. alla x o. così la f p. alla p o. & come la f p. alla p o. la l p. alla p r. & come la l p. alla p r. così la b s. alla s r. & come la b s. alla s t. così la d s. alla s t. & come la d t. alla t g. la g u. alla u t. & come la g u. alla u t. così la n u. alla u y. & come la h u. alla u y. la h z. alla z y. & come la h z. alla z y. la m z. alla z c. adunque tutte a tutte hanno la proportione, che ha vna a vna, adunque come e x. a x a. così e k. f l. b d. g n. h m. al diametro a c. ma come x e. a x a. così c e. la e a. adunque come c e. alla e a. così tutte alle e k. f l. b d. g n. h m. a tutto il diametro a c.

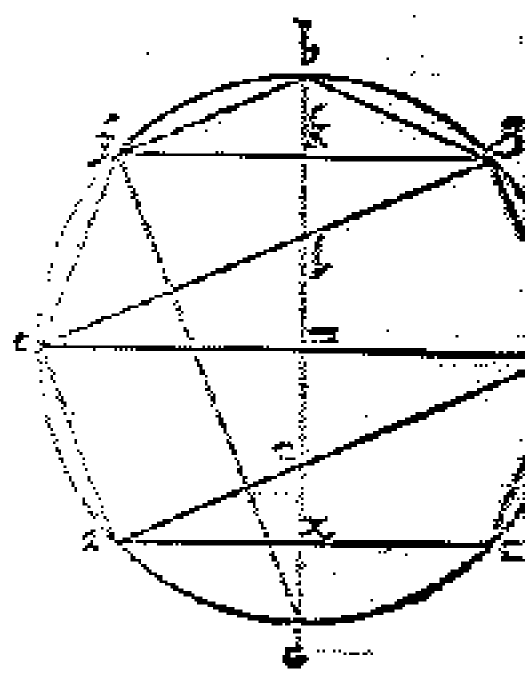


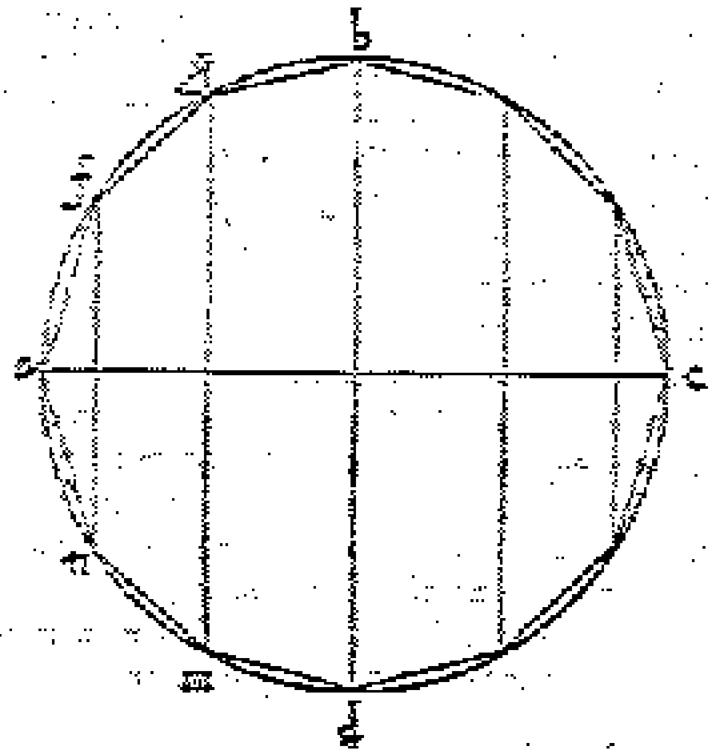
22 Sia tirata per il cerchio a b c. la retta a c. a ventura, & sopra la retta a c. presa per basa inscriuasi dentro alla portione a b c. vn poligonio di lati in numero pari, & tra loro equali di longhezza eccetto la basa a c. & siano tirate le rette f g. e h. lequali sono paralelle alla basa della portione, dico che come le f g. e h. a x. alla b x. altezza della portione, così la d f. alla f b. descriuansi similmente anchora le rette g e. a h. gia sono paralelle alla b f. & per tal positione sara come la k f. alla k b. così la g x. alla x l. & la e m. alla m l. & la m h. alla m n. & la x z. alla x n. adunque come tutte a tutte, così ciascuna a ciascuna adunque come li f g. e h. a x. alla b x. altezza, così la f k. alla k b. ma come la l k. alla k b. così d f. a f b. adunque come d f. a f b. così le rette f g. e h. a x. alla b x.

Sian

23 SIa in vna sphera il maggior cerchio. a b c d. & siaui inscritto dentro vn poligonio di lati eguali, & siano tanti per numero, che possano esser partiti per quattro senza frattione, & siano duoi diametri in lui a c. & d b.

Se in questo tal cerchio fermo il diametro. a c. si moua intorno lo. a b c. circolo col poligonio suo dentro, cosa manifesta è, che la circonferentia di tal cerchio scorrera per la superficie della sphera, & gli angoli del poligonio, eccetto quelli che sono alli ponti. a. c. scorreranno per circonferentie di cerchij retti al cerchio. a b c d. nella superficie della sphera, & li diametri di tai cerchij saranno le rette, che congiungono gli angoli del poligonio paralleli al diametro. b d. & li lati del poligonio scorreranno per certi coni li duoi. a f. & . a n. per la superficie di vn cono, delqual la basa sara vn cerchio, che hauera per diametro la. f n. & la cima il ponto. a. & li duoi f g. m n. scorreranno per vna certa superficie conica, dellaqual la basa sara il cerchio intorno al diametro. m g. & la cima sara vn ponto fuora della sphera, doue concorreranno insieme, & col diametro. a c. le. f g. m n. tirate diritto in longo, & li duoi lati. b g. m d. saranno trasportati per vna superficie conica, dellaquale sara la basa il cerchio intorno al diametro. b d. retto al cerchio. a b c d. cioe che col segamento fa gli angoli retti, & la cima sara vn ponto similmente fuori della sphera, doue s'incontraranno insieme tra loro, & col diametro. a c. le rette menate in longo alla diritta. b g. & . d m. similmente nell'altro semicircolo, li lati del poligonio scorreranno intorno per superficie conice simili alle dette.

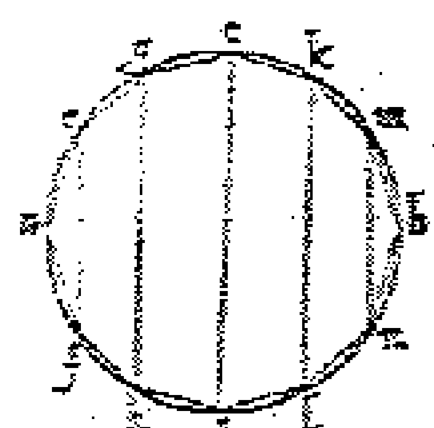


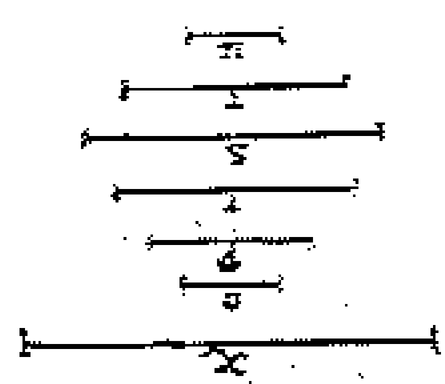


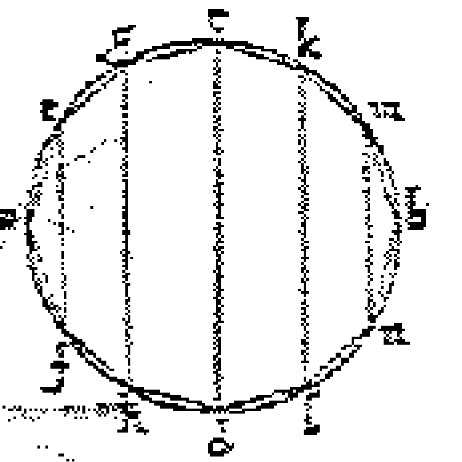
Adunque nella sphera è inscritta vna figura, laqual è contenuta dalle predette superficie conice, dellaqual figura la superficie è minore della superficie della sphera, percioche essendo diuisa la sphera da vn piano retto al cerchio. a b c d. per il diametro. b d. la superficie di vn de gli hemisperij, & la superficie della figura inscrittaui dentro, hanno le medesime estremita in piano, percioche di ambe le dette superficie, lo estremo è la circonferentia del cerchio fatto intorno al diametro. b d. il qual cerchio sara retto al cerchio. a b c d. & l'una, & l'altra son curue verso le medesime parti, & l'una è contenuta dall'altra, & dal piano, che ha li medesimi estremi con l'una, & l'altra, lequai cose tutte si verificaranno medesimamente nell'altro hemisperio, adunque la superficie di tutta la figura inscritta sara menor della superficie della sphera.

24 LA superficie di vna figura inscritta in vna sphera è eguale al cerchio, delquale il semidiametro multiplicato in se stesso è eguale al fatto del lato della figura, & di vna eguale a tutte quelle rette, che congiongono li lati del poligonio, lequai rette sono paralle alla subtendente delli duoi lati del poligonio.

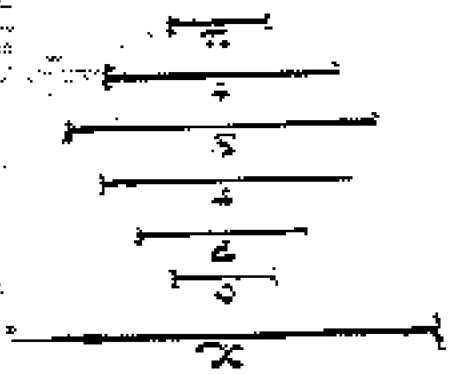
Sia in vna sphera il massimo cerchio. a b c d. & nel detto cerchio inscriuasi vn poligonio di lati eguali, il numero delliquali lati possa esser partito per quattro senza frattioni, & da questo poligonio cosi inscritto intendasi al moto del cerchio (come habbiamo insegnato nella precedente) descritta vna certa figura nella sphera, & siano tratte le rette. e f. g h. c d. k l. m n. paralle alla retta subtendente li duoi lati, & pongasi vn cerchio, il cui semidiametro sia. x. delqual semidiametro il quadrato sia eguale al rettangolo contenuto dalla retta. a e. & da vna eguale alle rette. e f. g h. c d. k l. m n. dico, che questo cerchio descritto secondo. x. è eguale alla superficie della figura inscritta nella sphera. Siano posti circoli, li semidiametri di quali siano. o. p. r. s. t. u. & il quadrato del semidiametro. o. sia eguale al fatto di. e a. nella mita di. e f. & il quadrato di. p. sia eguale al contenuto sotto. e a. & sotto la mita delle rette. e f. g h. & il quadrato di. r. sia eguale al fatto di. a e. nella mita delle rette. g h. c d. & il semidiametro. s. multiplicato in se stesso, sia eguale al fatto di. e a. nella mita delle rette. c d. k l. & il semidiametro. t. vaglia in potentia il fatto di. a e. nella mita delle rette k l. m n. & il semidiametro. u. in potentia sia eguale al fatto di. a e. nella mita di. m n. per questo cosi fatte positioni il cerchio descritto da. o. è eguale alla superficie del cono. a e f. (per la decima quarta) & quello descritto dal. p. alla superficie del cono, che è tra mezo. e f. & . g h. (per la decima sesta) & quello descritto da. r. alla tramezo le. g h. & . c d. & quello descritto da. s. alla tramezo







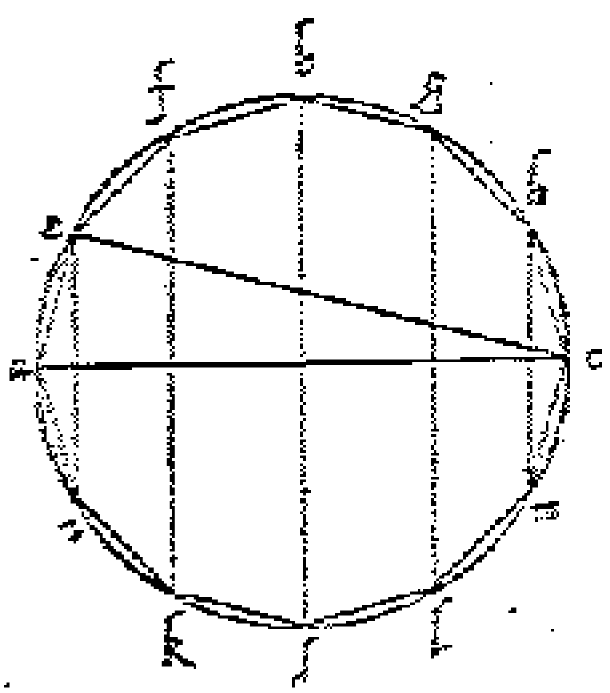
le d c. & x l. & quello descritto da t. alla trauerso . k l. & m n. & quello descritto da n. alla superficie del cono m b n. adunque tutti li cerchij sono eguali alla superficie della figura inscritta nella sphera, & pure è manifesto, che li detti semidiametri o p r s t u. sono eguali in potentia al contenuto sotto a e. & due volte la mita di e f g h. c d. x l. m n. li quali vengono a esser la mita di e f g h. c d. x l. m n. adunque li detti semidiametri o. p. r. s. t. u. sono eguali in potentia al rettangolo contenuto sotto a e. & tutte le e f g h. c d. x l. m n. ma anchora il semidiametro x. è eguale in potentia al fatto di a e. nella composta di tutte le e f g h. c d. x l. m n. adunque il semidiametro x. multiplicato in se stesso, val per li quadrati di detti semidiametri o. p. r. s. t. u. adunque il cerchio x. è eguale a tutti li cerchij descritti da o. p. r. s. t. u. & li detti cerchij sono mostrati esser eguali alla superficie di detta figura, adunque il cerchio x. è eguale alla superficie di detta figura.

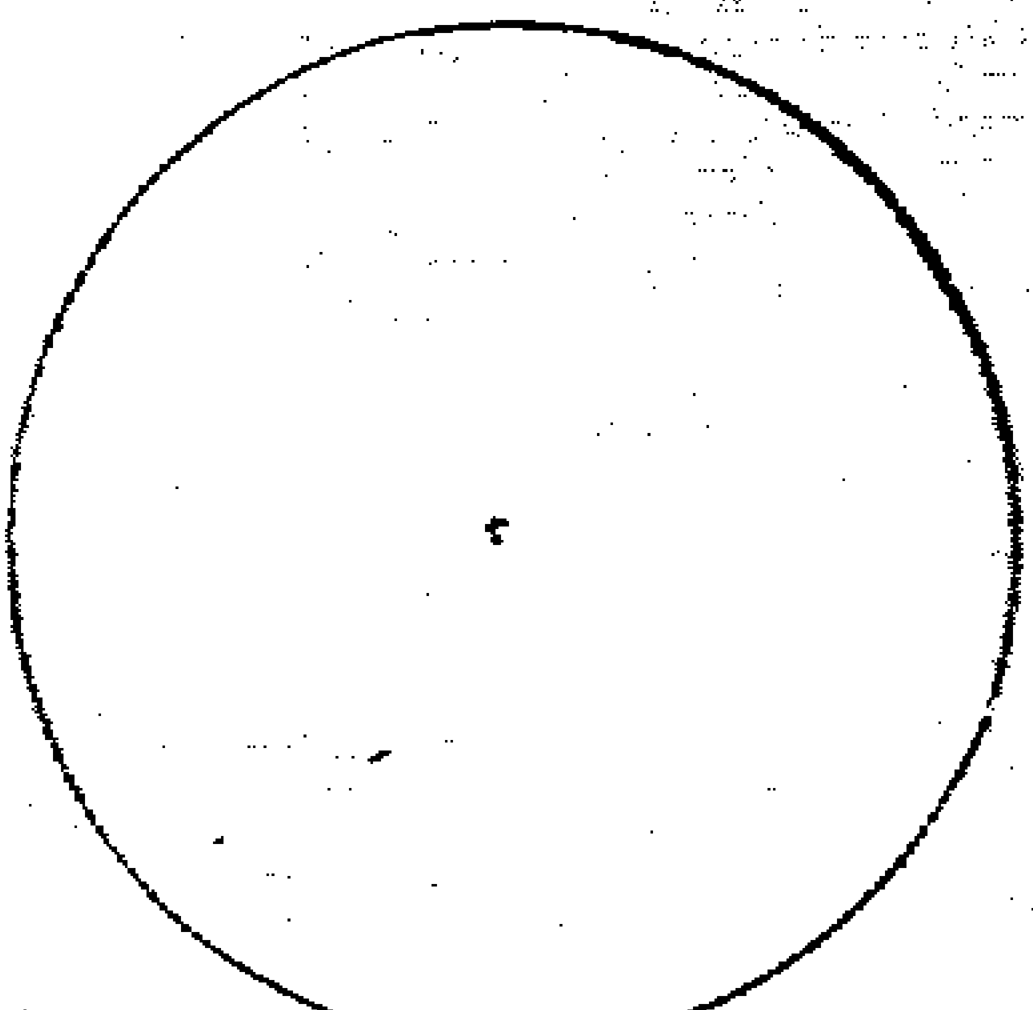


25 Di una figura inscritta in una sphera la superficie contenuta da superficie conice è minore di quadrupla del maggior cerchio, che si possa far nella sphera.

Sia in una sphera il maggior cerchio a b c d. & sia inscritto dentro un poligonio di angoli in numero pari, & di lati eguali, & il numero delli lati si possa partir per quattro ugualmente senza far rotti, & sopra questo poligonio preso, come habbiamo detto, sia fatta una superficie contenuta da superficie conice. Dico che la superficie di tal figura inscritta è minore, che quadrupla del maggior cerchio, che si possa far nella sphera.

Siano tirate le due rette una di qua, & l'altra di la, subtendenti alli dui lati del poligonio, lequal sieno e l. h m. & paralelle a queste siano tirate le rette. f x. d h. g l. & sia posto un cerchio. r. del quale il semidiametro multiplicato in se stesso, sia eguale al fatto di e a in una eguale a tutte le e l. f x. h d. g l. h m. gia per quello, che qui di sopra habbiamo dimostrato, il cerchio r. viene a esser eguale alla superficie di detta figura, & perche habbiamo dimostrato anchor di sopra, che come la eguale a tutte le e l f x. h d. x l. h m. al diametro a c. del cerchio a b c d. cosi la c e alla e a. adunque il fatto della eguale a tutte le dette nella a e. cioe il quadrato del semidiametro del cerchio r. è eguale al fatto di a c. in c e. perciochè in 4 quantita proportionali, tanto fa la prima con la quarta, quanto la seconda con la terza, ma il fatto di a c. in c e. è menor del quadrato a c. adunque il quadrato del semidiametro del cerchio r. è menor del quadrato a c. adunque il semidiametro del cerchio r. è menor di a c. adunque il diametro del cerchio r. è menore, che'l duplo del diametro



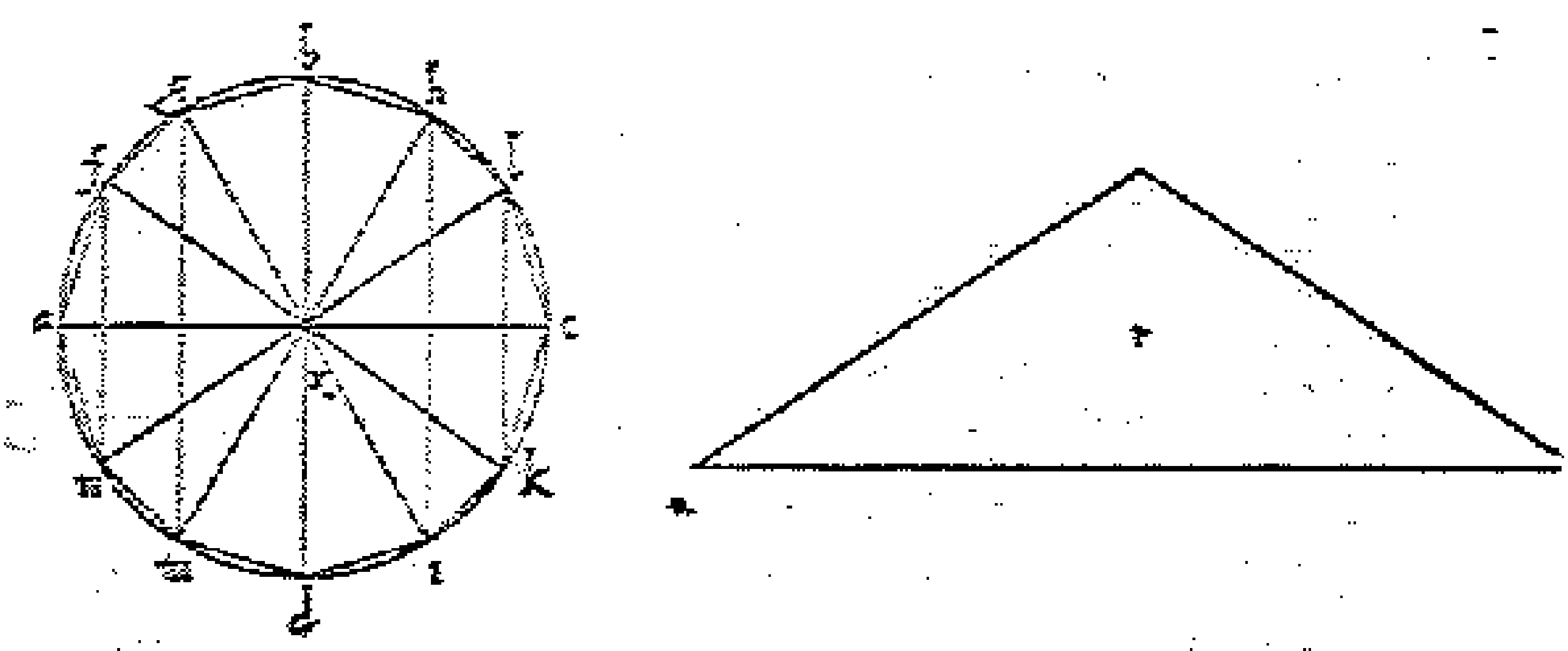


del cerchio a b c d. adunque li duoi diametri del cerchio a b c d. sono maggiori del diametro del cerchio r. & il quadrato del diametro del cerchio a b c d. cioe a c. multiplicato per quattro è maggiore

giore del quadrato del diametro del cerchio.r. sia come il quadrato di a c quadruplicato, cioe co me li quattro quadrati di a c diametro, cosi li quattro cerchij a b c d. al cerchio.r. adunque quat tro cerchij eguali al cerchio a b c d. sono maggiori del cerchio.r. adunque il cerchio.r. e menor di quadruplo del maggior cerchio della sphera, & il detto cerchio.r. e stato dimostrato eguale alla superficie di detta figura inscritta, adunque la superficie di detta figura e menor, che quadrupla del maggior cerchio, che sia nella sphera.

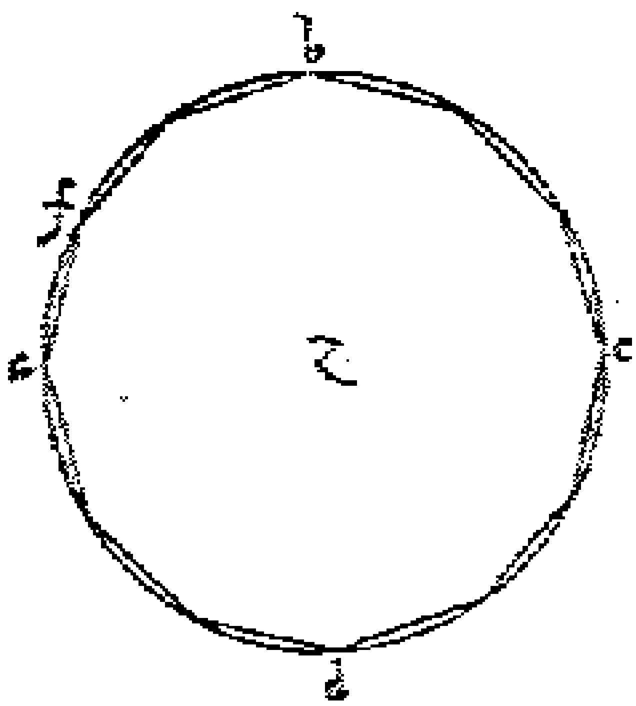
26 AD vna figura inscritta in vna sphera, laqual figura sia contenuta da superficie conice si proua esser eguale vn cono, il quale habbia per basa vn cerchio, per eguale a tutte le superficie di detta figura inscritta nella sphera, & l'altezza eguale al catheto tirato dal centro della sphera a vn lato del poligonio.

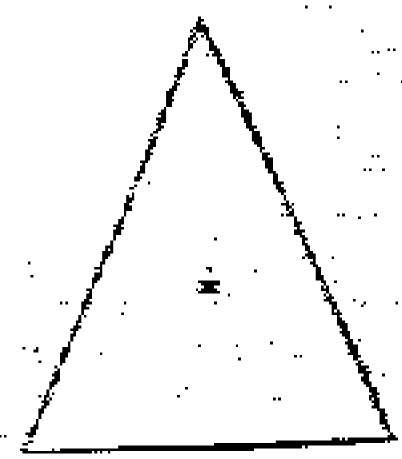
Sia in vna sphera il maggior cerchio a b c d. & il resto, come fu posto di sopra, & sia vn cono ret to.r. del qual la basa sia eguale alla superficie della figura inscritta nella sphera, & l'altezza sia egua le alla perpendicolar tirata dal centro della sphera a vno di lati del poligonio, bisogna dimostra re, che il cono.r. e eguale alla figura inscritta nella sphera, percioche voglio, che dalli cerchij, del liquali li diametri sono.f n. g m. h i. l k. si descriuano coni hauenti per cima il centro della sphera, gia habbiamo vn rombo solido fatto del cono, delquale la basa e il cerchio intorno al diametro f n. & la cima il ponto a. & del cono, delquale la basa e il medesimo cerchio, & la cima il ponto x. eguale al cono hauente la basa eguale alla superficie dello.n a f. et l'altezza eguale al catheto tirato dal ponto x. per la decimanona, anchora il resto del rombo, il qual resto e compreso dalla su perficie del cono, laquale e in mezo tra li piani paralleli, che passano per li cerchij, ouer diametri f n. g m. & dalle superficie conice dello. f n x. & del g m x. e eguale al cono, che habbia la basa eguale alla superficie del cono, laquale e in mezo tra li piani paralleli, che si stendono secondo li cerchij, ouero diametri m g. f n. & l'altezza eguale al catheto tirato dal ponto x. al lato f g. per cioche queste cose sono state dimostrate di sopra nella vintesima propositione, ma il restante del cono compreso dalla superficie conica, laquale e tra li piani equidistanti, che si stendono per li diametri, ouer cerchij g m. b d. & dalla superficie del cono.m g x. & dal cerchio, ch'e intorno al dia metro b d. questo tal restante dico esser eguale a vn cono, che ha la basa eguale alla superficie co nica tra li piani equidistanti, che si stendono per le g m. b d. & l'altezza eguale al catheto tirato dal ponto x. alla b g. (per la decimanona propositione) similmente anchor nell'altro hemisphe rio il rombo x k l. & li restanti delli coni sono eguali ad altrettanti, & cosi tutti coni quanti, & quali sono gia detti di sopra, adunque e chiaro, che anche tutta la figura inscritta nella sphera egua le a tutti li detti, & li coni sono eguali al cono.r. percioche il cono.r. ha la sua altezza eguale a ca theto delli coni detti, & la basa eguale a tutte le base delli medesimi, adunque e manifesto, che la figura inscritta nella sphera e eguale al cono proposto.



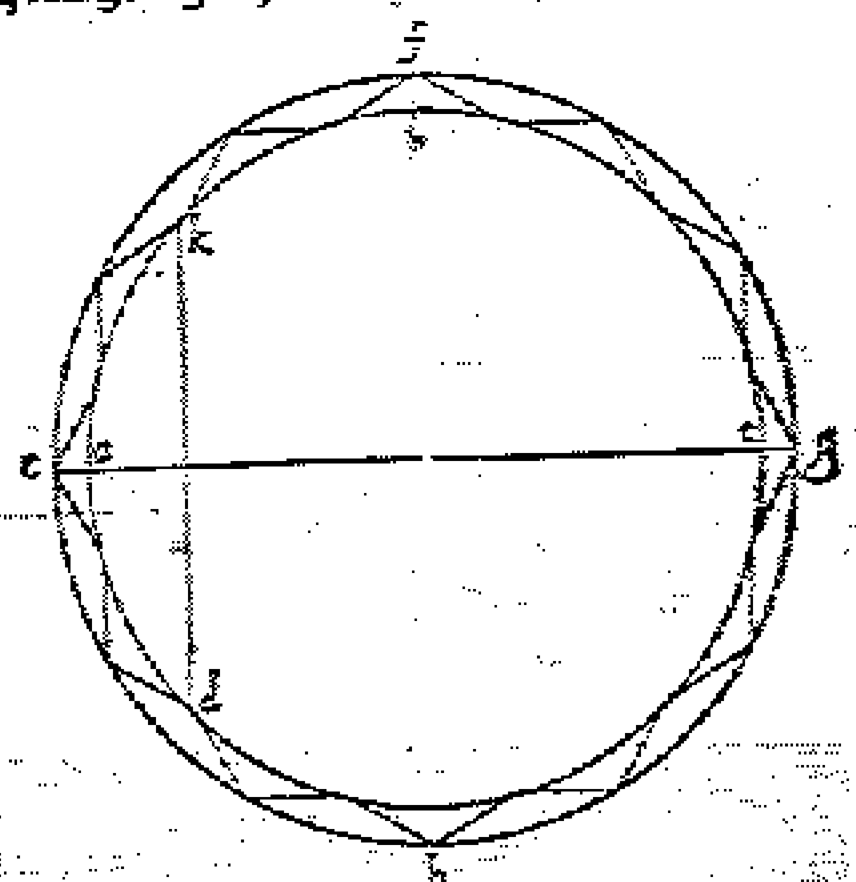
27 LA figura inscritta dentro in vna sphera, che sia contenuta di superficie conice, come di sopra habbiamo insegnato a far, e menore, che quadrupla del cono hauente la ba sa eguale al maggior cerchio della sphera, & l'altezza eguale al semidiametro del la detta sphera.

Sia il cono eguale alla figura inscritta, il quale habbia la basa eguale alla superficie di detta figura, & l'altezza eguale al catheto tirato dal centro dal cerchio al vn di lati del poligonio, & sia vn tal cono.r. come nella prossima precedente è dimostrato, & sia vn'altro cono x. che habbia la basa eguale al cerchio a b c d. & l'altezza al semidiametro del medesimo, perche adunque il cono r. ha la basa eguale alla superficie della figura inscritta nella sphera, & l'altezza al catheto tirato dalla z. & hassi dimostrato, che la superficie di detta figura è menor di quadrupla del maggior cerchio, che si possa far nella sphera, adunque la basa del cono r. è menore, che quadrupla della basa del cono x. & l'altezza del cono x. è il semidiametro del cerchio a b c d. maggiore dell'altezza del cono r. perche adunque il cono r. ha la basa meno, che quadrupla della basa del x. & l'altezza menore dell'altezza, egli è manifesto che'l detto cono r. è meno che quadruplo del cono x. ma il medesimo cono r. è eguale alla figura inscritta, adunque la figura inscritta è menore che quadrupla del cono x.





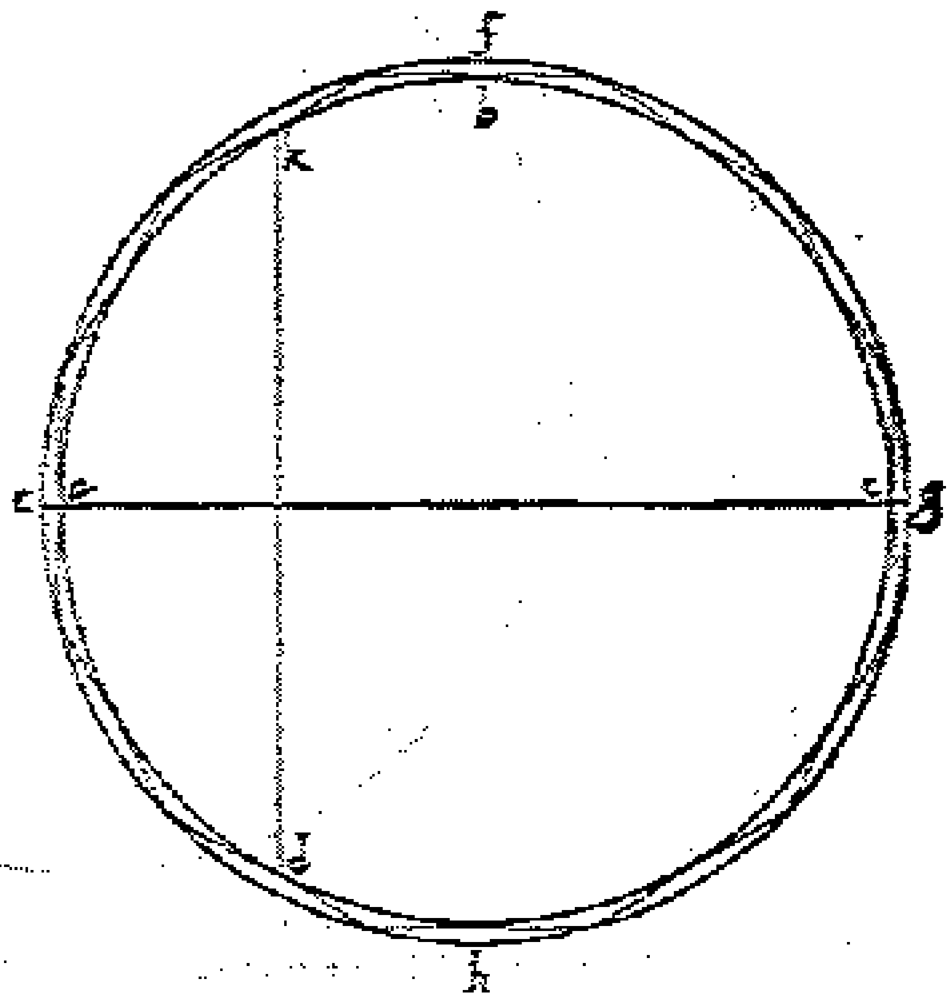
28 Sia in vna sphera il maggior cerchio. a b c d. & intorno a tal cerchio sia circonscritto vn poligonio di lati eguali, & angoli eguali, & il numero delli lati si possa partir per quattro netto senza frattione, et sia vn'altro cerchio estrinseco, che comprenda il poligonio, il qual cerchio sia fatto sopra il medesimo centro, che è il cerchio a b c d. & sia e f g h. & stante il diametro e g. menisi intorno il piano, ouer la superficie e f g h. nella quale si contiene il poligonio, & il cerchio a b c d. egli è manifesto che la circonferenza del cerchio a b c d. scorrera per la superficie della sphera, & la circonferenza del cerchio. e f g h. per vn'altra superficie di vna sphera maggiore, che hauera il medesimo centro co la menore, & li toccamenti, doue li lati toccano il cerchio menore, veniranno per tal riuolgimento a formar cerchij nella sphera menore, che nelli segamenti col cerchio a b c d. faranno gli angoli retti, & gli angoli del poligonio, eccetto quelli che sono alli duoi ponti e g. si riuolteranno per circonferentie di cerchij nella superficie della maggior sphera, i quali cerchij tagliano il cerchio e f g h. ad angoli



angoli

angoli retti, & i lati del poligonio nel medesimo movimento verranno a descrivere superficie conice, come anchora fu detto della figura inscritta di sopra nel theorema 2 7. Adunque questa tal figura in questo caso, che è fatta di superficie conice sara intorno alla menor sphera circonscritta, ma nella maggiore sara inscritta. Et che la superficie della figura circonscritta sia maggior della superficie della sphera intorno alla quale è circonscritta, cosi si prouera.

Sia il. k d. diametro di vno delli cerchij descritti nella menor sphera, doue li lati del poligonio si toccano col cerchio a b c d. nelli duoi ponti k d. gia essendo diuisa la sphera dal piano, che si stende secondo il cerchio. k d. retto al cerchio a b c d. anchor la superficie della figura circonscritta intorno alla sphera, sara diuisa dal medesimo piano, & è manifesto che hanno le medesime estremita in piano, percioche di ambe le superficie lo estremo fine è la circonferentia del cerchio descritto intorno al diametro. k d. il qual cerchio è retto al cerchio a b c d. cioe questo taglia quello ad angoli retti, & sono ambedue caue, ouer curue verso le medesime parti, & l'una di dette superficie è compresa dall'altra, & dal piano, che ha li medesimi estremi, adunque è menore la superficie della portione della sphera, che della figura circonscritta intorno. Similmente anchor dell'altra portione della sphera la superficie sara minore della superficie del poligonio, che vi è circonscritto intorno, adunque è manifesto, che tutta la superficie della sphera è menore della superficie della figura circonscritta a essa sphera.

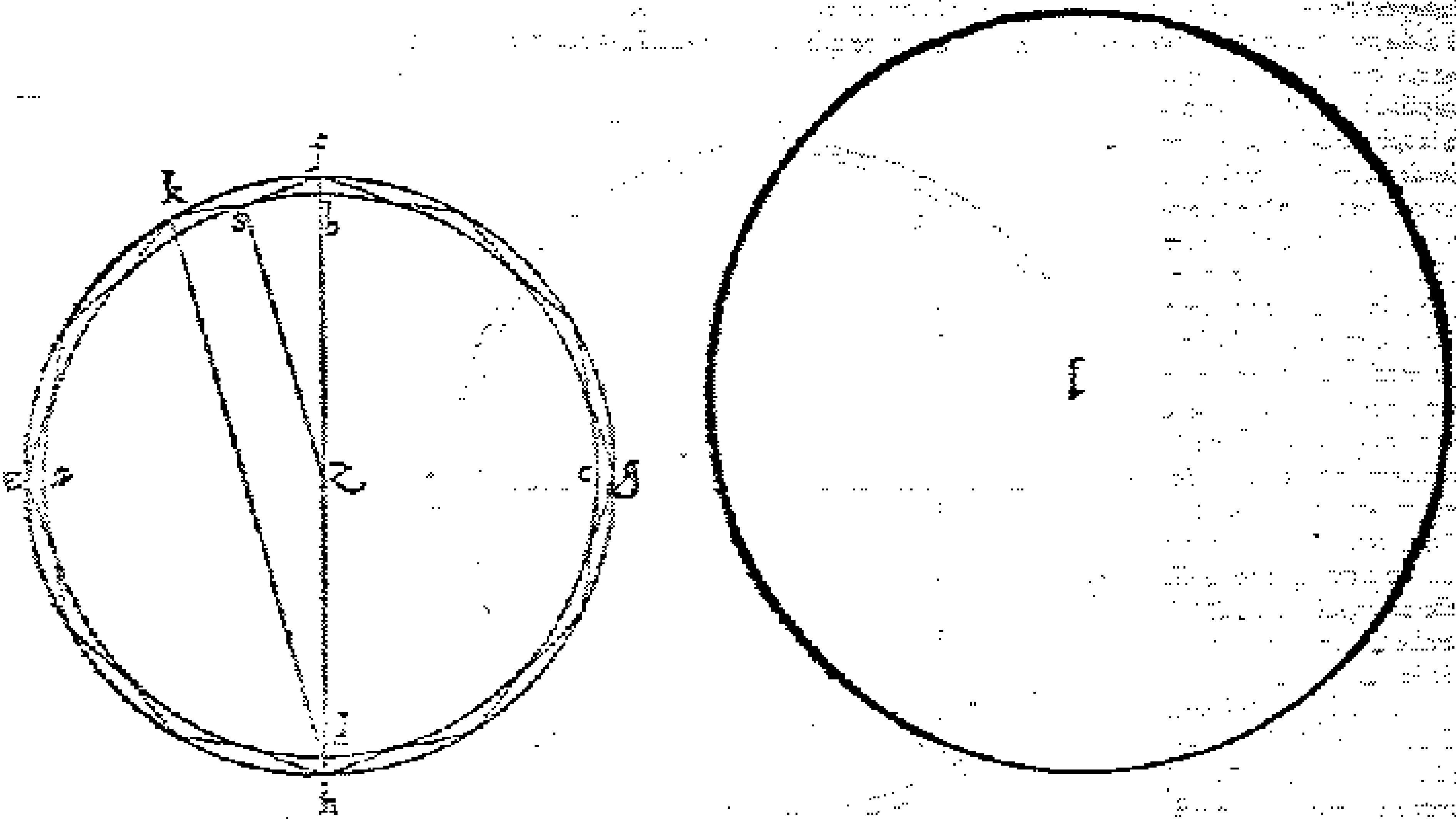


29 ALla superficie della detta figura circonscritta intorno a vna sphera è eguale vn cerchio, del quale il semidiametro quadrato è eguale al fatto di vno delli lati del poligonio in vna retta eguale a tutte le rette, che congiongono li angoli del poligonio, lequali siano paralelle a qualche d'una delle subtendenti a duoi lati del poligonio. Percioche la figura circonscritta intorno alla menor sphera viene a esser inscritta nella maggior, ma alla figura inscritta in vna sphera, laqual figura sia contenuta, ouer composta di superficie conice si è dimostrato esser eguale vn cerchio, del quale il semidiametro in potentia è eguale al fatto di vno di lati di detta figura poligonia in vna linea eguale a tutte le rette, che congiongono gli angoli del poligonio, lequal rette siano paralelle a vna delle subtendenti a duoi lati, manifesto è adunque lo intento nostro.

30 DI vna figura circonscritta intorno a vna sphera, la superficie è piu che quadrupla del maggior cerchio, che si possa far nella sphera.

Sia la sphera, & il cerchio, & ogni altra cosa secondo le descrittioni gia fatte, & il cerchio. l. sia eguale alla superficie della figura proposta circonscritta intorno alla menor sphera, perche adunque nel cerchio. e f g h. è inscritto vn poligonio di eguali lati, & angoli pari, le rette che congiongono li lati, ouero angoli del poligonio, lequali sono paralelle a f h. a essa f h. hanno la medesima proportione, che ha. h k. alla. k f. adunque il rettangolo contenuto sotto vno delli lati del poligonio, & di vna eguale a tutte quelle, che congiongono gli angoli del poligonio è eguale al fatto di. f h. in. h k. adunque il semidiametro del cerchio. l. in potentia è eguale al detto contenuto sotto le rette. f h. k h. & per consequente il detto semidiametro del cerchio. l. è maggiore di. h k. perche il detto del semidiametro è medio proportionale tra. k h. & f h. & e. h k. è menor del. f h. adunque il suo medio sara maggiore dello antecedente, ma. h k. è eguale al diametro del cerchio a b c d. perche è dupla della. m s. laquale è semidiametro del cerchio a b c d.

che si prouarebbe per li triangoli, che sono equiangoli, & per la quarta del sesto, adunque è manifesto che 'l cerchio .l. è piu che quadruplo, cioè la superficie della figura circonscritta intorno alla menor sphera, piu che quadruplo, dico del maggior cerchio, che si possa far nella sphera.



Nel triangolo adunque h k t lo angolo h k t è retto per essere in semicircolo, & nel triangolo z s t lo angolo z s t è retto, perche la linea z s è tirata dal centro al contatto, & l'angolo t è commune, adunque il terzo al terzo equale, cioè h a z adunque (per la quarta del sesto) li triangoli sono proportionali, & la h t opposita allo angolo retto nel maggior triangolo è dupla della z t, che è opposita allo angolo retto nel menor triangolo, adunque le due h k. & z s. che sono opposite allo angolo commune saranno in dupla proportione, adunque la h k. è dupla della z s. laqual z s. è semidiametro del cerchio a b c d. seguita adunque che h k. è equale a tutto il diametro del cerchio a b c d.

Alla figura circonscritta intorno alla menor sphera, è equale vn cono hauente la basa vn cerchio equale alla superficie della figura, & l'altezza equale al semidiametro della sphera, percioche essa tal figura circonscritta intorno alla menor sphera è inscritta nella maggiore, & alla inscritta fatta di superficie coniche è stato dimostrato equale il cono, che habbia per basa il cerchio equale alla superficie della figura, & l'altezza equale al catheto tirato dal centro della sphera ad vno di lati del polygonio, il qual catheto viene a essere equale al semidiametro della menor sphera, adunque manifesto è lo intento nostro.

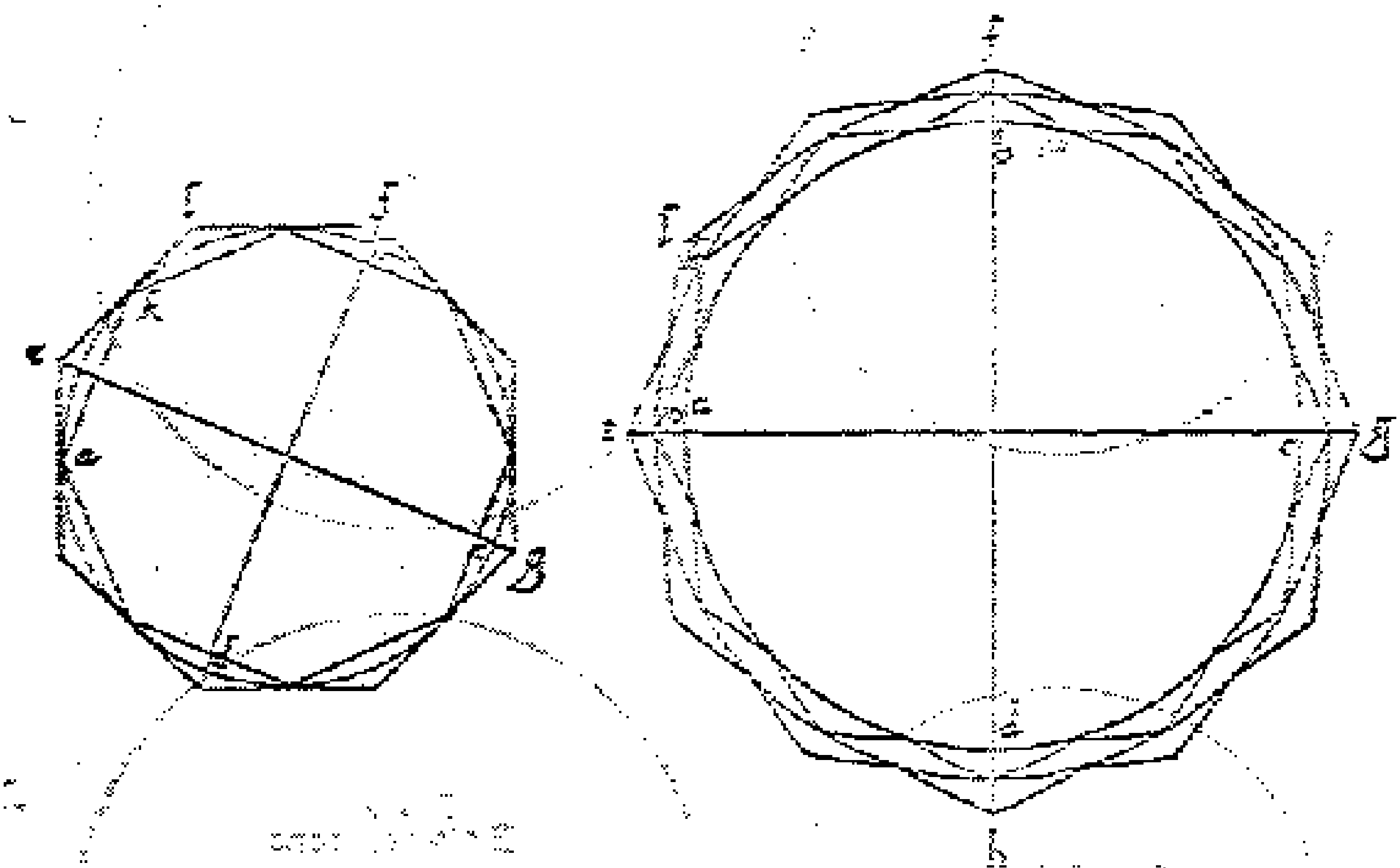
Et da questo anchora s'intende chiaro, che la figura circonscritta intorno alla menor sphera, è piu che quadrupla del cono hauente per basa il maggior cerchio della detta sphera, & l'altezza il semidiametro della detta sphera, percioche essendo equale alla detta figura il cono, che ha la basa equale alla superficie di quella istessa, & l'altezza alla perpendicolare tirata dal centro della sphera ad vn di lati del polygonio, cioè equale al semidiametro della detta menor sphera, & la superficie della figura circonscritta alla detta sphera è piu che quadrupla del maggior cerchio della detta sphera, adunque la figura circonscritta alla detta sphera è piu che quadrupla del detto cono, cioè del cono, che ha per basa il cerchio maggiore della detta sphera, & l'altezza il semidiametro della detta sphera, percioche il cono equale a essa si fa piu che quadruplo del detto cono, percioche ha la basa piu che quadrupla, & l'altezza equale.

31. SE dentro a vna sphera sarà inscritta vna figura, & vn'altra circonscritta fatta di superficie polygonie simili al medesimo modo di sopra, la superficie della circonscritta alla superficie della inscritta ha la proportione dupla di quella, che ha il lato del polygonio circonscritto intorno al

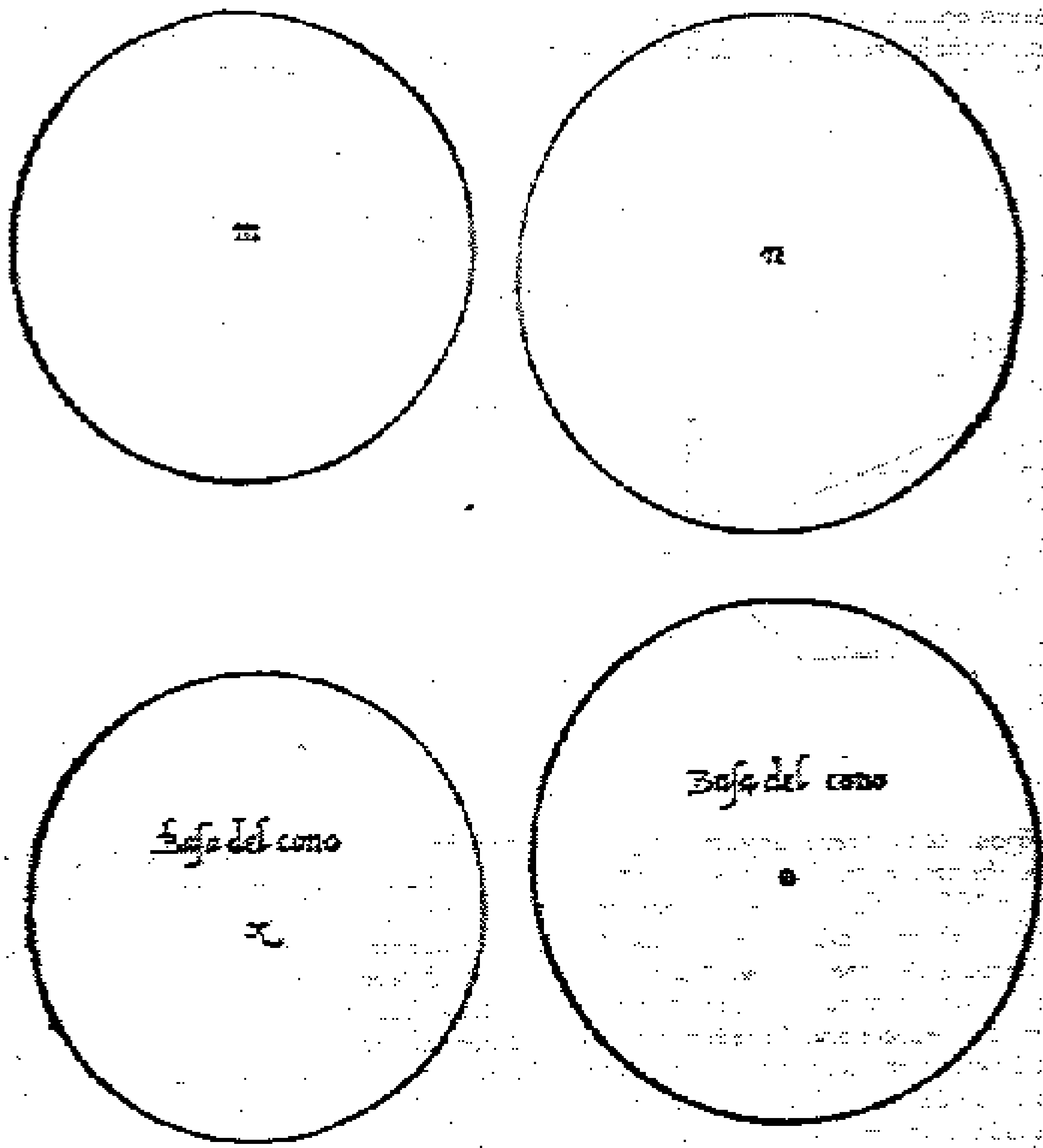
maggior

maggior cerchio al lato dello inscritto nel medesimo cerchio, & essa figura circonscritta alla inscritta ha proportione tripla della medesima proportione.

Sia in una sphera il maggior cerchio a b c d. & inscrivasi dentro a quello un poligonio equilatero, & il numero delli lati possa esser partito per quattro senza far fractioni, & un'altro vi si circonscriva simile allo inscritto, & nello circonscritto li lati tocchino il cerchio a mezo gli archi, delli quali le corde sono li lati del poligonio inscritto, & li duoi diametri e g. f h. siano l'uno all'altro ad angoli retti, i quali diametri sono del cerchio comprendente il poligonio circonscritto, & siano similmente posti, come sono anchor li duoi diametri a b. c d. & intendasi gli angoli opposti del poligonio, congionti con le rette, lequali siano insieme paralelle, & anchora alla retta f b d h. a questo modo siano il diametro e g. & menando intorno li perimetri delli poligonij per la circonferentia del cerchio, una figura sara circonscritta, & l'altra inscritta nella sphera. Bisogna adunque dimostrare, che la superficie della figura circonscritta alla superficie della inscritta, ha doppia proportione di quella, che ha e l. alla a k. & essa figura circonscritta ha la proportione tripla della medesima, percioche sia posto il cerchio. m. eguale alla superficie della figura circonscritta alla sphera, & il cerchio. n. eguale alla superficie della inscritta, adunque il semidiametro dello m. quadrato è eguale al fatto di e l. in una eguale a tutte quelle, che congiongono gli angoli del poligonio circonscritto, & il semidiametro di n. quadrato è eguale al fatto di a k. in una eguale a tutte le congiongenti gli angoli dello inscritto, & perche li poligonij sono simili anche le aree contenute da tal linee saranno simili, cioè li rettangoli contenuti dalli lati delli



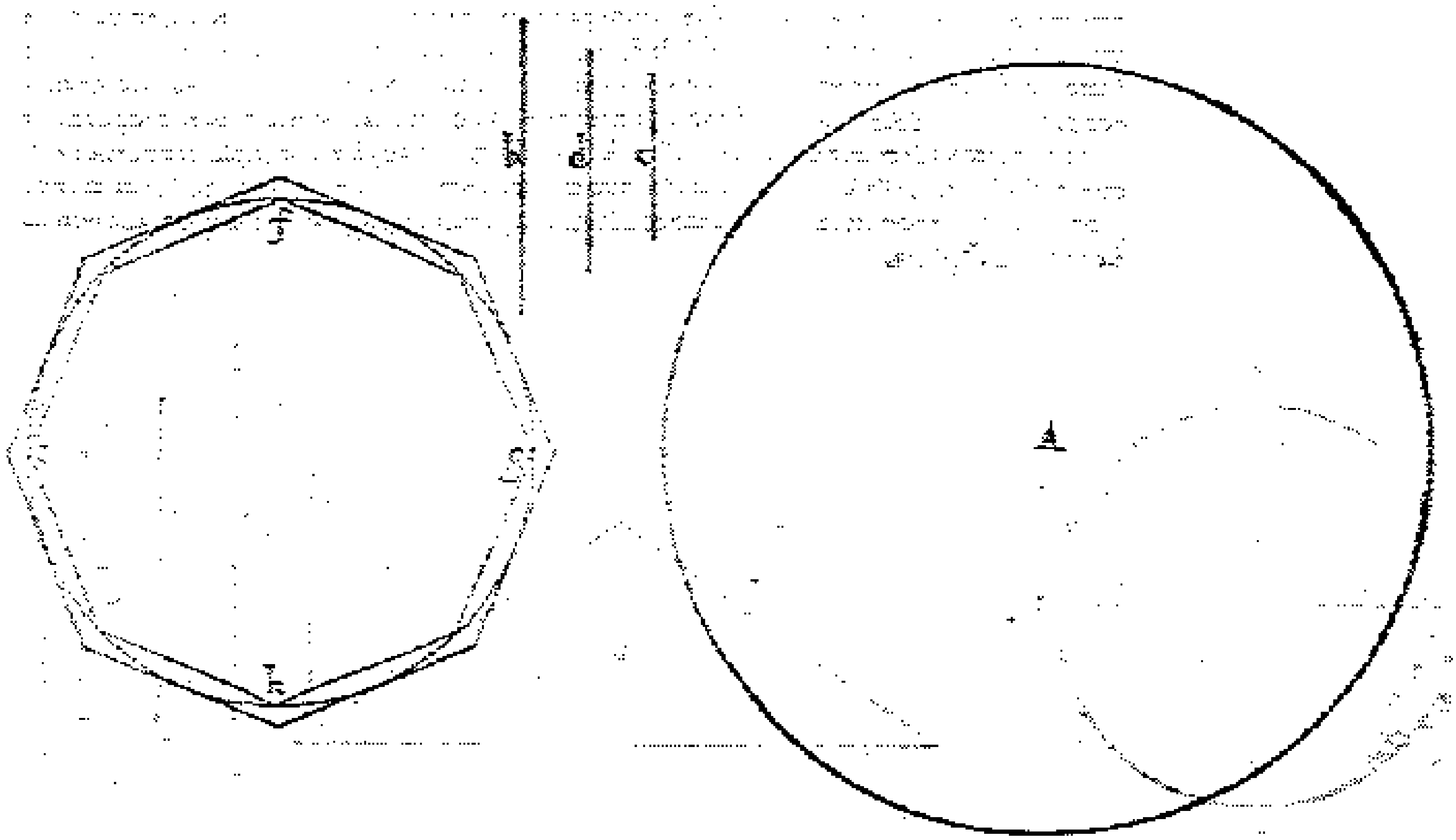
poligonij, & dalle rette congiongenti gli angoli, onde haueranno la medesima proportione tra loro, che hanno li lati delli poligonij in potentia (& questo è facile da prouar per la decimaottaua del sesto di Euclide) ma la proportione, che hanno li rettangoli contenuti sotto dette linee, hanno anchora li semidiametri delli duoi cerchij m. n. tra loro in potentia, perche se ciascheduno delli rettangoli contenuti sotto lo lato e l. in ciascheduna delle congiongenti gli angoli di tal poligonio, a ciascheduno delli rettangoli contenuti sotto a k. & le altre congiongenti haueranno la medesima proportione, che ha in potentia l e. al a k. cioe ciascheduno al suo relatiuo, onde la summa di tutti li primi alla summa di tutti li secondi, haueranno la medesima proportione (per la decimaterza del primo di Euclide) & perche la summa di quelle contenute con la e l. sono eguale al quadrato del semidiametro del cerchio. m. & la summa delle altre sono eguale al quadrato del semidiametro del cerchio. n. adunque il cerchio. m. al cerchio. n. haueranno la medesima proportione, che hanno li duoi quadrati delli loro semidiametri, & come il lato l e. al lato a k. in potentia, laquale viene a esser doppia quella, che hanno li detti duoi lati in longhezza, che è il primo proposito, onde li diametri di detti cerchij alli lati delli poligonij hanno la medesima proportione, & li cerchij tra loro hanno dopia proportion delli diametri, i quali cerchij sono eguali alle superficie delle due figure circonscritta, & inscritta, adunque è manifesto, che la superficie della circonscritta intorno alla sphera, alla superficie della inscritta dentro alla sphera ha dupla proportione di quella, che ha la.e l.alla.a x. hor siano posti duoi coni.x.o. & sia il cono.x. che habbia per basa il cerchio.x. equale al cerchio.m. & il cono, che habbia per basa il cerchio.o. equale alla.n. & il cono.x. habbia per altezza il semidiametro della sphera, & il cono.o.habbia per altezza la perpendicolare tirata dal centro alla.a x. adunque il cono.x. e equale alla figura circonscritta intorno alla sphera, & il cono.o.alla inscritta, percioche queste cose sono state dimostrate, & perche li poligoni sono simili, la.e l. ha la medesima proportione alla. a k. che ha la tirata dal centro de la sphera alla perpendicolare tirata dal centro della sphera alla.a k. adunque l'altezza del cono.x.all'altezza del cono.o.ha la medesima proportione, che ha la.e l.alla.a k. cosi anchora il diametro del cerchio.m.al diametro del cerchio.n. ha la proportione, che ha la.e l.alla.a k. adunque li diametri delle base delli coni.x.o. hanno la medesima proportione con le altezze, adunque sono simili (per la ultima diffinitione dell'undecimo di Euclide) & per la medesima ragione il cono.x. havera tripla proportione al cono.o. di quella, che ha il diametro del cerchio.m. al diametro del cerchio.n. adunque egli è manifesto, che la figura circonscritta alla inscritta ha proportione tripla di quella, che ha la.e l.alla.a x.



Di ogni sphera la superficie è quadrupla del maggior cerchio, che si possa far in lei.

32 DI ogni sphera la superficie è quadrupla del maggior cerchio, che si possa far in lei. Sia una sphera, & sia del maggior cerchio, che possa esser in lei quadruplo il cerchio.a. dico che 'l cerchio.a. è equale alla superficie della sphera, s'egli nō è equale, sara o maggior, o menor, sia prima maggiore la superficie della sphera, che non è il cerchio.a. gia sono qui due quantita inequali

guale la superficie della sphera, & il cerchio .a. adunque egli è possibile pigliar due rette inequali, talmente che la maggior alla menore habbia menor proportione, che non ha la superficie della sphera al cerchio, sian queste due .b.c. & prendasi media proportionale tra .b. & .c. la retta .d. & intendasi la sphera segata per il centro da vn piano, & il segamento sia il cerchio .e f g h. & intendasi in questo cerchio inscritto vn poligonio, & vn altro circonscritto, talmente che il circonscritto sia simile allo inscritto, & il lato del circonscritto al lato dello inscritto habbia menor proportione di quella, che ha la .b. alla .d. adunque anche la dupla proportione è menor della dupla, & della .b. alla .d. dupla è quella della .b. alla .c. & del lato del circonscritto poligonio al lato dello inscritto, dupla è quella della superficie del solido circonscritto alla superficie dello inscritto. Adunque la superficie della figura estrinseca alla sphera, alla superficie della inscritta nella sphera ha menor proportione, che non ha la superficie della sphera al cerchio .a. il che è impossibile, percioche la superficie della figura circonscritta è maggiore della sphera, & la superficie della inscritta è menore del cerchio .a. percioche sopra è stato dimostrato, che la superficie della figura inscritta è meno di quadrupla del maggior cerchio, che si possa far nella sphera, & di questo tal cerchio il cerchio .a. è quadruplo, adonque la superficie della sphera non è maggiore del cerchio .a. ma io dico che non è, ne anche menore, nondimeno se possibile è sia maggiore, & ritrouinsi le rette .b.c. & la proportione di .b. a .c. sia menor della proportione del cerchio .a. alla superficie della sphera, & tra .b. & .c. media proportionale, si piglia la retta .d. & circonscriuasi, & inscriuasi ancor, come di sopra, talmente che del circonscritto allo inscritto la proportione sia menore della .b. alla .d. adunque anche le duple proportioni saranno menori, adonque la superficie del circonscritto alla superficie dello inscritto ha menor proportione, che il cerchio .a. alla superficie della sphera, che è inconueniente, percioche la superficie della circonscritta figura è maggiore del cerchio .a. & quella della inscritta è menor della sphera, non è adunque menor la superficie della sphera del cerchio .a. & gia si ha dimostrato, che non puo esser maggiore, adunque la superficie della sphera è eguale al detto cerchio, cioe quadrupla del maggior cerchio.

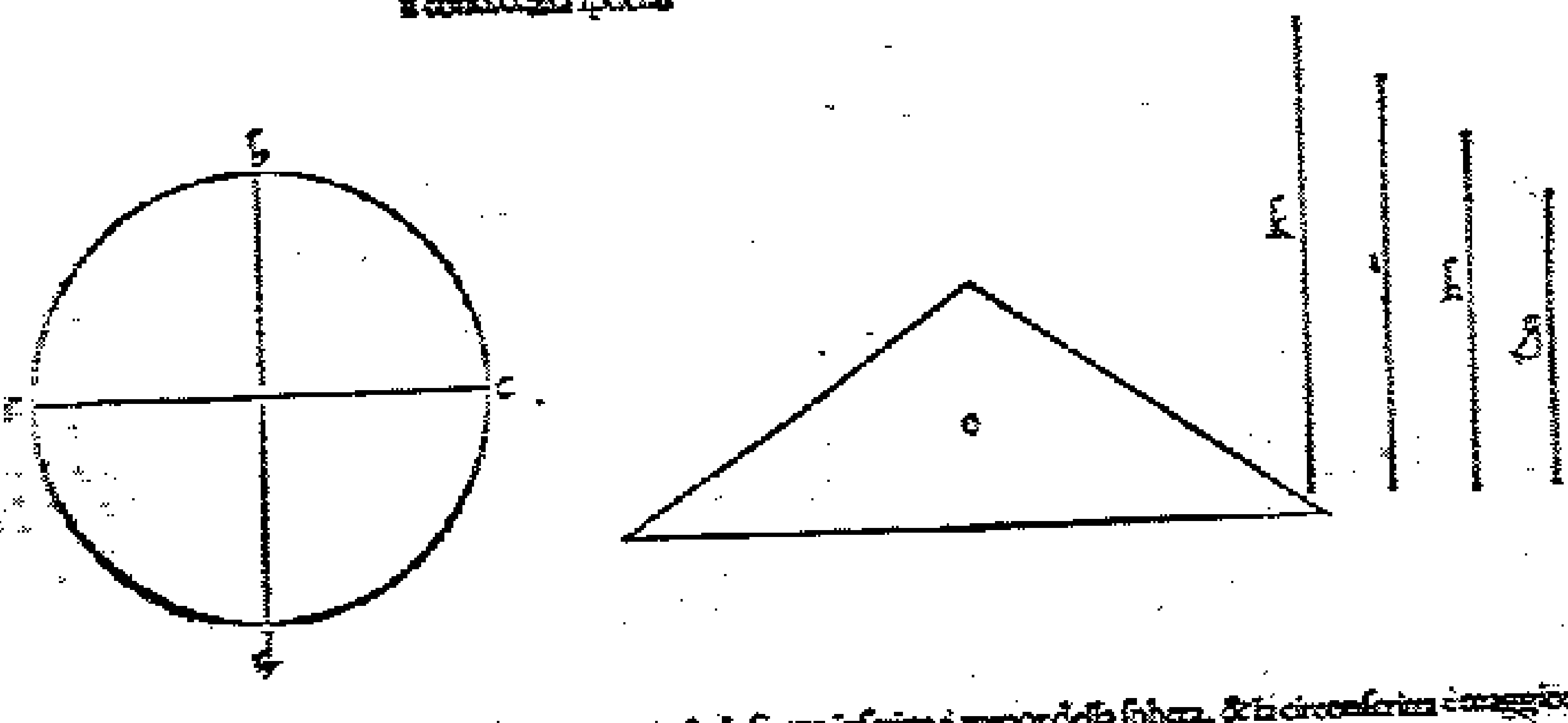


33 Ogni sphera è quadrupla del cono hauente la basa, eguale al maggior cerchio, che si possa far secondo la sphera, & l'altezza eguale al semidiametro della sphera.

Sia vna sphera, & in essa il maggior cerchio .a b c d. se adunque la sphera non è quadrupla del detto cono, sia (se possibile è) maggiore, che quadrupla, & sia il cono .e. hauente la basa quadrupla al cerchio a b c d. & l'altezza eguale al semidiametro della sphera, così adunque la sphera è maggiore del cono.o. per il presupposito, già qui sono due quantità inequali, la sphera, & il cono adunque è possibile pigliar due rette inequali, talmente che la maggiore alla menore habbia menor proportione, che non ha la sphera al cono.o. siano adunque queste.k.g. & siano prese le.i.h. talmente, che con eguale differentia si avanzano l'una l'altra, cioè che egualmente avanzi g. la i. & la.i. la h. la.g. & intendasi nello a b c d. cerchio inscritto un poligonio, del quale il numero delli lati si possa partir per quattro neramente, & un'altro circonscritto simile allo inscritto, come di sopra è detto, & il lato del circonscritto al lato dello inscritto habbia menor proportione, che non ha la.k. alla.i. & siano li diametri a c. b d. interscanti l'un l'altro ad angoli retti, se adunque stante il diametro a c. sarà menato intorno il piano, nel qual sono li poligoni, ne risulteranno due figure solide una intorno la sphera, l'altra dentro alla sphera, & la circonscritta alla inscritta haverà proportion tripla di quella, c'hanno li lati delli poligoni l'uno all'altro, i quai poligoni sono l'un fuori, l'altro dentro al cerchio a b c d. ma l'un lato all'altro ha menor proportione, che non ha la.k. alla.i. onde la figura circonscritta alla sphera, comparata alla inscritta nella sphera haverà proportione menore, che tripla di quella della.k. alla.i. & anchora la.k. alla.g. ha proportion maggior, che tripla di quella, che ha la.k. alla.i. perciochè questo è manifesto per alcune dimostrationi antecedenti, che si ponno fare adunque la circonscritta alla inscritta, molto menor proportione haverà, che non ha la sphera al cono.o. & per la permutata proportione.

Il che è impossibile, perciochè la figura circonscritta è maggiore della sphera, & la inscritta menore del cono.o. conciosia che'l cono.o. è quadruplo del cono havente la basa eguale al cerchio. a b c d. & l'altezza eguale al semidiametro della sphera, & la figura inscritta è menore, che quadrupla del detto cono, adunque la sphera non è maggior, che quadrupla del detto cono.

Ma sia (se possibile è) menore, che quadrupla, onde la sphera verrà esser menore del cono.o. prendansi le rette.k.g. & sia maggior la.k. della.g. & habbia la maggior menor proportione alla menore, che non ha il cono.o. alla sphera, & siano prese la.h.i. al modo di prima, & intorno al cerchio a b c d. s'intenda circonscritto un poligonio, & un'altro inscritto, talmente che'l lato del circonscritto al lato dello inscritto habbia menor proportione, che la.k. alla.i. & il resto, come di sopra, haverà adunque la circonscritta solida figura alla inscritta tripla proportione di quella, che ha il lato del poligonio circonscritto al lato dello inscritto al cerchio a b c d. & il lato al lato ha menor proportione della.k. alla.i. adunque la circonscritta figura alla inscritta haverà proportione menor, che tripla di quella, che ha la.k. alla.i. & la.k. alla.g. ha maggior, che tripla proportione di quella, che ha la.k. alla.i. talmente che la figura circonscritta alla inscritta viene ad haver menor proportione, che non ha la.k. alla.g. ma così la.k. alla.g. menor proportione haverà, che non ha il cono.o. alla sphera.



Il che è impossibile, perciochè la figura inscritta è menor della sphera, & la circonscritta è maggiore del cono.o. adunque non è anche menor, che quadrupla è la sphera del cono, che habbia la basa eguale al cerchio a b c d. & l'altezza eguale al semidiametro della sphera, & già si ha dimostrato, che non è anche maggior, adunque è quadrupla.

Essendo

Essendo dimostrate queste cose, egli è manifesto, che ogni cilindro, che habbia la basa, il maggior cerchio di vna sphera, & l'altezza il diametro della sphera, sara sesquialtero alla sphera, & la superficie sua con ambedue le base sesquialtera della superficie della sphera, percioche il detto cilindro è sestuplo del cono hauente la medesima basa, & l'altezza eguale al semidiametro, & la sphera si è dimostrata esser quadrupla del medesimo cono, adunque manifesto è che'l cilindro è sesquialtero alla sphera. Anchora perche la superficie del cilindro senza le base si è dimostrata eguale al cerchio, delquale il semidiametro è medio proportionale tra il lato del cilindro, & il diametro della basa, & il lato del detto cilindro è eguale al diametro della basa, manifesto è, che la media proportionale tra loro è eguale al diametro della basa, & il cerchio hauente il semidiametro eguale al diametro della basa è quadruplo della basa, cioe del maggior cerchio della sphera, adunque e la superficie del cilindro senza le base è quadrupla del maggior cerchio, adunque tutta insieme con le base è sestupla del maggior cerchio, ma la superficie della sphera è quadrupla del maggior suo cerchio, adunque tutta la superficie del cilindro è sesquialtera della superficie della sphera.

34 La superficie di vna figura descritta in vna portione di sphera, è eguale al cerchio, il semidiametro delquale tanto possi, quanto è quello, che vien contenuto sotto il lato di detta figura di molti angoli inscritta nella settione del massimo cerchio, & sotto di vna linea, che sia eguale a tutte le linee insieme, che siano equidistanti alla basa della settione, aggionto con le predette la mita della basa.

Sia vna sphera, & di quella sia segato vna portione, la basa dellaquale sia vn cerchio, il diametro del quale sia la. a g. & sia inscritto nella detta portione, la figura (piu volte detta) compresa dalle conici superficie, & sia il massimo cerchio nella sphera. a g h. & sia la figura de numero paro de lati, cioe siano. a c e h f d g. eccettuando il lato. a g. & sia tolto vn cerchio, che il suo semidiametro sia. l. talmente che'l detto. l. possi tanto, quanto vien contenuto sotto del lato. a c. & sotto a tutte queste insieme. e f. c d. & anchora la mita della basa, cioe di. a x. Egli è da dimostrar ordinatamente il cerchio descritto secondo. l. esser eguale alla superficie della detta figura. Sia tolto vn cerchio, il cui semidiametro sia. m. il qual. m. tanto possi quanto quello, che vien contenuto sotto di. h e. & sotto alla mita della. e f. adunque il cerchio descritto secondo la quantita di. m. è eguale alla superficie di quel cono, delquale la basa è il cerchio hauente per diametro. e f. & l'altezza, ouero vertice di quello è il ponto. h. (per la decima quarta.) Sia anchora tolto vn'altro cerchio, delquale il suo semidiametro sia. n. talmente, che il detto. n. tanto possi quanto vien contenuto sotto della. e c. & la mita dell'una, & dell'altra delle due. e f. & c d. Et questo sara eguale alla superficie del cono, cioe di quella, che è situata intra le piane superficie equidistanti, secondo le linee, ouer cerchii. e f. c d. (per la decimasesta) anchora sia similmente tolto vn'altro cerchio, delquale il suo semidiametro sia. x. talmente, che il detto. x. possi tanto quanto quello, che vien contenuto sotto della a c. & della mita dell'una, & l'altra delle due. c d. a g. insieme, che è eguale anchora alla superficie conica, che vien compresa intra le superficie equidistanti. a g. c d. (per la decimasesta) adunque tutti li circoli saranno eguali a tutta la superficie della detta

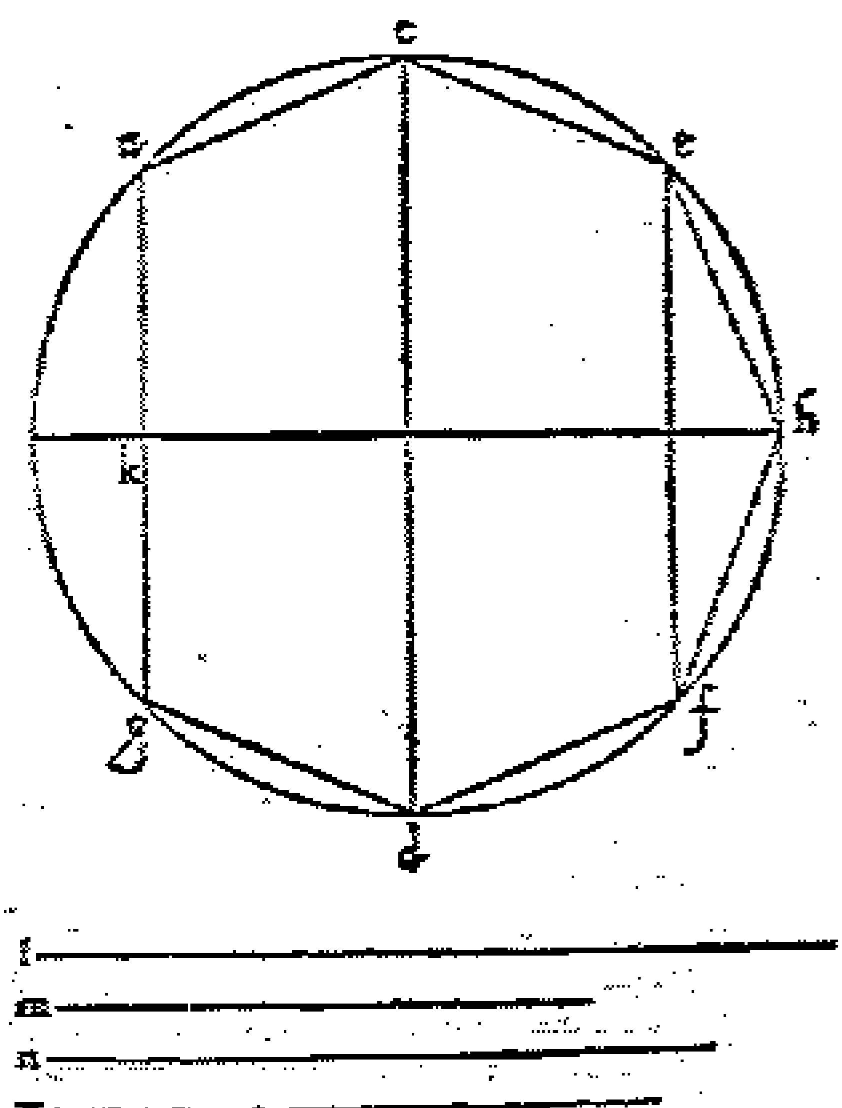
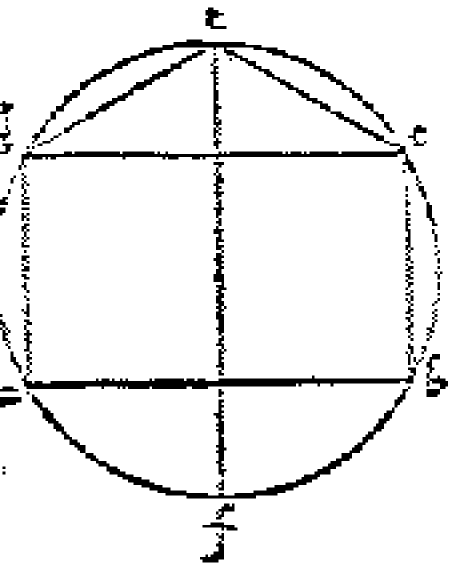


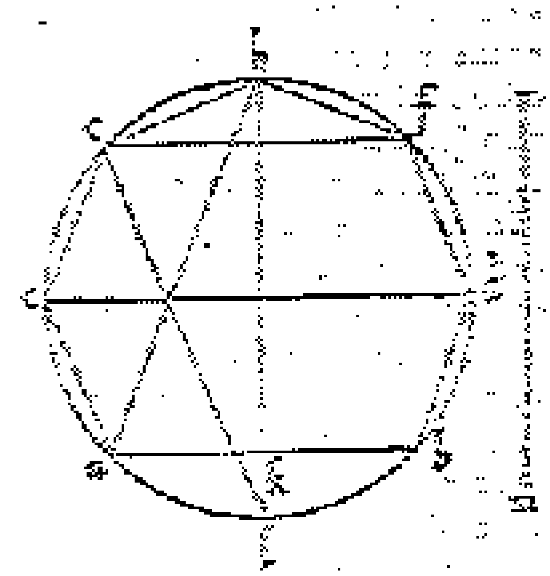
figura. Et li semidiametri di quelli potevano tanto quanto quello, che vien contenuto sotto di vn lato, cioe di a e. & sotto la linea, che sia eguale a tutte le e f. c d. & la mita della basa a b. insieme. Ma la possanza del semidiametro. l. è eguale a quel medesimo spatio, per laqual cosa seguita il cerchio descritto secondo. l. esser eguale alli cerchij descritti secondo m. n. & x. e però è eguale alla superficie della inscritta figura.



35 Essendo segata vna sphera da vna piana superficie, che non transisca per il centro di quella, & sia in quella il massimo cerchio a e f. qual seghi la superficie segante ad angoli retti, & sia inscritto nella portion della sphera a e b. vna figura di molti angoli, & di numero paro di lati, & eguali, eccettuando della basa a b. similmente come nelle superiori. Se stando fermo e f. sia circonvoluta, over menata attorno la figura, gli angoli d. e. a. b. secondo la circonferentia di cerchij, & li lati saranno portati secondo le superficie coniche, & la figura solida, che da questo moto sarà costituita, sarà compresa da superficie coniche, laqual hauerà per basa quel cerchio, delquale il diametro è la a b. & la vertice, o vuoi dir la cima il ponto e. Adunque questa figura similmente (per le ragioni, che di sopra sono state dette) haverà menor superficie della figura, che abbraccia quella, perche il termine dell'una, & dell'altra è nel piano della portione, cioe nella circonferentia del cerchio, delquale il diametro è la a b. & le superficie di ambedue sono in vna medesima parte conglobate, & l'una è tenuta abbracciata sotto dell'altra.

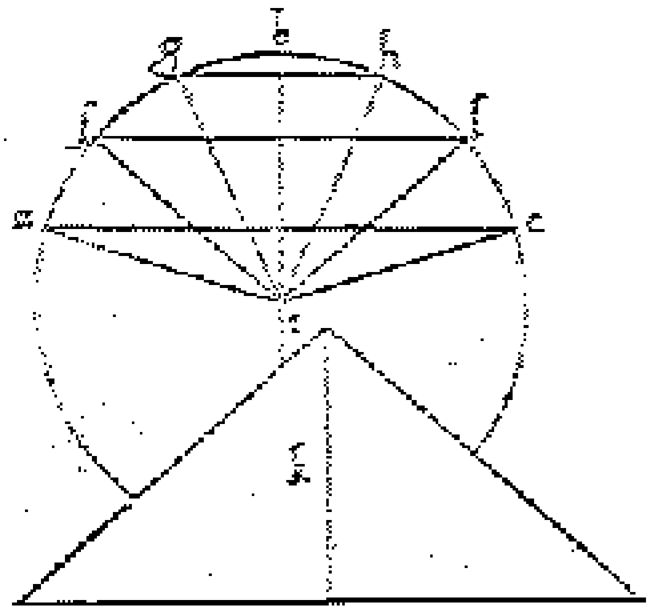
36 La superficie di vna figura descritta in vna portione di sphera, è menore di quel cerchio, il semidiametro, delquale è eguale a quella linea, che vien dutta dalla vertice, over cima della portione, alla circonferenza di quel cerchio, ch'è basa della portione.

Sia la sphera, & il massimo cerchio di quella a b f c. & sia la portione della sphera, dellaquale la basa sia il cerchio descritto circa al diametro a h. & sia inscritto in quella la detta figura, & nella portione del cerchio la figura di molti angoli, & seguita il medesimo delle altre. Sia il diametro della sphera h l. & tirate le due linee l c. & h a. & sia vn cerchio, delquale il suo semidiametro sia m. m. con tal conditione, che la detta linea m. sia eguale alla a h. Hora egli è da dimostrare, che il detto cerchio descritto secondo la linea m. è maggiore della superficie della figura, ma la superficie della figura è dimostrata esser eguale al cerchio, il semidiametro delquale tanto può quanto quello, che si contiene sotto della e h. et sotto di tutte le e f. c d. x a. & questo cioè contenuto sotto della e h. & sotto di tutte le e f. c d. x a. si eguaglia a quello, che è contenuto sotto della e l. & k h. & quello che è contenuto sotto delle due e l. & . k h. è menore di quello che è contenuto sotto della a h. perche egli è menore di quello, che è contenuto sotto della a h. & k h. Adunque egli è manifesto, che il semidiametro del cerchio, ch'è eguale alla superficie della figura è menore del semidiametro m. adunque egli è manifesto il cerchio designato secondo il mezo diametro m. esser anchora maggiore della superficie della figura.

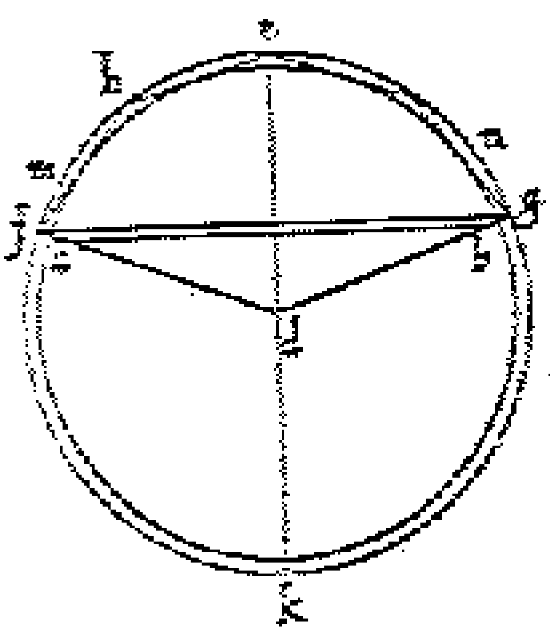


37 La figura descritta in vna portione di sphera, laqual sia contenuta da superficie coniche, insieme con quel cono, che habbia la medesima basa con la figura, & la vertice, over cima nel centro della sphera, si eguaglia a quel cono, delquale la basa è eguale alla superficie della detta figura, & l'altezza eguale alla linea dutta dal centro della sphera perpendicolarmente al lato di detta figura.

Sia la sphera, & il massimo cerchio in quella, & la portion menor del semicerchio a b c. & il centro e. Et sia scritto nella portione a b c. vna figura de lati pari, & eguali, eccettuando la basa a c. similmente come nelle passate, & stando fermo la b e. sia menata attorno della sphera, laquale sarà vna certa figura compresa da superficie coniche, & dal cerchio, delquale il diametro è la a c. sia fabricato vn cono, che habbia la vertice, over ponta nel centro della sphera, & sia posto il cono x. il quale habbia la basa eguale alla superficie della figura, & l'altezza eguale a quella linea, che sia dutta perpendicolarmente dal centro e. a vn lato della figura. Hor bisogna dimostrare che il cono x. si eguaglia alla detta figura, insieme con il cono a e c. siano anchora fatti li coni dalli cerchij, delliquali li diametri sono g h. & f l. che habbiano la vertice, over cima al centro e. adunque il rhombo solido g b h e. è eguale al cono, delquale la basa si eguaglia alla superficie g b h. & l'altezza eguale a quella linea, che sia tirata dal e. perpendicolarmente alla g b. (per la decimanona) & il residuo, che è contenuto sotto la superficie intermedia fra le piane superficie, che sono secondo g h. & f l. & sotto f e l g e h. (per la vintesima) si eguaglia al cono, delquale la basa sia eguale fia eguale alla superficie intermedia fra le piane equidistanti, lequali sono secondo g h. f l. & l'altezza eguale a quella linea, che fia dutta dal centro. e. perpendicolarmente alla f g. Oltra di questo il residuo compreso dalla superficie intermedia, delle piane equidistanti, lequali sono secondo f l. a c. & dalli conici e c. f e l. (per la detta vintesima) si eguaglia al cono, delquale la basa è eguale alla superficie, che è intermedia fra le piane equidistanti, che sono secondo. f l. a c. & l'altezza eguale a quella linea, che fia dutta perpendicolarmente dal centro. e. alla f a. adunque li predetti coni saranno eguali alla detta figura insieme con il cono. a e c. & certamente quell'altezza, che hanno questo quella linea, che fia dutta perpendicolarmente dal. e. a vn lato della figura, & questa basa eguale alla superficie a f g b h l c. della figura, & anchora il cono. x. ha la medesima altezza, & la medesima basa eguale alla superficie di detta figura, per laqual cosa sara eguale alli detti coni, & li detti coni sono dimostrati esser eguali alla detta figura, insieme con il cono. a e c. adunque anchora il cono. k. si eguaglia alla detta figura, insieme con il cono. a e c. adunque da questo è manifesto, che il cono, che habbia la basa vn cerchio, del quale il semidiametro sia eguale a quella linea, che fia dutta dalla vertice, ouer cima della portione alla circonferenza del cerchio, che è basa della figura, & l'altezza eguale al semidiametro della sphera è maggiore della figura inscritta nella portione, insieme con il detto cono. a e c. perche il detto cono è maggiore del cono eguale alla figura, insieme con il detto cono. a e c. perche il detto cono è maggiore del cono, che è eguale alla figura, insieme con il cono. a e c. cioe di quello, che habbia la basa eguale alla superficie della figura, & l'altezza eguale a quella linea, che fia dutta perpendicolarmente dal centro a vn lato della figura di molti angoli, perche la basa di quello è maggiore della basa di questo, & l'altezza maggiore dell'altezza.



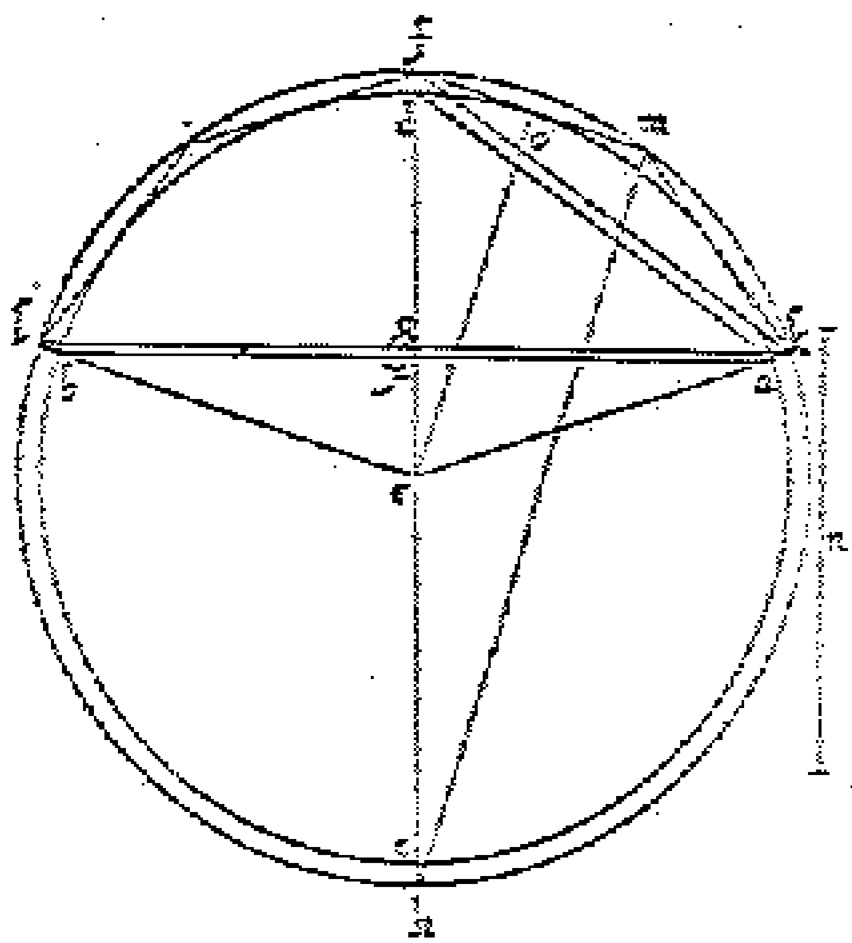
38 Sia la sphera, & il massimo cerchio di quella. a b c. & sia segato in quella vna portione minore del mezo cerchio, laquale sia segata dalla a b. & sia il centro il ponto. d. & dal centro. d. alla a b. siano dutte le a d. & d b. & circa la detta portione sia circonscritta vna figura di molti angoli, circa laqual sia circonscritto vn cerchio, il quale habbia il medesimo centro con il cerchio a b c. similmente che stando fermo. e k. sia menato intorno la detta figura, per fino a tanto, che'l ritorni al luogo, doue diede principio a mouersi, il cerchio circonscritto è portato secondo vna superficie di sphera, & gli angoli della detta figura descriueno cerchij, li diametri di quali saranno le linee congiongenti gli angoli della figura, lequali saranno equidistanti alla a b. & li ponti, nelliquali li lati della figura toccano il cerchio minore, descriuono cerchij nella menor sphera, li diametri, delliquali saranno le linee continuanti li ponti del toccamento, & saranno equidistanti alla linea. a b. & li lati della detta figura saranno portati secondo superficie conice, & la figura circonscritta sara contenuta sotto superficie conice, delliquali la basa è il cerchio, che è circa il diametro. f g. & la superficie della detta figura è maggiore della superficie della menor portione, la basa dellaquale è il cerchio, ch'è circa il diametro a b. & essendo dutte le contingenti. a m. b n. per laqual cosa saranno portate secondo superficie conice, & la figura, ch'è causata dalla figura di molti angoli circonscritta a m h e n b. hauera maggior superficie, che la portione della sphera, dellaquale la basa è il cerchio costituito circa a b. perche l'una, & l'altra stanno in vn medesimo piano, & hanno per termine, quel medesimo cerchio descritto circa a b. & la portione è compresa dalla figura, ma la superficie conica produtta da . f m. g n. è maggiore di quella causata da. m a n b. perche. f m. è maggior di m a perche sottende alla retta, & la linea n g. è maggiore della. n b. & concidosia che sia cosi, sara maggior la superficie



della superficie, perche queste sono quelle cose, che in principio furono tolte per dimostrare. Adunque egli e manifesto, che la superficie della circonscritta figura è maggiore della superficie della menor portione della sphera, oltra di questo e manifesto, che la superficie della inscritta figura, che sia cerca la portione è eguale al cerchio, del quale il semidiametro possi, quello che vien contenuto sotto di vn lato della figura, & sotto tutte quelle linee insieme, che congiongono gli angoli della detta figura, & la mita della basa della detta figura di molti angoli, secondo laquale fu descritta la figura solida nella maggior sphera descritta. Et questo per quelle cose, che per auanti sono state descritte e manifesto.

39 LA superficie di vna figura, che sia descritta cerca a vna portion di sphera, è maggior di quel cerchio, delquale il semidiametro sia eguale a quella linea, che sia dutta dalla vertice, ouer cima della portione alla circonferentia di quel cerchio, ch'è basa di tal portione.

Sia la sphera, & il massimo cerchio di quella a b c d. & il centro di quello il ponto e. Dapoi sia descritto cerca la portione la figura di molti angoli l k f. & cerca questa sia descritto vn cerchio, & sia fatta la figura, come prima circonuoluendo. Dapoi sia vn cerchio, il semidiametro delquale sia n. il qual semidiametro possi quello, ch'è contenuto sotto vn lato della figura, & sotto tutte le linee congiongenti gli angoli insieme, & la mita della k l. Certamente il detto spacio sie eguale a quel, che si contien sotto m h. & f g. che è l'altezza della maggior portione della sphera, & questo è stato dimostrato sopra le trascritte cose. adunque il semidiametro n. puo, eguale a quello, che e contenuto sotto m h. g f. ma g f. è maggior di d x. che è l'altezza della menor portione, perche se gionge remo k f. sara equidistante alla d a. & anchora la a h. è equidistante alla f k. adunque il triangolo f k g. è simile al triangolo d a x. & f k. è maggior, che d a. adunque anchora f g. è maggior che d x. ma m o. è eguale a o f. & la h e. al e f. adunque (per la seconda del sesto di Euclide) e o. è equidistante al m h. adunque m h. è doppia al la e o. & anchor la c d. è doppia alla e o. per laqual cosa la c d. è eguale al la m h. Ma quello, che è contenuto sotto c d. & d x. (per la terza del secondo di Euclide) è eguale al quadrato di a d. adunque la superficie della figura k f l. è maggiore del cerchio delquale il semidiametro sia eguale a quella linea, che sia dutta dalla vertice, ouer cima della portione alla circonferentia del cerchio, che è basa di quella portione, ch'è cerca il diametro a b. perche il cerchio descritto secondo il semidiametro n. è eguale alla superficie della figura descritta cerca alla portione.



40 LA figura descritta cerca a vna portione di sphera, insieme con il cono, delquale la basa sia il cerchio costituito cerca al diametro k l. (della precedente figuratione) & la vertice, ouer cima, il centro della sphera è eguale al cono, delquale la basa sia eguale alla superficie della figura, & l'altezza eguale a quella linea, che sia dutta perpendicularmente dal centro al lato della figura, laquale si troua anchora eguale al semidiametro della sphera. Perche la figura circonscritta alla portione, è inscritta nella portione della maggior sphera, dellaquale il centro è quel medesimo della menore, onde egli è manifesto quello, che è il proposito dalla antedetta figuratione.

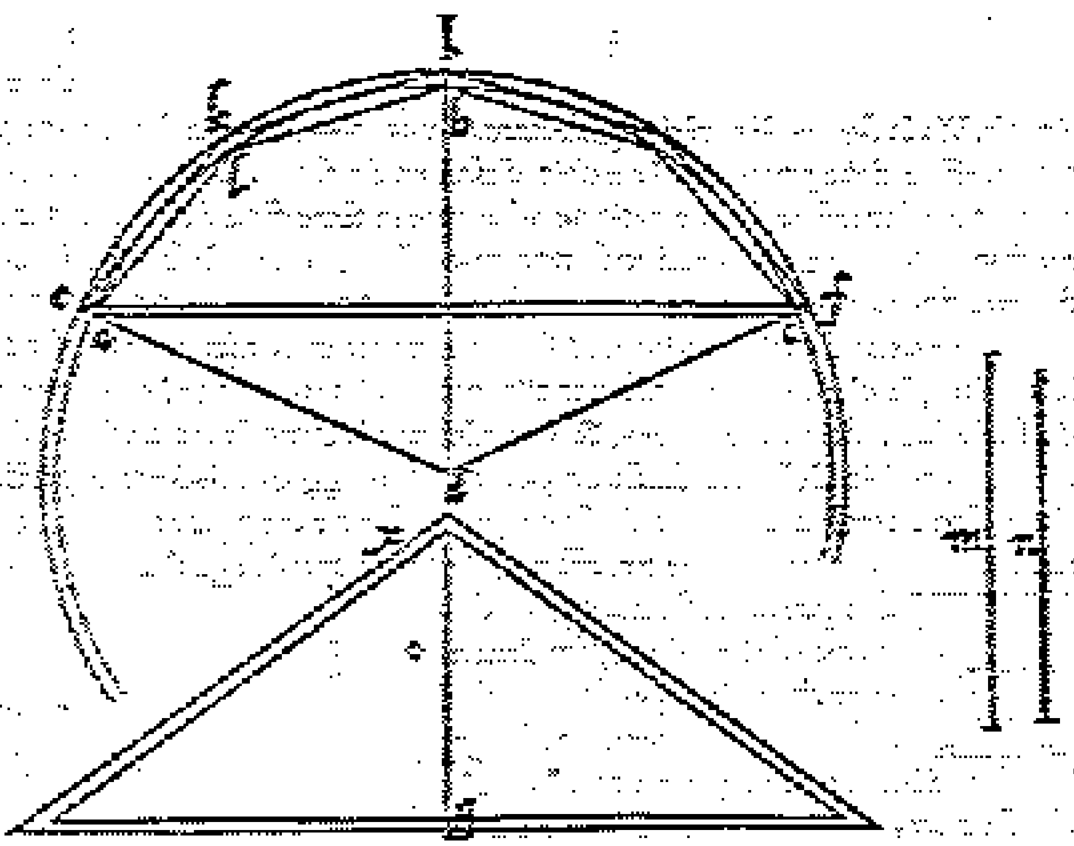
Adunque da questo è manifesto, che la figura circonscritta insieme con il cono, è maggiore di quel cono, che habbia la basa vn cerchio, delquale il semidiametro sia eguale alla linea dutta dalla vertice, ouer cima della portione della sphera menore alla circonferentia del cerchio, che sia basa della detta portione, & l'altezza eguale al semidiametro della sphera. Perche il cono che sara eguale alla detta figura, insieme con il cono hauera maggior basa, che il detto cerchio, & l'altezza eguale al semidiametro della sphera menore.

Sia anchora la sphera, & il massimo cerchio in quella, & la portione a b c. menore del mezo cerchio,

&

& il centro d. & dentro la portion a b c. sia inscritta vna figura di molti pari angoli, & a questa ne sia circonscritta vn'altra simile alla medesima, & siano posti i lati equidistanti alli lati, & sia circonscritto vn cerchio alla figura circonscritta, & come prima fatto fummo g h. circondaranno cerchi, quelli produranno le figure cõposte da figure coniche. Hor bisogna mostrare, che la superficie della circonscritta figura, alla superficie della inscritta habbia quella proportione, ch'è del lato della circonscritta al lato della inscritta duplicata. Et questa medesima figura insieme con il cono all'altra figura con il cono ha la medesima proportione treplicata. Sia vn cerchio, del quale il suo semidiametro sia m. di tal qualità, che il detto semidiametro m. possi tanto quanto è quello, che è contenuto sotto vn lato della figura, & tutte le linee congiungente gli angoli insieme con la mità di l. e f. e per tanto il cerchio descritto secondo il semidiametro m. sarà eguale alla superficie della figura. Dapoi questo sia tolto vn cerchio, il semidiametro del quale sia n. il qual n. possa tanto quanto quello, che sia contenuto sotto a vn lato della inscritta figura, & da tutte le linee insieme, che congiongono gli angoli, insieme con la mità di a c. Anchora questo cerchio sara eguale alla superficie della figura inscritta, vero è, che li detti spacij siano se quella proportione, che ha il quadrato del lato e x. al quadrato di a l. adunque come la figura superficiale alla figura superficiale, così è il cerchio descritto da m. al cerchio descritto da n. Per laqual cosa egli è manifesto, che la superficie della figura circonscritta alla superficie della figura inscritta, ha quella proportione duplicata, che ha e x. al a l. cioe quella medesima, che ha la figura alla figura, cioe la figura superficiale di molti angoli all'altra di molti angoli.

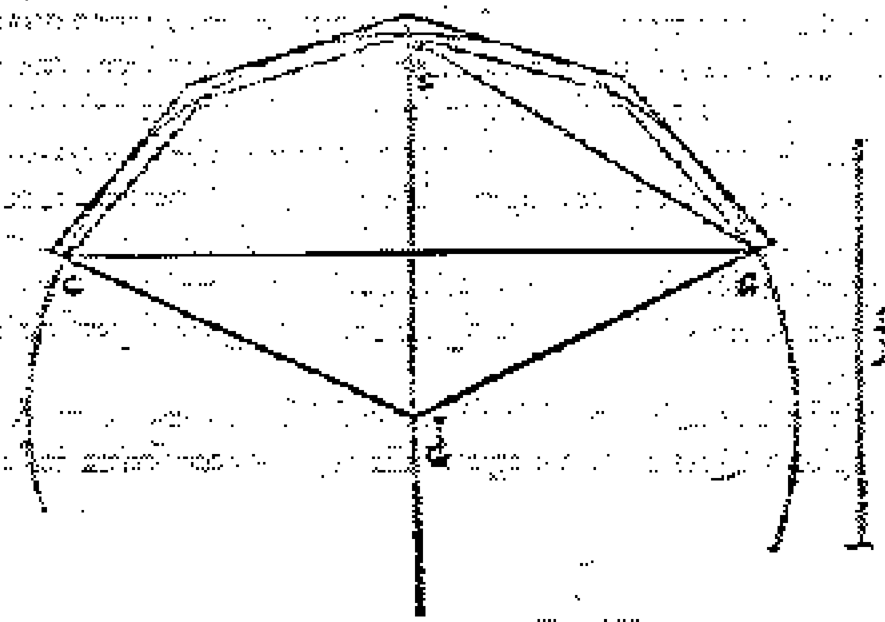
Sia anchora il cono x. il quale habbia la basa eguale al cerchio descritto dal semidiametro m. & l'altezza il semidiametro della menor sphera. Questo cono è eguale alla figura circonscritta insieme con quel cono, del quale la basa è il cerchio, che è circa il diametro e f. & la cima il põto d. sia anchora l'altro cono o. che habbia la basa eguale al cerchio descritto dal semidiametro n. & l'altezza eguale a quella linea, che sia tirata perpendicolarmẽte dal d. al a l. anchora questo è eguale alla figura inscritta insieme con il cono, del qual cono la basa è il cerchio descritto circa il diametro a c. & la vertice, ouer cima il centro d. perche tutte queste cose per auanti sono state descritte.



Perche adunque si come e x. al semidiametro della sphera menore, così è la a l. alla dotta dal centro perpendicolarmente alla medesima a l. & è stato dimostrato, che si come e x. al a l. così è il semidiametro m. al semidiametro n. & anchora il diametro al diametro. Adunque si come il diametro di quel cerchio, che è basa del cono x. al diametro del cerchio, ch'è basa del cono o. così sarà l'altezza del detto cono x. all'altezza del detto cono o. per laqual cosa seguita li coni x. & o. esser simili. Adunque il cono x. al cono o. ha quella proportione treplicata, che è del diametro al diametro; onde egli è manifesto anchora la figura circonscritta, insieme con il cono alla figura inscritta insieme con il cono, hauer quella proportione treplicata, che ha e x. al a l. che è il proposito.

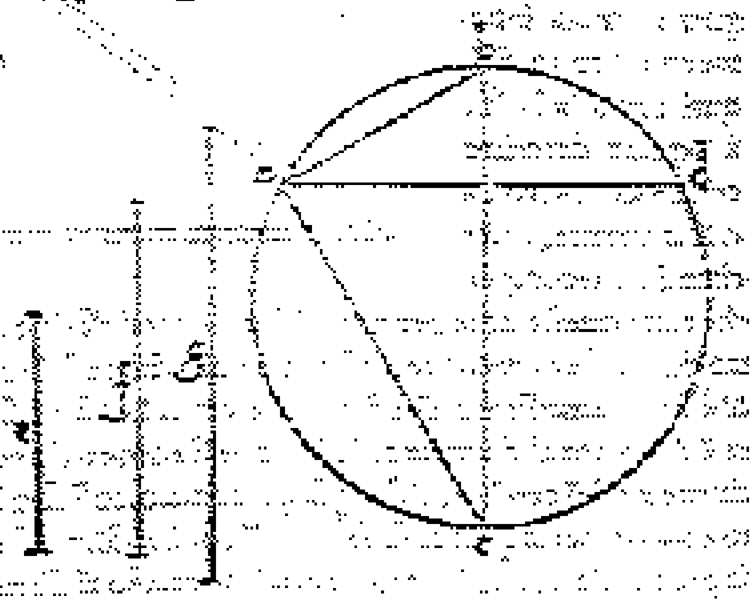
42 LA superficie di ciaschaduna portione di sphera, laqual portione sia menore della mità della sphera, è eguale al cerchio, del quale il semidiametro sia eguale a quella linea, che sia tirata dalla vertice, ouer cima della portione, alla circonferentia di quel cerchio, che è basa della portione.

Sia la sphera, & il massimo cerchio in quella a b c. anchora sia la settione in quella menore della mita della sphera, della quale la basa sia il cerchio costituito circa a c. eretto sopra il cerchio a b c. & sia tolto vn cerchio, del quale il suo semidiametro sia f. il qual semidiametro sia eguale alla linea a b. E per tanto bisogna dimostrare la superficie a b c. della portione, esser eguale al cerchio f. perche s'el non è eguale, egli e necessario che'l sia maggiore, ouer minore, supponemo (se possibil è) che sia prima maggiore la detta superficie del detto cerchio descritto da f. & sia posto d. esser il centro, & da questo siano dutte due linee al a. & al c. & siano edutte di fuora. Conciosia che siano due grandezze inequali, cioe la superficie della portione, & il cerchio descritto da f. siano descritte due figure di molti angoli, & di pari, & egualilati in tutto simili, vna circa al suoro del cerchio, a b c. & l'altra di dentro del medesimo, talmente che della circonscritta alla inscritta sia menor proportione, che della superficie della portione della sphera al cerchio descritto



da f. & dapoi circonscrivendo tal cerchio (come nelle passate) saremo due figure comprese da superficie coniche, delle quali l'una sara circonscritta, & l'altra inscritta, & la superficie della circonscritta alla superficie della inscritta, hauera la medesima proportione, che ha la circonscritta figura alla inscritta, perche l'vna, & l'altra proportione è duplicata a quella, che ha il lato della circonscritta al lato della inscritta figura di molti angoli. Ma la figura di molti angoli circonscritta alla inscritta, ha menor proportione, che la detta superficie della portione al cerchio descritto da f. & la superficie della circonscritta figura è maggiore della superficie della portione, adunque la superficie della figura inscritta sara maggior del cerchio descritto da f. laqual cosa non puo esser, perche di sopra è stato dimostrato la superficie di detta figura esser menore di tal cerchio, supponemo anchora (se possibil è) che il cerchio sia maggiore della detta superficie, & sia similmente circonscritta, & inscritta vna figura, l'una simile all'altra, & che della circonscritta alla inscritta sia menor proportione, che dal cerchio descritto da f. alla superficie della figura, & il medesimo si dimostrara deducendo al medesimo inconueniente il cerchio descritto da f. non poter esser maggiore di detta superficie. Adunque conciosia che il detto cerchio descritto da f. non possi esser ne maggiore, ne menore di detta superficie (come è stato dimostrato) egli è necessario, che'l sia a quella eguale.

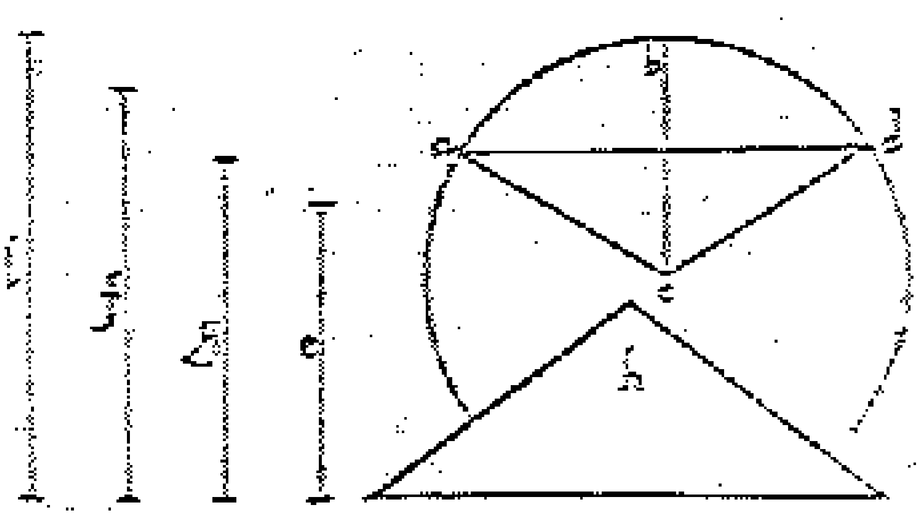
S'E la portione sia maggior della mita della sphera, similmente anchora la superficie di quella si eguaglia al cerchio, del quale il semidiametro sia eguale a quella linea, che sia dutta dalla vertice, ouer cima della portione alla circonferenza del cerchio, che è basa della detta portione.



Sia la sphera, & il massimo cerchio in quella a b c d. & sia inteso quella esser segata dal piano secondo a d. & sia la a b d. menore della mita della sphera, & il diametro b c. seghi ad angoli retti il diametro a d. & dalli duoi ponti b. & c. siano tirate le due linee c a. & b a. & sia tolto vn cerchio il semidiametro, del quale sia e. il qual e. sia tolto eguale alla a b. & sia anchora tolto vn'altro cerchio, del quale il suo semidiametro sia f. il qual f. sia tolto eguale alla a c. & sia anchora tolto vn'altro cerchio il semidiametro, del quale sia g. qual g. sia tolto eguale alla b c. adunque il cerchio descritto secondo g. sara eguale alli duoi cerchij descritti secondo li duoi semidiametri e. & f. Ma il cerchio descritto secondo g. è eguale a tutta la superficie della sphera, conciosia che l'una, & l'altra di dette due superficie siano quadruple al cerchio, che è circa al diametro b c. & il cerchio descritto secondo cerchio e. è eguale alla superficie a b d. della portione menore, perche questo è stato dimostrato nella prossima precedente (della portione menore della mezza sphera) adunque il restante cerchio descritto da f. è eguale alla superficie a c d. della portione maggiore della mita della sphera.

41 Qualunque portione di sphera si eguaglia quel cono, il quale habbia la basa eguale alla superficie della detta settione della sphera, & l'altezza eguale al semidiametro della sphera.

Sia la sphera, & il massimo cerchio in quella a b d. & il centro e. & il cono, che ha la basa eguale alla superficie, che si ha secondo la circonferenza a b d. & l'altezza eguale alla b e. Egli e da dimostrare, che la portione a b e d. è eguale al detto cono, perche s'el non è eguale poniamo (se possibile è) che la portione sia maggiore del cono, & sia posto il cono, qual è detto h. quando adunque alle due grandezze inequali, cioe la portione, & il cono h. siano trovate le due linee l. & e. l. maggiore, & e. menore, lequali habbino menor proportione, che la portione al cono, & siano tolte le due linee f. g. talmente che l. tanto ecceda f. quanto f. eccede g. & g. e. & cerca la piana portione del cerchio, sia circonscritta una figura di molti angoli, & lati eguali, & di angoli pari, & un'altra gli ne sia inscritta simile a quella medesima, talmente che il lato della circonscritta al lato della inscritta sia menor proportione, che da l. al f. & con simil modo (come per avanti è stato fatto) dal cerchio circondatto, vien produtte due figure comprese da superficie coniche. E per tanto la figura circonscritta insieme con il cono, che habbia la vertice, over cima al ponto e. alla figura inscritta insieme con il cono ha quella proportione treplicata, che ha il lato della figura di molti angoli circonscritta, al lato della inscritta, & il lato della circonscritta, al lato della inscritta, ha menor proportione, che l. al f. Adunque la figura solida, ch'è detta, havera menor proportione alla inscritta di quella, ch'è dal l. al f. treplicata, ma l. al e. ha quella proportione, ch'è dal l. al f. treplicata, adunque la figura solida circonscritta alla portione, alla inscritta figura, ha menor proportione di quella, ch'è dal l. al e. ma l. al e. l'ha menore di quello, che ha la proportione solida al cono h. per laqual cosa la figura solida circonscritta alla portione, alla medesima inscritta, ha menor proportione, che la portione solida al cono h. & permutatamente, & la figura solida circonscritta è maggiore della proportione, adunque la figura inscritta alla medesima portione, concluderemo esser maggior del cono, laqual cosa veramente non puo essere, perche nelle superiori è stato dimostrato la detta figura necessariamente esser menor di quello, cioe del cono, che habbia la basa un cerchio, delquale il semidiametro sia eguale alla linea dutta dalla cima della portione alla circonferenza del cerchio, che è basa della portione, & l'altezza il semidiametro della sphera, & questo è il detto cono h. perche ha la basa un cerchio eguale alla superficie della portione (cioe al detto cerchio) & l'altezza eguale al semidiametro della sphera, adunque la portione solida non è maggiore del cono h. (secondo) sia il cono h. maggiore della solida portione, & similmente un'altra volta la l. alla medesima e. concioesia che la sia maggiore, quella ha menor proportione, che il cono alla portione. Et similmente siano tolti f. g. talmente che il lato della figura di molti angoli, & di pari circonscritta cerca la piana portione del cerchio, al lato della inscritta a quella medesima, habbia menor proportione di quella, che è da l. a f. & siano fatte le figure solide cerca alla portione solida, come di sopra facessimo, e per tanto dimostraremo al medesimo modo, che la figura solida alla portione solida circonscritta, alla inscritta figura ha menor proportione, che l. alla e. & che ha il cono h. alla portione, per laqual cosa anchora la portione al cono havera maggior proportione, che la figura solida inscritta alla portione, alla figura circonscritta, ma la portione è maggiore della figura a se inscritta, adonque concluderemo il cono h. esser maggiore della figura circonscritta, laqual cosa anchora essere non puo, perche questo è stato dimostrato, che tal cono necessariamente è menor della figura circonscritta alla portione, dallaqual cosa seguita la portione esser eguale l detto cono.



A me mi pare che il testo della sopra notata propositione sia corrotto, per che bisognarebbe dir in questa forma. A qualunque settore solido di sphera s'eguaglia quel cono, il quale habbia la basa eguale alla superficie della settione della sphera, & l'altezza eguale al semidiametro della sphera, altramente tal testo sarebbe falso, ouero che tal testo bisognerebbe dire in quest'altro modo.
A qualunque portione menore della sphera insieme con quel cono, del quale la basa sia il cerchio, ch'è anchor basa della portione, & che habbia la vertice, ouer cima al centro della sphera, s'eguaglia quel cono, che habbia la basa eguale alla superficie della detta portione, & starebbe anchor bene. Ma parlando in questo modo vi bisognerebbe vn'altra propositione circa alla portione maggiore di detta sphera, e pero egli è da credere, che la voglia dire al primo modo, oue dove dice a qualunque portione, vuol dire a qualunque settore.

Di alcune pratical questioni sopra le misurationi della sphera, & delle sue portioni, ouer parti. Cap. III.

1 SVpponemmo mo che sia vna sphera, & che il diametro di quella (per schiuar rotti) sia 14. volendo per tal notitia trouar quanto sia la circonferentia del maggior cerchio di quella, tal cosa si troua per la semplice regola di Archimede data sopra li cerchi, cioe che tal circonferentia sia tre volte tanto, & vn settimo del suo diametro, pero multiplicando 14 per $3\frac{1}{7}$, fara 44. & tanto sara la circonferentia del maggior cerchio di detta sphera, che è il proposito.

2 SVpponemmo anchora che sia vna sphera, che il suo diametro sia pur 14. volendo per tal notitia trouare quanto sia la superficie di detta sphera, tu sai (per la 32 del precedente primo di Archimede) che la superficie di detta sphera è quadrupla al maggior cerchio, che si possa far in lei, il qual maggior cerchio, per la precedente, sai che la sua circonferentia sara 44. & la superficie di quello (per le regole sue) sai ch'è 154. onde multiplicando tal superficie per 4. fara 616. & tanto sara la ricercata superficie di detta sphera, che sarebbe il proposito. Ma in tal caso la puoi trouar piu breuemente multiplicando il diametro di detta sphera fia la circonferentia del suo maggior cerchio, & il produtto di tal multiplicatione sara la superficie di tal sphera, e pero multiplicando 14 fia 44. fara medesimamente 616. per la detta superficie di tal sphera.

3 SVpponemmo anchora, che sia vna sphera, che il suo diametro sia 14. volendo per tal notitia trouare quanto sia l'aria corporale di tal sphera, gia tu sai (per la 33 del precedente primo di Archimede) che ogni sphera è quadrupla al cono, che habbia la basa eguale al maggior cerchio della sphera, & l'altezza eguale al semidiametro di detta sphera, e per tanto vn cono, che habbia per basa vn cerchio, che sia per diametro 14. & che l'asis di tal cono sia 7. (cioe la mita del diametro della sphera) per le regole sue, l'aria sua corporale sarebbe $359\frac{1}{3}$, laqual multiplicandola per 4. sarebbe $1437\frac{1}{3}$, & tanto sarebbe l'aria corporale di detta sphera, che è il proposito.
Ma bisogna notar, che per la notitia di questa regola, rationalmente se ne caua altre regole in pratica, dellequali questa n'è vna, che il medesimo ne dara a multiplicar la terza parte del semidiametro della sphera fia la superficie di quella, ouerramente la sesta parte di tutto il diametro fia la detta superficie. Essempi gratia la terza parte di 7. ouer la sesta parte di 14. che l'uno, & l'altro è $2\frac{1}{3}$, multiplicato fia la superficie di tal sphera, ch'è 616. fara medesimamente $1437\frac{1}{3}$ per l'aria solida, ouer corporale di detta sphera, si come per l'altra via fu anchor concluso.

Errore di Francesco Feliciano.

Anchora pigliando li $\frac{11}{21}$ del cubo del diametro della sphera, quelli faranno l'aria corporale di quella. Essempi gratia il cubo di 14. fara 2744. & di questo pigliandone li $\frac{11}{21}$, cioe multiplicando il detto 2744 per 11. fara 30184. & questo partendolo per 21 ne verra medesimamente $1437\frac{1}{3}$ per l'aria corporale di detta sphera.
Questa medesima questione pone maestro Francesco Feliciano, & con vna certa sua regola lontana da ogni ragione, conclude tal sphera esser [illegible].

4 SVpponemmo anchora che sia vna sphera, dellaquale l'aria sua corporale sia noti, volendo con tal notitia trouare quanto sia il diametro, o vogliamo dir l'asis di tal sphera.
Questa bisogna risoluere con proportione, per mezo di vna sphera, dellaquale ne sia noto il diametro, & l'aria sua corporale, hor pigliamo la precedente, dellaquale il suo diametro è 14. & l'aria sua corporale è $1437\frac{1}{3}$, & perche la proportione di ogni due sphere (come dimostra Euclide nella vltima del suo libro) è si come che è dal diametro dell'una al diametro dell'altra treplicata, & a treplicar vna proportione (come piu volte è stato detto) è a cubar li termini di quella,

di quella, e pero cubaremo il diametro noto, cioe quel 14, fara 2744, poi diremo se 1437 $\frac{1}{3}$ fusse 200 che farebbe 2744, opera che trovarai, che farebbe 381 $\frac{3528}{4312}$, & cosi la radice cuba di 381 $\frac{3528}{4312}$ farebbe il diametro della detta sphera, che l'aria sua solida è 200, il qual diametro si rappresentara cosi radice cuba 381 $\frac{3528}{4312}$, che è il proposito.

5 ANchora supponemmo vna sphera, che il suo diametro sia 14. & di questa sphera ne vorrebbe far vn cubo, cioe se la fusse di cera vorrebbe trasformarla in vn cubo, volendo trouare quanto sarebbe il lato di tal cubo, troua l'aria corporale di tal sphera, che per la terza, tal sua aria sara 1437 $\frac{1}{3}$, & la radice cuba 1437 $\frac{1}{3}$ sara il lato di tal cubo, che è il proposito.

6 SVpponemmo anchora, che sia vna sphera, che ha per diametro quatordici, & della sua superficie ne vorrebbe fare la superficie di vn cubo, volendo mo trouare quanto sara il lato di tal cubo.

Troua prima quanto sia la superficie di tal sphera, che per la seconda trouarai quella essere 616. & perche le facciate del cubo sono 6. parti 616. per 6. & ne venira 102 $\frac{2}{3}$, & questo sara la superficie di vna delle facciate del cubo, & cosi radice 102 $\frac{2}{3}$ sara il lato di tal cubo, che è il proposito.

7 SVpponemmo anchora, che sia vn cubo, che il lato di quello sia otto, & della superficie di tal cubo ne vorrebbe far la superficie di vna sphera, volendo mo sapere quanto sara il diametro di tal sphera.

Prima troua la superficie di tal cubo, che essendo il suo lato 8. l'una delle sue 6 facciate venira a esser 64. qual 64. multiplicandolo per 6. fara 384. & cosi 384. sara la sua superficie, & douendo esser superficie di vna sphera, venira a essere anchora quadrupla al maggior cerchio di quella, e pero partendo 384. per 4. ne venira 96. & tanto sara la superficie del maggior cerchio di quella, onde per trouar il diametro di tal cerchio si puo procedere per piu vie, ma la piu breue a me mi par a trouarlo per proportione per mezo di vn cerchio, del quale ne sia noto il suo diametro, & l'aria sua, hor piglia quello, che ha per diametro 14. del qual l'aria sua è 154. & quadraremo 14. fara 196. poi diremo se 154 fusse 96. che farebbe 196. opera che trouarai, che fara 122 $\frac{2}{11}$, & la R 122 $\frac{2}{11}$ sara il diametro di tal cerchio, & anchora sara diametro della detta sphera, che è il proposito.

Anchora per quest'altro modo si potrebbe trouar il detto diametro, perche sapemmo, che l'aria di ogni cerchio è gli $\frac{11}{14}$ del quadrato del suo diametro, essendo adunque l'aria del detto cerchio 96. per trouar il quadrato del suo diametro, diremmo, se vndici aria del cerchio mi da 14. di aria il quadrato del suo diametro, che mi dara 96 aria del cerchio, onde operando si trouara, che dara 122 $\frac{2}{11}$ per l'aria del quadrato del suo diametro, e pero la radice 122 $\frac{2}{11}$ venira a esser il detto diametro di tal cerchio, & consequentemente della sphera, che sarebbe pur il medesimo, che fu trouato per l'altro modo.

8 ANchora supponemmo che sia vn cubo, che è per lato otto, & questo tal cubo lo vorrebbe disfare, & farne vna sphera, volendo mo sapere quanto sara il diametro di tal sphera, bisogna prima trouare quanto sia l'aria corporal di tal cubo, che per le regole sue si trouara esser 512. hor supponendo che sia vna sphera, & che l'aria corporale di quella sia il detto 512. volendo mo trouare quanto sia il diametro di tal sphera, si potrebbe procedere con proportione, come fu fatto nella quarta, ma per notificarti piu regole, voglio che la concludiamo per altra via.

Egli è manifesto (per le regole date sopra la terza) che l'aria corporale della sphera è gli $\frac{11}{21}$ del cubo del suo diametro, cioe se l'aria corporale della sphera fusse 11. il cubo del suo diametro farebbe 21. hor che farebbe, ouero che mi darebbe 512 aria di tal nostra sphera, onde operando si trouara, che fara 977 $\frac{5}{11}$, & tanto sara il cubo del suo diametro, onde seguita, che il detto suo diametro sarebbe R cu. 977 $\frac{5}{11}$, che è il proposito.

Il medesimo verrebbe procedendo, come fu fatto della quarta, cioe con il mezo della sphera, che è per diametro 14. & l'aria sua corporale è 1437 $\frac{1}{3}$, dicendo, se 1437 $\frac{1}{3}$ fusse 512. che farebbe 2744. (cioe il cubo di 14) onde operando si trouara, che farebbe pur 977 $\frac{5}{11}$, & cosi la radice cuba 977 $\frac{5}{11}$ sara il diametro di detta sphera, che è pur il proposito.

9 SVpponemmo anchora, che sia vna sphera, che il suo diametro è 14. & questa tal sphera la vorrebbe disfare, & di quella materia corporea ne vorrebbe formar vn cono di tal qualita, che il diametro del cerchio della sua basa sia tanto quanto è la costa sua, cioe la sua decadenza di fuora via, o vuoi dire dalla vertice alla circonferentia del cerchio della sua basa, volendo mo trouare quanto sia l'asse di tal cono.

Questa bisogna risoluere con proportione per mezzo di vn cono simile, del quale ne sia nota l'aria sua corporale, & anchora il suo assis, per trouare adunque questo, che si ricerca, trouaremo prima l'aria corporale di tal sphera, che per la terza trouaremo essere $1437\frac{1}{3}$, poi trouaremo l'aria di vn cono simile, tolto che l'assis di quello, sia quanto ne pare, hor ponemo che tal assis sia otto, & perche il diametro della sua basa con le due parti, ouer decadente, di fuora vien formando vn triangolo equilatero, del quale la sua perpendicolare vien a essere quell'otto, & perche il lato di ogni triangolo equilatero (per la vndecima del decimoquarto libro di Euclide, come piu volte e stato detto) e potentialmente sesquiterzo alla sua perpendicolare, e per tanto quadraremo quello 8. fa 64. poi diremo, se 3 mi da 4. che mi dara 64. opera che trouarai, che ne dara $85\frac{1}{3}$, & cosi la radice $85\frac{1}{3}$ sara il diametro della basa di questo nostro cono, & anchora li suoi lati, ouer decadente, hor bisogna trouar l'aria sua corporale, & per trouarla quadraremo il cerchio della basa, che il suo diametro e radice $85\frac{1}{3}$, onde quadrando il detto suo diametro fara $85\frac{1}{3}$, & ne pigliaremo gli $\frac{11}{14}$, che saranno $67\frac{1}{21}$, & tanto sara la superficie della basa, laquale multiplicandola per il terzo dell'assis, ma per schiuar rotti la multiplicaremo per tutto l'assis, cioe per otto, fara $536\frac{8}{21}$, & di questo ne pigliaremo il terzo, che sara $178\frac{50}{63}$, & tanto sara l'aria corporale del detto nostro cono, ma noi vorressimo, che tal cono fusse $1437\frac{1}{3}$ (cioe quanto, che e la nostra sphera) e pero diremo se $178\frac{50}{63}$, fusse $1437\frac{1}{3}$, che saria 512 (cioe il cubo dell'assis) onde operando trouaremo, che sara 4116. per il cubo dell'assis del ricercato cono, onde la radice cuba 4116. venira a esser il detto assis, che e il proposito. Et con simil modo si puo tramutar ogni qualita di piramide, cono in sphera, & per il contrario vna sphera in piramide, & in qual si voglia di corpi regolari, che molto vi sarebbe da dire, che volesse narrar la centesima parte di tai particolarita, ma con questi nostri vsi da te medesimo saprai, come gouernarti occorrendo il bisogno.

20 Vno Giouan' Antonio Tagliente, in fine di vna sua operina, laqual dice hauer raccolta da diuersi eccellenti auttori, pone questa questione precise.

Errore di Giouan' Antonio Tagliente.

Sono tre ballotte di cera, che sono tonde, & vna di queste ballotte volta intorno 2 braccia, & l'altra 3. & l'altra 6. voglio far di queste tre balle vna sola, & vuoi saper quanto, che la girera d'intorno, & dice che per far questa ragione, che'l si debbe multiplicare per se medesima la circonferentia di ciascuna, dicendo 2 fia 2 fa 4. & 3 fia 3 fa 9. & 6 fia 6 fa 36. & aggiongerli insieme, che faranno 49. & conclude, che la radice quadrata di 49 (che sara 7.) sara il giro della gran balla, cioe che la detta balla fatta da queste tre, girera braccia 7. laqual sua regola insieme con la sua conclusione e falsa. Ma per risoluerla giustamente bisogna cubare la circonferentia di ciascheduna, & queste tre cubationi aggiongerle insieme, & la radice cuba di quella tal summa sara la circonferentia di quella gran balla, composta da quelle tre. Essempi gratia cubaremo 2 fara 8. cubaremo anchor 3 fara 27. & cubaremo anchora 6. fara 216. & queste tre cubationi summandole insieme faranno 251. & cosi la radice cuba 251. sara la circonferentia di quella gran balla composta di quei tre, & se ne vorrai far la proua praticale, troua l'aria corporale di ciascheduna di queste prime tre, secondo le regole date, & la summa di quelle tre arie corporali trouarai, che la sara eguale precisamente all'aria corporale di quella balla grande, composta delle dette tre.

Ma la regola narrata dal detto Giouanne Antonio Tagliente seruirebbe in tre cerchij superficiali, cioe se la circonferentia di vn cerchio fusse braccia 2. & dell'altro braccia 3. & dell'altro braccia 6. volendo mo di questi tre cerchij farne vn cerchio solo, cioe che l'aria superficiale di quello fusse eguale all'aria di quelli tre, bisogna quadrare quelle tre circonferentie (come lui dice) che faranno 4. & 9. & 36. che gionti insieme fanno 49. & cosi la radice quadra di 49 (che sara 7) sara la circonferentia di quel gran cerchio, composto di detti tre, & se di questa conclusione ne vuoi far la proua praticale, troua l'aria superficiale di ciascheduno di quelli tre cerchij, & la summa di quelle tre arie trouarai esser eguale all'aria superficiale di quel cerchio grande composto di quelli tre.

21 Vn'altra questione in sostanza simile alla precedente, pone maestro Francesco Feliciano da Lazise nel suo Scala grimaldelli, laqual parla in questa forma precise.

Errore di Francesco Feliciano.

Hauendo tre ballotte di diuersa grossezza, cioe vna, che il suo diametro e 4. & il diametro della seconda si e 6. & il diametro della terza si e 12. & di tutte tre ne vorrebbe fare vna sola ballotta, & adimanda quanto sara detta ballotta grande di diametro. Et dice che per trouare il diametro della balla grande, si debbe multiplicare il diametro di ciascheduna in se, & quelli produtti summarli insieme, & che la radice di quella summa sara il diametro della detta ballotta, cioe dir 4 fia 4 fa 16. & 6 fia 6 fa 36. & 12 fia 12 fa 144. che

summati

summati insieme fanno 196. & la radice di 196 (che è 14) conchiude che sara il diametro della gran ballotta, laqual sua regola insieme con la conclusione è falsa, & lo error suo è simile a quello di Giouan'antonio Taglieute detto nella precedente.

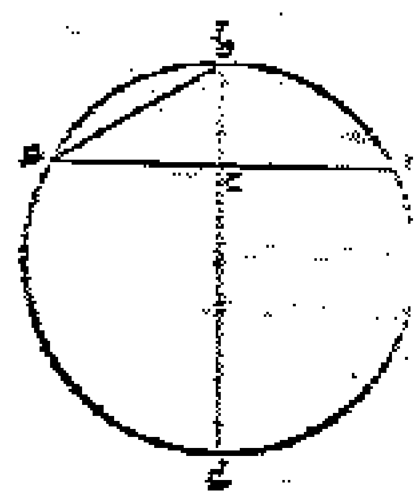
Ma per risoluere rettamente questa, & altre simili, bisogna procedere con li detti tre diametri, come fu fatto con le tre circonferentie nella precedente, cioe cubar li detti tre diametri, & faranno 64. 216. 1728. liquali tre cubationi in summa faranno 2008. & cosi la radice cuba 2008. sara il diametro della detta gran balla, composta da quelle tre, & se di questo ne vorrai far la proua pratticale, trouarai l'aria corporale di quelle tre, & la summa di quelle trouarai, che la sara precisamente eguale all'aria corporale di quella grande, & con tal regola procederai in piu numero di balle, o vuoi dir sphere.

Ma la regola, che insegna il detto maestro Francesco seruirebbe in tre cerchij, ma non nelli corpi sphericij, & la causa di tai suoi errori è per non intendere il propter quid.

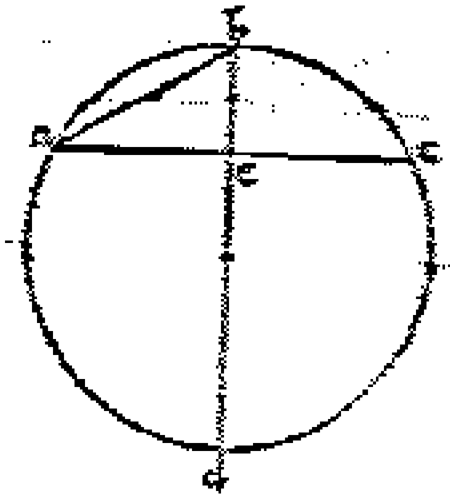
Delle misurationi delle portioni di sphera.

22 SVpponemmo che sia vna sphera, & che il maggior cerchio di quella sia. a b c d. della quale il suo diametro. b d. sia 14. anchora sia la portione a b c. menore della mita di detta sphera, dellaqual portione, la sua basa sia il cerchio continuo circa a c. cioe che la a c. sia il diametro di quello, & supponemmo che la detta a c. seghi ad angoli retti il diametro della sphera b d. in ponto. e. et simente che. b e. sia 4. volendo mo per tal notitia trouare quanto sia la superficie di tal portione (non computando il cerchio della basa sua.)

Tu sai (per la quarantesima prima di Archimede) che la superficie di tal portione è equale al cerchio, del quale il suo semidiametro la linea b a. tirata dalla cima di tal portione, alla circonferentia del cerchio della sua basa, e per tanto bisogna trouare quanto sia la detta linea b a. Et perche il dotto di b e. in e d. è equale al quadrato di a e. & per esser. b e. 4. seguita, che e d. sia 10. & perche 4. fia 10 fa 40. seguita che a e. sia la radice 40. & perche il triangolo a b e. e' rettangolo, pigliaremo il quadrato di a e. che sara 40. & lo summaremo con il quadrato di b e. che sara 16. fara 56. & cosi radice 56 sara la detta linea b a laquale per esser solamente il semidiametro di quel cerchio, che si eguaglia alla superficie della portione, e pero indoppiaremo la detta radice 56. multiplicandola per 4. fara radice 224. & tanto sara il diametro del detto cerchio, onde per trouar la sua superficie, quadraremo il detto diametro, cioe radice 224 fara 224. & di questo ne pigliaremo gli $\frac{11}{14}$ (multiplicando per 11. & partir per 14.) che faranno 176. & tanto sara la superficie del detto cerchio, & conseguentemente tanto sara la superficie della detta portione, che è il proposito.

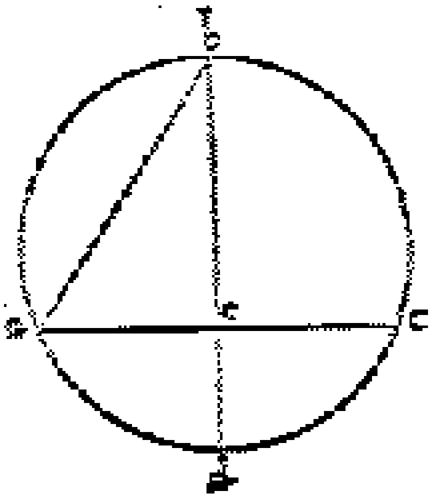


23 ANchora supponemmo vna sphera, dellaquale il suo maggior cerchio sia a b c d. & il suo diametro. b d. sia 14. anchora sia la portione a b c. dellaquale la sua basa sia il cerchio continuo circa a c. & supponemmo, che la detta a c. sia otto, & sega l'assis della sphera (cioe b d.) ad angoli retti in ponto. e. volendo per tal notitia trouare quanto sia la superficie della detta portione a b c. anchora in questa bisogna per trouare quanto sia la linea b a. perche quella è il semidiametro del cerchio, che è equale alla superficie di tal portione (per la detta quarantesima prima propositione del primo di Archimede per auanti narrato) per trouare adunque tal linea, per esser tutta la a c. 8 la mita di quella sara 4. cioe la a e. & perche il quadrato di a e. e' 16. adunque il dotto della parte b e. nella parte e d. sara 16. per trouar adunque le dette parti, bisogna far di 14 due tai parti, che il dotto dell'una nell'altra facia 16. onde operando per quella regola data nella . del vndecimo libro della seconda parte, cioe quadrando la mita di 14. & fara 49. dellaquale cauandone 16. resta 33. & la radice 33. giontà, & trata alla mita di 14. che sara 7. men radice 33. per la parte b e. & 7 piu radice 33. per la parte e d. per ritrouar mo la b a. quadraremo la b e. cioe 7 men R 33. fara 82. men radice 6468. quadraremo anchora la a e. fara 16. qual gionto con 82 men radice 33 fara 98. men radice 6468. & la radice vniuersale di 98 men radice 6468 sara la detta linea b a. laquale indoppiaremo tal radice vniuersale (98 men radice 6468 (secondo la regola piu volte detta) sara radice vniuersale (392 men 103488. & tanto sara il diametro del cerchio, che si eguaglia alla superficie della detta portione, poi per trouar quanto sia l'aria di tal cerchio, quadraremo il detto diametro, cioe radice vniuersale (392 men radice 103488. fara 392 men radice 103488. & questo multiplicandolo per 11. & partir per 14. lo auenimento sara l'aria del detto cerchio, & conseguentemente sara la superficie di tal portione, che se non errarai nella operatione ti venira il proposito.



24 SVpponemmo anchora che sia vna sphera, che il suo diametro, o vuoi dir assis sia 14. & che il maggior cerchio di quella sia a b c d. & il suo assis sia la. b d. & sia anchora la portione. a b c.

maggiore della mita della sphera, la basa dellaqual portione è il cerchio costituito circa la linea a c. laquale sega l'assis b d. ad angoli retti in ponto e. & supponemmo, che la parte b e dell'assis sia 10. volendo mo per tal notitia trouare quanto sia la superficie della detta portione. a b c. maggiore della mita della sphera.



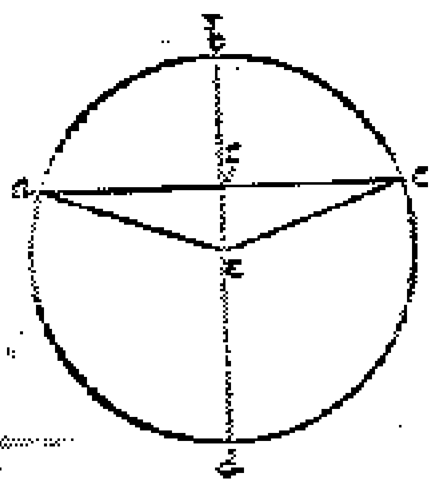
Tu sai (per la 42 del sopra dichiarato primo di Archimede) che la superficie di tal portione è equale al cerchio, il cui semidiametro sia equale alla linea dutta dalla cima di tal portione alla circonferenza del cerchio della sua basa, che in questo caso sarebbe la linea. b a. è pero la maggior difficulta, che occorra nella solutione di tai questioni è il trouar la detta linea. b a. & per trouarla procederai, come fu fatto sopra la duodecima della portion menore, cioe troua prima quanto sia la linea a e. che gia sai, che il dutto della parte. b e. nella parte. d e. è equale al quadrato della detta. a e. & perche la b e. è 10. seguita, che la e d. sia 4. & 4 fia 10 fa 40. & cosi la radice 40 sara la detta a e. & il suo quadrato sara 40. & il quadrato della. b e. sara 100. qual gionto con 40. fara 140. & radice 140 sara la detta linea. b a. & perche la detta radice 140. è solamente il semidiametro di quel cerchio, che si equaglia alla superficie della detta portion maggiore, duplicaremo la detta radice 140. fara radice 560. & tanto sara tutto il diametro del detto cerchio, hor per trouar mo la sua superficie, quadraremo il detto diametro, cioe radice 560. fara 560. & questo lo multiplicaremo per 11. fara 6160. & lo partiremo per 14. ne venira 440. & tanto sara la superficie del detto cerchio, & consequentemente della detta nostra proportion maggiore a b c. che è il proposito.

la superficie della portion maggiore è 440.
la superficie della portion menore è 176.

summa —— 616

la superficie di tutta la sphera è pur 616.

Per far la proua naturale, o vuoi dir generale, si di questa regola, come di quella della portion menore, se bene auertirai alla conclusione fatta sopra la portion menore nella duodecima, tu trouarai, che la detta portion menore esser precisamente equale alla portione. a d c. menore di questa medesima sphera, & fu concluso la sua superficie esser 176. & in questo luogo è stato concluso la superficie della portione. a b c. maggiore esser 440. hor se la detta regola è buona egliè necessario, che la summa delle superficie di queste due portioni si equaglia alla superficie di tutta la sphera, essendo le dette regole buone, & se per sorte le non si equagliassero a quella, sarebbe necessario, che fussero false, ma perche la superficie di tutta la detta sphera per la regola sua (che è a multiplicar il diametro di quella fia la circonferenza del suo maggior cerchio, cioe 14 fia 44) si trouara, che sara precisamente 616. diremo le dette due regole esser ottime, & buone, cioe quella data per la portion menore, & quella data per la portion maggiore, che è il proposito.



sector solido —— $410\frac{2}{3}$
cono. a e c. —— $125\frac{5}{7}$

la solida portion $284\frac{20}{21}$

15 Supponemmo anchora che sia una sphera, dellaquale il suo maggior cerchio sia il cerchio a b c d. & che il suo diametro, ouero assis b d. sia 14. & che sia anchor la portione a b c. menore della mita di detta sphera, la basa dellaqual portione sia il cerchio costituito circa la linea a c. laqual diuide l'assis. b d. ad angoli retti in ponto f. & supponemmo che la parte. b f. del detto assis sia 4. volendo mo per tal notitia trouar quanto sia l'aria corporale di detta portion menore a b c. supponemmo che'l ponto. e. sia il centro del cerchio. a b c d. & consequentemente il centro della sphera, poi tiraremo le 2 linee. e a. e c. & immaginaremo vn cono, del quale la basa sia quel cerchio medesimo, ch'è costituito circa la. a c. qual è anchora basa della detta portione. a b c. & la vertice di tal cono sia il centro. e. al che'l detto cono insieme con la detta portione solida. a b c. vengono a formare vn settor solido, alqual settor solido (per la 43. & vltima propositione del primo di Archimede per auanti annotata) si equaglia quel cono, che habbia la basa equale alla superficie della detta settione. a b c. & l'altezza equale al semidiametro della sphera, e per tanto bisogna prima trouar la superficie della portione solida. a b c d. onde procedendo secondo la regola data nella duodecima, si trouara quella esser 176. laquale supponendola per basa di vn cono, che la sua assis sia 7. (cioe la mita del diametro della sphera) onde per trouar l'aria corporal di tal cono (per le sopra notati) multiplicaremo 7 fia 176 fara 1232. & di questo ne pigliaremo il terzo, che sara $410\frac{2}{3}$, & tanto sara l'aria corporale del detto cono, & similmente quella del settor solido. a b c e. ma perche cerchiamo solamente l'aria corporale della solida portione. a b c f. bisogna, che trouiamo l'aria corporale del cono. a e c. delquale il diametro della sua basa circolare è la linea. a c. laqual linea a c. (per la duodecima) vien a esser il doppio di radice 40. perche. a f. è 40. che sarebbe radice 160. hor per trouar la superficie di tal cerchio, quadraremo radice 160. fara 160. multiplicandolo poi per 11. & parta per 14. ne venira $125\frac{5}{7}$ per la superficie di detta basa, & perche la. e f. vien a esser l'assis del detto cono, laqual linea. e f. vien a esser 3. e pero il terzo del detto assis vien a esser. 1. qual multiplicandolo per $125\frac{5}{7}$ fara pur $125\frac{5}{7}$ per l'aria corporale del detto cono. a e c. qual tratto dall'aria corporale del settore solido. a b c e (che è $410\frac{2}{3}$) restara $284\frac{20}{21}$ per l'aria corporale della detta portione solida. a b c f. che è il proposito.

Supponemmo

26 SVpponemo anchora che sia vna sphera il maggior cerchio, dellaqual sia a f b c d. & che il suo asse, ouer diametro sia la f d. & che sia per 14 (si come nelle passate) & sia anchora la portion solida maggiore della mita della sphera la a d c la basa dellaquale sia il cerchio contenuto, circa alla linea a c. laquale a c deuide l'asse f d. ad angoli retti in ponto f. & supponemo che la parte f d maggior dell'asse sia 10. volendo mo per tal notitia trouare quanto sia l'aria corporale di tal solida portion maggiore a d c f. nella detta portione immaginaremo vn cono, che habbia per basa la medesima basa circolare della medesima portione, & la sua vertice, ouer cima, nel centro della sphera, qual pongo sia il ponto e, come dimostra le linee a e. e c. & a c. il qual cono leuandolo con la immaginatione dalla detta solida portione restara vna figura solida alla similitudine della a d c e. laqual solida figura si puo chiamare (senza riprensione) settor solido maggiore, ilqual settor solido maggiore (per le ragioni adutte sopra la quarantesimaterza del primo di Archimede per nuoui annotata) si equaglia quel cono, che habbia la basa equale alla superficie della detta portion maggiore a d c. & l'altezza equale al semidiametro della sphera, e per tanto bisogna prima trouar la superficie di tal portion solida maggiore, onde procedendo secondo la regola data nella decimaquarta, trouaremo tal superficie essere 440 laqual superficie supponendola, come basa di vn cono, & che l'altezza di quello sia 7. cioe la mita del diametro di detta sphera, onde per trouar l'aria corporale del detto cono (per schiuar rotti) multiplicaremo il detto 7. fia 440 fara 3080. & di questo ne pigliaremo il terzo, che sara $1026\frac{2}{3}$, & tanto sara l'aria corporale del detto cono, & consequentemente, tanto sara l'aria corporale del detto settor solido maggiore a d c e. ma perche noi ricerchiamo l'aria corporale di tutta la solida portion maggiore a d c f. bisogna mo trouar l'aria corporale di quel cono a e c. che ha la cima nel centro e. della sphera, & perche il diametro della basa di tal cono e la linea a c. laqual e radice 160. onde l'aria di quel cerchio veniria a essere $125\frac{5}{7}$, & perche l'asse di tal cono vien a esser la linea e f. laquale vien a esser 6 il terzo del quale e 2. qual multiplicato fia quel $125\frac{5}{7}$, fara pur $251\frac{3}{7}$, per l'aria corporale del detto cono a e c f. laqual bisogna aggiongere con l'aria corporale del sopradetto settor solido a d c e. laqual fu $1026\frac{2}{3}$ fara $1278\frac{2}{21}$, & tanto sara l'aria corporale della detta solida portione maggiore a d c f. ch'e il proposito.

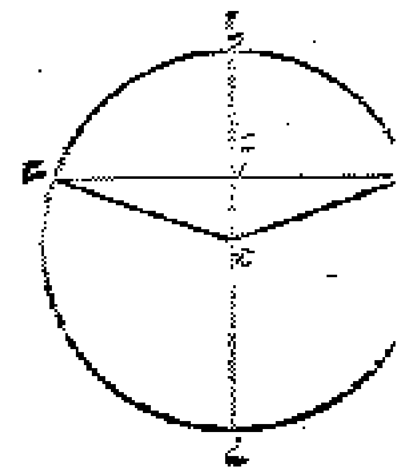
settor solido $1026\frac{2}{3}$
cono a e c f. $251\frac{3}{7}$

la solida portione $1278\frac{2}{21}$

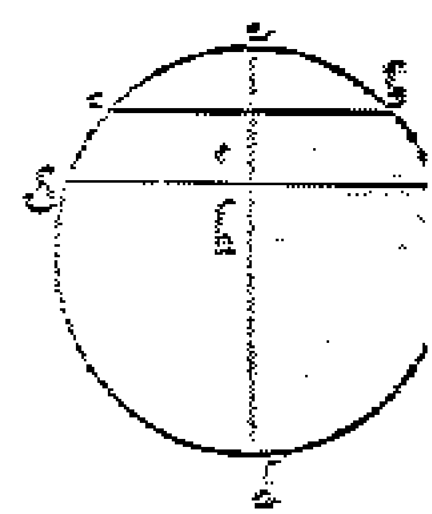
Per far la proua naturale, ouer practicale, si di questa regola data per trouar l'aria corporale della sopradetta portione maggiore di tal sphera, come di quella della portione menore (data nella precedente) egli e manifesto, che la portion menore (data nella precedente) insieme con la portion maggiore, data in questa, tal summa e equale a tutta la data sphera, e pero se la summa delle due arie corporali di dette due portioni sara equale all'aria corporale di tutta la sphera, per ragione naturale seguira le dette due regole esser buone, & perche l'aria corporale della portion menore (se ben ciarcarai) fu $159\frac{5}{21}$, & quella della maggiore fu $1278\frac{2}{21}$ (come di sopra appare) quale gionte insieme fanno $1437\frac{1}{3}$, & perche l'aria corporale di tutta la detta sphera, ch'e di diametro 14 e medesimamente $1437\frac{1}{3}$, diremo le dette due regole esser ottime, ch'e il proposito.

portion menore $159\frac{5}{21}$
portion maggior $1278\frac{2}{21}$

summa — $1437\frac{1}{3}$

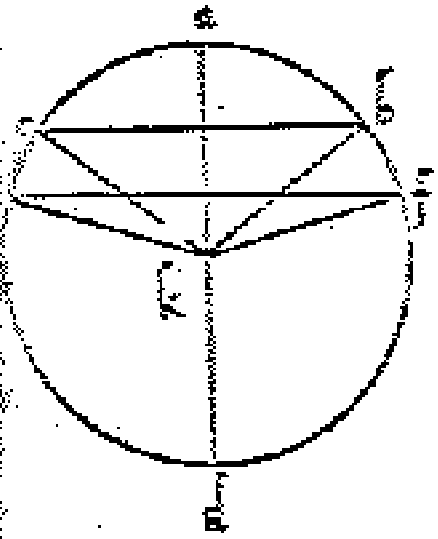


27 SVpponemo anchora, che sia vna sphera, l'asse dellaquale sia la linea a d. & sia per tal asse 14. & supponiamo che due superficie piane, & equidistanti fra loro segano le due portioni a b c. & a f g. & segano talmente l'asse a d. che la parte a e e tre, & la parte a h e 6. hor volendo sapere la quantita della superficie di quella parte di sphera, ch'e fra le due segature, cioe di quella fassa, ouer centa, ch'e fra b b c. & la f g.



Prima trouaremo quanto sia la linea b e. onde procedendo secondo la regola piu volte detta, cioe multiplicando la a e. che e 3. fia la e d. che e 11. fara 33. & cosi radice 33. sara la b e. hor per trouar la superficie della portione a b c quadraremo la b e. fara 33. quadraremo la a e. che e 3. fara 9. qual aggiongeremo a 33. fara 42. & radice 42 sarebbe la linea tirata dal a. al b. laqual duplicaremo fara radice 168. & questo quadraremo fara 168. et tal quadrato multiplicaremo per 11. & partiremo per 14. ne veniria 132. & tanto sara la superficie della portione a b c. laquale salluaremo da banda. Dapoi vederemo quanto sia la superficie di tutta la portione a f g. onde procedendo secondo la medesima regola, trouaremo la linea f h. esser radice 48. il cui quadrato sara 48. qual gionto con il quadrato della a h. (che e 6. il qual quadrato sara 36.) faranno 84. & cosi radice 84 sarebbe la linea, che fusse tirata dal a. al f. laquale duplicandola fara radice 336. quale quadraremo fara 336. & questo multiplicaremo per 11. & partiremo per 14. ne veniria 264. & tanto sara la superficie di tutta la portione a f g. dallaquale cauandone la superficie della portione a b c. che salluassemo (laqual fu 132) restara 132. & tanto sara la superficie, che e fra le dette due segature b c. & f g. di detta sphera, che e il proposito.

18 SVpponiamo anchora, che sia una sphera, che il maggior cerchio di quella sia. a b d c. et l'asse sia. a d. & sia tal asse per 14. (per schiuar rotti) & supponiamo, che da due superficie equidistanti ne sia tagliate le due portioni. a b c. & a f g. & che l'una di que ste superficie seghi dell'asse 3. & l'altra ne seghi 6 (si come nella precedente) volendo mo sapere quanto sia quella quantita corporea, che è fra queste due segature, primamente trouaremo quanto sia l'aria corporale dell'una, & dell'altra di queste due portioni, onde procedendo per le regole date, multiplicando la superficie dell'una, & l'altra di dette due portioni per la terza parte della mita dell'asse. a d. ouero per la sesta parte di tutto il detto asse, che sarebbe $2\frac{1}{3}$ ne veniria l'aria corporale di duoi settori di sphera. a b k c. & a f k g. delliquali cauando dal primo il cono. b k c. & dall'altro il cono. f k g. restara l'aria corporale dell'una, & l'altra portione, onde cauando l'aria corporale della menore dell'aria corporale della maggiore, il restante sara l'aria corporea di quella parte di sphera, che è fra le dette due segature, che si ricerca, dellaqual operatione per esser da se chiara, per le regole date nelle passate, a te lascio il cargo da essequirla.



Le particular questioni, che sopra della sphera si porebbe addure sono infinite, ma per mezzo del le sopranotate fondamentali, da te medesimo hauendo ingegno saperai, come gouernarti, & & con questa voglio por fine a questa quarta parte.

Il fine della quarta parte del general trattato di numeri, & misure di Nicolo Tartaglia.

REGISTRO.

A B C D E F G H I K L.

Tutti sono terni, eccetto L qual è duerno.

IN VINEGIA

Per Comin da Tridino.

M D L V I I.

LA QVINTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DE' NVMERI ET MISVRE,

DI NICOLO TARTAGLIA;

NELLA QVALE SI MOSTRA IL MODO DE ESSEQVIRE CON IL COMPASSO, ET CON LA REGHA TVTTI LI PROBLEMI GEOMETRICI DI EVCLIDE ET DA ALTRI PHILOSOPHI,

ET CON MODI PIV ISPEDIENTI, E BREVI DI QVELLI DATI DA ESSO EVCLIDE,

MATERIA NON MEN' VTILE CHE NECESSARIA A' GEOMETRICI, DESIGNATORI, PERSPETTIVI, ARCHITETtori, Ingegneri, & Machinatori, & [illegible], [illegible] Mathematici.

CON SVOI PRIVILEGII.

IN VENETIA PER CVRTIO TROIANO

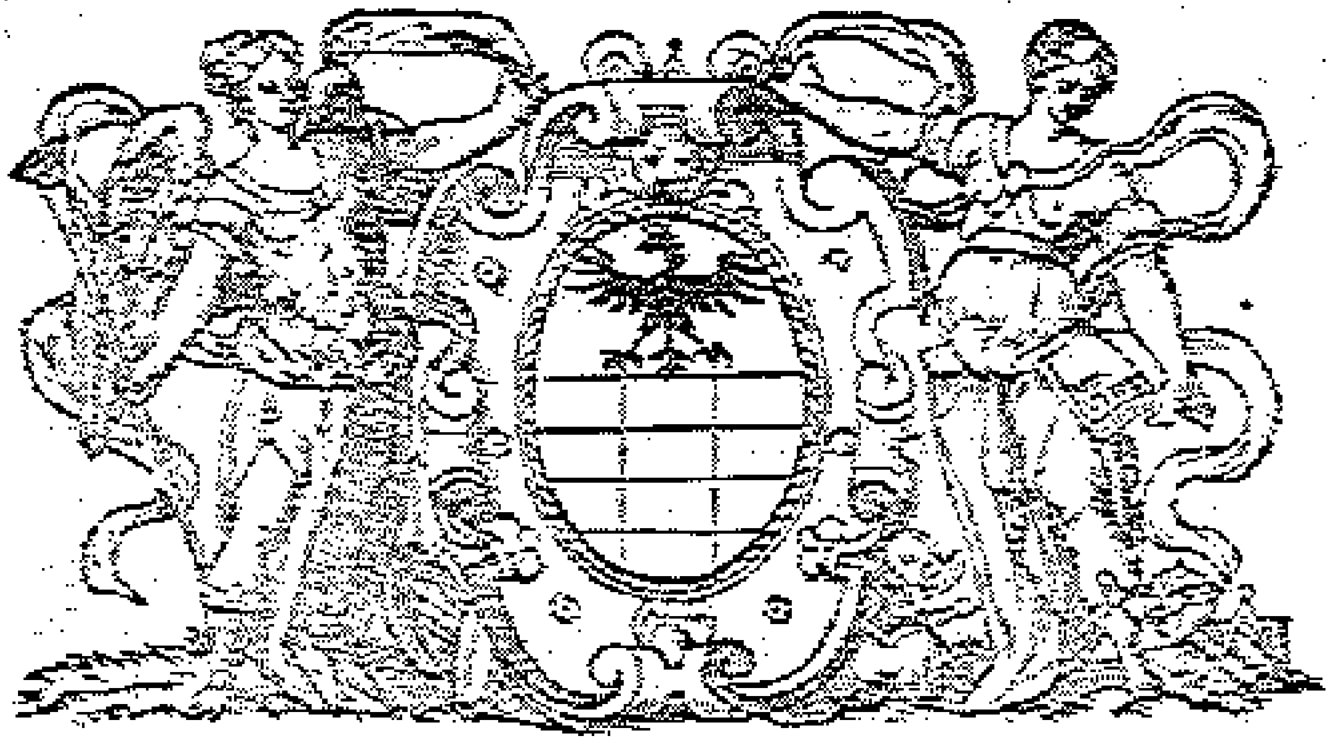
PHILIPPVS Dei gratia Rex Castellæ, Aragonum, Legionis, Vtriusq; Siciliæ, Hierusalem, Angliæ, Franciæ, Hiberniæ, Vngariæ, Dalmatiæ, Croatiæ, Nauarræ, Granatæ, Toleti, Valentiæ, Galletiæ, Maioricarum, Hispalis, Sardiniæ, Cordubæ, Corsicæ, Murtiæ, Giennis, Algarbiorum, Algeziræ, Gibraltaris, Insularũ Canariæ, nec non Insularum Indiarum, & terre firme maris oceani, Archidux Austriæ, Dux Burgundiæ, Brabantiæ, & Mediolani, Comes Barcinone, Flandriæ, & Tyrolis, Dominus Vizcaiæ, & Molinæ, Dux Athenarũ, & Neopatriæ, Comes Rossillionis, & Ceritaniæ, Marchio Oristani & Gotiani, Illustribus, Spectabilibus, magnificis, dilectis consiliarijs, & fidelibus nostris Proregibus, locumtenentibus, & capitaneis generalibus nostris magno camerario, prothonotario, magistris iustitiarijs, eorumq; locumtenentibus, sacro consilio, iudicibus magnæ regiæ curiæ præsidentibus, & rationalibus cameræ nostræ summariæ, regenti, & iudicibus magnæ curiæ Vicariæ, magistris rationalibus, thesaurarijs, & conseruatori nostri regij patrimonij, aduocatis quoq; & procuratoribus fiscalibus, cæterisq; demũ vniuersis officialibus & subditis nostris maioribus & minoribus in præfato vtroq; Siciliæ regno constitutis & constituendis, ad quem seu quos spectet, gratiam nostram regiam & animi bonum. Expositum nobis fuit pro parte dilecti nostri Curtij Nauò impressoris Veneti se non absq; maximo sumptu atq; labore typis mandasse, atq; edidisse libros Nicolai Tartaliæ de Arithmeticis & Geometricis inscriptos: Il general trattato di numeri & misure, & il quaderno doppio, che serue à ciascuna città, maiestati nostræ humiliter supplicando, ne à quoquam, nisi ab eodem, & ab eo potestatem habentibus in omnibus regnis, & dominijs nostris per viginti annos imprimantur, aut vendantur impressi, mandare dignaremur. Nos vero propriam ac peculiarem nostram esse censentes omnibus bonarum artium professoribus maxime qui in eis tractandis fauere: Volentesq; erga dictum Curtium Nauium munificentiam nostram protendere, vt ex sumptibus & laboribus per eum susceptis fructum aliquem valeat percipere, petitioni præfatæ tamquam rationi consone ex animo, modo infrascripto, duximus annuendum. Tenore igitur præsentium de certa scientia, regiaq; authoritate nostra deliberate & consulto, motuq; nostro proprio & ex gratia speciali, maturoq; sacri supremi penes nos assistentis consilij accedente deliberatione, Ne quis in dicto Siciliæ citra & vltra farum regno, nisi ipse Curtius Nauius, aut ab eo potestatem habentes, vel alij, cum quibus sua ratione conuentio fuerint, per viginti annos à die data præsentium in antea computandos, sub pœna amissionis omnium librorum, & centum ducatorum auri, in tres partes diuidendorum, quarum vna accusatori, altera fisco nostro, alia vero, eidem Curtio cedatur adscripta, libros prædictos imprimat, aut alibi impressos vendat huiusmodi edicto nostro prohibemus. Vobisq;, & vestrum cuilibet, ad quos spectet dicimus, præcipimus, & iubemus, ad incursum nostræ indignationis & iræ, pœnæq; ducatorum mille nostro fisco applicandorum, vt nostram huiusmodi prohibitionem, & gratiam, & omnia, & singula desuper contenta teneatis firmiter, & obseruetis, teneriq; & inuiolabiliter obseruari ab omnibus faciatis; & quibuscumque in contrarium facientibus non obstantibus quouis modo. In cuius rei testimonium præsentes fieri iussimus nostro magno negotiorum citerioris Siciliæ regni sigillo à tergo munitas. Dat. in oppido nostro Bruxellis die Quartodecimo mensis Augusti, Anno à natiuitate domini Millesimo Quingentesimo Quinquagesimo Sexto.

Dominus Rex mandauit mihi
Didaco de Vargas.

1559. Die 29. Iulij in Rogatis.

Che à Curtio Troiano mercante de libri, sia per auttorità di questo conseglio concesso, che per spacio de anni vinti prossimi niun'altro che lui, ò che hauera causa da lui, possa stampar in questa città, ne in alcun altro luogo della S. N., ne altroue stampati in quelli vender la Geometria de Nicolo Tartaglia diuisa in quattro libri cioè, Terza, Quarta, Quinta, & Sesta parte, sotto pena di perder le opere lequali siano del supplicante, & ducati [illegible], per opera, un terzo dell'quali sia del Arsenal, un Terzo del magistrato che farà la esecution, & un terzo del denontiante, essendo obligato di osseruar tutto quello, che è disposto in materia di stampe.

Aloysius de Angelis
Duc. not.



AL ILLVSTRISSIMO SIGNORE IL SIGNOR SFORZA PALAVICINO, MARCHESE DI CORTE MAGGIORE, DI BORGO SANDONINO, DI FIORENZVOLA CONTE E BARONE, ET GOVERNATOR GENERALE

del Serenissimo Dominio Veneto.

EGLI E' *naturale, & proprio d'huomo, Illustriss. Signore, quanto si estendono le forze, giovar' a ogni uno, anzi è un' assimigliarsi al grande Iddio. Quindi gli Hercoli, i Bacchi, & gli altri Heroi presero strada al Cielo, & da questo fatto son sin' ad hora non pur celebrati & ammirati molt' altri, che impiegarono l'opre loro al beneficio de gl'huomini, ma come sopra humani riveriti & adorati ancora. Questa è la somma perfettione della vita humana, & questo è l'ottimo, & veramente divin modo di viver, nel quale chi piu eccede gli altri, à gran ragione è riputato Dio. Percioche essendo due sole l'attioni di quel primo principio, cioè il conoscere, & il provedere, da quali cōprendiamo la natura sua, & non potēdo noi conoscere se non se dalli effetti, che produce giovādo in queste cose inferiori la providentia, senza*

† ii

la quale ci sarebbe nascosta la cognitione, et per conseguente tutto intiero l'esser suo, se a lui si deue attribuir proprietà di forma alcuna per laquale debbi esser chiamato tale, et distinto dall'altre sostanze, sola et propriamente gli si conuiene la ragione del giouare, onde chi più a quella si auuicina, è ragioneuolmente stimato diuino. Per il che molti accesi & infiammati alla gloria, come è stato diuerso l'impeto dell'animo loro, & come, à diuerse cose si sono applicati; così in uarij modi han procurato beneficar il mondo; onde hanno hauuto principio le scientie, l'arti, & tutte l'inuentioni, che parte da necessità, parte da desio di sapere, son state incominciate. Fra tanti uolendo ancor'io di quel modo che posso pormi in schiera, & mostrarmi fra loro, che furon utili a suoi secoli, poi che di trouare non ho riceuuto dono dalla natura, hò con ogni studio sempre, mettendo in luce, & publicando hor una hor un'altra opera delle trouate altrui, seruito, & atteso al commun commodo de studiosi. Hora essendomi per l'adietro uenuto alle mani, con alcune altre, la quinta parte del Trattato general de Numeri, & Misure de Nicolo Tartaglia datami dall'istesso autore, prima che morte inuidiando al mondo forse l'utile grande, che aspettaua dalle rare doti di lui, lo ci togliesse, hò giudicato conuenirsi all'instituto mio farlo istampare, affine di ristorar in parte co'l giouamento di questo la perdita, che ci ha lasciata l'immatura sua partita. Ma parendomi poco securamente douer uscir in luce, & farsi uedere da gli huomini questa nouella uergene, senza la guida & diffesa del proprio padre, a guisa di fedel & accorto tutore le hò uoluto procurar degno marito, sotto la cui autorità ella potesse in qualunque loco comparire secura. Et fra molti, che mi si sono appresentati degni di una tale copia, considerata l'eccellenza di lei, & il gran ualore di V. S. Ill. hò giudicato ne più acconciamente, ne con maggior sodisfattione & contento dell'anima dell'autore istesso poterla locare, che maritãdola a uoi. Perciochè attesa la dignità della scientia, la quale sì per nobiltà del soggetto, come per il fine istesso, & certezza delle cose, che insegna, a tutte l'altre s'agguaglia, & molte anco di gran lunga eccede, anzi di tutte è regina, (onde Pithagora & Platone il diuino attribuirono ogni potentia naturale così all'arte de Numeri, come a quella delle Figure et Misure, Geometrica l'una l'altra Arithmetica nominata) & posciache all'incontro il merto singolare di V. Illustrissima

Signoria, quale si per nobiltà di sangue, come per eccellenza di virtù l'ha fatto non pur a tutta Italia, ma quanto mira dal Sole riguardevole, & illustre; parmi ch'ella di voi, et voi di lei si degno siate, che ad alcun'altro piu convenientemente non si possa congiugnere. A voi dunque la dedico, & dono, accioche ella sotto la protettione del nome vostro piu sicura per ogni luogo scorra da morsi de maledici, et voi come di ancella vi serviate di lei nelle speculationi così Arithmetice come Geometrice, nelle quali quanto passate adentro, conosce, chi de lineamenti, figure, intervalli, grandezze, corpi, misure, & pesi vi ode ragionare, & chi de stromenti, si di guerra come d'architettura vi sente discorrere. V. S. Illustrissimo la pigli con quella ciera, che suole accettare le cose piu grate, perciochè ne dono piu di questo conveniente a lei, ne da piu devoto cuore del mio le puo esser offerto, & con questo basciandole inchinevolmente le valorose mani, me le raccomando.

D. V. S. Ill^ma

Humilissimo Servitore

Curtio Troiano.

LA TAVOLA DELLA QVINTA PARTE E DI TVTTO QVELLO CHE SI CONTIENE IN CIASCVN LIBRO, ET A QVANTE CARTE PRINCIPIA.

IL FINE.

TAVOLA DI TVTTI I Capi del primo libro.

IL FINE.

TAVOLA DE I CAPI DEL Secondo Libro.

IL FINE.

TAVOLA DE I CAPI CONtenuti nel Terzo libro.

IL FINE.

IL PRIMO LIBRO DELLA QVINTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI, ET MISVRE DI NICOLO TARTAGLIA.

Che cosa sia problema. Cap. I.

1 PERCHE tutta questa quinta parte sono problemi geometrici da risolvere manualmente con il compasso, & regha, conveniente cosa mi par di diffinir prima, che cosa sia problema, & come s'intenda a essequir quello mathematicalmente, & naturalmente con altre notationi.

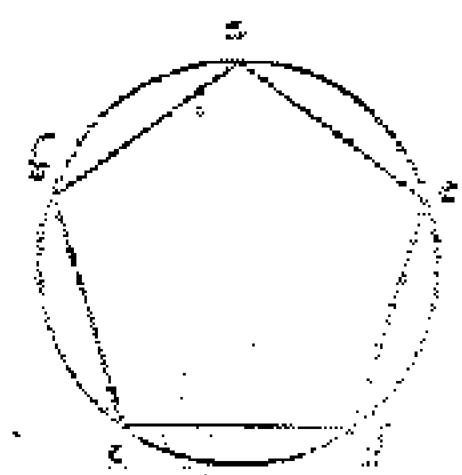
Dico adunque che questo nome problema è vocabolo greco, il quale significa quella propositione, dove si proponga da operare, overo da essequire manualmente qualche cosa. Essempi gratia s'io dicesse sopra di una data retta linea potiamo designarvi un triangolo equilatero, tal parlare è detto problema, similmente se io dicesse, voglio dividere questa linea a b in due parti equali tal propositione, cioe tal mio dire sarebbe chiamato problema, similmente se io dicesse volendo dividere la detta linea a b. in cinque parti equali, tal mio parlare sarebbe pur un problema, & cosi si debbe intendere nelle altre simil propositioni, la essecutione di tai problemi s'intende, & piglia per quella operatione, che immediatamente secondo il proposito si fara, over che s'insegnara a far manualmente.

Come s'intenda essequir un problema mathematicalmente.

2 A Essequire un problema mathematicalmente s'intende quando che in tal essecutione si procede con atti scientifici, che con ragioni sicure si possino dimostrare, & sostentare, si come costuma Euclide, Apollonio Pergeo, Archimede Siracusano, Ptolomeo nel Almagesto, & altri scientifici geometri.

Come s'intenda essequir un problema naturalmente.

3 A Essequir un problema naturalmente s'intende quando, che in tal essecutione si procede per un certo modo, che la natura insegna generalmente in ogni qualita di huomini, cioe a tutti. Essempi gratia s'io proponesse a qual si voglia simplice huomo, che in un proposito cerchio mi fermasse un penthagono equilatero, quel tale per natural istinto, pigliaria il compasso, o vuoi dir sesto, & con quello sperimentaria con diverse aperture, hor stringendolo, & hora allargandolo, che trovaria una apertura, che facendolo caminar con quella per la circonferentia di tal cerchio dividera tal circonferentia in cinque parti equali, come nella figura posta in margine appare nelli cinque ponti. a b c d e. & fatto questo con una regha giusta tiraria le cinque linee a b. b c. c d. d e. & . e a. & cosi dira lui haver essequito il proposito, & me lo approvaria con il compasso al senso in materia laqual sua prova, anchor che in un simil caso, per che naturalmente non si possa negare, nondimeno tal sorte di prova non è accettata dal mathematico, perche in molte cose il senso s'inganna, come piu volte è stato detto, & come sara anchora dimostrato sopra l'error di Orontio nel trovar le due medie proportionali, & nella sua regola data per trovar il lato del settangolo, nonangolo, & altri, & similmente Michel Stiffelio nella duplicatione del cubo, & cosi molti altri se sono ingannati per governarsi, & confidarsi nel senso, & per questa causa il mathematico non accetta le prove fatte in materia al senso, anzi vuole nella risolutione di un tal problema, & altri simili, che ogni sua attione, & conclusione sia dimostrata con ragioni sicure, come fa Euclide nella undecima propositione del suo quarto libro, & Ptolomeo nel nono capitolo, dove tratta della scientia della quantita delle corde delle parti del cerchio, i quali lor modi nel nostro processo si faranno manifesti.



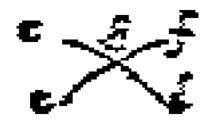
Da notar circa le risolutioni di varij problemi.

4 E Glie da notare qualmente vi sono alcune sorte di problemi, i quali si possono essequire con regole mathematice, cioe dimostrative, & anchora con modi naturali, cioe a ochio, over con piu esperientie, & ve ne sono alcuni, che solamente si ponno risolvere con modi, over regole mathematicali, ma per vie, over modi naturali è impossibile di poterli condur a effetto, & ve ne sono alcuni, che solamente si possono essequire con modi naturali, ma con regole mathematice

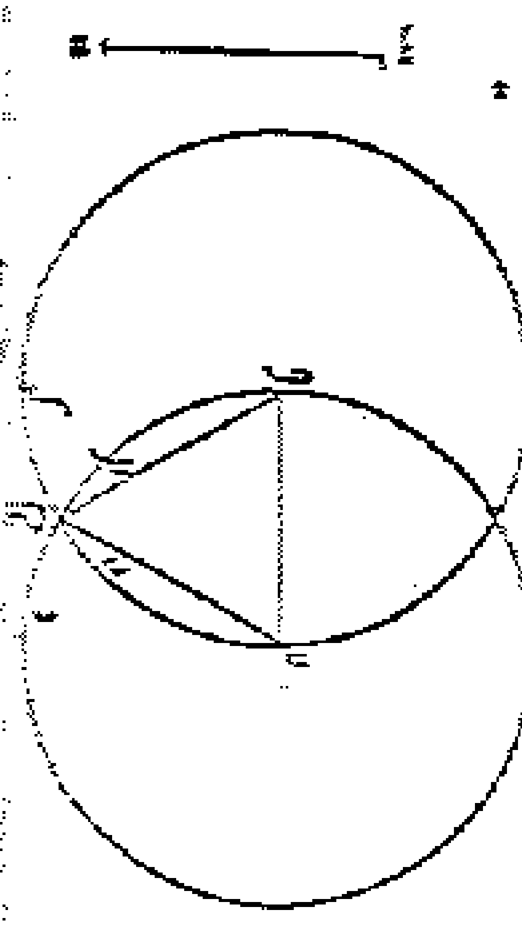
fin hora non si è trouato regola di poterli con ragion mandar ad essecutione, ve ne sono anchora alcuni altri, i quali parte con regole mathematice, & parte con modi naturali si conducono a fine, quali siano tuo questo tal specie di problemi, nel nostro processo si faranno manifesti.

5 ANchora bisogna notare qualmente vi sono alcuni problemi, i quali piu speditamente, & giustamente si essequiscono procedendo naturalmente di quello si farebbe procedendo mathematicalmente, e pero tai sue regole mathematicali, vengono a restare quasi inutili in quanto alla real pratica operatiua, ouer manuale, perche non vengono usate in conto alcuno dall'operante, nelle sue reali attioni, ouer operationi, come sarebbe la seconda, & la terza propositione del primo di Euclide (come che sopra di quelle in esso Euclide fu da me detto, & anchora in questo si dira) vero è, che in quanto alla scientia, tai propositioni sono necessarie, per le ragioni da me in quello luogo adutte.

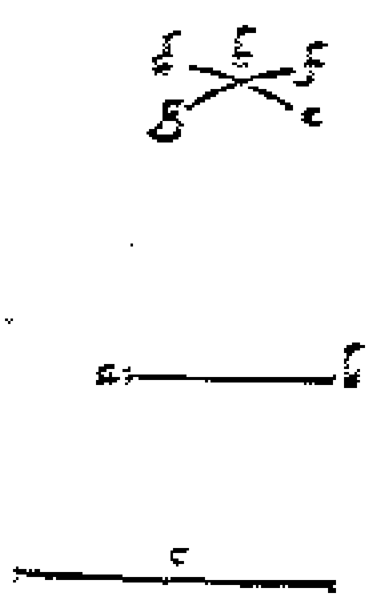
6 ANchora bisogna notar qualmente di tutti li problemi, che noi poneremo, che siano di Euclide risoluendo per il modo, che insegna Euclide di tal risolutione nõ faremo altramente la dimostratione, per esser stata fatta da esso Euclide, ma dimostraremo simplicemente il modo da risoluere tal problema praticalmente con il compasso, & regha, ma doue, che vsaremo altri modi piu speditiui, & piu presti di quelli di Euclide, sotto breuita dimostraremo la bonta di quelli. Et similmente di tutti quelli problemi, che poneremo, che non siano stati posti da Euclide, dimostraremo la loro regola, & conclusione esser buona.



Il modo, ouer regola praticale geometrica da risoluere con somma breuita massimamente con il compasso, & regha, li problemi del primo libro di Euclide. Cap. II.



1 POtremo sopra vna data retta linea designar vn triangolo equilatero. Essempi gratia sia la data retta linea. a b. volendo sopra di quella designar vn triangolo equilatero, cioe che ciascun suo lato sia equale alla detta data linea. a b. ponerai il piede immobile del tuo compasso sopra l'una delle estremita della linea, ponhamo in ponto. a. & l'altro piede mobile allargarai per fino all'altra estremita, cioe per fino in ponto. b. & secondo tal appritura, di sopra via designarai vn poco di circonferentia (non colorata) laqual pongo sia la. c d. dapoi questo di nuouo farai centro l'altra estremita di detta linea, cioe il ponto. b. & secondo la medesima appritura, di sopra via designarai per vn poco di circonferentia non colorata, laqual sia la. f e. intersecando l'altra prima in ponto. g. hor se dal detto ponto. g. tu tirarai con la regha due linee rette colorate, cioe l'una dal g. al. a. & l'altra dal detto. g. al. b. vederai rappresentarti il detto triangolo ricercato, lequal due linee non le ho voluto tirare per non causar confusione nella figura, ma dapoi che harrai tirate le dette due linee, volendo prouar naturalmente, ouer praticalmente tal triangolo esser equilatero, tu lo prouarai al senso in materia con il tuo compasso, ma volendo approuar tal conclusione mathematicalmente, cioe con ragioni astratte da tal materia, bisognarebbe nel principio della operatione compir li duoi cerchij, si come che nella seconda figura si vede, & tirar le dette due linee. g a. & g b. & dapoi arguir si come che in Euclide si costuma, cioe cõ la diffinitione del cerchio, & per la prima commune sententia, laqual sua speculatiua dimostratione, & argumentatione non voglio replicar, ne questa, ne altre sue in questa mia opera (come nella sesta del precedente capo fu detto) perche sarebbe vn voler vsurpar le cose sue, ma chi desidera d'intendere minutamente le dette sue argumentationi, & dimostrationi potrai ricorrer da lui, che per tal commodita fu da me tradutto in volgare, & sarai satisfatto, perche in questa quinta parte non intendo di narrar, saluo che il modo operatiuo di suoi problemi, & altri alla pratica manuale del cõpasso, & regha vtili, & necessarij. Questo medesimo sopra scritto problema si porrebbe anchora risoluere naturalmente, perche ogni simplice persona (per discorso naturale) saperebbe col cõpasso andar tanto tastando, & sperimentando, che senz'altra arte geometrica trouarebbe il ponto. g. talmente che da quello tirando le due linee. g a. & g b. concluderebbe il proposito, & ti approuarebbe tal sua conclusione in materia al senso, secondo il costume di pratici naturali.

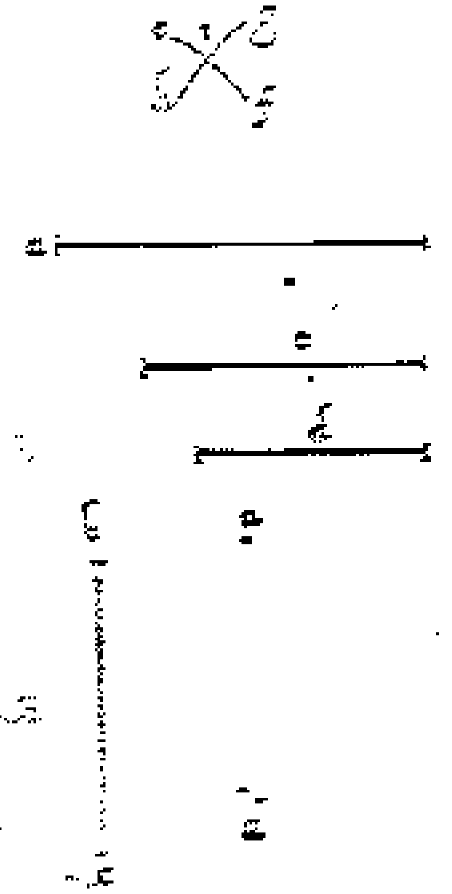


2 VOlendo anchora sopra la linea. a b. designarui vn triangolo di duoi lati equali, talmente che ciascuno di duoi lati equali, sia equale alla linea. c. giustaremo l'appritura del nostro cõpasso alla longhezza della detta linea. c. & dapoi faremo centro il ponto. a. (cioe la estremita della linea a b.) & di sopra via signaremo vn poco di circonferentia non colorata, come la. d e. & il medesimo faremo sopra il ponto. b. cioe designaremo quella poca circonferentia, ma non colorata, come la. f g. laqual, come vedi, segara l'altra prima, come vedi, in ponto. h. hor se dal detto ponto h. al põto. a. tirarai vna linea colorata, & vn'altra dal medesimo ponto. h. al ponto. b. te si rappresentara il detto triangolo di 2 lati equali alla linea. c. laqual cosa si dimostrara per la diffinitione del cerchio, perche li detti lati. h a. & h b. sono semidiametro di vn medesimo cerchio, & equale alla

linea

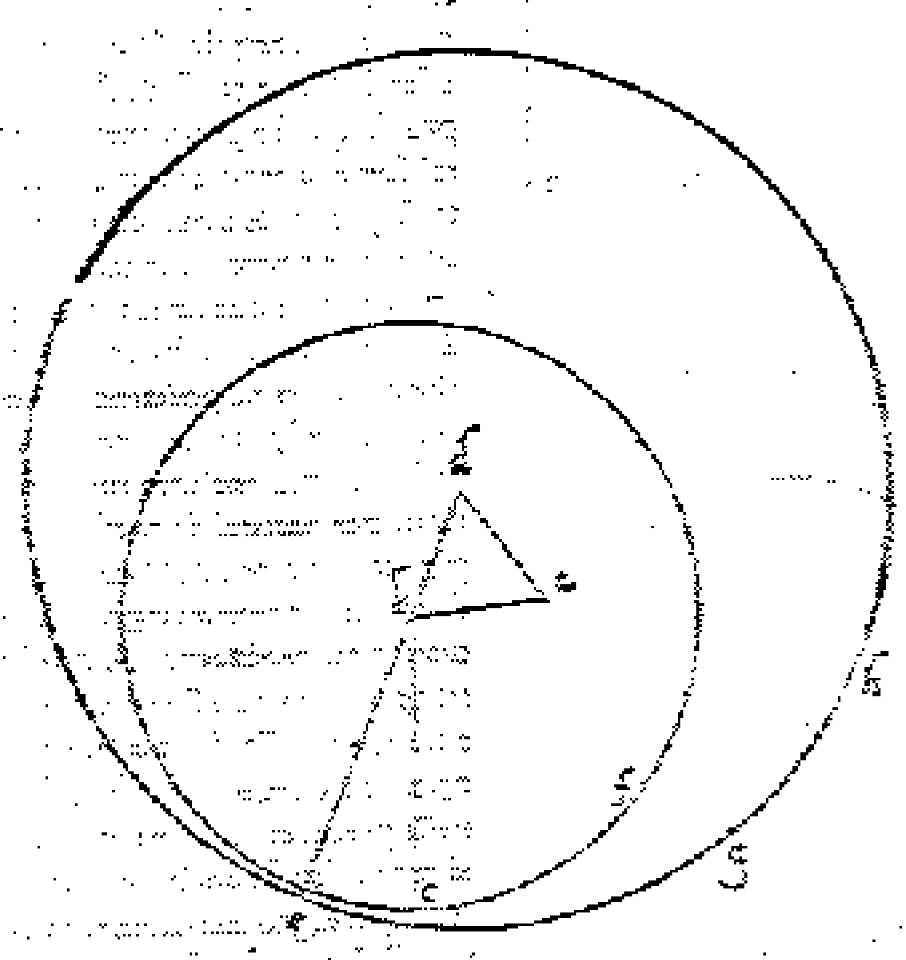
linea.c. Anchora se ne farai la proua naturale, o vuoi dir praticale, con il compasso in materia, trouarai al senso cosi esser, se farai fato diligente nella tua operatione, anchora in questa facil cosa farebbe, che ogni simplice persona senza arte trouasse a rasone il ponto.h. & da quello le dette due linee colorate.h.a.& h.b.& concluderesse naturalmente il proposito.

3 VOlendo anchora sopra la linea.a b. designarui vn triangolo di tre lati inequali, di tal qualita, che il lato mezzano sia equale alla linea.c. & che il menor sia equale alla linea.d. faremo centro il ponto.a. & secondo la quantita della linea.c. di sopra vn designaremo vn pocco di circonferentia non colorata, si come, che e la.e f. & dapoi faremo centro il ponto.b. & secondo la quantita della linea.d. describeremo vn pocco di circonferentia occulta, cioe non colorata, intersecante la prima, si come fa la.g h. nel ponto.i. & dal detto ponto.i. tirando due linee colorate, cioe l'una dal.i. al.a. & l'altra dal.i. al.b. il che facendo si trouara hauer esseguito il proposito, cioe si trouara hauer constituto sopra la detta linea.a b. vn triangolo di 3 lati equali alle 3 linee.a b. c. & d. questo problema e simile a questo, che pone Euclide nella 22 del suo primo libro, e pero questa operatione si puo speculatiuamente demostrar secondo l'ordine, che si dimostra la detta 22 del primo. Et nota, che in tal problema sempre bisogna, che ogni due, qual si voglia delle 3 linee, che si propone da far il triangolo, gionte insieme, siano piu longhe della terza (per la 20 del primo del detto Euclide) perche se cosi no fusse, il problema sarebbe impossibile. Questo tal problema m'e parso di porlo in questo luogo per espedire la costruttione di tutte tre le specie di triangoli, questo tal problema sara difficilissimo da esseguir naturalmente, cioe a rasoni.



Nota, che a voler descriuere vn cerchio, secondo la quantita di vna data retta linea, s'intende, che l'apritura del copasso sia equale alla detta retta linea, talche il semidiametro di tal cerchio verra a esser equale alla detta data retta linea, il medesimo si douera intendere, volendo descriuer solamente vn poco di circonferentia, secondo la detta quantita, laqual cosa notarai p quel che si ha da dire.

4 DA vn dato ponto potiamo condur vna linea retta equale a qualunque proposta retta linea. Essempi gratia sia il dato ponto.a. & la proposta linea retta.b c. volendo dal detto ponto.a. condure vna linea retta equale alla linea.b c. cioe in qual verso si voglia. Son certo, che molti principianti, che no sanno, che cosa sia l'operar speculatiuo di nostra mo, non poco si scandelezzaranno di questa propositione, laqual ogni grossa, & simplice persona senz'altra instruttione da se la saperia naturalmente mandar a essecutione, cioe pigliando col copasso la longhezza della data linea.b c. & secondo tal apritura di copasso segnando dal detto ponto.a. figurara vn ponto, qual sia il ponto.d. & cosi tirando con la rega dal ponto.a. al ponto.d. vna linea retta dira hauer risolto tal problema, & parira a lui, che tal sua conclusione non habbia, ne possa hauer alcuna contradittione, & massime quado che con il copasso sara sensibilmente veder, tanto esser longa la detta linea (tirata che sia) dal ponto.a. al pōto.d. quanto la nostra data.b c. & questo procedera, per non saper come qualmente gli sono 2 sorte di proue, l'una e detta rationale, & questa e quella, che costuma il speculatiuo mathematico, qual sempre dimostra co ragioni astratte da ogni materia sensibile tutte le sue operationi, & conclusioni, & l'altra e chiamata sensuale, & questa e quella, che costuma il naturale, qual sempre vuol approuar ogni sua operatione, et conclusione al senso, ouer con la esperienza, parendo a lui tal proua esser la meglior, che sia, hor per tornar al nostro primo proposito, sia per il pōto dato.a. et la data linea.b c. volendo geometricamente dal pōto.a. tirar vna linea equale alla.b c. congiongerai il ponto.a. con l'una delle estremita della linea.b c. laqual ti par, ma per far piu comoda, & breue figura, congiongilo con quella estremita che gli e piu propinqua, e pero congiongelo con la estremita.b. tirando la linea.a b. & sopra la detta linea.a b. constituirai (per la

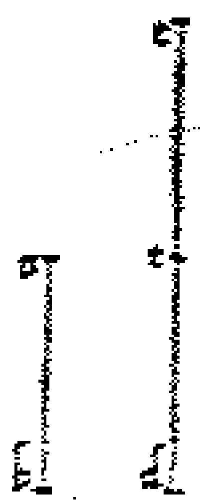


prima di questo) il triangolo equilatero.a d b. & quella estremita.b. che fu congionta con il ponto.a. farai centro, & sopra di quello descriuerai vn cerchio secondo la quantita della data linea.b c. qual sia il cerchio.c e f. fatto questo allongarai il lato.d b. del triangolo, qual corresponde al pōto dato, per il centro del cerchio (gia descritto) per fin alla circonferentia di quello, & sia tutta la linea cosi procreata la.d e. & secondo la quantita di quella, sopra il centro.d. faremo vn cerchio, qual sia il cerchio.e g h. fatto questo se allongarai il lato.d a. per insino alla circonferentia di questo vltimo cerchio, quello concorrera con tal circonferentia in ponto.g. il qual sino non l'ho voluto al-

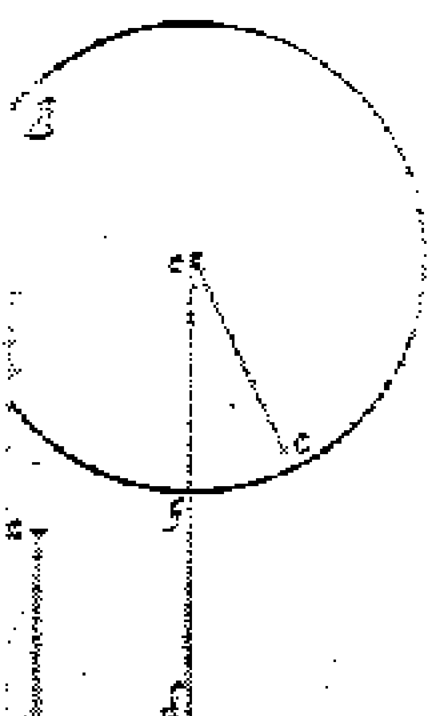
[illegible] allongare, perche meglio tu intenda la differenza, ch'è fra l'approuar vna conclusione al senso in materia, ouero alla isperienza (come fa il naturale) & a dimostrarla con ragioni fuor di tal materia sensibile (come costuma il mathematico) anchor che in principio di questo capo habbia detto di non voler dimostrare la risolutione di alcun problema di Euclide (per le ragioni in quel luogo adutte) nondimeno voglio dimostrar questa (per le ragioni di sopra dette) dico adunque allongato che sia il lato. d a. per fino alla circonferentia del cerchio. e g h. in ponto. g. che la linea, che sara dal dato põto. a. per fin al ponto. g. sara quella, che cerchiamo, cioe che la sara equale alla data linea. b c. perche egli e cosa manifesta per la diffinition del cerchio, che tutta la linea. d g. tirata che sia, sara equale a tutta la linea. d e. perche l'una, & l'altra si partira dal centro del secondo cerchio. e g h. & anderanno per fino alla circonferenza di quello, onde leuãdo dall'una il lato. d a. & dall'altra il lato. d b. del triangolo. a b d. equilatero (per commune scientia) li duoi residui saranno equali, delliquali duoi residui l'uno sara la linea. b e. & l'altro sara la linea. a g. (tirata che sia) se adonque questi 2 residui saranno equali, non vi è dubbio, che l'uno di quelli (cioe la. b e) è equale alla data linea. b c. (per la diffinition del cerchio) perche ambedue vanno dal centro. b. alla circonferenza del primo cerchio. c e f. onde (per commune scientia) l'altro residuo, che sara la linea. a g. (tirata che sia) sara equale alla medesima data linea. b c. che fu il proposito, cioe dal dato ponto. a. haueremo tirata la linea. a g. equale alla data linea. b c. come fu il proposito di fare.

Alcuno potrebbe dire io fuor del proceder naturale, se io vorro conoscere, dapoi che hauero tirata la detta linea. a g. se quella fia il secondo proposito, cioe equale alla. b c. non vi conosco altra meglior strada, che veder sensibilmente con il compasso, se cosi è, & cosi trouandola esser a quella equale, affirmaro tal risolutione esser buona, ma trouandola altramente niuno mi potra negare, che tal conclusione non sia falsa, atteso che il commentatore sopra il secondo de anima afferma, che sempre il senso dice il vero nelle cose particolari.

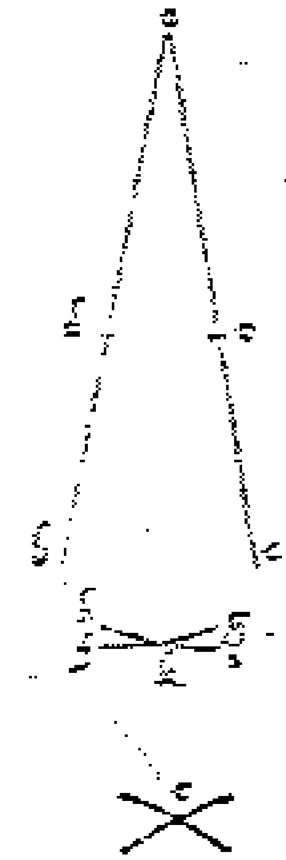
Rispondo ch'egli è il vero, ogni volta, che si trouasse con il compasso la detta linea. a g. esser maggiore, ouer menore della data linea. b c. sarebbe euidente segno, tu hauer errato nella tua operatione manuale, cioe che tu non hauerai ben essequito le particolari attioni, che vi occorre, come la maggior parte delle volte accade alli mal esperti nell'operar manuale geometrico, laqual cosa per questo non mi nega, che la regola geometrica data, & con ragion dimostrata da essequir tal effetto, non sia ottima, & buona in generale, si che vna cosa è a dimostrare, & prouare generalmente vna regola, & vn'altra cosa è il prouar la conclusione, laqual conclusione spesse volte puo esser falsa per causa dell'operante, & non della regola, dellaqual cosa mi è parso di mentionarne sopra di questo problema, egli è ben vero, che nelle reali attioni il pratico designatore, sempre in tal sorte di problemi vsara, & debbe vsare il modo prattico, ouer naturale per esser piu ispediente, & presto, & a manco errori soggetto del mathematico, perche anchor io nelle mie simili occorrentie opero il medesimo.



3 PRoposte due linee rette inequali, dalla piu longa di quelle potiamo tagliarne vna parte equale alla menore. Essempi gratia siano le due linee. a b. & c d. inequali, & sia la. a b. menore, dico che dalla. c d. ne potiamo geometricamente tagliarne vna parte equale alla. a b. Son certo, che'l pratico designatore, non solamente si scandelezzera di questa propositione, si come della precedente, ma anchora vn poco se ne ridera, perche questo tal problema, senza alcuna instruttione per natural discorso lo saperebbe mandare ad essecutione ogni semplice feminuzza, con il pigliar il compasso, & con l'appritura di quello pigliar la misura della detta linea. a b. (piu corta) & con tal appritura segnare la parte. c e. nella piu longa linea. c d. & hauera risolto giustamente questo tal problema. A questo rispondendo dico, che non si potra naturalmente negare, che tal problema non sia giustamente risolto, perche sensibilmente in materia si vedera la parte. c e. esser equale alla detta. a b. nondimeno non potra con ragione dimostrare, che la regola da lui operata a essequir tal effetto sia generalmente vera, come costuma il mathematico, & come che nella precedente fu anchor detto, e pero non bisogna scandelezzarsi di questo. Hor per tornar al proposito sia anchora le medesime due linee. a b. menore, & c d. maggiore volendo dalla. c d. maggiore, geometricamente tagliarne vna parte equale alla. a b. menore dal ponto. c. qual è termine della linea. a b. (secondo la regola geometrica data nella precedente) tirarai la linea. c e. equale alla. a b. fatto questo farai centro il ponto. c. & secondo la quantita della detta linea. c e. descriuerai il cerchio. e f g. qual segara la detta linea. c d. in ponto. f. e per tanto dico la linea. c f. esser quella parte, che fu proposito di tagliar, cioe equale alla. a b. perche la detta parte. c f. è equale alla. c e. perche ambedue vanno dal centro. c. alla circonferenza del cerchio. e f g. & perche la. a b. è equale alla. c e. (per la precedente) e pero seguita (per commune scientia) la detta parte. c f. essere equale alla detta. a b. che è il proposito.



Hor tu potresti dire esser molto piu ispediente, & presto in vn tal problema a proceder per il pri mo modo, che ne insegna la natura di quello, che ne insegna il mathematico, gia ti ho detto di sopra nella quinta del primo capo, qualmente vi sono alcuni problemi, i quali piu ispedientemente, & giustamente si essequiscono procedendo naturalmente di quello, che si farebbe procedendo mathematicalmente, & che per tal causa tai sue regole geometricali in quanto alla pura pratica operativa vegono a restare quasi inutile, perche niun pratico dessignator, anchor che le sapesse non le usarebbe nelle sue reali attioni, perche il medesimo faccio anchor io nelle mie occorrenze, vero e che in quanto alla scienza geometrica tai due sopranotate propositioni sono summamente necessarie per le ragioni da me adutte sopra di quelle nella seconda, & terza propositione del primo di Euclide.



6 EGli possibile di divider un dato angolo in due parti eguali, & con ogni data apritura di compasso. Sia il dato angolo a contenuto dalle due linee a b. & a c. volendo mo dividere il detto angolo a in due parti eguali. Farai centro il ponto a. & secondo la quantita del tuo compasso (sia come si voglia) dalle a linee a b. & a c. ne tagliarai due parti eguali, lequali supponiamo, che siano a d. & a e. dapoi questo farai centro il ponto d. & secondo la medesima appritura, di sotto via dessignarai un poco di circonferentia, laqual sia la f g. & dapoi farai centro il ponto e. & secondo la medesima appritura, over quantita, dessignarai pur di sotto via un poco di circonferentia laqual sia la h i intersecante la prima in ponto k. hor se dal ponto a al ponto k con diligentia tirarai una linea retta colorata, quella dividera il detto angolo a in due parti eguali, laqual linea a k. non ho voluto tirare per non generar confusione nella figura, & questa (se ben avvertirai) tu la puoi dimostrare secondo il medesimo modo, che si dimostra la nona del primo di Euclide, cioe per la ottava del primo, ma avvertisti che bisogna, che tu sia diligente nell'operar manuale, & che la tua rega, over riga sia rettissima, & operar in luogo piano, altramente incorrerai in molti errori in questo, & ne gli altri problemi, che si ha da dire, perche una cosa e la pratica di saper operar manualmente quello, che vien commandato, & un'altra cosa e quella pratica di colui, che commanda, laqual e causata dalla scienza. Et pero gli huomini savi vogliono che sia 2 specie di sapere, l'uno e detto saper a quia, & l'altro saper a propter quid, il saper a quia e quello, che fanno con diligentia essequire manualmente quello, che gli vien ordinato dal scientifico, & il saper poi a propter quid s'intende il saper di colui, che sa commandare, & questo saper depende dalla scientia, perche quel tale bisogna, che sappia le cause di quello, che lui ordina, over commanda, & questo e il propio saper.

Questo soprapposto problema sarebbe quasi impossibile, che un simplice naturale lo sapesse risolvere, perche il non saperebbe, come governarsi a tastone per trovar il ponto k.

Anchora questo problema si porebbe risolvere per quest'altra via, laqual in sostantia e simile alla precedente, cioe nel tagliar le due parti a d. & a e. voglio che si dissegni la circonferentia d f e. come si vede nella seconda figuratione, & dapoi dividere la detta circonferentia in due parti eguali in ponto f. & dapoi tirando una linea colorata dal ponto a al ponto f. quella dividera (per la vigesima del sesto di Euclide) il detto angolo a in due parti eguali.

7 POtiamo dividere una data retta linea in due parti eguali. Essempi gratia sia la data linea a b. volendo dividere quella in due parti eguali, & in una sola apritura di compasso, procederai in questo modo, apri il tuo compasso talmente, che la sua appritura sia maggior della mita della detta linea a b. & dapoi farai centro il ponto a. & secondo la detta appritura, si di sotto, come di sopra, dessignarai un poco di circonferentia, il medesimo farai facendo poi centro il ponto b. cioe dessignar si di sotto, come di sopra un poco di circonferentia, che intersleghi l'una, et l'altra delle due prime, si come si vede nel ponto c. & nel ponto d. & dapoi giustar la tua rega alli detti duoi ponti c. & d. & dove vederai che la tua rega seghi la detta linea a b. in quel luogo sara il mezzo della detta linea, e pero faragli un picol ponto, qual pongo sia il ponto e. & cosi haverai divisa la detta linea a b. in due parti eguali in ponto e. come fu proposto, & tutto questo si dimostrara con il medesimo ordine, che si fa la decima del primo di Euclide, cioe per la ottava del primo, vero e che bisognerebbe tirar tre linee colorate, cioe c a. c e. c b. &c.

Questo medesimo problema ogni simplice persona, lo sapra risolvere naturalmente, cioe a tastone, hora aprendo, & hora stringendo tante volte il compasso, che trovara il detto ponto e.

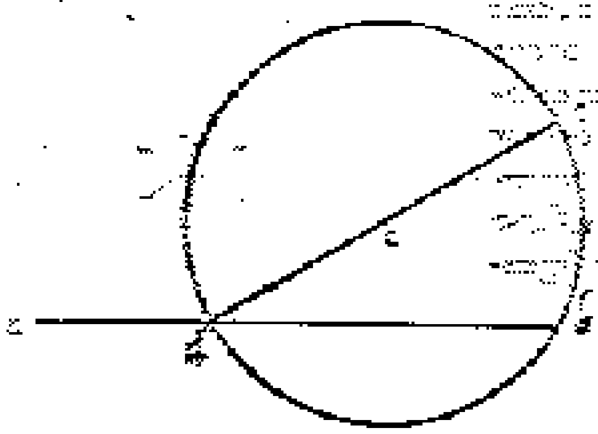
8 DA un ponto dato in una linea, potemmo da quello dedurre, over dirizzare un'altra linea perpendicolarmente, cioe che sia a squadra sopra la prima, tal problema si puo essequire in piu modi, come di sotto intenderai.

Sia adonque la linea data a b. & il ponto signato in quella sia c. volendo dal detto ponto c dirizzatirai vn'altra linea, che sia perpendicolare sopra la detta a b. farai centro il ponto. e. & secondo l'appritura del tuo compasso segnarai duoi ponti, vn di qua, & l'altro di la dal detto ponto. e. quali pongo, che siano. d. & e. fatto questo allargarai l'apertura del tuo compasso quanto ti pare, & dapoi farai centro il ponto. d. & designarai li di sotto, come di sopra vn poco di circonferentia, & dapoi farai centro il ponto. e. & secondo il solito, con la medesima appritura, li di sotto, come di sopra, designarai pur vn poco di circonferentia intersecando le due prime, l'una in ponto. f. & l'altra in ponto. g. & dapoi giustarai la tua rega alli detti duoi ponti. f. & g. laqual rega (se non haverai errato nella tua operatione) dovera transire precisamente sopra il ponto. c. e per mezo secondo l'ordine di detta rega tirarai vna linea colorata dal ponto. f. al pōto. c. laqual linea. f. c. tirata, che sia sara perpendicolare sopra la. a b. (come che per la vndecima del primo di Euclide si manifesta) laqual linea colorata dal. f. al. c. non l'ho voluta tirare per non causar confusione nella figura.

Nota quando che il ponto. c. fusse nella estremita della data linea tu allongaresti la detta linea da quella banda almeno tanto quanto fusse l'appritura del tuo compasso, & dapoi seguiresti, come è stato detto.

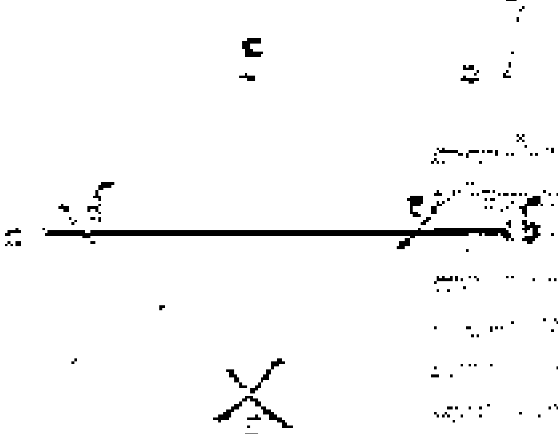
Questo problema, il simplice naturale lo manderebbe a essecutione con quella squadra materiale, che adopera li marangoni, murari, designatori, & altri artefici, o giusta, o falsa che la fusse.

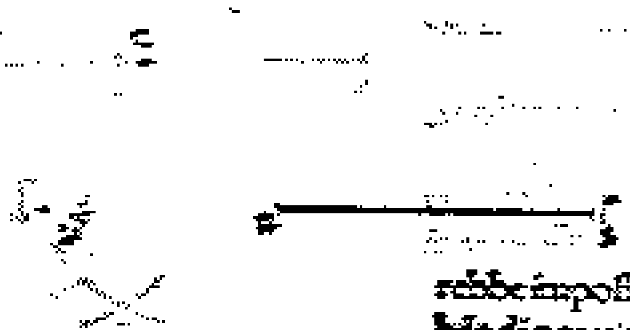
Anchora questo soprascritto problema si puo risoluere per vn'altro leggiadro modo da noi ritrovato, & con qual si voglia appritura di compasso proposta dallo auersario. Essempi gratia sia la



linea. a b. & il ponto, dalquale vogliamo erigere vna linea perpendicolare sopra la detta. a b. ponemo, che sia il ponto. b. (cioe la estremita di tal linea) hor per eleuarui la detta perpendicolare, & in qual si voglia appritura di cōpasso, ponerai vn piede del tuo compasso in ponto. b. & l'altro piede lo fermarai in che luogo ti pare di sopra della detta linea. a b. talmente che descriuendo vn cerchio sopra tal centro la circonferentia di quello seghi la detta linea. a b. & transisca anchora per il ponto. b. hor fermamolo in ponto. c. & sopra il detto centro. c. descriueremo il cerchio. d b. e. il quale come vedi, sega la linea. a b. in ponto. d. fatto questo giustarai la tua rega alli duoi ponti. d. & c. & secondo l'ordine di tal rega tirarai la linea. d c e. laqual venira a esser il diametro del detto cerchio, fatto questo le dal ponto. e. al ponto. b. tirarai vna linea retta colorata, quella sara perpendicolare sopra la data linea. a b. perche l'angolo, che da quella sara formato in ponto. b. sara retto (per la 3 r del terzo del nostro Euclide volgare) per esser nel mezzo cerchio, che sara il proposito.

9 DA vn ponto dato fuora di vna data linea di indefinita quantita, potiamo (con vna sola appritura di compasso) condure vn'altra linea perpendicolare sopra quella. Essempi gratia la data linea. a b. & il ponto dato fuora di quella sia. c. volendo noi condure dal ponto. c. vna linea perpendicolare sopra la. a b. & con vna sola appritura di compasso, apri il tuo compasso talmente, che la detta appritura sia maggiore della distantia, che è dal ponto. c. alla linea. a b. cioe talmente, che descriuendo vn cerchio, secondo tal appritura sopra il centro. c. la circonferentia di quello segasse in duoi ponti la detta linea. a b. fatto questo farai centro il ponto. c. & cō l'altro piede mobile del detto compasso signarai duoi ponti sopra la linea. a b. secondo l'appritura di quello, iquali a ponto pongo siano. d. & e. fatto questo farai centro il ponto. d. & secondo la medesima appritura, designarai di sotto della linea vn poco di circonferentia, & il medesimo far anchora sopra il ponto. e. cioe far centro il detto ponto. e. & di sotto di detta linea designar vn poco di circonferentia intersecante la prima in pōto. f. fatto questo giustarai la tua rega alli duoi ponti. c. & f. & secondo l'ordine di detta rega se tirarai vna linea retta colorata dal detto ponto. c. per fino alla detta linea. a b. quella sara perpendicolare sopra della medesima. a b. & questo facilmente si dimostrara secondo l'ordine, che si dimostra la duodecima del primo di Euclide, il naturale concluderebbe vn tal problema con quella medesima squadra materiale, che adoperano marangoni, designatori, architettori, & altri artefici, come nella precedente fu anchor detto.

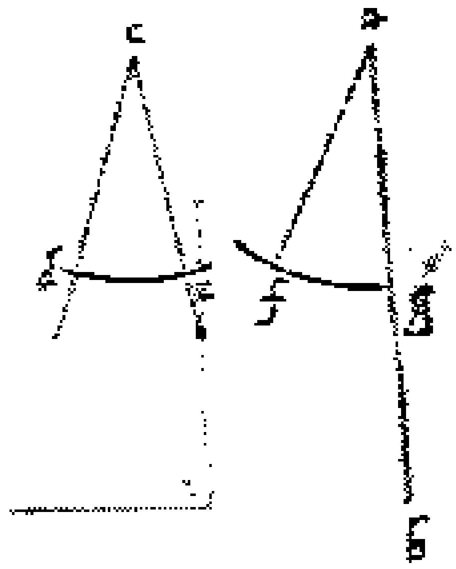




Nota quando che il ponto. c. non fusse sopra alla detta linea. a b. (come in margine si vede, volendo essequire tal problema, bisognarebbe allongar la detta linea. a b. verso. d. quanto che fusse bisogno, e pero nella propositione, si propone, che la data linea sia di indefinita quantita, perche se tal linea fusse data finita alle volte sarebbe impossibile di risoluere tal problema, come che in margine si vede, che sarebbe impossibile di poter condure dal ponto. c. vna linea perpendicolarmente sopra la terminata linea. a b.

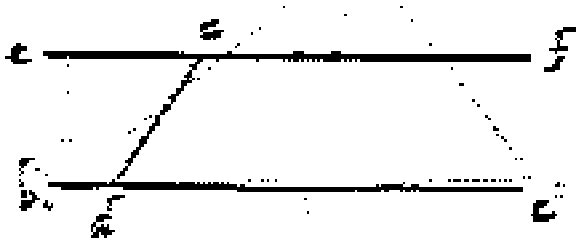
Sopra

10 SOpra di vn termine di vna data retta linea potemo designar vn'angolo eguale a qualunque angolo rettilineo proposito. Essempi gratia sia la data retta linea a b. & il dato angolo. c. volendo sopra il ponto a. designarui vn'angolo eguale al angolo c. farai centro il ponto. c. & secondo che apprirura ti pare del tuo compasso segnarai due parti eguali di quelle due linee, che contengono il detto angolo. c. quali siano le due parti c d. & c e. & secondo la medesima appritura di compasso, facendo centro il ponto. a. della linea a b. ne segnarai la parte. a g. & nel segnarla designarai vn poco di circonferenza, & in quella circonferenza signarai il ponto. f. tanto lontano dal ponto. g. quanto, che il ponto. d. e lontano dal ponto. e. dapoi tirando la linea a f. hauerai essequito il proposito, cioe tu hauerai designato l'angolo. f a g. qual per la ottaua del primo di Euclide sara eguale al angolo. d c e. come fu il proposito di fare. Il pratico naturale essequirebbe vn tal problema con vno stromento materiale, chiamato squadra zoppa, qual squadra si puo apprire, & serrare quasi alla similitudine del compasso.



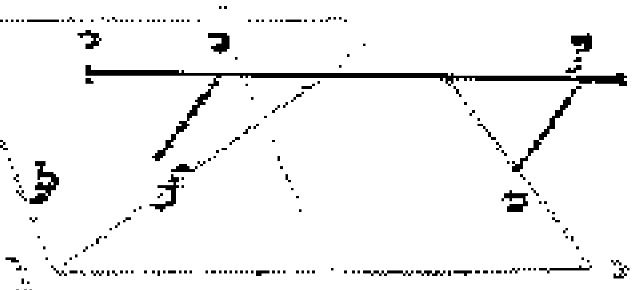
11 DA vn ponto dato fuora di vna proposita linea retta, potiamo condure, ouer designare vna linea retta equidistante a quella linea proposta.

Essempi gratia sia il ponto dato a. fuora della linea b c. dalquale volendo tirare vna linea equidistante alla linea. b c. tiraremo la linea a d. a caso, come si voglia sopra la b c. constituendo l'angolo. a d c. & l a d b. fatto questo sopra il ponto. a. (dalla banda verso il b.) constituiremo vno angolo con la linea a d. eguale allo angolo a d c. secondo la regola data nella precedente, & quella linea constituente il detto angolo pendera in longo, laqual sia la. e f. sara equidistante alla data linea. b c. (per la 27 del primo di Euclide) per esser li duoi angoli coalterni eguali. Il medesimo seguirebbe facendo nel detto ponto a. dalla banda verso il c. vn angolo con la detta linea a d. eguale al angolo. a d b. & la linea formante tal angolo protratta in diretto sara equidistante alla medesima. b c. (per la medesima 27 del primo del detto Euclide, che poi sara la medesima. e f.

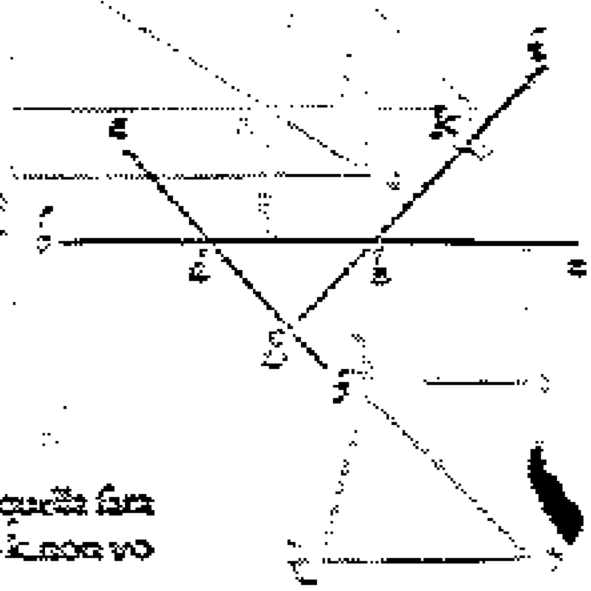


Non ti marauigliar se io non ti pongo coloratamente le parti di circonferentie, che occorre a formar quello angolo in ponto. a. eguale al angolo. a d c. ouero eguale al. a d b. secondo che fu fatto nella precedente, il che ho pretermesso per non causar confusione nella figura, e pero si costuma tai lineamenti a tirarli, & designarli senza colore, cioe senza inchiostro, & massime in carta.

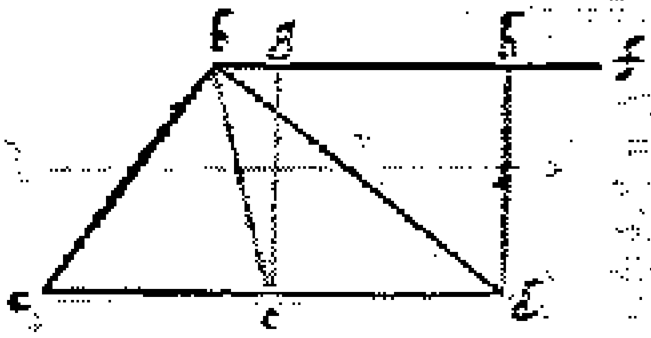
Anchora per vn'altro modo si poterebbe risoluere tal problema. Essempi gratia sia pur il ponto dato a. fuora della linea. b c. volendo dal ponto. a. condur vna linea equidistante alla data data linea. b c. tiraremo pur la linea a d. (a caso come si voglia) & piu lontano, che possi dal ponto. d. nella medesima linea. b c. eleggerai vn ponto, qual sia il ponto. e. & in quello (per l'ordine della precedente) farai l'angolo. f e c. eguale al angolo a d c. & farai, che la linea. e f. sia eguale alla linea a d. fatto questo tirando poi dal ponto. a. al ponto. f. vna linea retta colorata (per la 33 del primo di Euclide) quella sara equidistante alla data linea. b c. laqual linea a f. non ho voluto tirare, accio piu chiaramente s'intenda. Il pratico naturale per essequir vn tal problema con il compasso a giuditio del suo occhio vedera quanto sia la perpendicolar distantia del detto ponto. a. al la linea. b c. & in vn'altro luogo alquanto lontano dal ponto. a. signara vn'altro ponto, talmente distante dalla detta linea. b c. come sarebbe a dire il ponto. f. & cosi dal ponto. a. al ponto. f. tirarebbe vna linea retta, laqual nelle figurationi piccole al senso parera, & forsi sara equidistante alla detta linea. b c.



Anchora vn tal problema si puo essequire in vna sola appritura di compasso. Essempi gratia sia il ponto a. dato fuora della linea. b c. volendo in vna sola appritura di compasso dal ponto. a. tirare vna linea equidistante alla. b c. appriremo il detto nostro compasso, talmente che l'appritura sia maggiore della distantia, che e dal detto ponto. a. alla detta linea. b c. & dapoi faremo centro il ponto. a. & con l'altro piede del compasso, signaremo vn ponto nella linea. b c. qual sia il ponto. d. & dal ponto. a. al ponto. d. tiraremo la linea a d f. & dalla parte. d f. ne signaremo la parte. d g. eguale alla a d. cioe eguale alla appritura del nostro compasso, fatto questo faremo centro il ponto. g. & con l'altro piede mobile del nostro compasso, signaremo il ponto. h. nella linea. b c. & dal ponto. g. al ponto. h. tiraremo la linea. g h i. & dalla parte. h i. ne segaremo la parte. h k. eguale alla. g h. cioe alla appritura del nostro compasso, hor se dal ponto. a. al ponto. k. tiraremo vna colorata linea (per la seconda del sesto di Euclide) quella sara equidistante alla data linea. b c. che fara il proposito, la detta linea dal ponto. a. al ponto. k. non volsi tirare per le ragioni piu volte dette.



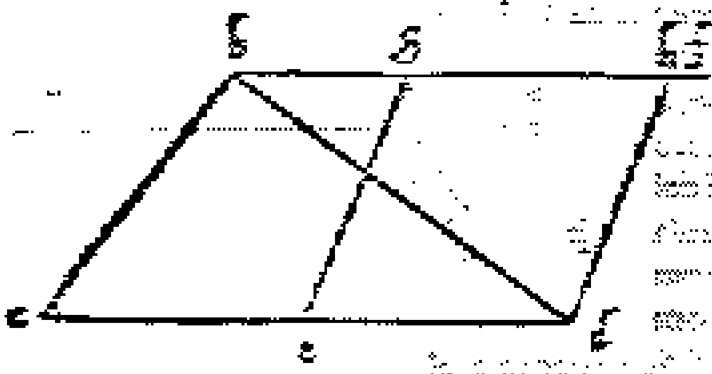
Nota che vn tal problema, & altri simili nelle tue reali operationi (per non offuscare li tuoi disegni di linee, che non sono al proposito di quello) tutte le linee si debbono figurare senza colore, eccetto quelle, che si appartengono alla cosa tua. Essempi gratia nella sopranotata operatione, le linee. a d f. & g h i. si doueriano tirare senza inchiostro, & la linea, che si tirara dal ponto. a. al ponto. k. douera essere con inchiostro, o altra tal materia colorata, si che nella maggior parte noi (per farsi intendere) siamo sforzato di far al contrario, come si vede, che la detta linea a k. lasciamo occulta, & quasi tutte le altre facciamo manifeste.



22 Dobbiamo designare vna superficie di lati equidistanti in vn angolo assignato, che sia eguale a vno triangolo assignato. Essempi gratia sia prima l'angolo assignato. a. retto, & lo assignato triangolo. b c d. volendo designare vna superficie di lati equidistanti rettangola (come spesso accade) che sia eguale al triangolo. b c d. prima divideremo la basa. b c. in due parti eguali in ponto. e. & tiraremo la. b e. & dal ponto. b. (per la precedente) tiraremo la. b f. equidistante alla basa. c d. fatto questo dalli duoi ponti. e. & d. (per la sesta) elleuaremo, ouer tiraremo le due linee. e g. & d h. ad angolo retto sopra la. c d. con le quali si formara la superficie rettangola. e g d h. la quale (per la 42 del primo) si puo dimostrare essere eguale al detto triangolo. b c d. che è il proposito.

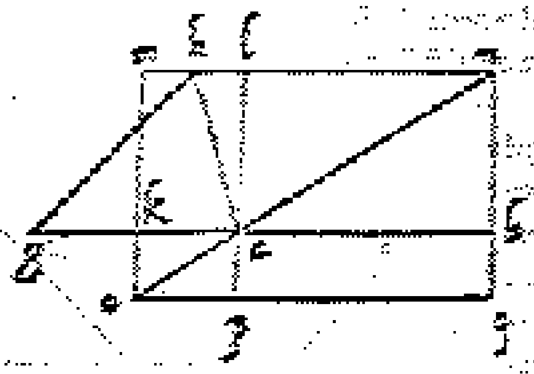
Anchora si potria dimostrare il medesimo per la commune regola data per quadrar vn triangolo, cioe che il dutto della mita della basa di ogni triangolo, nella perpendicolar di quello, sara eguale all'aria superficiale di tal triangolo, & se ben auertirai, trouarai che se tirarai la perpendicolare di tal triangolo dal ponto. b. sopra la basa. c d. quella sara eguale alla linea. e g. e pero il detto rettangolo. e h. non è altro che il dutto della linea. e d. (mita della basa. c d.) nella perpendicolare del triangolo, cioe nella. e g.

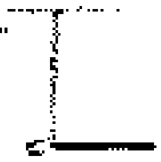
Nota che per abbreuiar parole (come in altro luogo habbiamo anchor detto) la specificar vna figura quadrilatera la nominaremo per due lettere diametralmente opposite, cioe la superficie. e g d h. la nominaremo, ouer pronontiaremo per la superficie. e h. ouer. d g.



Similmente quando l'angolo assignato. a. fusse acuto (come in questa seconda figuratione appare) tu diuiderai per la mita. c d. in due parti eguali in ponto. e. & similmente dal ponto. b. tu tirarai la. b f. equidistante alla basa. c d. & nel ponto. e. tu farai (per la ottaua) l'angolo. g e d. eguale all'angolo. a. & dal ponto. d. tu tirarai la linea. d h. equidistante alla linea. e g. & cosi tu trouarai hauer designata la superficie. e h. de lati equidistanti nel angolo. g e d. eguale al dato angolo. a. & tal superficie (per la 42 del primo di Euclide) si puo dimostrare esser eguale al detto triangolo. b c d. Anchora si puo dimostrare si la precedente, come questa, secondo che in Euclide si dimostra nella 42 del primo, che sara il proposito, & per questo medesimo modo procederai quando che il dato angolo. a. fusse ottuso, cioe maggior del retto.

23 Dobbiamo designare sopra di vna proposita retta linea, vna superficie di lati equidistanti, in vno dato angolo, che essa superficie sia eguale a vno triangolo assignato. Essempi gratia sia la data retta linea. a b. & il dato angolo. c. qual pongo prima, che sia retto, perche cosi piu frequentemente accade) & il dato triangolo. d e f. hor volendo sopra la linea. a b. designarli vna superficie di lati equidistanti, talmente che la detta linea. a b. venghi a essere vno di lati di quella, & che tal superficie sia fatta in vno angolo eguale all'angolo. c. cioe che tal superficie in questo caso sia rettangola, allongaremo la detta linea. b a. per fino in. g. talmente che la. a g. sia eguale alla basa. e f. del triangolo. d e f. & sopra la detta. a g. constituiremo il triangolo. g h a. talmente che il lato. a h. sia eguale al lato. d f. del nostro triangolo, & similmente, che il lato. g h. sia eguale al lato. e d. onde il detto triangolo. h g a. verra a essere eguale al detto nostro triangolo. d e f. e per tanto (secondo la regola data nella precedente) designaremo la superficie. k m l a. eguale al detto triangolo. g h a. & nell'angolo. c. che in questo caso la detta superficie. k m l a. sarebbe rettangola. Fatto questo allongaremo il lato. m k l. per fino in. n. & dal ponto. b. tiraremo vna linea equidistante alla. a l. la





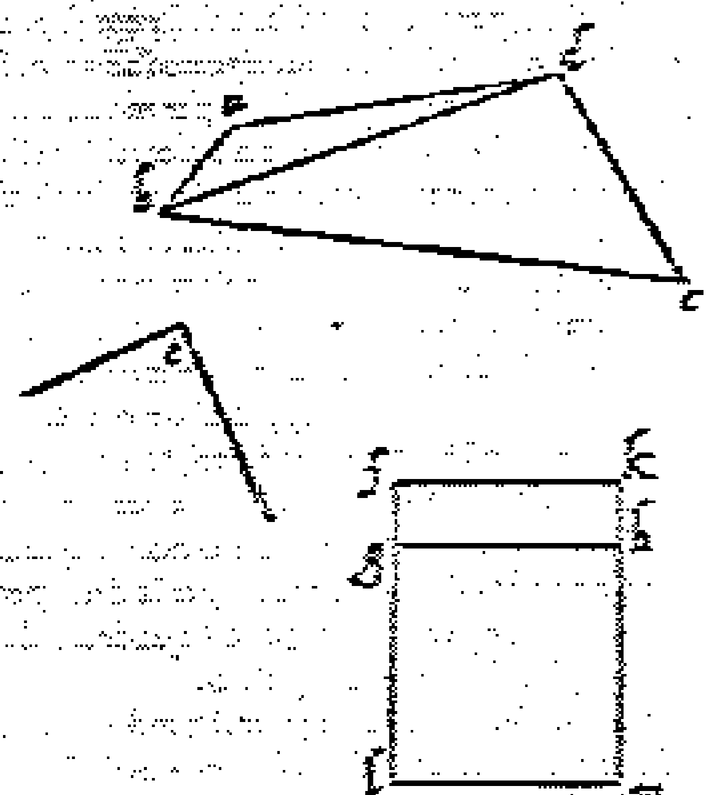
qual

qual pongo sia la . b m. compiendo il parallelogrammo rettangolo . a l n b. nel quale tiraremo il diametro n z. qual protratto per fino a tanto, che concorra con la linea . m k. anchora lei protratto in ponto . o. & dal põto . o. tiraremo la linea o q. & produrremo la linea . n b. per fin che la concorra, ouero interfega con la linea . o q. in ponto . q. & similmente produrremo la l a. per fin che la s'interseghi con la linea . o q. in ponto . p. & sara costituito il parallelogrammo, o vuoi dir la superficie de equidistanti lati . a p q b. sopra la data linea . a b. qual hauera tutte le ricercate conditioni, cioe sara rettangolo, & sara anchora eguale al dato triangolo . d e f. & perche questo è dimostrato nella 44 del primo di Euclide, a me non è lecito a volerni vsurpare tal sue dimostrationi in questa mia opera, nella quale l'intento nostro è di voler dimostrare solamente la pratica di saper operare materialmente con il compasso, & regga, ma se con diligentia considerarai tal operatione trouarai tutta la superficie . m o n q. esser di lati equidistanti, & rettangola, & il diametro n o. la sega per mezzo, & le due superficie . m k l a. & a p q b. (quale si chiamano supplementi) sono fra loro eguali (come dimostra Euclide nella 43 del primo) & perche l'una, cioe la . m k l a. è eguale al dato triangolo . d e f. seguita anchora che l'altra . a p b q. sia medesimamente eguale al medesimo triangolo . d e f. & è sopra la data retta linea . a b. & l'angolo . p a b. è eguale al suo contraposito . k a l. per la decimaquinta del primo di Euclide, e pero seguita il proposito.

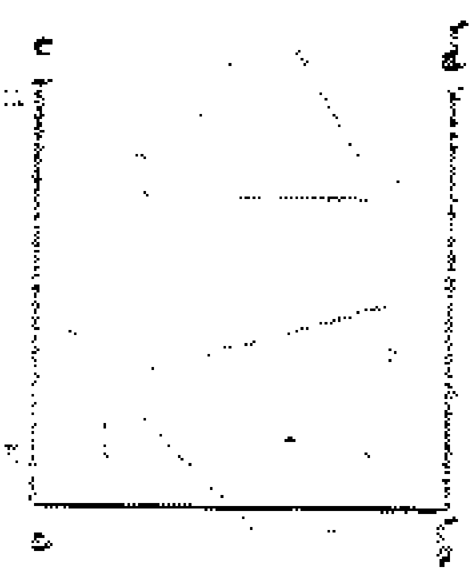
Nota che questo, & il sequente sono li duoi piu difficili problemi del primo libro di Euclide, & sarebbe impossibile, che vn simplice pratico con modi naturali lo sapesse risoluere.

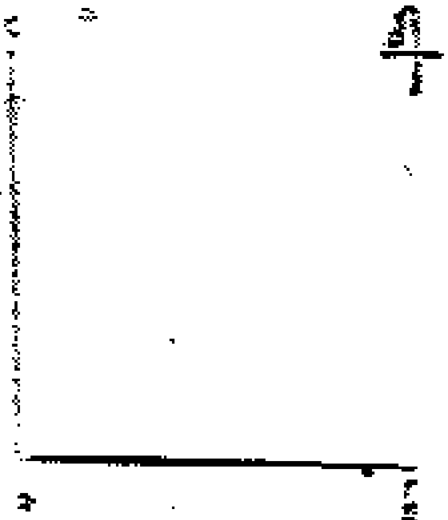
Similmente procederesti quando, che l'angolo . c. fusse acuto, ouer ottuso, cioe tu designaresti medesimamente la superficie . m k l a. di lati equidistanti eguale al medesimo triangolo . h g a. & in tal specie di angolo, qual fusse l'angolo dato, secondo la regola data nella precedente, facendo che l'angolo . l a k. fusse quello, che fusse eguale al dato angolo . c. nel restante poi procederesti precisamente, come di sopra è stato fatto, & seguitara medesimamente la superficie . a p q b. esser eguale al dato triangolo . d e f. & esser di lati equidistanti, & sopra la data linea . a b. & hauer l'angolo . p a b. eguale a l'angolo . c. dato, per esser eguale al suo contraposito . l a k. (per la detta decimaquinta del primo di Euclide) e pero seguita il proposito.

24 Possiamo designare, ouer costituire vn parallelogrammo eguale a vn dato rettilineo, et in vno angolo rettilineo. Essempi gratia sia il dato rettilineo a b c d. & il dato angolo . e. hor volendo costituire vn parallelogrammo (cioe vna superficie di equidistanti lati) eguale al predetto rettilineo a b c d. ma con conditione, che habbia vno angolo eguale all'angolo . e. ma perche non puo hauer vno senza duoi, cioe duoi contraposti (per la 34 del primo di Euclide) & se per sorte il dato angolo . e. fusse retto, il detto parallelogrammo verrebbe rettangolo, cioe che hauerebbe tutti li suoi quattro angoli retti, hor per concluder tal problema, tiraremo la linea . b d. diuidendo il detto rettilineo nelli duoi triangoli . a b d. & . b d c. poi (per la decima di questo) designaremo il parallelogrammo . f k h g. eguale al triangolo . a b d. hauente l'angolo . h g f. eguale al dato angolo . e. & fatto questo sopra la linea . g h. (per la precedente propositione) costruiremo il parallelogrammo . h g m l. eguale all'altro triangolo . d b c. hauendo l'angolo . m h g. eguale al predetto dato angolo . e. & cosi hauremo costrutto il parallelogrammo . f m. eguale al dato rettilineo a b c d. perche se la parte . f h. è eguale al triangolo . a b d. & l'altra parte . g m. è fatta eguale all'altro triangolo . b c d. e pero tutto il detto parallelogrammo . f m. viene a esser eguale a tutto il dato rettilineo a b c d. & perche l'angolo . h k f. fu fatto eguale al dato angolo . e. seguita il proposito, vero è che vi sarebbe da dubitar, ouer da dimostrar, che la linea . k h. sia vna con la linea . m h. & similmente la . f g. con la . g l. la qual cosa ben si dimostra nella quartadecima quinta del primo di Euclide, e pero non ci è da dubitare.



25 Di vna data retta linea potiamo descriuere il quadrato. Essempi gratia sia la data linea . a b. della quale volendo descriuere il suo quadrato, sopra le sue due estremita, ouer ponti . a. & . b. (secondo l'ordine dato nella sesta di questo) duceremo le due linee . a c. & . b d. perpendicolare so-

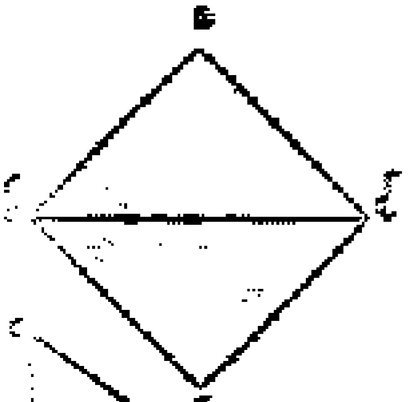


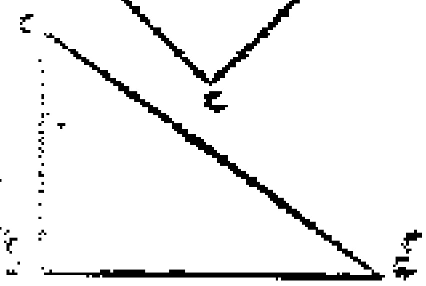


per la a b. & le segneremo, talmente che ciascheduna di quelle sia equale alla data linea. a b. & da poi questo tirando una retta linea dal ponto c. al põto. d. sara descritto il detto quadrato, perche la detta linea c d. (tirata che sia) si trovara esser equale a ciascheduna delle altre tre, & se per sorte non la trovasti equale, sarebbe segno tu haver errato nella operatione manuale, come spesso interviene, e pero in tal caso tu la rivederesti di nuovo con piu diligentia.

Questo problema il manuale lo essequirebbe con la squadra materiale per mezzo del compasso.

Anchor per quest'altro modo si potrebbe essequir un tal problema, cioe tirando solamẽte sopra il põto a. la linea a c. per perpendicolare sopra la detta a b. & anchora a quella equale. Fatto questo giustaremo l'appertura del nostro cõpasso alla longhezza della data linea a b. over a c. & secondo tal appertura faremo il ponto c. centro, & di sopra via al ponto b. designaremo un pocco di circonferentia, fatto questo faremo poi centro il ponto b. & con la medesima appertura, designaremo pur di sopra al ponto b. per un pocco di circonferentia intersecante l'altra prima in ponto d. come nella seconda figuratione appare, hor se dal ponto d. sara con diligentia tirate due linee, l'una dal d. al c. & l'altra dal d. al b. si trovara haver risolto il problema, cioe tal quadrilatero sara quadrato, la causa e, che li suoi quattro lati sono stati fatti equali, & perche l'angolo c a b. e retto, seguita (per la 32 del primo di Euclide) che l'angolo contraposito, qual formaran le due linee c d. & b d. in ponto d. (tirate che siano) sara pur retto, & perche li quattro angoli di ogni quadrilatero, egli e necessario, che siano equali a quattro angoli retti, e pero seguita, che gli altri duoi angoli, che si causaranno con le dette due linee nelli duoi ponti b. & c. saranno retti, e per tanto essendo tal quadrilatero di lati equali, & di angoli retti, seguita che sia quadrato.

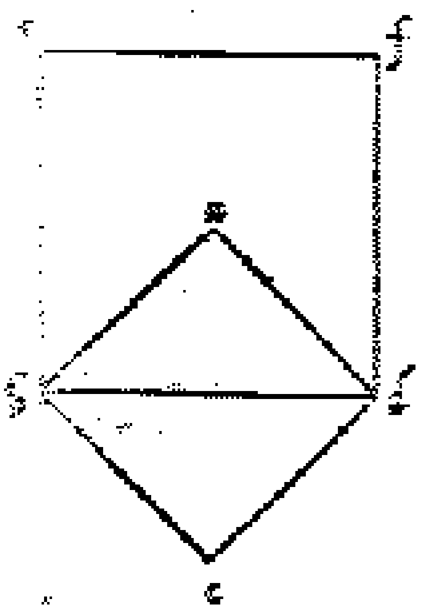




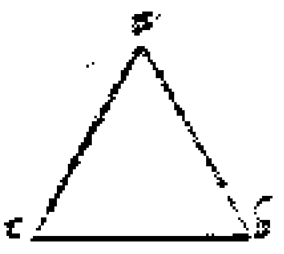
Il modo geometrico de risolvere manualmente con il compasso, & rega vari problemi non posti da Euclide. Cap. III.

Come si multiplica una figura in quantita.

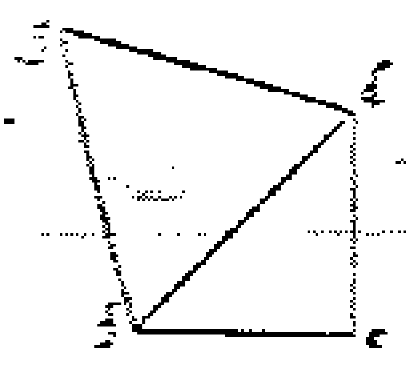
1 POtemo duplicar un dato quadrato. Essempi gratia sia dato il quadrato a b c d. volendolo duplicare, cioe farne un'altro, che sia a lui doppio di superficie, tira in quello il diametro b d. & sopra di tal diametro (per la precedente) farai il quadrato b d e f. qual dico esser doppio al primo, cioe al quadrato a b c d. (per la penultima del primo di Euclide) perche il quadrato descritto sopra il lato, che e opposito al angolo retto e equale alli quadrati delli lati, che contengono l'angolo, & tutto questo si dimostra sopra la detta penultima del primo di Euclide, anchora per molte altre vie si potrebbe duplicar un quadrato, ma questa e la piu ispediente, questo non si potrebbe essequir materialmente.



2 POtemo anchor treplicar un dato quadrato. Essempi gratia sia il dato quadrato a b c d. volendolo treplicar, cioe farne uno, che sia a lui treppio, tira per su lui il diametro b d. il qual diametro (per non offuscar la operatione) trasportarolo di fuora di tal quadrato, come vedi di sotto di lui, fatto questo sopra il ponto b. estremita linea b e. equale al lato del dato quadrato, & perpendicolar sopra la detta linea, over diametro b d. & fatto questo tira la hypotenusa e d. il quadrato della qual dico, che sara treppio al dato nostro quadrato a b c d. perche il quadrato della linea b e. e equale al nostro dato quadrato, & il quadrato del diametro b d. (per la precedente) e doppio al detto nostro quadrato a b c d. e pero la summa del quadrato della b e. insieme con il quadrato della b d. sara treppio al detto nostro quadrato a b c d. & perche il quadrato della linea e d. che e opposita al angolo retto (per la detta penultima del primo di Euclide) e equale alli detti duoi quadrati, e per tanto seguita il quadrato della detta linea e d. esser treppio al detto nostro quadrato a b c d. che e il proposito.

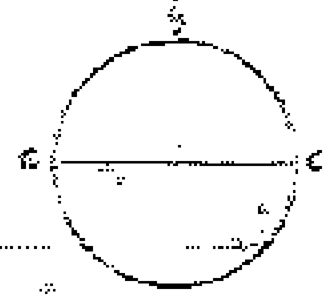


Et cosi con il medesimo ordine potrai quadruplicar, & quincuplar un dato quadrato, perche ponendo sopra l'una delle due estremita della linea e d. perpendicolarmente una linea, pur equale al lato del detto nostro quadrato a b c d. & dapoi tirar la linea opposita al angolo retto, & cosi il quadrato di tal linea sara quadruplo al detto nostro quadrato, & cosi con il lato del quadruplo, & del semplo poroi trovar il quincuplo, & cõ il lato del detto quincuplo, & del semplo potrai trovar il lato del sestuplo, & cosi discorrendo in infinito. Egli e ben il vero, che per quadruplicarlo, tu potresti tuor il doppio del lato del dato quadrato, & il quadrato di tal doppio lato sarebbe quadruplo al detto nostro dato quadrato, ma l'altra nostra regola e generale in ogni multiplicita.

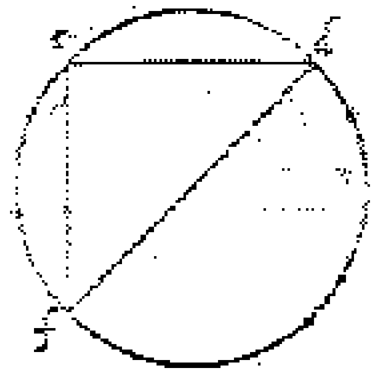


3 POtemo anchora duplicare un dato triangolo equilatero. Essempi gratia sia dato il triangolo equilatero a b c. volendo duplicarlo, cioe farne un'altro, che sia doppio in superficie a quello farai il triangolo rettangolo d e f. di tal qualita, che ciascheduno di duoi lati d e. & e f. che formano l'angolo e. retto, sia equale al lato del dato triangolo, hor dico, che il triangolo d g f. equilatero

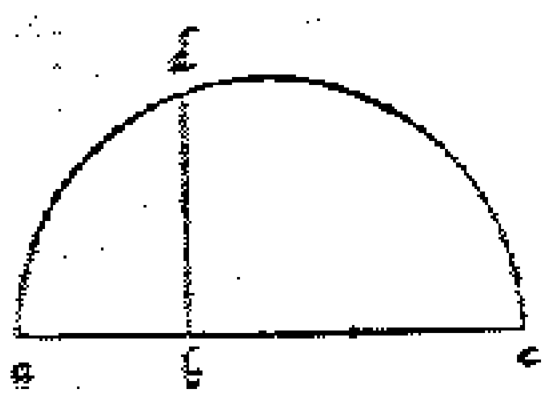
tero costituito sopra il lato .d. f. che è opposito all'angolo retto, esser doppio al detto nostro dato triangolo .a b. c.la causa è che li detti duoi triangoli .a b c. & .d g f. sono simili (per esser ambiduoi equilateri) onde la proportione dell'uno all'altro è, come quella del quadrato del lato dell'uno al quadrato del lato dell'altro, & perche il quadrato del lato .d f. (per la precedente) è doppio al quadrato di qual si voglia lato del dato triangolo .a b c. e pero il detto triangolo .d g f. vien a esser doppio al nostro dato triangolo .a b c. che è il proposito. Et cosi volendo treplicar il detto dato triangolo .a b c. ouero quadruplicar, ouero quincuplar, & cosi discorrendo, procederai seruando la medesima regola (del quadrato) detta nella precedente, cioe per treplicarlo, trouarai prima il lato del suo doppio, che in questo caso sarebbe la .d f. & quello congiongirai ad angolo retto con il lato del semplo, & tirarai la sua hipotenusa, & cosi il triangolo equilatero, descritto sopra a tal hipotenusa sara treppio al detto nostro dato triangolo .a b c. & cosi con il lato del detto treppio, & del semplo potrai trouar il lato del quadruplo, & cosi discorrendo in infinito. Et tutto questo, ch'è stato detto del quadrato, & del triangolo equilatero, ti seruira per duplicare, & treplicar, non solamente vn penthagono, vno essagono, settagono, ottagono equilatero, & equiangolo, ma in tutte le specie di figure simili, che longo sarei nel dire a volerti in ciaschaduna dare particolar essempio.

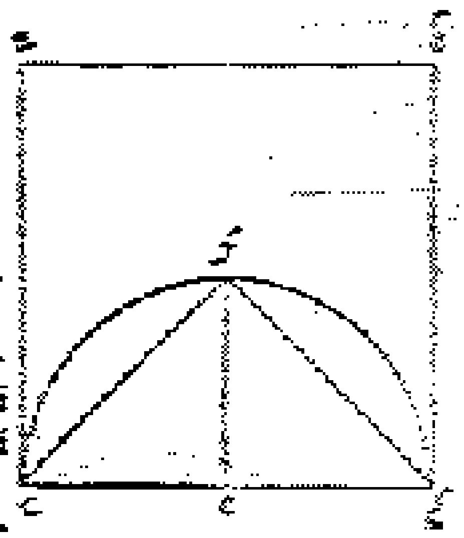


4 [P]Otremo duplicar vn dato cerchio. Essempi gratia sia il dato cerchio .a b c. volendolo duplicar, cioe farne vn'altro, che sia di superficie doppio a quello, formarai il triangolo .d e f. hauente lo angolo .e. retto, ma di tal qualita, che ciaschaduno delli duoi lati .d e. & .e f. sia equal al diametro del dato cerchio, hor dico che il cerchio descritto sopra la hipotenusa .d f. sara doppio al dato nostro cerchio .a b c. perche (come si dimostra sopra la seconda del duodecimo di Euclide) la proportione di ogni duoi cerchij è si, come la proportione del quadrato del diametro dell'uno al quadrato del diametro dell'altro. Et perche il quadrato del diametro .f d. (per la prima di questo capo) è doppio al quadrato del diametro .a c. seguita, che il cerchio descritto sopra la .f d. sia doppio al nostro dato cerchio .a b c. che è il proposito. Et cosi volendo treplicar, ouer quadruplicar, ouer quincuplar, et cosi discorrendo, il detto cerchio procederai secondo la regola data nelle passate.



5 [A]Nchora per vn'altra piu general regola si puo essequire tutte le sopra notate specie di problemi, laqual regola è questa, poniamo che tu voglia duplicare vn dato quadrato, ouer triangolo equilatero, ouer penthagono, ouer essagono, & cosi discorrendo, il cui lato pongo, che sia la linea .a b. allonga la detta linea .a b. per fino in .c. talmente, che la .b c. sia doppia alla .a b. & sopra tutta la .a c. descriui il mezzo cerchio .a d c. & dal ponto .b. erigerai la .b d. perpendicolare sopra la .a c. hor dico che il quadrato descritto sopra la linea .b d. sara doppio al quadrato della linea .a b. perche le tre linee .a b. b d. & .b c. vengono a esser continue proportionali (per la nona del sesto di Euclide) e per tanto (per il corollario della 18 del sesto di Euclide) la proportione del quadrato della .a b. prima al quadrato della .b d. seconda, sara si, come la prima linea alla terza, cioe come che è la .a b. alla .b c. & perche la detta .a b. è subdupla alla .b c. seguita, che il quadrato della .a b. sia subduplo al quadrato della .b d. adonque il quadrato del la detta .b d. vien a esser doppio al quadrato della detta .a b. che è il proposito. Et cosi (per le medesime ragioni) se la detta .a b. fusse il lato di vn triangolo equilatero, il triangolo equilatero descritto sopra la detta linea .b d. sara doppio a quello, & questo medesimo si debbe intendere di vn penthagono equilatero, & equiangolo, & di vno essagono, settagono, ottagono, & d'ogni altra specie di figure simile, & similmente s'intende di cerchij.

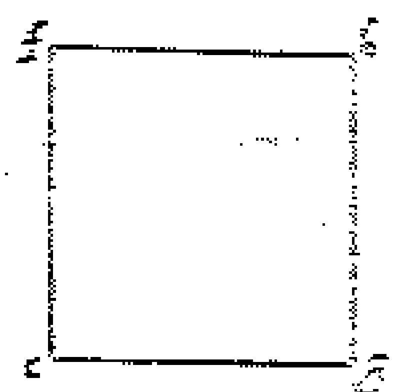




Et cosi volendo treplicar tu ponerai la .b c. treppia alla detta .a b. & cosi volendolo quadruplicare tu ponerai la detta .b c. quadrupla alla medesima .a b. & cosi discorrendo nelle altre specie di multiplicita, & se ben la considerarai, non solamente la ti seruira in ogni specie di proportione rationale, ma anchora nelle irrationali, che longo sarei a volerti in tutte dar particolar essempio.

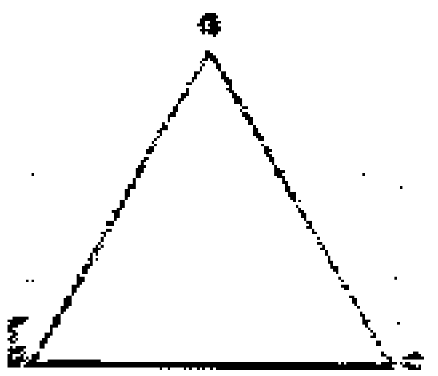
Del modo di saper diuidere una figura, cioe pigliar, ouer formar vna parte di quella in forma propria.

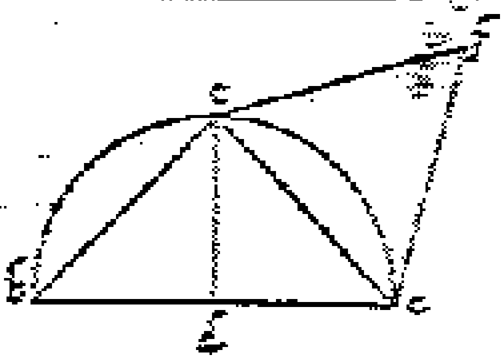
6 DI vno dato quadrato potremo formarne vn'altro eguale alla mita di quello. Essempi gratia sia dato il quadrato .a b c d. volendo formar vn'altro quadrato, che sia eguale alla mita di



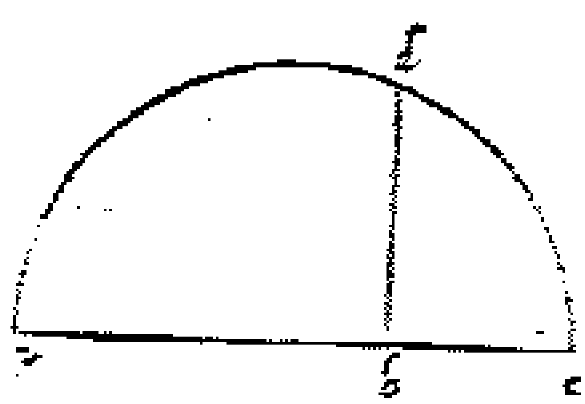
questo, diuiderai il lato .e d. in due parti equali in ponto .c. & sopra di quello descriuerai il mezzo cerchio .e f d. & dal ponto .c. eleuarai la .c f. perpendicolare sopra la .e d. laqual diuidera l'arco .e f d. in due parti equali in ponto .f. fatto questo tirando le due linee .e f. & .d f. quelle saranno equali, & l'angolo .e f d. (per la 30 del terzo di Euclide) sara retto, & perche il quadrato della .e d. (qual è il nostro dato .a b c d.) sara equale (per la penultima del primo di Euclide) alli detti quadrati delle due linee .e f. & .d f. e pero sara doppio a vno solo di detti duoi quadrati, seguita adonque, che il quadrato descritto sopra vna di dette due linee (poniamo sopra la .e f.) qual sia il quadrato .e f g h. sara la mita del nostro dato quadrato .a b c d. che è il proposito.

7 Similmente di ogni dato triangolo equilatero potemo designarne vn'altro equale alla mita di quello. Essempi gratia sia il dato triangolo equilatero .a b c. volendo formarne vn'altro equale alla mita di quello, per non offuscar il detto triangolo trasportarai la quantita del suo lato .b c. in vn'altro luogo, & sia diuiso in due parti equali in ponto .d. (come piu basso vedi) & sopra di quello designarai il mezzo cerchio .b e c. & dal ponto .d. eleuarai la .d e. perpendicolare sopra la .b c. laqual diuidera l'arco .b e c. in due parti equali in ponto .e. & dal ponto .e. tirarai le due linee .e b. & .e c. si come che nella precedente fu anchor fatto. Hor dico che designando sopra la .e c. il triangolo equilatero .e f c. quel sara la mita del nostro dato triangolo .a b c. perche la proportione del nostro dato triangolo .a b c. al triangolo .e f c. è si come il quadrato del lato .b c. al quadrato del lato .e c. & la proportione del quadrato del detto lato .b c. al triangolo .a b c. al quadrato del detto lato .e c. (per la precedente) è doppia, e pero la proportione del triangolo .e f c. è doppia, per laqual cosa il triangolo .e f c. vien a esser la mita del nostro dato triangolo .a b c. che è il proposito. Et con tal ordine si potra di vn dato penthagono equilatero, & equiangolo formarne vn'altro equale alla mita di quello, & cosi di vno essagono, di vn settagono, di vn'ottogono, & cosi discorrendo in infinito, & il medesimo seguira di vn cerchio.



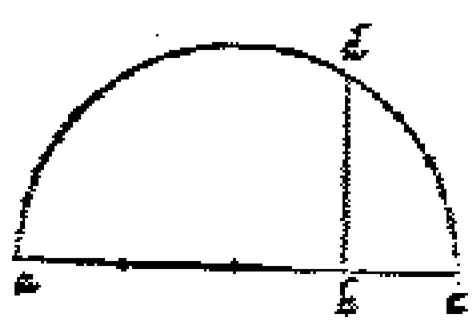


8 Ancora per vn'altra seconda regola piu generale del precedente si potrebbe esseguire tal sorte di problemi, & molti altri, laqual regola è simile alla quinta di questo capo. Essempi gratia sia il lato di vno dato quadrato la linea .a b. volendo trouar il lato di vn'altro quadrato, il qual quadrato sia la mita di quello, che fusse descritto dalla linea .a b. sia allongata la detta linea .a b. per fino in .c. talmente, che la .b c. sia la mita della .a b. fatto questo sopra tutta la linea .a c. sia descritto il mezzo cerchio .a d c. & dal ponto .b. sia eleuata la linea .b d. perpendicolare alla .a b. hor dico che il quadrato della linea .b d. sara la mita del quadrato della nostra data linea .a b. perche le tre linee .a b. b d. & .b c. (per la ottaua del sesto di Euclide) vengono a esser continue proportionali, onde (per il corrolario della decimanona del sesto di Euclide) la proportione del quadrato della prima linea .a b. al quadrato della seconda .b d. sara si, come quella della simplice prima linea .a b. alla terza .b c. & perche la detta prima .a b. è doppia alla detta terza .b c. seguita che il quadrato della detta prima .a b. sia doppio al quadrato della detta seconda .b d. e pero il quadrato della detta .b d. vien a esser la mita del quadrato della detta nostra data linea .a b. che è il proposito. Et cosi (per le medesime ragioni) se la data linea .a b. fusse lato di vn triangolo equilatero, il triangolo equilatero, che fusse descritto sopra della detta linea .b d. sarebbe la mita di quello descritto sopra la data linea .a b. & questo medesimo si debbe intendere di vn penthagono equilatero, & equiangolo, & similmente di vno essagono, settagono, ottogono, & cosi discorrendo in infinito. Et similmente di cerchij, per mezzo di loro diametri, ouer semidiametri.



9 Dato vno quadrato potemo designarne vn'altro equale alla terza parte di quello.

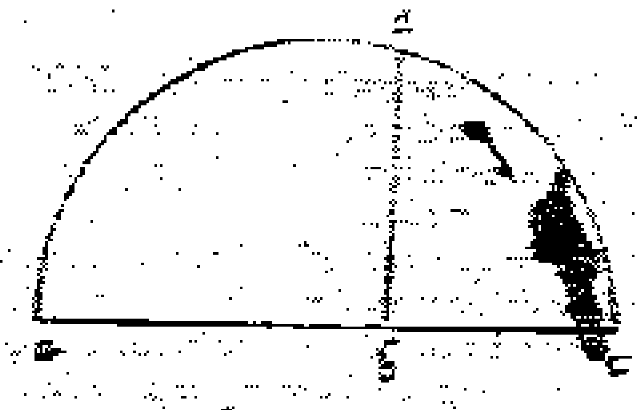
Questo problema con difficulta si potrebbe risoluere per la prima regola data di sopra nella sesta, & settima, ma co'la seconda di sopra aduta facilmente lo assoluuemo. Essempi gratia sia il lato del dato quadrato la linea .a b. volendo trouar vn'altra linea, che il quadrato di quella sia la terza parte del quadrato della detta nostra data .a b. allongaremo la detta .a b. per fino in .c. talmente che la .b c. sia la terza parte della .a b. fatto questo sopra tutta la .a c. descriueremo il mezzo cerchio .a d c. & dal ponto .b. erigeremo la linea .b d. perpendicolare sopra la .a c. hor dico che il quadrato, che sara descritto sopra la detta .b d. sara la terza parte di quello, che sara descritto sopra la nostra data linea .a b. (per le ragioni adutte nella precedente) & cosi per le medesime ragioni,



ragioni, se la data nostra linea a b. fusse lato di vn triangolo equilatero, il triangolo equilatero descritto sopra detta b d. sarebbe la terza parte di quello descritto sopra della nostra data a b. Et questo medesimo, che si è detto del triangolo equilatero si debbe intendere, non solamente di vn pentagono equilatero, & equiangolo, & similmente di vno hexagono, settagono, ottagono, & così discorrendo, ma anchora di vn cerchio per mezo del suo diametro.

Et così volendo anchora designare vna di tai figure, che fusse il quarto, ouero il quinto, ouero il sesto (& così discorrendo) della figura data, tu torrai la sopradetta b c. che fusse similmente il quarto, ouero il quinto, ouero il sesto, & così discorrendo, della nostra data a b. & dapoi seguiresti, come di sopra, cioè tu cauaresti pur la b d. perpendicolare alla b c. & costrutta detta b d. sarebbe il lato di quella ricercata figura, ouero il diametro del ricercato cerchio.

10 Anchora potremo designare vn quadrato equale alli duoi terzi di vn'altro proposto quadrato. Essempi gratia sia il lato di vno proposto quadrato la linea a b. volendo trouar il lato di vn'altro quadrato, che sia li duoi terzi di quello, procederai si, come nella precedente, cioè allongaremo la detta linea b. in diretto per fina in c. talmente, che la b c. sia li duoi terzi della a b. fatto questo sopra tutta la linea a c. sia descritto il mezo cerchio a d c. & dal ponto b. sia dedutta la linea b d. perpendicolare alla a c. hor dico che il quadrato della linea b d. esser li duoi terzi del quadrato della data linea a b. (per le ragioni adutte nella ottaua del presente capo, & così al medesimo modo procederesti, volendo trouar il lato di vn quadrato, che fusse li tre quarti, ouero li quattro quinti, o altre parti simili di vn proposto quadrato, ouer del quadrato di vna linea proposta. Similmente operaresti quando che tu volesti trouar il lato di vn'altra figura equilatera, & equiangola, che fusse quelle parti, che tu parra di vn'altra simil figura proposta, & similmente di vn cerchio.

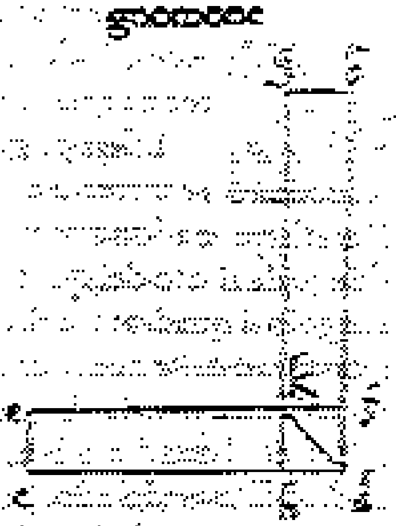


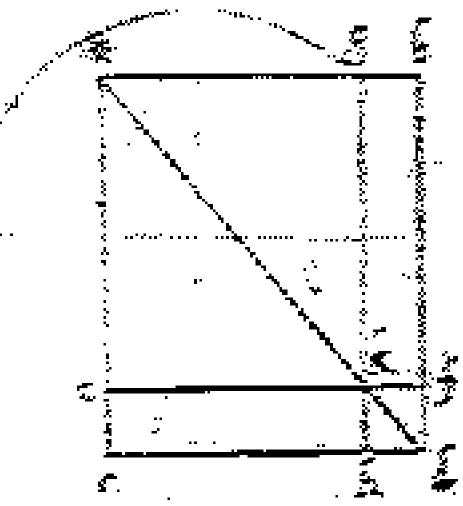
Il modo geometrico da risoluere manualmente con il compasso, & regha li problemi del secondo libro di Euclide, & di alcune diffinitioni di quello. Cap. IIII.

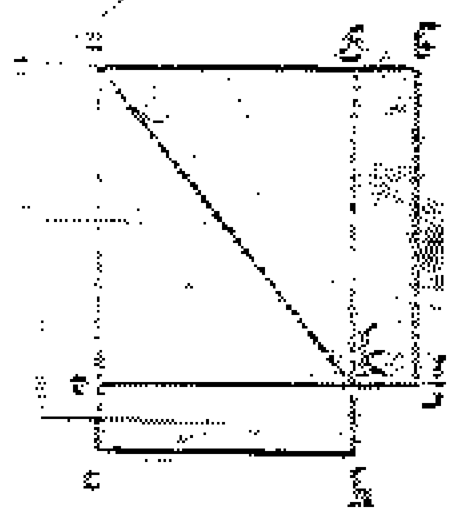
Che cosa sia gnomone.

1 Euclide nella seconda diffinitione del secondo, dice, che quelli parallelogrammi, che sega per mezo il diametro di ogni spacio parallelogrammo, sono detti stare attorno al medesimo diametro, & qual si voglia di quelli con li duoi supplementi è detto gnomone. Essempi gratia sia il parallelogrammo a b c d. & il diametro di quello a d. il qual diametro sia diuiso dalle due linee e f. & g h. dutte equidistante alli lati opposti del detto parallelogrammo, lequal si segano fra loro sopra il detto diametro a d. in ponto k. dal che questo tal parallelogrammo viene a esser diuiso in quattro parallelogrammi, & li duoi di quelli, cioè li detti parallelogrammi g e. & f h. che dal diametro a d. sono segati per mezo (per la quarantesima terza del primo di Euclide) sono detti stare attorno al diametro, & gli altri duoi, che non sono segati dal detto diametro a d. cioè il parallelogrammo g f. & h e. sono detti supplementi, i quali duoi supplementi insieme con qual si voglia di duoi parallelogrammi, che sono attorno al diametro a d. è detto gnomone. Essempi gratia il parallelogrammo f h. insieme con li duoi supplementi g f. & h e. formano vna figura simile a vna squadra materiale, come in margine si vede, laqual figura è detta gnomone, similmente il parallelogrammo g e. insieme con li detti duoi supplimenti g f. & h e. formano vna figura simile a quella, che in margine si vede, laqual figura sera pur detta gnomone.

gnomone

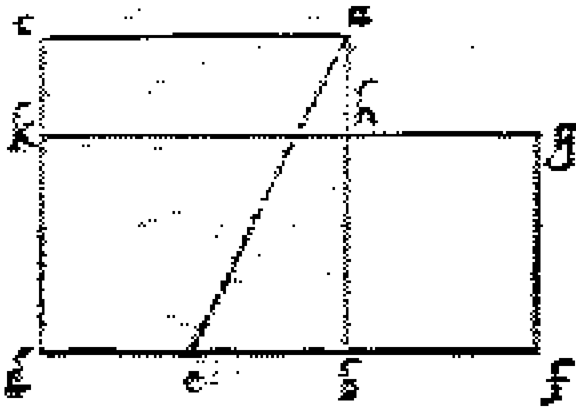






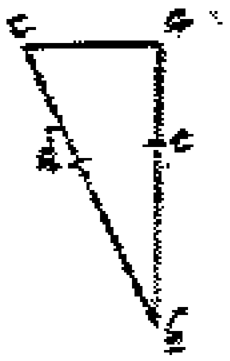
2 Potemo segare vna data retta linea si conditionatamente, che il rettangolo, che sarà contenuto sotto di tutta la linea, & di vna parte sia equale al quadrato dell'altra parte.

Questo problema non è altro, che il dividere una linea secondo la proportione havente il mezo, & duoi estremi, ma Euclide non la volse diriamare in tal modo nella vndecima del suo secondo libro, per non haver anchora diffinito, che cosa fusse proportione, hor per ritornare al proposito sia essempi gratia la data linea a b. volendola dividere secondo la proportione havente il mezo,

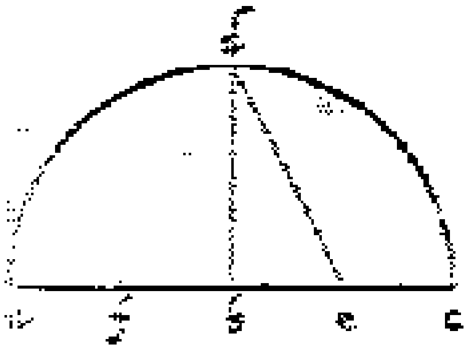


& duoi estremi, si puo procedere in piu modi, il piu commune è a procedere secondo, che fa Euclide nella vndecima del secondo libro, cioe descrivere il quadrato a d. di tal linea, & dividere poi il lato. d b. in due parti equali in ponto e. & dapoi tirare la. a e. & fatto questo allongarla. e b. per fina in f. talmente, che e f. sia equale alla. a e. & cosi la b f. sara equale alla maggior parte di tal divisione, e pero se dalla data linea. a b. ne segaremo la. b h. equale alla b f. sara esseguito il proposito, che haveremo divisa la detta linea a b. secondo la detta proportion in ponto. h. talche il quadrato di tutta la linea a b. nella sua menor parte a h. (che sara il rettangolo a k.) sara equale al quadrato dell'altra parte h b. che sara il quadrato. h g. (come dimostra Euclide nella detta vndecima del secondo) e pero la proportione di tutta la linea a b. alla sua maggior parte. b h. sara si come la proportione della detta maggior parte h b. alla menor a h. che sarebbe il proposito.

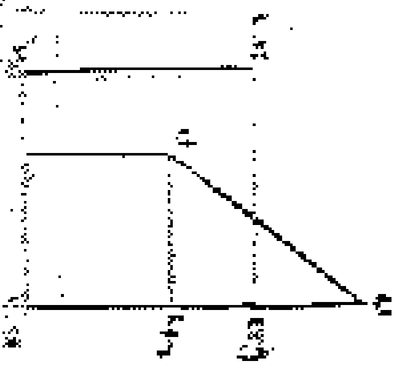
seconda figura



Nota che in quanto alla simplice operatione non vi accaderebbe a far tanti lineamenti, ma basterebbe dal ponto a. dirizare la. a c. perpendiculare sopra la a b. & far che la detta. a c. sia equale alla mita della a b. & dapoi tirar la. c b. & da quella seghiamo la. c d. equale alla. c a. & cosi la restante d b. sara equale alla maggior parte della detta linea a b. e pero se dalla linea a b. ne segaremo la parte. b e. equale alla b d. sara esseguito il problema, cioe haveremo divisa la detta linea a b. secondo la proportione havente il mezo, & duoi estremi in ponto e. & la sua maggior parte sara la b e. ma li tanti lineamenti fatti nella superior figura si fanno per far la speculativa demostratione di tal conclusione, della quale il puro pratico, cioe quello, che non ha inteso li principij di Euclide non si tien conto di tai dimostrationi per non esser atto a intender quelle.



Anchora per vn'altro modo si puo esseguire il sopra notato problema, qual vsa Ptolomeo nel principio dello Almagesto. Essempi gratia sia la data retta linea a b. laquale volendola dividere secondo la detta proportione havente il mezo, & duoi estremi. Prima allongaremo la detta linea. a b. per fino in. c. talmente, che la. b c. sia equale alla detta a b. & sopra tutta la linea a c. gli descriveremo il semicircolo a d c. & dal ponto. b. eleuaremo la. b d. perpendiculare sopra la. a b c. & fatto questo divideremo la. b c. in due parti equali in ponto e. & tiraremo la d e. fatto questo dalla e. ne segaremo la parte e f. equale alla d e. & cosi haveremo divisa la nostra data linea a b. secondo la detta proportione havente il mezo, & duoi estremi in ponto. f. & la sua maggior parte sara la. f b. che sara il proposito, il qual modo, che ben se considera in sostantia è il medesimo, che è quello, che di sopra habbiamo registrato.



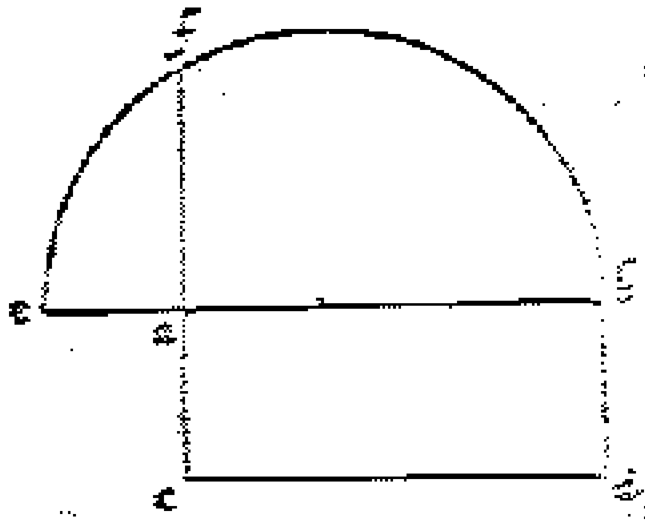
V n'altro modo ne insegna Euclide nella trentesima del sesto, ma perche alla solutione di tal problema vi concorre vn'altro problema, del quale fina hora non habbiamo havuto notitia, e pero tal modo prorogaremo per fino al suo conduecente luogo.

3 P Ropositi duoi quadrati, come si voglia potemmo a vno di quelli designar vn gnomone equale all'altro.

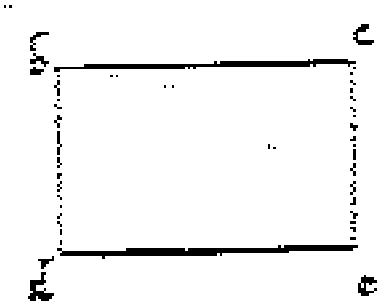
Essempi gratia siano li duoi quadrati a b. & c d. & sia il proposito di descrivere intorno al quadrato a b. vn gnomone, che sia equale all'altro quadrato. c d. Per esseguire adonque tal problema allongaremo il lato. b f. per fino in e. talmente, che. f e. sia equale al lato del quadrato. c d. & poi tiraremo la linea. a e. & perche il triangolo a f e. è rettangolo il quadrato della detta. a e. (per la penultima del primo di Euclide) sara equale alli quadrati delle due linee. f e. & f a. cioe sara equale alli detti duoi quadrati. a b. & c d. & pertanto segaremo la. b g. equale alla detta a e. & sopra di detta. b g. designaremo il quadrato b h. il qual quadrato b h. sara equale (come per avanti è stato detto) alli detti duoi quadrati a b. & c d. cavando adonque dal detto quadrato b h. il quadrato b a. il restante sara equale all'altro quadrato. c d. il qual restante vien a esser il gnomone g a i. che sarebbe il proposito, questo problema sarebbe impossibile di poter risolvere naturalmente, cioe a rasone.

Potemmo

4 Potemmo descrivere vn quadrato eguale a vn dato tetragon longo. Essempi gratia sia il dato tetragon longo. a b c d. hor volendo descrivere vn quadrato eguale al detto tetragono. a b c d allongaremo il lato. b a. per fino in. e talmente che. a e. sia eguale al lato. a c. fatto questo sopra tutta la linea. e b. gli descriveremo il semicircolo. e f b. dapoi allongaremo il lato. c a. per fino alla circonferentia del detto mezzo cerchio, qual sia il ponto. f. hor se sopra la linea. a f. gli sara descritto il suo quadrato, tal quadrato sara eguale al predetto tetragon longo. a b c d. (come dimostra Euclide nella decimaquinta del suo secondo libro) e pero la detta linea. a f. vien a esser lato del quadrato, che cerchiamo di fare.

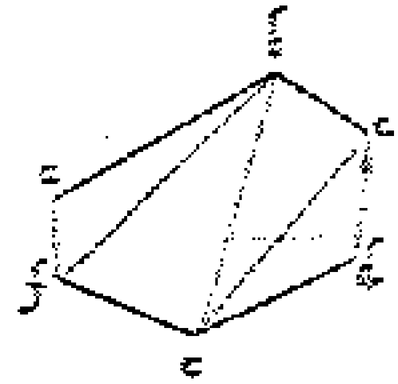


5 Potemmo descrivere vn quadrato eguale a vno dato triangolo. Essempi gratia sia il dato triangolo. a. volendo descrivere vn quadrato eguale a tal triangolo. Noi designaremo vna superficie di lati equidistanti rettangola (per la regola data nella decima del precedente capo) eguale a tal triangolo, laqual supponemmo che sia la. b c d e. & se per caso tal superficie fusse quadrata, sarebbe essequito tal problema, ma se quella sara vn tetragon longo, noi designaremo (per la regola data nella precedente) vn quadrato eguale a tal tetragon longo, & sara risolto il problema.



6 Potemmo constituire vn quadrato eguale a vn dato rettilineo. Essempi gratia sia il dato rettilineo. a b c d e f. volendo descrivere vn quadrato eguale al detto rettilineo. a b c d e f. risolveremo tal rettilineo nelli quattro triangoli. a b f. b f e. e b c. & e c d. fatto questo (per la regola data nella precedente) a ciascheduno di detti quattro triangoli, trovaremo il lato del quadrato a lui eguale, i quali lati veniranno a esser quattro, hor ponimo che siano le quattro linee. g h. h k. i g. & l i. dapoi designaremo la. g h. perpendicolare sopra la. h k. in ponto. h. (come di sotto si vede) & dapoi tiraremo la. g k. onde (per la penultima del primo di Euclide) il quadrato della. g k. sara eguale alli quadrati delle due linee. g h. & h k. & il terzo lato. i g. lo constituiremo perpendicolarmente sopra la. g k. in ponto. g. dapoi tiraremo la. i k. & (per la penultima del primo di Euclide) il quadrato della detta. i k. sara eguale alli quadrati delle tre linee. g h. h k. & i g. finalmente constituiremo il quarto lato, over linea. l i. perpendicolare sopra la. i k. in ponto. i. & tiraremo la. l k. & cosi finalmente il quadrato della linea l k. sara eguale alla proposita figura rettilinea. a b c d e f. che e il nostro proposito.

Li sopraskritti tre problemi, naturalmente non si potrebbono essequire, over risolvere, cioe a tasconi. Anchora potremmo (per la duodecima del primo capo) constituir vn rettangolo, e vuoi dir vn tetragon longo eguale alla detta figura rettilinea, & dapoi formar vn quadrato (per la quarta) eguale al detto tetragon longo, & haveressimo l'intento.

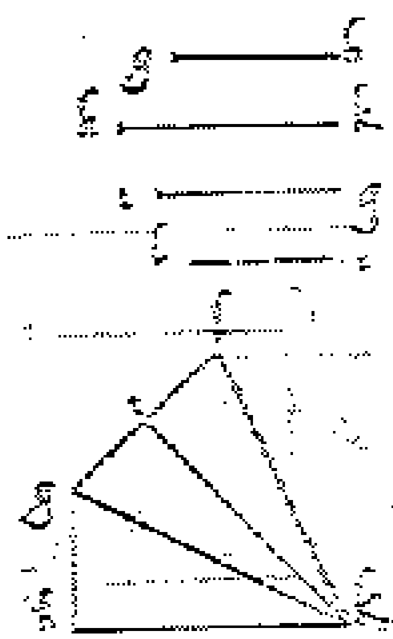


Correlario.

Dalla sopraskritta operatione si manifesta qualmente potemmo descrivere vn quadrato eguale a duoi, over piu quadrati.

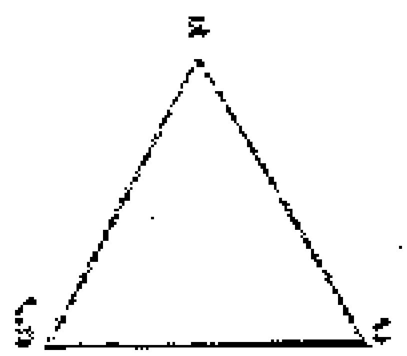
Il modo geometrico da risolver e manualmente con il compasso, & rega, alcuni problemi non posti da Euclide. Cap. V.

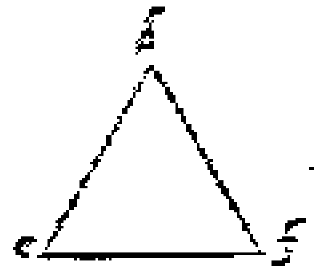
Del modo di summar insieme due over piu figure simili.



7 Potemmo summar insieme duoi triangoli equilateri propositi, cioe formarne vn'altro, che sia eguale a quelli duoi. Essempi gratia sia li dati duoi triangoli. a b c. & d e f. volendo noi formar vn'altro triangolo equilatero, che sia eguale a questi duoi, se per sorte questi duoi triangoli fussero eguali bastarebbe a duplicarne vn di loro secondo l'ordine dato nel secondo capo, & sarebbe risolto tal problema, ma essendo inequali, segnarai la linea. g h. eguale al lato del maggior triangolo, cioe eguale al lato. b c. & sopra il ponto. g. elevarai, over constituerai la linea. g k. perpendicolare sopra la detta. g h. ma che tal linea. g k. sia eguale al lato del menor triangolo, cioe che la sia eguale al lato. e f. & dapoi tirar la hipotenusa. k h. hor dico che il triangolo. k l h. equilatero descritto sopra la detta hipotenusa. k h. sara eguale alli dati duoi triangoli. a b c. & d e f. perche la proportione del quadrato del lato. b c. al quadrato del lato. e f. delli duoi triangoli e simile alla proportione del triangolo. a b c. al triangolo. d e f. perche l'una, & l'altra e come quella del lato. b c. al lato. e f. duplicata (per la decimaottava, & decimanona del sesto di Euclide) e pero per la congionta proportionalita, la proportione della summa di duoi quadrati a qual si vo-

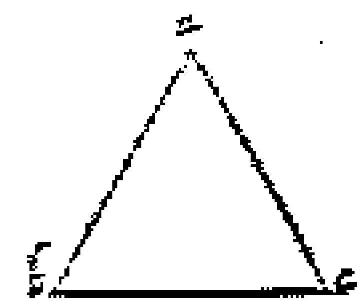
gia di quelli duoi quadrati, sara si, come la summa di detti duoi triangoli, a qual si vo-
glia di quelli, & permutatamente la proportione della summa alla summa, sara si, come il
quadrato del lato.b c.al triangolo.a b c. ouero si come il quadrato del lato.e f. al triangolo
d e f. e pero il quadrato della linea.k h. al triangolo.k l h. ha quella medesima proportio-
ne, che ha il quadrato del lato.g h. al triangolo.a b c. ouero come, che ha il quadrato del
lato.g x. al triangolo.d e f. dal che seguita, che il detto triangolo.k l h. sia eguale alla sum-
ma di detti duoi triangoli.a b c. & d e f. che e il proposito.

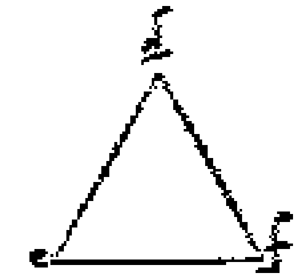


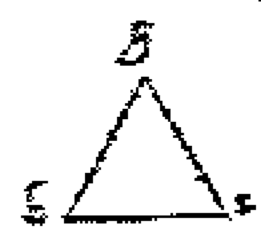


Il medesimo seguita di duoi penthagoni equilateri, & equiangoli, & similmente di duoi es-
sagoni, ouer settagoni, ouer ottagoni, & cosi discorrendo, & similmente di duoi cerchij.

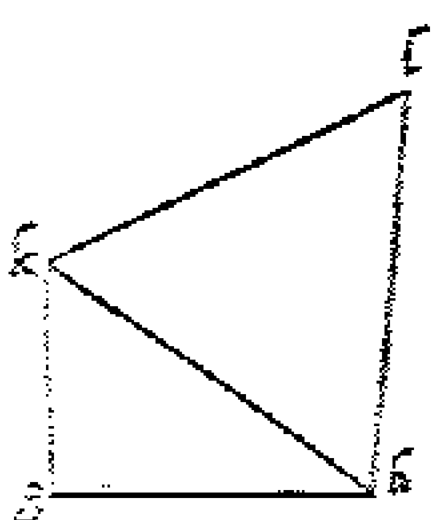
8 Anchora potremo summar insieme tre dati triangoli equilateri, cioe formare vn'altro triangolo equilatero, che sia eguale a quelli tre.







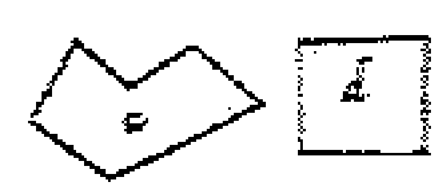
Essempi gratia siano li tre dati triangoli equilateri.a b c. d e f. & g h i. hor volendo formar vn'altro triangolo equilatero, che sia eguale a quelli tre, prima summarne duoi di loro, quali ti pare, secondo l'ordine dato nella precedente, & con il triangolo di tal summa, summarai il terzo triangolo, pur secondo l'ordine dato nella precedente, & hauerai risolto tal problema.

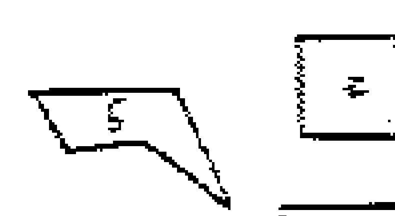


Et con tal ordine, non solamente ne potrai summar, ouer redure infiniti in vno solo, cioe alla summa di tre aggiongerai il quarto, & alla summa di quattro aggiongerai il quinto, & cosi discorrendo.

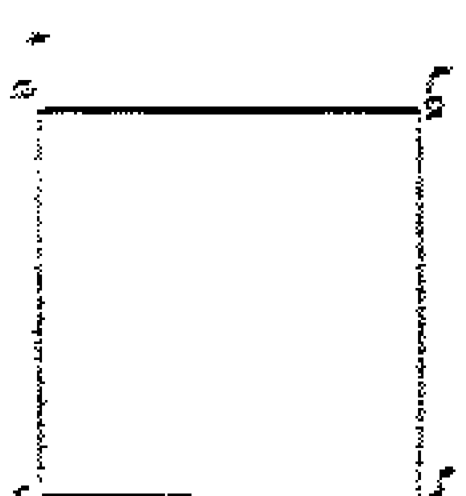
Ma il medesimo si puo fare di piu penthagoni equilateri, & equiangoli, & similmente di piu essagoni, settagoni, ottagoni, & cosi discorrendo, & anchora di piu cerchij per mezo di suoi diametri, ouero con li semidiametri.

9 Anchora potremo summar insieme duoi, ouero piu rettilinei non simili, & della lor summa farne vn quadrato, cioe che potremo formare vn quadrato eguale a duoi, ouero piu proposti rettilinei non simili.

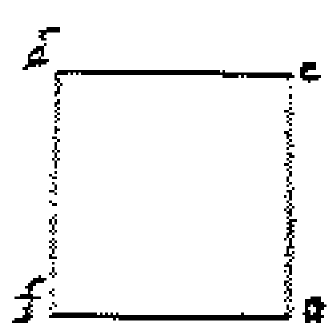




Essempi gratia siano li duoi rettilinei.a.& b. volendo noi designar vn quadrato eguale ad ambidui quelli, designarai (per la sesta) vn quadrato eguale al rettilineo.a. qual quadrato supponemo, che sia d. & vn'altro, che sia eguale al rettilineo.b. qual supponemo, che sia.e. fatto questo (per il correlario della sesta) designaremo vn quadrato, che sia eguale alli detti duoi quadrati.d.& .e. qual supponemo, che sia il quadrato.f. qual per commune scientia sara eguale alli detti duoi rettilinei.a.& b. & se per sorte vi fusse piu rettilinei, tu li tirarai tutti in quadrati, & tutti quelli quadrati tu li tirarai in vn quadrato.



Del modo di sottrare una figura menore da
vn'altra maggiore a lei simile.

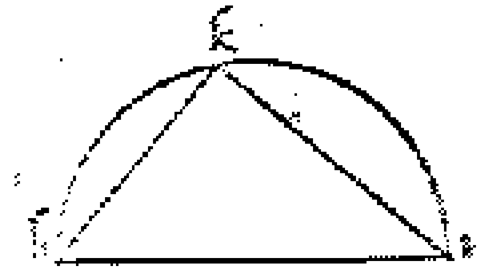


10 Potremo da vn quadrato maggiore, cauarne vn'altro menore, cioe formare vn'altro quadrato della loro differenza.

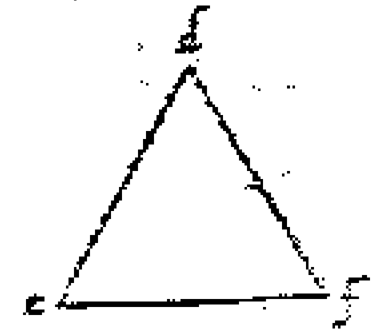
Sia essempi gratia li duoi quadrati.a b c d. & d e f g. volendo formar vn'altro terzo quadrato eguale alla differenza di questi duoi, tira la linea.h i. eguale al lato del quadrato maggiore, cioe eguale al lato.a b. & sopra della detta linea.h i. li-
nea il mezo cerchio.h k i. & in quello tirarai, ouero assettarai la linea.h k. eguale al lato del menor quadrato, cioe eguale al lato.d e. & fatto questo tira la linea.k i. hor dico che il qua-

drato

drato della detta linea. x i. sara eguale alla differentia di detti duoi quadrati a b c d. & d e f g. cioe sara il restante di tal sottrattione, perche egli e manifesto l'angolo. x. esser retto per essere nel mezo cerchio (per la 31 del terzo di Euclide) & il quadrato del lato. h i. (per la penultima del primo di Euclide) e eguale alli quadrati delle due linee. h k. & x i. & perche il quadrato della linea h k. e eguale al quadrato. d e f g. & il quadrato della. h i. e il nostro quadrato. a b c d. dal qual sottratone il quadrato della. h k. (qual e. d e f g.) restara il quadrato della. x i. e pero seguita, che il quadrato della linea. x i. sia la differentia, che e dal quadrato. a b c d. al quadrato. d e f g. che e il proposito.

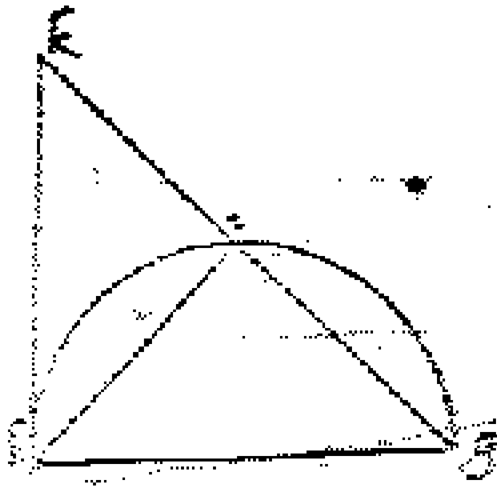


21 DA vn triangolo equilatero maggior potemmo sottrare vn triangolo equilatero menore, & della differentia, ouer resto formar vn'altro triangolo equilatero. Essempi gratia sia il dato triangolo equilatero maggiore a b c. & il menore. d e f. volendo dal detto triangolo. a b c. cauarne il triangolo. d e f. & del restante formar vn'altro triangolo equilatero, tira medesimamente la linea. g h. eguale al lato del detto triangolo maggiore, cioe eguale al lato. a b. & sopra della detta linea. g h. linea il mezo cerchio. g i h. & dal ponto. g. accommoda la linea. g i. nel detto cerchio, eguale al lato del triangolo menore, cioe eguale al lato. d e. & dal ponto. i. al ponto. h. tira la linea. i h. laqual linea. i h. sara il lato del triangolo equale alla differentia di detti duoi triangoli. a b c. & d e f. e pero il triangolo. i k h. descritto sopra di tal linea sara quello, che noi cerchiamo, perche la proportione del quadrato della linea b c. al quadrato della linea. e f. e si, come quella del triangolo della medesima. b c. al triangolo della medesima. e f. onde disgiontamente la proportione del quadrato della medesima. b c. al quadrato della differentia, che ha al quadrato della medesima. e f. sara si, come la proportione del triangolo. a b c. al triangolo della differentia, che ha al triangolo. d e f. & permutatamente la proportione del quadrato della. b c. al triangolo della medesima. b c. sara si, come la proportione del quadrato della differentia al triangolo della differentia, & perche il quadrato della differentia, qual e il quadrato della. i h. al triangolo della differentia, qual e il triangolo. i k h. ha questa medesima proportione, perche il quadrato di vna linea al triangolo di quella medesima linea hanno tutti vna medesima proportione, e pero seguita, che il detto triangolo. i k h. sia la differentia di detti duoi triangoli. a b c. & d e f. ch'e il proposito. Et con tal regola si puo sottrare vn pentagono equilatero, & equiangolo menore da vn'altro maggiore, & dar la loro differentia, pur per vn pentagono equilatero, & equiangolo, & similmente vno essagono da vno essagono, & vn settagono da vn settagono, & vn'ottagono da vn'ottagono, & cosi discorrendo. Et similmente vn cerchio da vn'altro cerchio, per mezo di lor diametri, ouer di semidiametri.

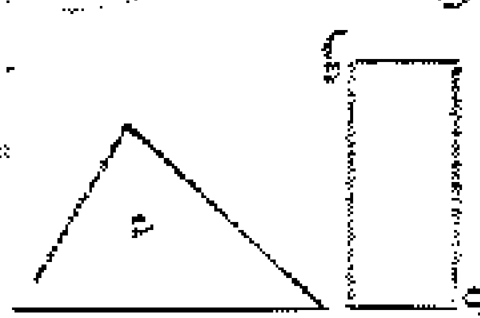


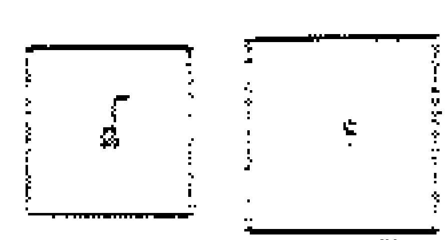
Del modo di conoscere di due figure proposte non simili,
qual sia maggiore, & quanto in quantita continua, & di tal differentia formarne vn quadrato.

22 DAte due superficie non simili potemmo trouare se sono fra loro eguali, ouer inequali, & se sono inequali potemmo formare vn quadrato eguale alla loro differentia, in quantita continua.



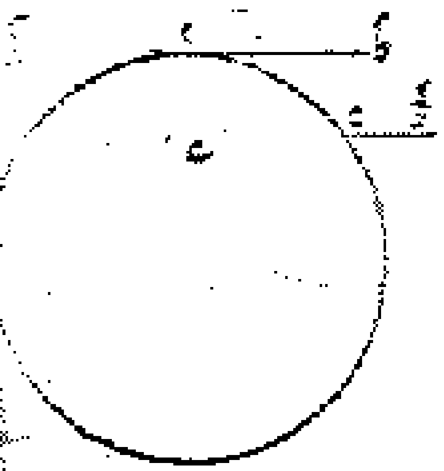
Essempi gratia sia il triangolo. a. & il parallelogrammo. b c. volendo noi saper, ouer trouar se sono fra loro eguali, ouero qual di loro sia maggiore, & trouar la loro differentia, & formarne vn quadrato, descriuerai (per la quarta del precedente capo) vn quadrato equale al dato triangolo. a. qual supponemmo, che sia il quadrato. d. & vn'altro ne designarai (per la medesima) che sia eguale al parallelogrammo. b c. qual supponemmo che sia il quadrato. e. & se per sorte il lato del quadrato. d. sara eguale al lato del quadrato. e. seguira li detti duoi quadrati esser eguali, & consequentemente il triangolo. a. esser eguale al parallelogrammo. b c. ma se il lato dell'uno di detti quadrati sara maggiore del lato dell'altro, quel tal quadrato sara maggiore dell'altro, & consequentemente la superficie donde dependera quel tal quadrato, sara maggior dell'altra. Essempi gratia sel quadrato. e. sara maggiore del quadrato. d. seguira il parallelogrammo. b c. esser maggiore del triangolo. a. per trouar noi vn quadrato eguale alla loro differentia dal quadrato maggiore (per la regola data nella precedente) cauarai il quadrato menore, & hauerai il proposito.





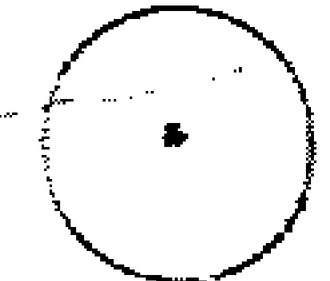
Per abbreuiar parole, & lettura, al medesimo modo procederai quando che il parallelogrammo. b c. fusse qual si voglia sorte rettilineo, & similmente quando che il triangolo. a. fusse il medesimo.

Della pratica di saper risoluere geometricamente con il compasso, & regga li problemi del terzo libro di Euclide. Cap. VI.



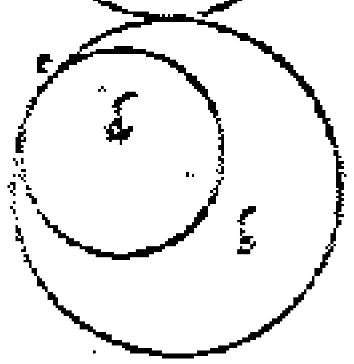
Come s'intenda una linea toccar un cerchio.

1 VNa linea s'intende, & dice toccar vn cerchio, quando che la tocca la circonferentia di quello, talmente che allongandola dall'una, & l'altra parte quella non sega il detto cerchio. Essempi gratia sia il cerchio .a. toccato dalla linea .b c. in ponto .c. & dalla linea .f e. in ponto .e. & perche chi allongasse la linea .b c. dalla parte verso .d. ouer dalla parte .b. verso .g. la non segherebbe il detto cerchio nel detto ponto .c. e pero si puo dire, che la tocca il detto cerchio, laqual cosa non si puo dire della linea .e f. perche chi producesse, ouer allongasse quella dalla parte .e. verso .a. senza dubbio la segarebbe il detto cerchio, come sensibilmente si vede, e pero non s'intenderebbe, che detta linea .e f. tocchi il detto cerchio, ma segante, & la .b c. toccante quello.



Come s'intenda un cerchio toccar un'altro.

2 VN cerchio s'intende toccar vn'altro cerchio, quando che lui lo tocca, & nō lo sega (come che in margine appar in figura) cioe il cerchio .a. tocca il cerchio .b. in ponto .c. & il cerchio .d. tocca il medesimo cerchio .b. in ponto .e. anchor che sia di dentro via.



Che cosa sia l'angolo della portione di un cerchio.

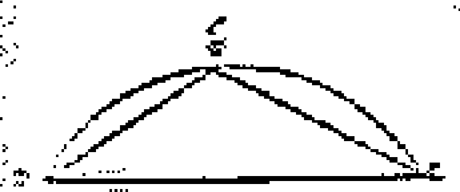
3 L'Angolo della portione di vn cerchio s'intende quello, ch'è contenuto dalla corda, & da l'arco di tal portione, e pero tal angolo vien a esser formato da vna linea retta, & da vna curua.

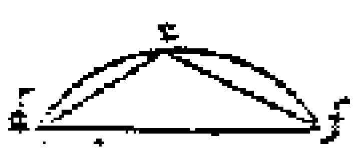
Che cosa siano gli angoli, che siano sopra l'arco.

4 QVando che dalle due estremita della corda di vna portion di cerchio vsciscono due linee, & vanno a formar vn'angolo sopra l'arco di tal portione, tal angolo si dice star sopra l'arco di tal portione, come essempi gratia si vede far le due linee .a c. b c. sopra l'arco della portione .a c b. in ponto .c.

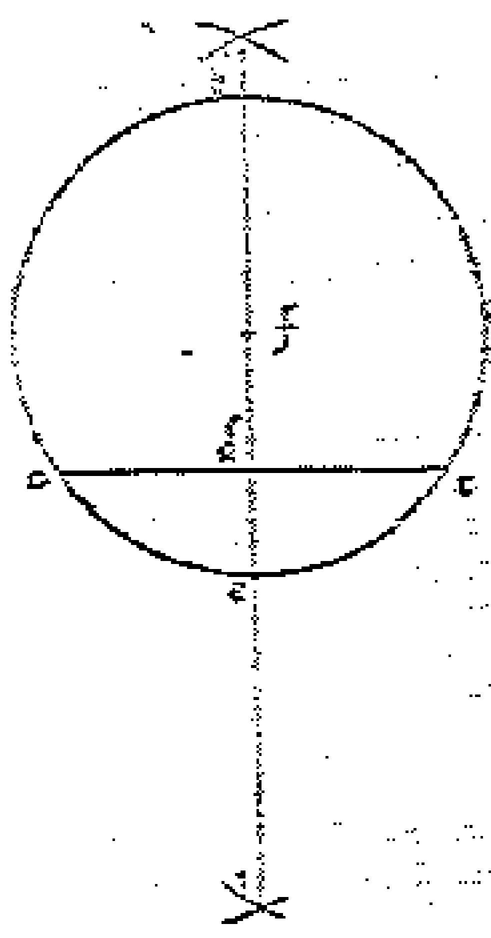
Che cosa siano le portioni di cerchij simili.

5 LE portioni di cerchij sono simili quando che gli angoli, che stanno sopra l'arco sono fra loro eguali. Essempi gratia siano le due portioni .a b c. d e f. hauente ciascheduna di loro vn'angolo sopra il suo arco, qual angoli, l'uno sia l'angolo .b. contenuto dalle due linee .a b. & .c b. sopra l'arco .a b c. l'altro sia l'angolo .e. cōtenuto dalle due linee .d e. et .f e. sopra l'arco .d e f. hor dico, che se l'angolo .b. sara eguale all'angolo .e. la portione .a b c. sara simile alla portione .d e f. abenche l'una sia di maggior cerchio dell'altra, & non che li detti angoli possono esser in qual luogo si voglia sopra li detti archi, perche tutti gli angoli, che stanno sopra l'arco di vna medesima portione sono fra loro eguali, come si dimostra sopra la 21 propositione del terzo di Euclide.





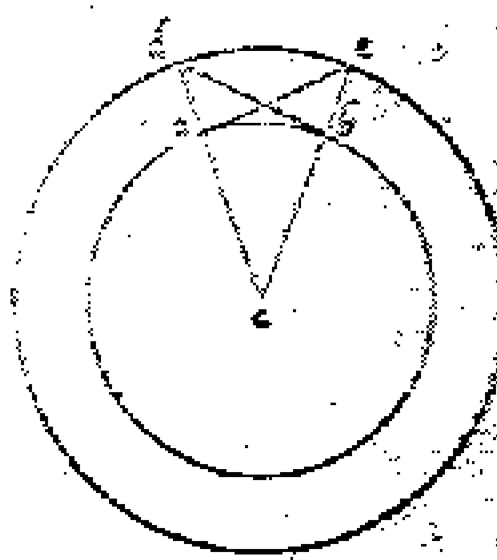
Anchora nota che gli archi di cerchij sono simili, quādo che al predetto modo riceuono gli angoli eguali.



6 DOuendo ritrouar il centro di vno proposto cerchio. Essempi gratia sia il proposto cerchio .a b c. delqual volendo ritrouar il suo centro, tiraremo in quello la linea .a c. laqual termini, oue si voglia nella circonferentia del detto cerchio, laqual linea .a c. la diuideremo in due parti eguali in ponto .d. & ad angoli retti con la linea .b e. laqual linea .b e. vien a esser necessariamente il diametro di tal cerchio (per il corelario della prima del terzo di Euclide) e pero nel mezo della detta linea .b e. sara il centro del detto cerchio, qual mezo pongo sia il ponto .f. che sara il proposito.

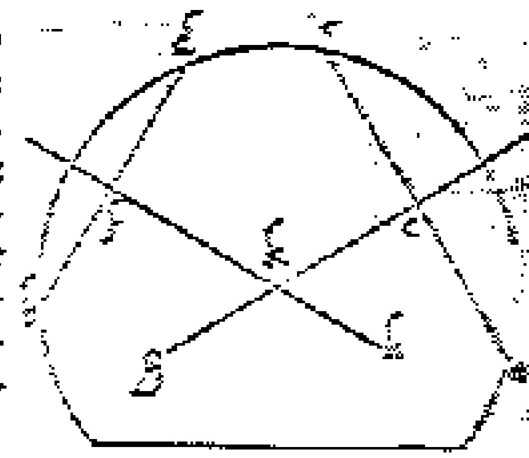
Questo problema in vn piccol cerchio si potrebbe naturalmente risoluere.

Da vn

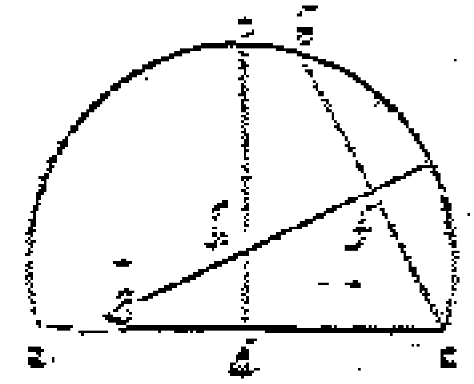


7 DA vn dato põto fuor di vn dato cerchio potemo menar vna linea retta tãgẽte quello. Essempi gratia sia il dato põto.d.& il dato cerchio.a b.il centro delqual sia il ponto.c. volendo mo dal ponto.d.menare vna linea retta, che tocchi il detto cerchio.a b. tirarai la linea.d c. laqual segara la circonferentia del detto cerchio nel ponto.a.sopra laqual descriue il cerchio. d e. secondo la quantita della detta linea.c d. sopra il medesimo centro c.& dal ponto.a.produrrai la linea.a e.perpendicolare sopra la linea.d c. laqual segara la circonferentia del cerchio.d e.in ponto.e.& produrai la linea.e c.segante la circonferentia.a b. in ponto.b.& dapoi produrrai la linea.d b.laqual linea.d b. sara toccante il cerchio in ponto.b. (come si dimostra nella decimasettima del terzo di Euclide)che sara il proposito.

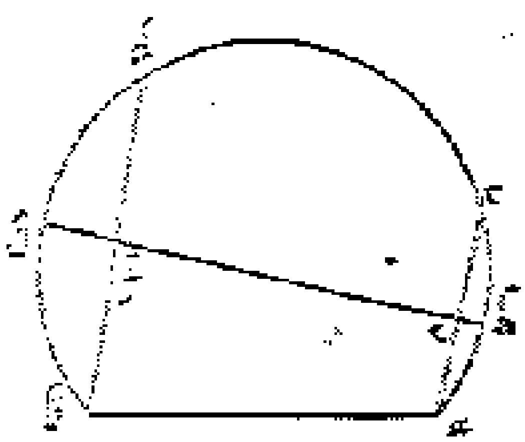
Questo problema il pratico naturalmente lo mandara a essecutione in questo modo, lui giustara la sua riga da vna banda al ponto.d.& dall'altra banda la giustara, doue vedera, che apperta scoprira la circonferentia, & cosi secondo l'ordine di tal riga tirara la data linea, & hauera lo intento suo.

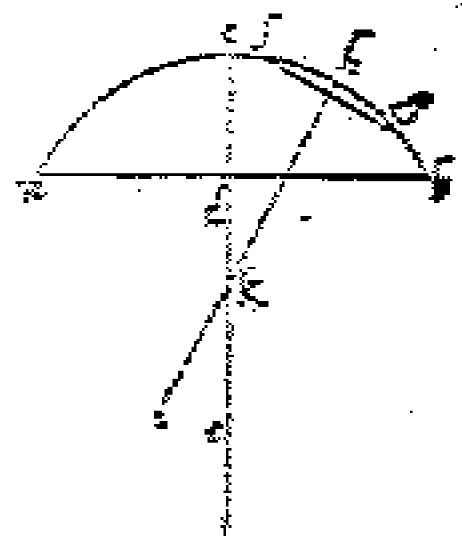


8 POtemo compir il cerchio di vna data portione, o sia maggiore, ouer menore, di vn mezzo cerchio. La intentione di questa conclusione e di ogni dato arco, ouer di ogni data portione di cerchio compire il detto cerchio. Essempi gratia sia il dato arco, ouer la data portione.a b c. maggiore del mezzo cerchio, volendo compir il cerchio di quella, tirarai in tal portione due linee (ad libito, come si voglia) lequali siano.a c.& b d.lequali diuiderai in due parti equali, cioe la.b d.in ponto.f.& la.a c.in ponto.e.& tirarai la.e g.perpendicolare alla.a c.& la.f h. perpendicolar alla.b d.lequali si segano fra loro in ponto.k.onde (per il correlario della prima del terzo di Euclide) il centro del detto cerchio sara nell'una, & nell'altra delle dette due linee.e g. & f h. per laqual cosa il ponto.k. conuien esser il detto centro del cerchio, e pero per vigor di tal centro potemo facilmente compir il cerchio di tal portione.

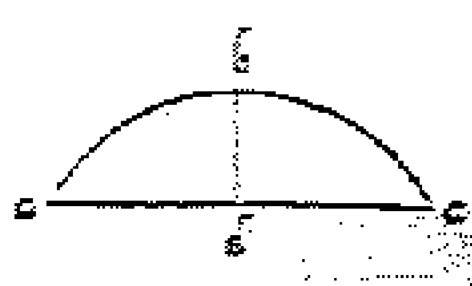


Anchora per vn'altro modo si potrebbe trouar il centro di vna data portione per compir il cerchio di quella. Essempi gratia sia la portione.a b c.dellaquale volendo compir il suo cerchio, diuideremo la corda.a c.in due parti equali in ponto.d.& tiraremo la.d e. perpendicolare sopra la detta.a c. poi tiraremo vna linea nella detta portione, laqual sia la.b c.& quella diuideremo in due parti equali in ponto.f.& dal detto ponto.f tiraremo la.f g.perpendicolare sopra la detta.b c.laqual perpendicolare.f g. segara la.d e.in ponto.h.il qual ponto.h. (per le ragioni di sopra dette) sara il centro del cerchio di tal portion, e pero da te potrai a tuo piacere compir il detto cerchio, & questa seconda regola e piu ispediente della prima, & nota che nella prima regola ti potrebbe alle volte accadere, che le due perpendicolari.e g. & f h. non s'intersegarebbono fra loro, anzi l'una passarebbe sopra l'altra, talche non si haueria la intersegatione in ponto.k. & questo accaderebbe quando che le due linee.b d. & a c. fussero equidistanti, come che nella terza figura posta in margine appare, che la perpendicolar eleuata sopra il ponto.e. e vnita insieme con quella eleuata sopra il ponto.f. onde in tal caso bisogna protrare tal perpendicolari per fino alla circonferentia nelli duoi ponti.g. & h. & cosi la.g h. venira a essere il diametro del detto cerchio, e pero il mezzo di quella, qual pongo sia il ponto.x. sara il centro di quella.





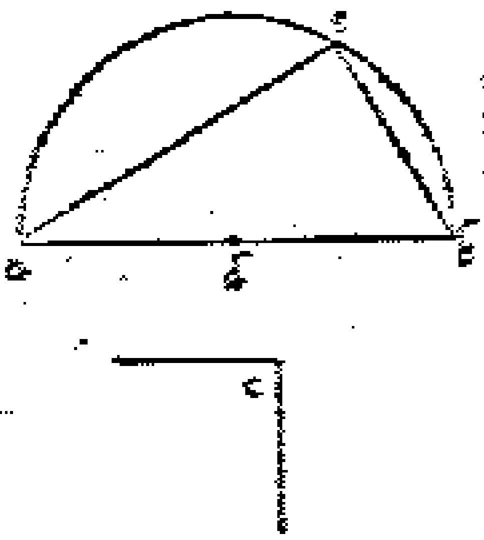
Le sopradette due regole date per la portion maggiore, ti seruiranno anchora nella portion minore, & anchora nel mezzo cerchio, come che in margine puoi veder in figura, vero e che nella portione menore il centro del cerchio si trouara esser fuora della portione, come puoi vedere nella portione.a c b.che diuidendo la corda.a b.con la linea.e d.perpendicolarmẽte in due parti equali in ponto.d.& tirata la linea.f g.& quella diuisa con la linea.h i.perpendicolarmente in due parti equali quella (come si vede) interseg a la.e d. in ponto.x. il qual ponto.x. viene a esser il centro del cerchio di tal portion menore, il qual centro e fuora della portione, ma nel mezzo cerchio tal intersegatione si fara precisamente nella mita della corda di tal mezzo cerchio (come da te medesimo trouarai seguire) per molte altre regole si puo trouar il centro del cerchio di qual si voglia portione, ma perche le sopra notate a me paiono le piu ispedienti, non voglio star a narrarne d'altre. Questi problemi nelle piccole figure non si puo negare, che a longo andar a tastone si potrebbe trouar il centro di compir il cerchio di qual si voglia data portione.



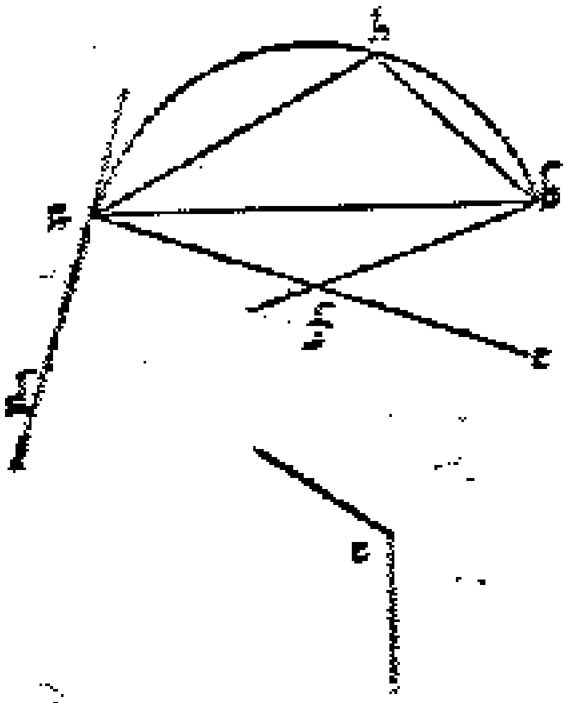
9 POtemo diuidere vn dato arco di cerchio in due parti equali. Essempi gratia sia l'arco, ouer circonferentia data.a b c.volendo diuidere tal circonferentia in due parti equali, sia tirata la

corda.a c.& quella sia diuisa con la linea.d h.orthogonalmente(cioe ad angoli retti)in due parti eguali in ponto.d.laqual perpendicolare.d h.segara la detta circonferentia.a b c. in due parti eguali in ponto.h.(come si dimostra nella 30 del terzo di Euclide)che è il proposito. Questa facilmente si puo esseguire naturalmente,cioe a tastone largando,& strengendo tante volte il compasso, che si trouara il ponto.h.

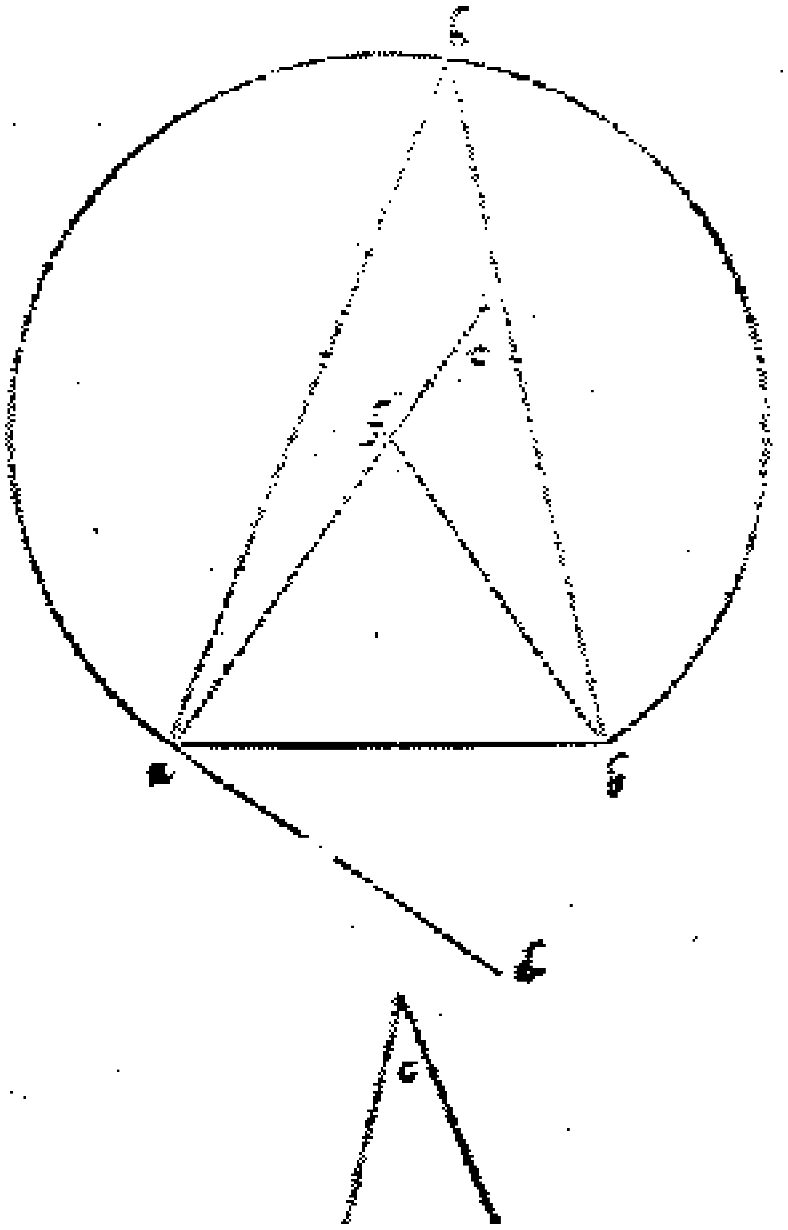
20 Occorrendo sopra vna data retta linea descriuere vna portione di cerchio recipiente vn angolo eguale a vn dato angolo rettilineo. Essempi gratia sia la data retta linea.a b. & il dato angolo rettilineo.c.volendo sopra la linea.a b. descriuere vna portione di cerchio,che riceua nella circonferentia(cioe sopra l'arco)vno angolo eguale al dato angolo.c.& perche il detto angolo.c puo esser retto,ouer maggior del retto,ouer menore, hor sia prima retto,in tal caso diuiderai la detta linea.a b. in due parti eguali in ponto.d. & descriuerai sopra di quella il mezo cerchio.a e b.& sara esseguito il proposito,perche tutti gli angoli che siano sopra l'arco del mezo cerchio sono retti(per la 31 del terzo di Euclide.)



Ma se tal angolo.c.sara ottuso,come che nella seconda figura si vede dal.a. sia protratta la linea d a.continente con la linea.a b.l'angolo.b a d.eguale al dato angolo.c.& dal ponto.a.sia condutta la linea.a e.perpendicolare sopra la linea.a d.& sopra il ponto.b.sia fatto vn'angolo eguale al l'angolo.e a b.nelquale l'ottuso eccede il retto duca la linea.b f.per fino che sega la perpendicolare.a e.in ponto.f.onde(per la sesta del primo di Euclide) li duoi lati.f a. f b. del triangolo. f a b. saranno eguali,e per tanto facendo il ponto.f.centro,& sopra quello descriuendo il cerchio.a h b. secondo la quantita della linea.f a.la circonferentia delquale passara anchora per il ponto.b.(per esser la.b f.eguale alla.f a.& (per il correlario della decimasesta del terzo di Euclide)la linea.a d.sara toccante il cerchio, per laqual cosa ogni angolo fatto sopra l'arco della portione.a h b. come sarebbe l'angolo.a h b.(per la 32 del terzo di Euclide) sara eguale all'angolo.d a b.e pero sara anchora eguale al l'angolo.c.che è il proposito.

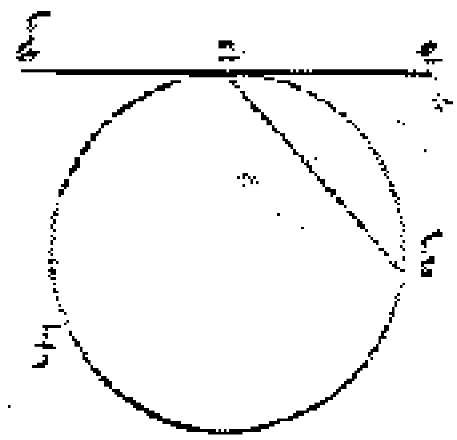


Il medesimo si osseruerebbe quando che il dato angolo.c. fusse acuto. Essempi gratia essendo pur la data linea.a b.& il dato angolo.c. acuto,come che nel la terza figura si vede,& volendo pur sopra la linea a b. designare vna portione di cerchio, che riceua sopra l'arco suo vn'angolo eguale al angolo c.acuto,nel ponto.a. sia fatto l'angolo.b a d.eguale al dato angolo.c.& dal ponto.a. sia dutta la linea.a e.perpendicolare alla linea a d. & sopra il ponto.b. sia fatto l'angolo.a b f. eguale al angolo. b a e.nelquale l'angolo retto eccede l'acuto, ducendo la linea.b f. per fin che s'interseghi con la perpendicolare. a e. in ponto. f. & perche le due linee.f a. & f b.(per la sesta del primo di Euclide) sono eguali, e per tanto facendo f.centro , & descriuendo di sopra la detta linea.a b. vna portion di cerchio, secondo la quantita della linea.f a.laqual sia la portione.a h b.la circonferentia di quella passara anchora per il ponto b.per esser la.f b.eguale alla.f a.& per il correlario della decimasesta del terzo di Euclide, la linea



a d.sara

a d. sara contingente, o vuoi dir toccante il cerchio, per laqual cosa tutti gli angoli fatti sopra l'arco di tal portione, come sarebbe l'angolo h. (per la 22 del terzo di Euclide) saranno eguali al angolo b a d. e pero saranno anchora eguali al dato angolo c. acuto, che è il proposito.



Anchora si potria trouare il ponto f. (per descriuere la detta portione a h b.) diuidendo la linea a b. in due parti eguali, & sopra il ponto di tal diuisione drizzarui vna perpendicolare, laqual cosa facendo, si trouara, che tal perpendicolare s'interseguara con l'altra perpendicolare a e. nel medesimo ponto f. & sopra di tal ponto f. (fatto centro) descriuendo la detta portione secondo la quantita di f a. si trouara la circonferentia di quella passar anchora per il ponto b. come si dimostra sopra la 3 e del terzo di Euclide, che sara per il proposito.

Questo problema è impossibile di risoluerlo a rasione, come si costume di simplici naturali, cioe senza le regole geometrice.

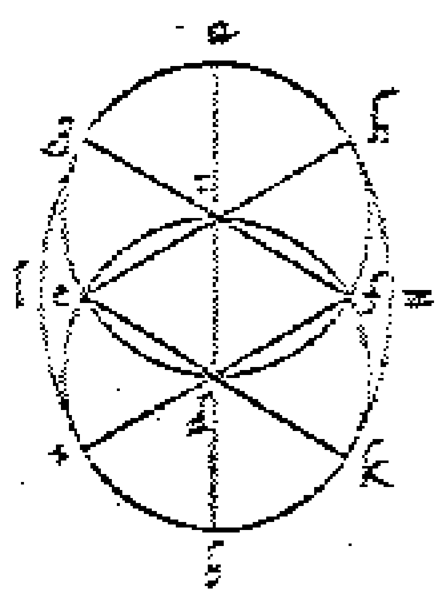
21 DA vn dato cerchio potemmo tagliarne vna portione recipiente vn'angolo eguale a vn'angolo dato rettilineo.

Essempi gratia sia il dato cerchio a b f. & il dato angolo rettilineo c. volendo dal detto cerchio segarne vna portione, laquale riceui vn'angolo eguale al dato angolo c. sia produtta la linea d a e. che tocchi il cerchio in ponto a. dalqual sia produtta la linea a b. (nel detto cerchio) contenente con la a e l'angolo e a b. eguale al angolo c. onde la portione a f b. (per la 32 del primo di Euclide) sara recipiente vn'angolo eguale al angolo e a b. & perche il detto angolo e a b. fu posto eguale al dato angolo c. seguira la detta portione a f b. esser recipiente vn angolo eguale al dato angolo c. che e il proposito.

Li sopra notati duoi problemi non si porrebbono risoluere con modi naturali, cioe a rasione.

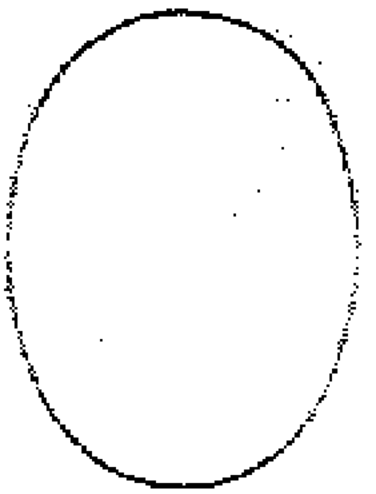
Il modo geometrico, & naturale da risoluere con il compasso, & regga varij problemi non posti da Euclide. Cap. VII.

1 PErche molte volte accade a desegnatori, scrittori, pittori, perspettiui, architettori, et altri artefici, da designar vna figura volgarmente detta ouale (laqual figura da nostri antichi fu chiamata Ellisis, ma da Apollonio Pergeo è detta Lissetio) li detti nostri antichi hanno dato diuersi modi, ouer regole da designar quella, lequal regole le andaremo dichiarando ordinatamente, & notificando quale sono quelle, che si accordano cō quella descritta da quel gran geometra Apollonio Pergeo, & quale non. Dico adonque la prima regola trouata nelle descrittioni antiche è questa, volendo che la longhezza di tal figura sia quanto, che la longhezza della linea a b. diuide tal linea in tre parti eguale nelli duoi ponti c. & d. & sopra il ponto c. descriue il cerchio. g a h. secondo la quantita di c a. la circonferentia delquale passa per il ponto d. & cosi sopra il ponto d. descriue il cerchio. k b i. secondo la medesima quantita, la circonferentia delquale passa per l'altro centro, c. & le circonferentie di questi duoi cerchij s'interseguano (come vedi) nelli duoi ponti e. & f. & dal ponto e. tira le due linee e c h. & e d m. & similmente dal ponto f. tira le due linee f c g. & f d k. fatto questo farai centro il ponto e. & secondo la quantita della linea e d k. designarai la circonferentia k m h. laquale toccara solamente le circonferentie delli duoi primi cerchij nelli duoi ponti k. & h. similmente farai centro il ponto f. & secondo la quantita della linea f g. descriuerai la circonferentia g l i. laquale sara pur toccante li primi duoi cerchij nelli duoi ponti g i. & cosi sara compita la ricercata figura ouale, la circonferentia dellaquale sara la linea a g l i b k m h. dellaquale leuandone quelle linee, che non vogliono esser colorate restara (come che nella seconda figura si vede) e pero nel designarla si dourebbe tirare le linee senza colore, occultando quelle, che occorrono alla forma di tal figura.

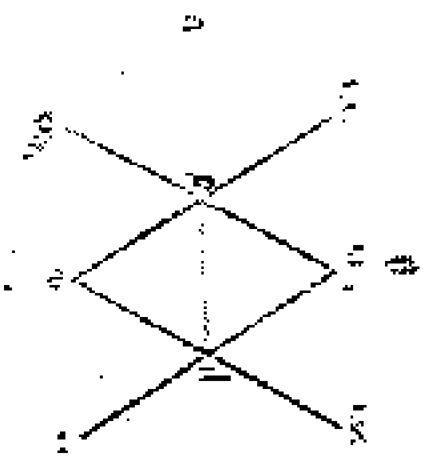


Anchora che questa tal figura sia assai vaga allo aspetto, & che in molte particularita sia molto operata, nondimeno la non è quella, dellaqual parla, & tratta Apollonio Pergeo geometra peritissimo, perche niuna parte della sua circonferentia è circolare, come che nel nostro processo si fara manifesto.

2 Vesta sopra notata figura ouale, descritta per la sopradetta prima regola, che ben la considera, & misura, trouara sensibilmente la sua longhezza esser cerca sesquiterza alla sua maggior larghezza, cioe che la è circa vn tanto, & vn terzo longa di quel lo, che la è larga, & perche spesse volte all'operante vi occorre di formarla tal hora piu, & tal hora meno di tal proportione, e pero li detti nostri antichi fureno sforzatia trouar regola a tal particularita, & cosi dalla sopra notata ne cauorno vn'altra generale a tal occorrentie, laqual è questa, che ben considera la sopra notata operatione trouara, che quelli duoi triangoli e c d. & f c d. (per la prima del primo di Euclide) sono equilateri, & allongati di quelli per fino alla circonferentia di quelli duoi cerchij, seguita, che ciascuna delle quattro linee c h e d k. f c g.

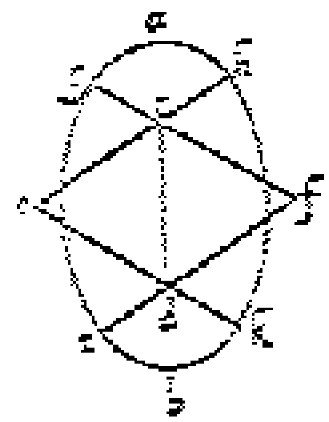


prima descrittione



2

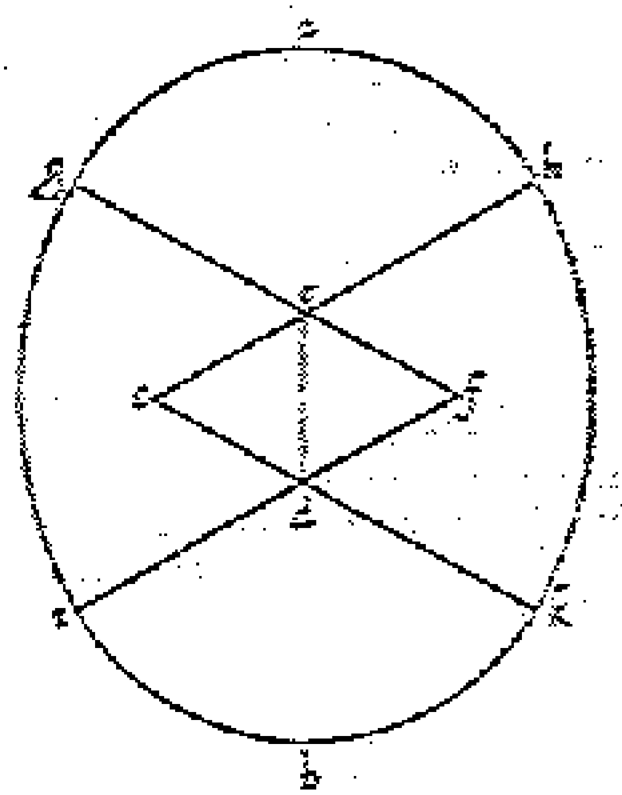
seconda figura ouale



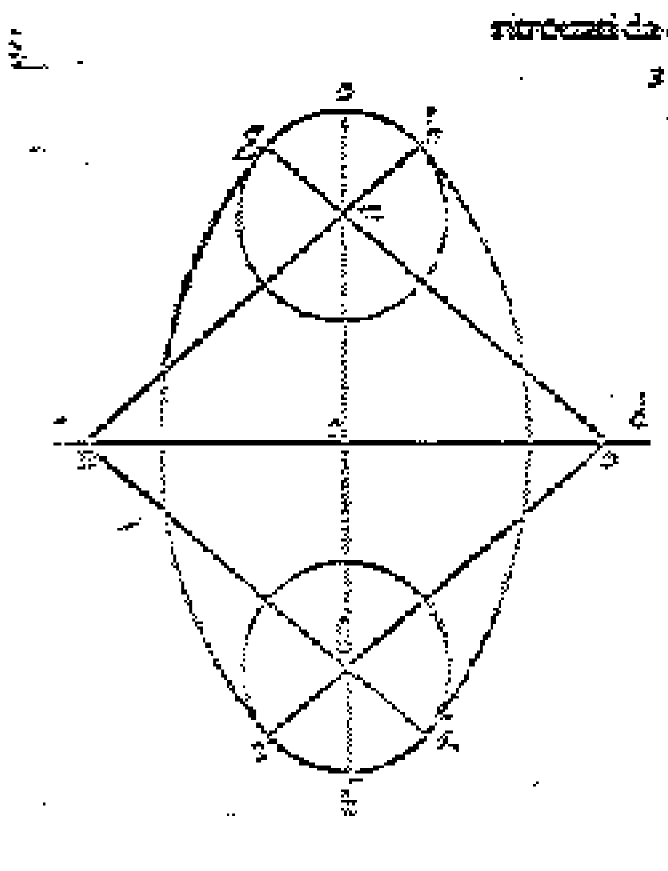
f d i. (che sono diametri di detti cerchij, sono doppie al lato di quelli duoi triangoli, & perche non si seruiamo sempre di quelli duoi cerchij, ma solamente di quelli duoi triangoli, & di sorte ti procurati piu, & meno secondo le occorrenze loro, e pero delli guaremo li detti duoi triangoli equilateri con li suoi lati diuersamente prorratti, come che in margine vedi, la prima figura e secondo la prima descrittione, cioe le quattro linee. e ch. e di k. e g. f d i. sono medesimamente doppie a vn lato di quelli duoi triangoli equilateri li, come nella prima operatione, e per tanto se sopra il ponto. e. (fatto centro) secondo la quantita della linea. e g. sara descritto la circonferenza. g a h. & similmente sopra il centro. d. secondo la medesima quantita sara descritta la circonferenza. i b k. & cosi sopra il centro. e. essendo secondo la quantita della linea. e h. la circonferenza. h m k. & sopra il centro. f. la circonferenza. i l g. si come che nella prima operatione fo fatto, si vedera rappresentarsi la medesima figura ouale, gia descritta nella prima operatione, cioe che la sua longhezza sara circa vn tanto, & vn terzo della sua larghezza.

Hor che hai inteso questo fondamento, dico quanto piu si scortara equalmente le quattro linee. e g. e h. d i. & d k. tanto piu sara la longhezza di detta figura ouale, in rispetto della sua larghezza, & per il contrario quanto piu si allongera equalmente le dette quattro linee. e g. e h. d i. & d k. tanto piu sara corpulente la detta figura, cioe che la sua longhezza tanto piu sara manco di cerca vn tanto, e vn terzo della sua larghezza, intendendo pero (il formando, come allongando le dette quattro linee) douersi procedere nella operatione, secondo l'ordine dato nella precedente. Essempi gratia formando le dette 4 linee, come nella seconda figura appare, dico che medesimamente sopra il centro. e. secondo la quantita della linea. e g. el si debbe descriuere la circonferenza g a h. & il medesimo sopra il centro. d. (secondo la medesima quantita) descriuere la circonferenza. i b k. & similmente sopra il centro. e. secondo la quantita della linea. e h. descriuere la circonferenza. h k. & medesimamente sopra il centro. f. (secondo la medesima quantita) descriuere la circonferenza. g i. & fatto questo sara copita la detta figura ouale. a h k b i g. laquale, se ben la essaminarai sensibilmente, trouarai la sua longhezza esser piu di tanto, e meno della sua larghezza.

terza figura ouale



Ma allongando le dette quattro linee (come che nella terza figura appare, & formando (con li medesimi precetti detti di sopra) hauerai descritto la terza figura ouale. a h k b i g. come in margine vedi, laqual se ben la essaminarai manualmente trouarai sensibilmente la sua longhezza esser molto meno di vn tanto, e vn terzo della sua larghezza. Molti altri modi sanno da detti nostri antichi ritrouati da dessignar tal figura dal volgo detta ouale, i quali pretermetto per abbreuiar scrittura.



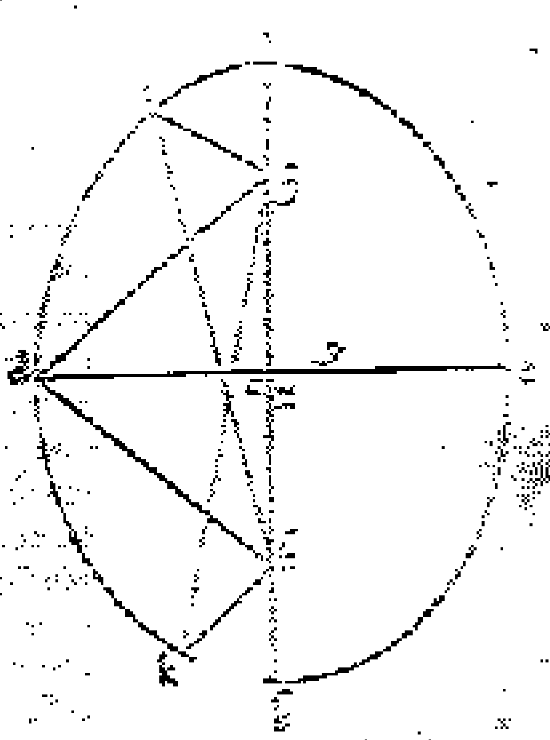
3 VN'altra regola per far vna figura ouale (secondo il volgo) trouai per vn certo mio negotio l'anno 1 5 4?. molto piu generale delle due precedenti, trouate da nostri antichi dessignatori, ouero architettori, laqual e questa. Tira la linea. a b. longa quanto ti pare di far longa tal figura, & quella diuide orthogonalmente (cioe a squara) in due parti equali in ponto. e. con la linea. c d. & nelli duoi capi della linea. a b. dessignarai li duoi cerchij. g a h. & i b k. (equali fra loro) talmente, che la circonferenza dell'uno passi per il ponto. a. & quella dell'altro per il ponto. b. & questi tai duoi cerchij si ponno descriuer grandi, ouer picoli, secondo che si desidera di fare piu acute, ouer piu ouale le teste, ouer capi di tal figura, dapoi che si ha descritti questi duoi cerchij equali, l'uno sopra il centro. l. & l'altro sopra il centro. m. signarai li duoi ponti. n. & o. sopra la linea. c d. equalmente distanti dal ponto. e. quanto ti parra, & sappi che quanto piu saranno distanti dal detto ponto. e. tanto piu venira stretta la detta figura, et per il contrario quanto piu saranno propinqui al detto ponto. e. tanto piu venira larga la detta figura, dapoi che hauerai signati li detti duoi ponti, cioe. n. & o. dal ponto. n. tirarai le due linee. n m h. & n l k. & similmente dal ponto. o. tirarai le due o m g. & o l i. fatto questo farai centro il ponto. n. & secondo la quantita della linea. n h. ouero n k. sincarai la circonferenza. h k. & similmente

similmente farai centro il ponto .o. & secondo la quantita della linea .o g. ouer .o l. formarai la circonferenza .g l. & cosi sara compita la detta figura ouale, & se ben consideranai questa nostra regola, tu la puoi tramutar in infiniti modi, & accommodarla ad infiniti altri negotij. Et oltra di questo tutte le altre trouate da nostri antichi si ponno ridure a questa nostra regola, & che sia il vero, che designasse li detti duoi cerchij .g a h. & .i b k. di tal grandezza, che il semidiametro del l'uno, & l'altro di quelli fusse la terza parte della linea .a b. quelli s'interlegarebbeno fra loro signando poi li duoi ponti .n. & .o. nelle due interlegationi senza dubbio la figura ouale, che secondo tal positione sara descritta sarebbe precisamente la prima, che fu designata, & cosi aggrandandola, ouero sminuendo li detti duoi cerchij, & allontanando, ouero appropinquando equalmente al ponto .e. li detti duoi ponti .n. & .o. secondo il bisogno, ouer secondo la proportione delle due di sopra designate segueria proportionalmente quelle medesime, nondimeno niuna di queste tal figure ouale (anchora che li pratici perspectiui designatori, scrittori, & architettori se ne possono seruire nelle sue occorrentie) è quella vera conica settione, che da nostri antichi mathematici è chiamata Elipsis, & da Apollonio Pergeo defettione, perche tal settione conica non ha parte alcuna della sua circonferenza, che sia circonferenza di alcun cerchio, come di sopra anchora è stato detto.

Anchora non ti voglio celare vn modo, che appresso di molti è giudicato impossibile, cioe a designare in vna sola riuolutione di compasso vna figura ouale, troua vn bastone ben tondo alla similitudine del .a b. intorno del quale inuolgerai vn mezo foglio di carta, laqual carta supponemo che sia la .c d e f. & nel mezo di quella segnarai il ponto .g. & farai centro, et descriuerai il cerchio .h i k l. osseruando il compasso nel designar la circonferenza nella curuatura, che è verso .h. & in quella, che è verso .k. cioe far, che la circonferenza sia continuamente sopra il detto centro .g. & fatto questo desuilupparai la detta carta, laquale essendo distesa, tal linea sara vna figura ouale, & la sua longhezza sara dal .h. al .k. & la sua larghezza sara dal .i. al .l. come che sperimentando te ne potrai totalmente certificare, il che ne manifesta, che a voler designar vn perfetto cerchio ouer ouale, bisogna designarlo in vn perfetto piano, e pero non è da marauegliarsi se molte volte le descrittioni naturale non vengono secondo il proposito per esser cosa difficile a trouare vn perfetto piano.

Del modo di far la uera figura (detta dal volgo) ouale, ma da nostri antichi Elipsis, ouer Defettione.

4 IL modo di fare la Elipsis, ouer Defettione speculatiuamente ne dimostra copertamente Apollonio Pergeo, & in duoi modi, cioe vno per le descrittioni picciole, & vn'altro per le grandi, quello per le descrittioni picciole copertamente ne dimostra di fare vno artificioso compasso, che nella sua reuolutione ne fara tal figura, & perche a voler dimostrare il modo pratico di costruere tal specie di compasso in scrittura vi andarebbe da scriuere assai, e pero il riserbamo a narrarlo in altro luogo piu conueniente a Iddio piacendo, il modo poi generale da descriuere tal figura grande (come che spesso occorre ad architettori, & a fabricatori di naue, & altre cose simili) cauamo dalla 52 propositione del terzo libro di detto Apollonio Pergeo, il quale a volerlo dar bene ad intendere, a me è necessario procedere prima per numeri, per il qual modo facilmente poi geometricamente s'intendera.



Per designare adonque questa settione di cono detta defettione, tirarai vna linea tanto, che ti fa di bisogno esser longa tal figura, hor supponemo che tal longhezza sia la linea .a b. & che tal linea sia longa piedi 12 laquale dauiderai in due parti equali in ponto .c. & tirarai la linea .d e. perpendicolarmente sopra la .a b. in ponto .c. & che tal linea .d e. sia longa quanto vorrai, che sia la larghezza di tal figura, & assettarala di sorte, che la sia anchora lei diuisa in due parti equali dalla linea .a b. nel detto ponto .c. Et nota, che la linea .a b. da Apollonio Pergeo è chiamata il primo diametro di tal defettione, & la linea .d e. è detta il secondo diametro, il qual secondo diametro in questo caso supponemo che sia piedi 9 hor bisogna queste due linee trouarne vn'altra terza in continua proportionalita, & questa geometricamente la trouaremo (per la decima del sesto di Euclide) laqual supponemo, che la sia la linea .f. ma volendola per numeri la trouaremo con la regola del tre, dicendo, se 12 mi da 9 che mi dara 9 onde operando trouaremo, che la detta linea .f. sara $6\frac{3}{4}$ questa linea .f. dal detto Apollonio è detta la retta, alla quale ponemo le dette equationi, hor questo del dutto della .f. nella .a b. che fara 81 ne pigliaremo il quarto, che sara $20\frac{1}{4}$ hor bisogna mo far della linea .a b. (laqual è 12) due tal par-

$6\frac{2}{3}$

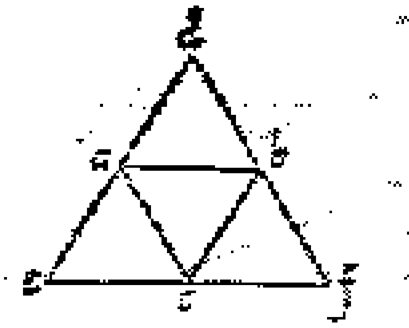
ti che il dutto dell'una in l'altra facia 10 $\frac{5}{8}$, onde operando (per la regola data nell'undecimo libro della seconda parte) trouaremo, che la parte menore sara 6 men radice 14 $\frac{5}{8}$, & la maggiore sara 6 piu radice 14 $\frac{5}{8}$, ma perche in queste cose materiali il pratico naturalmente si cura di errori insensibili, e pero trouaremo la radice propinqua di 14 $\frac{5}{8}$, che sara 4. & questo lo cauaremo di 6. & restara 2 per la parte menore, & lo aggiongeremo con 6 fara 10. per la parte maggiore, fatto questo nella linea a b. signaremo il ponto g. lontano dal ponto a piedi 2. & similmente il ponto h. lontano dal ponto b. per piedi 2. & nelli detti duoi ponti gli affissaremo duoi ferretti fatti a posta di tal qualita, che vi se gli possa attaccare, ouero legare vna cordetta sottile, talmente che possa girare al legamento intorno di ciaschaduno ferretto, fatto questo tornarai la detta cordetta di tal longhezza, che dapoi che sara legata con vn capo al ferretto g. & con l'altro al ferretto h. venga a restar longa quanto, che è la linea a b. & la parte g a. che sarebbe in tutto piedi 14. fatto questo pigliarai vn qualche ferretto apponzito, che signar possa la circonferentia di tal figura, in quel luogo, doue desiderarai di designarla, o sia in piana terra, ouero in qualche pariete di muro, ouero in qualche piano di tauole di legno, ouero in carta, & con questo ferretto appontito facendolo scorrer per dentro via della detta cordetta menarai, che non lo porrai far scorrere (tenendolo perpendicolare a quel piano, doue vorrai designare tal figura) oltra il ponto a. ne oltra il ponto b. ne oltra il ponto d. ne oltra il ponto e. e per tanto principiarai a designar tal figura in il ponto a. & andarai signando verso d. secondo il consentimento della detta cordetta continuamente signando, come vedi, dal ponto a al ponto i. & cosi procedendo per il ponto d. per fino al ponto o. & se procederai dal o. per fin in ponto b. hauerai designata la mita di tal figura, ma io non ho voluto compir tal mita, accio meglio comprendi il modo da essequir tal figura, & cosi con tal ordine designerai l'altra mita procedendo dal b. verso e. & a. ouer dal a procedendo per il ponto e. & finalmente terminando, ouer finendo la figura nel ponto b. come che in margine vedi, tal figura compita, eccettuando quella poca parte di circonferentia, che manca da designar dal ponto k. al ponto b. laqual non ho voluto designar per la ragione di sopra detta, il che questa e la vera figura ouale, detta Elipsis, ouer Dimensione, & questa sempre la poi designare longa, & stretta, ouer corta, & larga quanto ti pare, vero è che bisogna alterare la operatione secondo la grandezza, & il piano doue desideri da designarla, perche alle volte potrai essequir tal effetto senza piantar li duoi ferretti nelli duoi ponti g. & h. ma essendo il piano di tauole, tu puoi far duoi busi sottili nelli detti duoi ponti g. & h. & passar per quelli la detta cordetta, & groppando dall'altra banda quella lasciandola longa, ouer corta quanto, che ti sara di bisogno, & dapoi designar la detta figura per il modo detto di sopra.

Ma volendo trouar li duoi ponti g. & h. geometricamente, cioe senza application di numeri, alle dette linee a b. d e. & l. dapoi che hauerai trouata la linea l. (per la decima del sesto di Euclide) mezza proportionale alli detti duoi diametri a b. & d e. bisogna designare sopra la detta linea a b. (per l'ordine dato da Euclide nella vigesima ottaua propositione del suo sesto libro) vn parallelogrammo rettangolo equale alla quarta parte del rettangolo contenuto sotto della a b. & della l. (qual è detto la specie) talmente, che manchi al compimento di tutta la linea a b. vn quadrato, laqual cosa facendo, & facendo mancar il detto quadrato dalla banda verso a. si trouara il lato di tal quadrato esser la linea g a. & facendo mancar il detto quadrato verso b. si trouara tal lato esser la linea h b. per equale alla linea g a. & cosi con tal modo totalmente geometrico hauerai trouato li detti duoi ponti da attaccar li capi della detta cordetta, & per questo modo (essendo diligentissimo nell'operare) la operatione, ouero conclusione sara piu giustamente concluda di quella di sopra fatta con l'application di numeri, perche in questa non si procede con radici propinque.

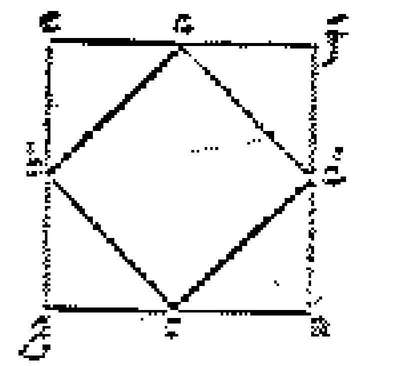
Nota quando che ti non ti bastasse l'animo del ritrouare (ne con numeri, ne geometricamente) il luogo delli duoi ponti g. & h. da attaccar la cordetta, tu li puoi trouar naturalmente, cioe a tastone con piu isperientie, tanto che ti rispondessero, la ricercata longhezza di tal figura, & tanto piu facilmente li ritrouarai quando che' l non t'importasse esser tal figura vn poco piu larga, ouer piu stretta, & con questo voglio far fine al designar la figura dal volgo detta ouale, vero è che ci sarebbe da dar regola da designar le altre due specie di settioni coniche, dellequali da greci l'una è detta parabola, & l'altra è chiamata hiperbole, la proprieta dellequali in parte lo dimostra Vitellione nella sua perspettiua, ma perche la scientia di tai figure è quasi deperdita, me ne passo con silentio, perche vi andarebbe da dir assai, anche dubito, che io verrebbe in fastidio alle persone per non esser (come per auanti è stato detto) tai figure in vso fra pratici naturali.

Delle

Delle diffinitioni del quarto di Euclide. Cap. VIII.

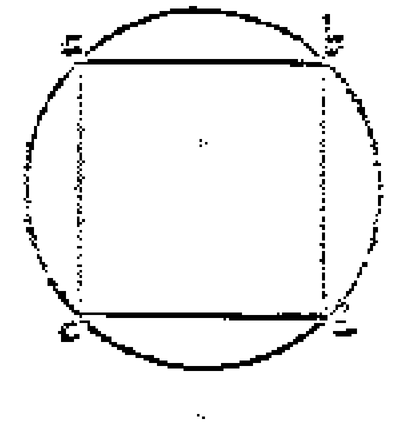


1 Vna figura rettilinea si dice esser descritta in vn'altra figura rettilinea, quando ciascun angolo della figura inscritta, tocca ciascun lato di quella, nellaquale è descritta. Essempi gratia essendo il triangolo .a.b.c. talmente descritto di dentro del triangolo .d.e.f. che ciascuno angolo del triangolo .a.b.c. tocchi ciascun lato del triangolo .d.e.f. nelli tre ponti .a.b.c. il detto triangolo .a.b.c. si dirà esser inscritto nel triangolo .d.e.f. & per le medesime ragioni, il quadrato .a.b.c.d. si dirà esser inscritto nel quadrato .e.f.g.h. & cosi si debbe intendere di ogni altra specie di figure rettilinee.



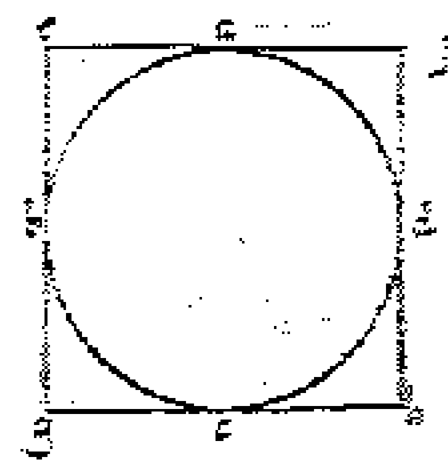
2 Similmente vna figura vien detta esser descritta circa a vn'altra figura, quando ciascun lato della circonscritta tocca ciascun angolo di quella circa laquale è descritta. Lo essempio di questa diffinitione si puo per il modo contrario delle figure della precedente, cioe il triangolo .d.e.f. si dirà esser descritto circa al triangolo .a.b.c. & similmente il quadrato .e.f.g.h. s'intende esser descritto circa al quadrato .a.b.c.d.

3 Vna figura rettilinea vien detta esser descritta in vn cerchio quando ciascun angolo della inscritta tocca la circonferentia, come per essempio si vede nel quadrato .a.b.c.d. delquale ciascun angolo di tal quadrato tocca la circonferentia del cerchio nelli quatro ponti .a.b.c.d. per laqual cosa il detto quadrato si dirà esser descritto nel detto cerchio, & cosi si debbe intendere di ogn'altra figura rettilinea.



4 Et vna figura rettilinea si dice esser descritta, circa a vn cerchio, quando ciascun lato della circonscritta, tocca la circonferentia del cerchio, come per essempio si vede nel quadrato .e.f.g.h. perche ciascun lato del detto quadrato tocca la circonferentia del cerchio nelli quattro ponti .a.b.c.d. tal quadrato si dirà esser circonscritto al detto cerchio, & cosi si debbe intendere di ogni altra figura rettilinea.

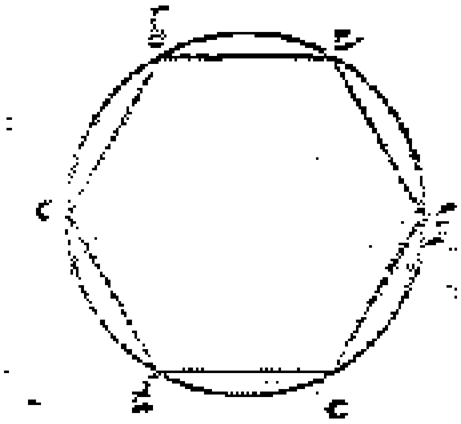
5 Similmente vn cerchio si dice esser descritto in vna figura rettilinea quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascun lato di quella tal figura, nellaquale è descritto. Et lo essempio di questa si puo hauer dalla figura della precedente, cioe che il cerchio .a.b.c.d. si dirà esser descritto nel quadrato .e.f.g.h. & cosi si debbe intendere in ogni altra qualita di figura rettilinea.



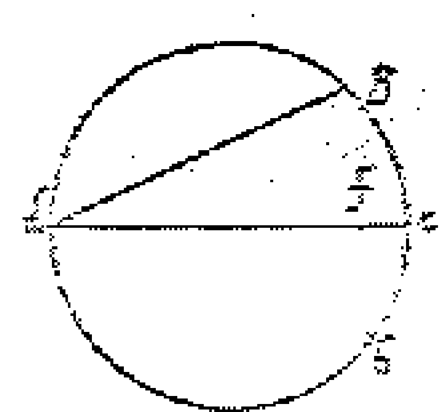
6 Similmente vn cerchio vien detto esser circonscritto circa a vna figura rettilinea quando la circonferentia di quello [tocca] ciascun angolo di quella tal figura, circa laquale è descritto, come si vede nel cerchio .a.b.c.d.e.f. perche la circonferentia di quello, tocca ciascun di sei angoli dello essagono .a.b.c.d.e.f. si dirà esser circonscritto a tal essagono.

7 Vna linea retta è detta conuenir in vn cerchio, quando gli estremi di quella cadeno nella circonferentia di tal cerchio, come per essempio appar nella linea .a.b. laquale perche li suoi duoi termini, cioe il ponto .a. & il ponto .b. cadeno precisamente nella circonferentia del cerchio .a.b. tal linea si dirà conuegnir nel detto cerchio.

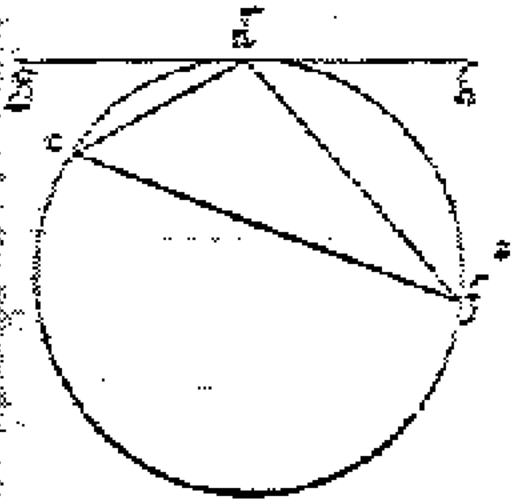
Il modo geometrico di risoluere con il compasso, & regha li problemi del quarto di Euclide. Cap. IX.



1 Dentro a vno dato cerchio vi potemmo accommodare vna linea retta eguale a vna data linea retta, che non sia maggiore del diametro del detto cerchio. Essempi gratia sia il dato cerchio .d.e.c. il diametro delquale sia la .d.c. & la linea data sia la .a.b. laquale non sia maggiore del diametro .d.c. volendo dentro al dato cerchio accommodare vna linea eguale alla linea .a.b. se per sorte la detta linea .a.b. fusse eguale al diametro .d.c. saria gia fatto il proposito, perche nel dato cerchio .d.e.c. saria accommodata la linea retta .d.c. eguale alla data linea .a.b. ma sel diametro è maggior di quella, Euclide vuol che sia tagliato dal diametro .d.c. la parte .d.f. eguale alla detta linea .a.b. & sopra il ponto .d. secondo la quantita della .d.f. (per far la dimostratione di tal problema) vuol che sia descritto vn cerchio, la circonferentia delquale segara la circonferentia dell'altro in ponto .g. & anchora in ponto .h. ma al puro pratico, qual non si cura di voler far tal dimostration mathematica, ma solamente la materiale al senso gli basta a segnar con il compasso il detto ponto .g. & tirare la linea .d.g. & hauera esseguito il proposito, cioe hauera dentro al detto cerchio .d.e.c. accommodata la linea .d.g. eguale alla data linea .a.b.

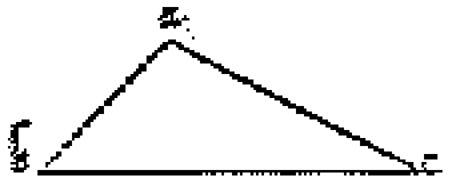


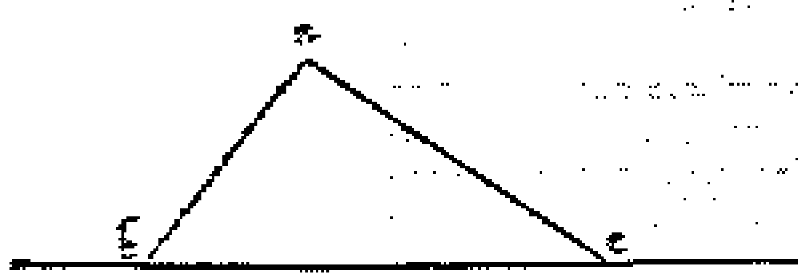
2 Dentro a vno dato cerchio potemmo collocare vno triangolo equiangolo a vn triangolo assignato. Essempi gratia sia lo assignato triangolo .a.b.c. & lo assignato cerchio .d.e.f. volendo

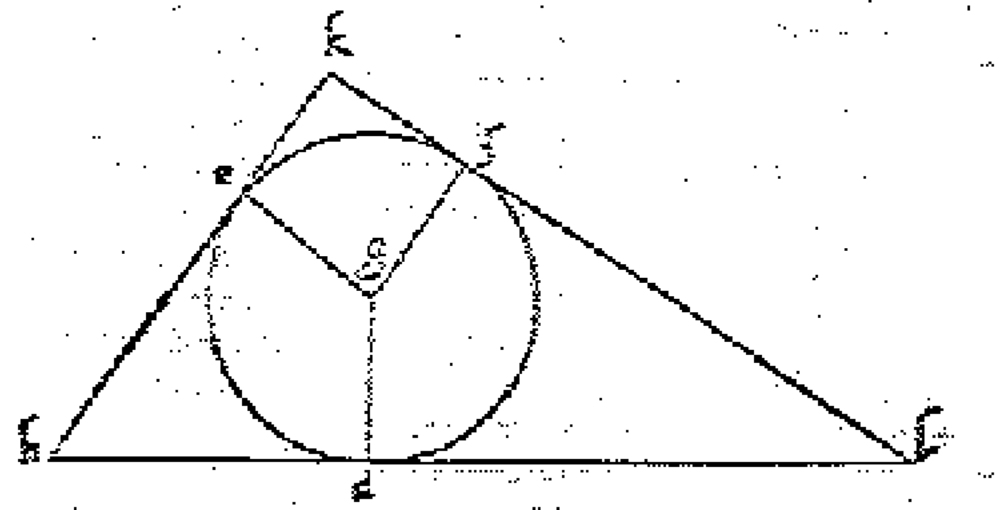


dentro a tal cerchio collocare vno triangolo equiangolo al triangolo.a b c.produrrai la linea.g d h.toccante il cerchio in ponto.d.sopra il qual ponto.d.farai l'angolo.h d f.eguale al angolo.b.et similmente farai l'angolo g d e.eguale al angolo.c.dopoi tira la linea.e f.sara formato il triangolo.d e f.equal per la 32 del terzo di Euclide sara equiangolo al dato triangolo.a b c.che sara il proposito.Il puro naturale non saperia risoluere a ragione vn tal problema.

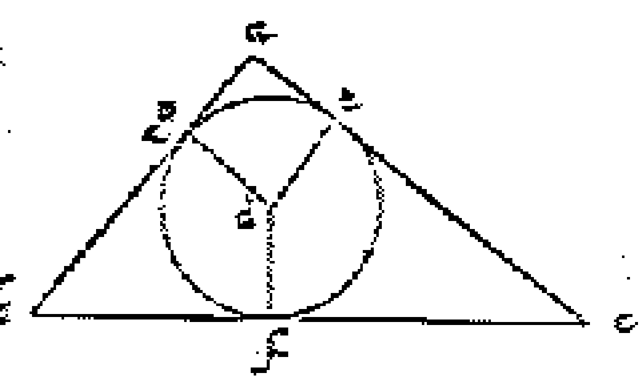
INtorno a vn dato cerchio potemmo descriuere vn triangolo equiangolo a vn triangolo dato. Essempi gratia sia lo assignato triangolo.a b c.& lo assignato cerchio.d e f.il centro delquale sia il ponto.g.volendo intorno a questo cerchio descriuere vn triangolo equiangolo al triangolo.a b c.produrrai la base.b c.da l'una,& l'altra parte,acioche siano fatti duoi angoli estrinseci,& dal centro.g.produrrai la linea.g d.per fino alla circonferenza,& constituerai l'angolo.d g e.(dutta la linea g e.)equale al angolo.b.estrinseco,& similmente l'angolo.d g f.(dutta la linea.g f.)eguale al angolo.c.estrinseco,& dalli ponti.d e f.produrrai da l'una,& l'altra parte,le linee orthogonalmente,lequali(per il correlario della 16 del terzo di Euclide)saranno toccante il cerchio,lequal linee toccanti siano produtte da ciascuna parte fino a tanto,che concorreranno nelli ponti.h k l.& cosi sara formato il triangolo.k h l.intorno al dato cerchio,il qual triangolo.k h l.(per la 32.& 18 del primo di Euclide)sara equiangolo al dato triangolo.a b c.che e il proposito. Senza li termini,ouer regole geometrice di tal opera ve ne sara impossibile,che il pratico naturale sapesse risoluere vn tal problema.



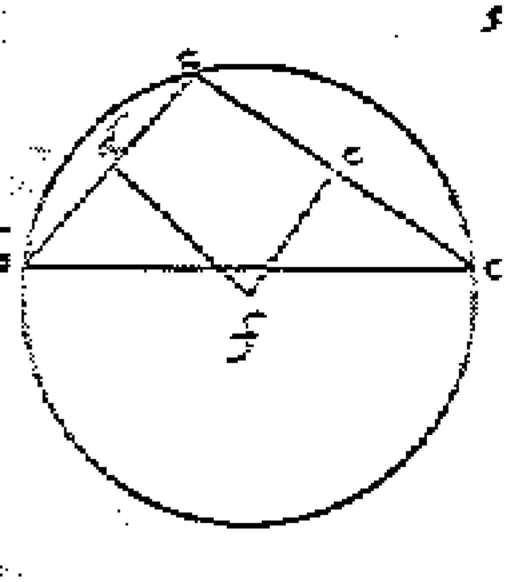




4 IN vn dato triangolo potemmo descriuere vn cerchio.Essempi gratia sia il dato triangolo.a b c.volendo dentro di tal triangolo descriuere vn cerchio,siano diuisi li duoi angoli.a.& b.(per le regole date)in due parti equali,dutta la linea.a d.& la linea.b d.lequali concorreranno insieme in ponto.d.dalqual ponto.d.dutterai le perpendicolari alli tre lati del detto triangolo,lequali sono.d e.d f.& d g.& queste 3 perpendicolari(per la 26 del primo di Euclide)si dimostrara esser fra loro equali,e per tanto facendo centro il ponto.d.& descriuendo il cerchio secondo la quantita di vna di dette perpendicolari,passara tal cerchio per le altre due estremita,& perche ciascuna delle tre linee.a b.b c.& c a.(per il correlario della 16 del terzo di Euclide) sara toccante il cerchio descritto,e pero seguita il proposito. Questo problema si poria anchor risoluere a ragione dal pratico naturale.

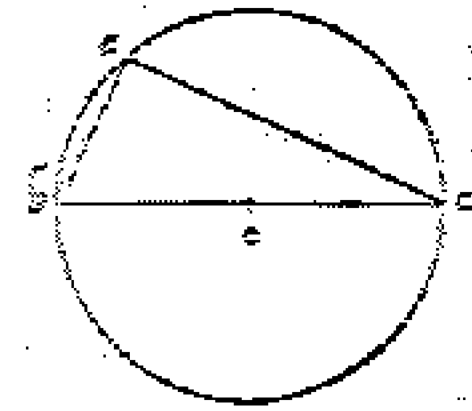


5 CErto a vn triangolo assignato(o sia quello orthogonio,ouero ambligonio,ouer oxigonio) potemo descriuere vn cerchio.Essempi gratia sia il triangolo.a b c.volendo a tal triangolo circonscriuere vn cerchio,diuiderai duoi di suoi lati(ponemo)a b.& a c.in due parti equali,cioe a b.in ponto.d.& a c.in ponto.e.dalliquali duoi ponti produrrai le perpendicolari,alle linee.a b.& a c.lequali allongarai fino a tanto,che quelle concorreranno insieme in ponto.f.& siano.d f.& e f.il qual ponto.f.dico esser il centro del quesito cerchio(per la quarta del primo,& nona del terzo di Euclide)e pero descriuendo il detto cerchio sopra il centro.f.secondo la quantita di.f a.la circonferentia di quello transira anchora per gli altri 2 ponti.b.& c.che e il proposito,& questa regola e generale a ogni specie di triangolo,o sia ortogonio,ouer ambligonio,ouer oxigonio. Vero e,che se il dato triangolo sara orthogonio piu breuemente essequirai tal problema,diuidendo il lato,che sara opposito al angolo retto in due parti equali,& facendo centro il ponto di tal diuisione,& descriuendo vn cerchio secondo la quantita della mita di tal lato,tal cerchio passara per la estremita delli tre angoli di tal triangolo(per il contrario della 31 del terzo di Euclide)e pero circonscriuera quello.Essempi gratia sia il triangolo.a b c.rettangolo,& sia l'angolo.a.retto,volendo circonscriuere a tal triangolo vn cerchio,diuide la hypotenusa.b c.in due

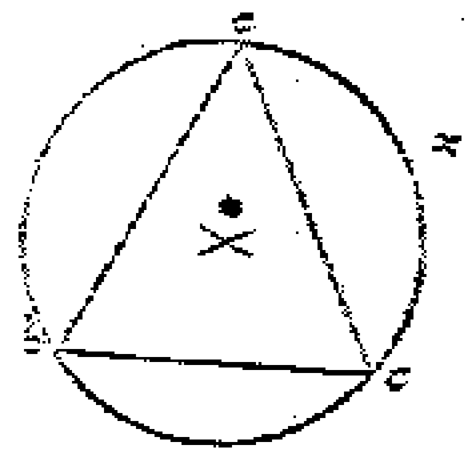


parti

parti eguali in ponto .e. il qual ponto .e. sara il centro del cerchio ricercato, e per tanto sopra il detto ponto .e. descriuui vn cerchio secondo la quantita di .e c. ouer di .e b. la circonferentia di quello (per il contrario della 31 del terzo di Euclide) transira per il ponto .a. e pero circonscriuera tal triangolo, che sara il proposito.

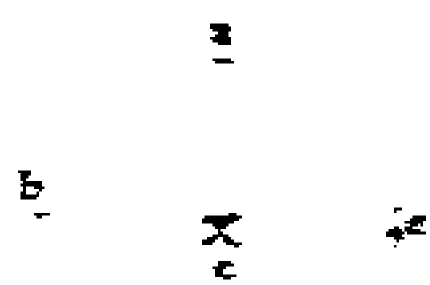


Ma nelle altre due specie di triangoli, cioe ambligonio, & ossigonio, la piu speciente e la prima regola solamente vi occorre questa differentia, che se il triangolo sara ambligonio, il cētro del cerchio circonscriuente quello, cadera di fuora del triangolo, si come fece nella prima operatione, che il centro .e. fu fuora del triangolo .a b c. cioe fuora della linea .b c. che e opposita al angolo .a. ottuso, & nel rettangolo, tal centro cade precisamente sopra la mita del lato, che e opposito al angolo retto, si come di sopra appare nella mita del lato .b c. in ponto .e. Ma nel triangolo ossigonio, tal centro si trouera cader di dentro del triangolo. Essempi gratia sia il triangolo .a b c. ossigonio, volendo descriuere vn cerchio a torno a tal triangolo diuiderai l'uno, & l'altro di duoi lati .a b. & .a c. orthogonalmente con due linee in due parti eguali, si che facendo trouarai, che tai due perpendicolari s'interfecaranno fra loro di dentro del triangolo in ponto .e. & tal ponto .e. sara il centro del cerchio circonscriuente il detto triangolo, e per tanto se sopra tal ponto .e. sara descritto, tal cerchio secondo la quantita di .e a. (se non hauerai errato nella tua operatione) la circonferentia di quello passara precisamente per li tre ponti .a b c. ch'e il proposito.



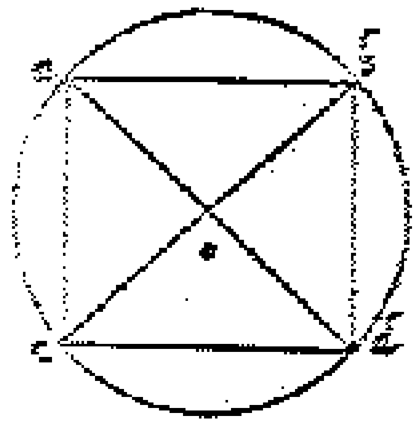
Nota che tu poi sempre diuidere vna linea in due parti eguali, & orthogonalmente con vna linea in vna medesima operatione, & perche non si fermemo in queste specie di problemi, eccetto che del ponto, doue s'interfecano le dette perpendicolari, qual in questo caso e il ponto .e. e pero non mi e parso di tirar di tai due perpendicolari, eccetto quella poca parte, che fa la detta interfecatione in ponto .e. come che nella figura puoi vedere.

6 Dalla sopranotata operatione se ne caua il modo di trouar il centro d'un cerchio, che la sua circonferentia passi per tre ponti proposti, come si voglia, dummodo che non siano in retta linea. Essempi gratia siano li tre dati ponti .a b c. volendo trouar il centro d'un cerchio, che la circonferentia di quello passi per ciascuno di detti tre ponti.



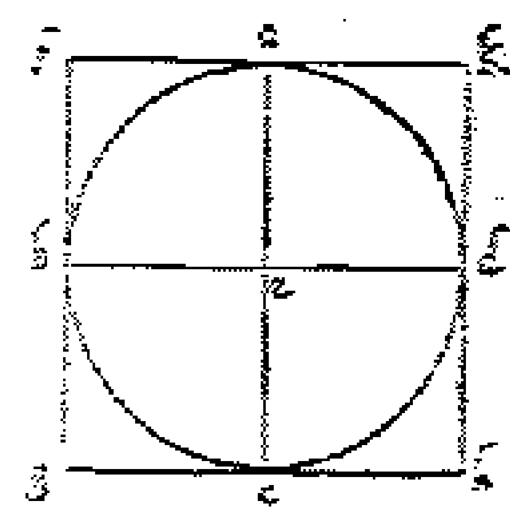
Tu poi comprendere, che questo problema e tanto quanto che se li detti tre ponti fussero li tre angoli d'un triangolo, & che se le tre differentie di detti tre ponti fussero li tre lati di tal triangolo, e pero per trouar il detto centro diuiderai la differentia, che e dal .a. al .b. & similmente quella, che e dal .a. al .c. orthogonalmente (con due linee) in due parti eguali (come di sopra fu fatto del triangolo) si che facendo trouarai, che le dette due perpendicolari diuidenti s'interfecaranno in ponto .e. onde il detto ponto .e. sara il cētro del ricercato cerchio, e pero se sopra il detto cētro .e. descriuerai vn cerchio secōdo la quātita di .e a. la circonferentia di quello, trouerai passar per li detti tre ponti .a b c. che sara il proposito, ma bisogna che tu sia diligentissimo nell'operar manuale. Io non ho voluto designar il detto cerchio, accio meglio apprendi la cosa, ne manco ho voluto tirar le due perpendicolari, eccetto quella poca parte, che fanno la interfecatione in pōto .e.

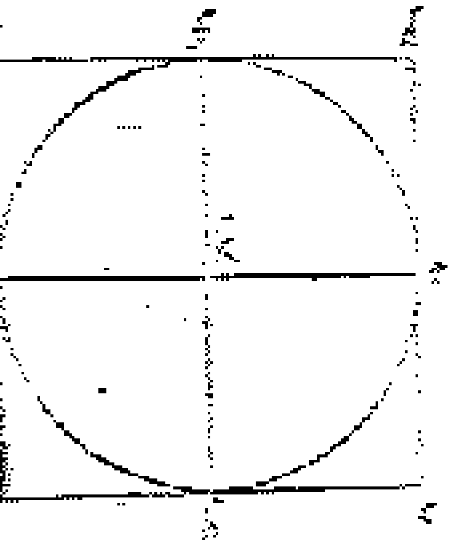
7 Dentro di vno dato cerchio potemo descriuere vn quadrato. Essempi gratia sia il dato cerchio .a b c d. il centro del quale e il ponto .e. volendo dentro di esso cerchio descriuere vn quadrato, tira nel detto cerchio li duoi diametri .a c. & .b d. segandosi orthogonalmente sopra il centro .e. di quali congiongerai le estremita tirando le linee .a b. b c. c d. & .d a. le quali diran contener il quesito quadrato, per la diffinition del cerchio, & per la quarta del primo, & 31 del terzo di Euclide, che e il proposito.



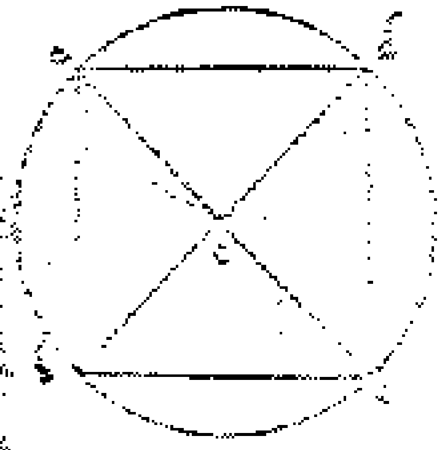
Questo problema facilmente puo esser essequito naturalmente, cioe diuidēdo a tastone con il compasso la circonferentia di tal cerchio in quattro parti eguali nelli quattro ponti .a b c d. o altri simili, & tirar le quattro linee .a b. b c. c d. & .d a. & sara essequito.

8 Circa a vno dato cerchio potemo descriuere vn quadrato. Essempi gratia sia il dato cerchio .a b c d. il centro del quale e il ponto .e. volendo d'intorno a questo cerchio descriuere vn quadrato, tirarai in lui li duoi diametri .a c. & .b d. segandosi fra loro orthogonalmente sopra il cētro .e. alle estremita, delliquali condurai in l'una, e l'altra parte, le linee orthogonalmente sino a tanto che ciascuna di quelle concorrano insieme, & siano li ponti del concorso di quelle .f g h k. & (per il correlario della 16 del terzo di Euclide) ciascuna delle predette 4 linee, cosi tirate saranno contingenti il cerchio, & perche nel quadrilatero .a f b e. li 3 angoli .a. b. & .e. sono retti, il quarto angolo, qual e .f. sara anchora lui retto, perche li 4 angoli di ciascun quadrilatero sono eguali a 4 angoli retti, come si dimostra sopra la 32 del primo di Euclide. Et per la medesima ragione ciascun de gli altri angoli .g. h. & .k. sara retto. Adunque (per la secōda parte della 28 del primo di Euclide) le due linee .f g. & .k h. & anchora le due .f k. & .g h. sono equidistanti, & per la 34 del primo di Euclide sono eguali, e pero il detto quadrilatero .f g h k. e quadrato, & descritto, intorno al dato cerchio .a b c d. ch'e il proposito. Questo problema si pratica la risoluera a tastone.

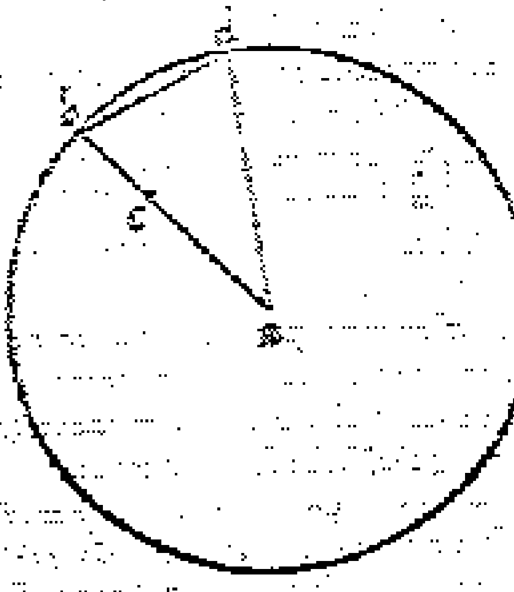




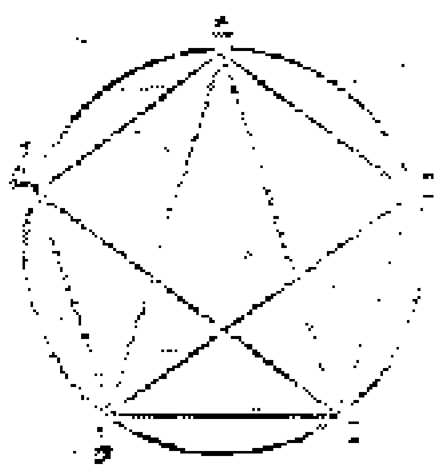
9 IN uno dato quadrato potremo descrivere un cerchio. Essempi gratia sia il dato quadrato a b c d. volendo dentro da quello descrivere un cerchio, dividerai ciascun lato di quello in due parti equali, cioe a d in ponto f. & b a in ponto g. & c b in ponto h. & d c in ponto e. & poi durai le linee e g. & f h. le quali si segano fra loro in ponto k. il quale sara il centro del ricercato cerchio, perche (per la 33 del primo di Euclide) la linea f h sara equale, & equidistante alla linea a b. & similmente la detta f h sara equale, & equidistante al lato d c. & la g e sara equale, & equidistante al lato a d. & similmente al b c. e pero le loro mita saranno equali, dinche le 4 linee k g. k h. k e. & k f. adunque descrivendo sopra il detto centro k. il cerchio secondo la quantita di k g. over de k f. over di k e. over di k h. quel transira anchora per gli altri tre ponti, & sara contingente le quattro linee, over lati del quadro, e pero il ponto k. sara per la nona del terzo di Euclide il centro del quesito cerchio, che e il proposito.



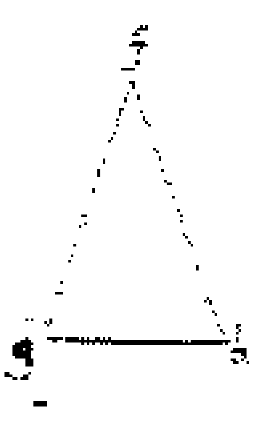
10 CIrca a uno assignato quadrato potremo descrivere un cerchio. Essempi gratia sia il dato quadrato a b c d. volendo circa di lui descrivere un cerchio, tirarai in lui li suoi diametri a c. & b d. li quali si segano fra loro in ponto e. il qual ponto e. dico esser il centro del ricercato cerchio, perche (per la quinta, & sesta, & 32 del primo di Euclide) le semidiametre a e. b e. c e. & e d. sono fra loro equali, dinche descrivendo sopra il detto ponto e. un cerchio secondo la quantita di una di dette quattro linee e a. over e b. over e c. over e d. la circonferentia di quello transira anchora per gli altri tre ponti, e pero per la nona del terzo di Euclide il detto ponto e. sara il centro del detto cerchio, che e il proposito.



11 POtremo designare un triangolo di duoi lati equali, delliquali l'uno, e l'altro di duoi angoli, che sono sopra la basa sia doppio all'altro. Et per far questo sia tolta una linea retta longa quanto si voglia, laqual sia la a b. & questa sia divisa secondo che ne insegna la seconda del secondo capo, cioe secondo la proportione havente il mezo, & duoi estremi in ponto c. talmente che quello, che vien fatto della a b. nella b c. sia equale al quadrato della a c. & fatto il ponto a. centro sia descritto secondo la quantita della detta linea a b. il cerchio b d e. dentro delquale sia accommodata la linea b d. equale alla linea a c. & sia produtta la linea d a. Hor dico il triangolo a b d. esser tal qual e stato proposito, come si dimostra sopra la decima del quarto di Euclide, cioe che l'uno, e l'altro di duoi angoli a b d. e a d b. che sono sopra la basa b d. e doppio al terzo, cioe al angolo a. che e il proposito in quanto alla pratica di questo problema. Questo problema con modi naturali non si potria risolvere.

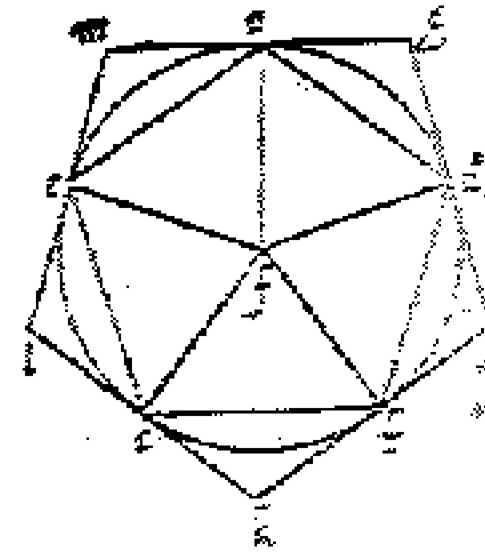


12 IN uno dato cerchio potremo descrivere uno pentagono equilatero, & equiangolo. Essempi gratia sia il dato cerchio a b c. volendo di dentro da quello descrivere un pentagono equilatero, & equiangolo, sia designato un triangolo, secondo che s'insegna nella precedente, il qual sia f g h. che habbia ciascun di 2 angoli, che sono sopra la basa g h. doppio a l'altro, cioe al angolo f. & dapoi (per la 2 di questo capo) nel cerchio a b c. descriverai il triangolo a e b. equiangolo al triangolo f g h. & sara l'uno, & l'altro di duoi angoli a b e. & a e b. doppio al angolo e a b. dividendo adunque l'uno, & l'altro di quelli in due parti equali (per la regola data) ducendo le due linee e d. & b c. (per la 26 del terzo de Euclide) li cinque archi, nelliquali cinque ponti a d b c e. dividono il cerchio, saranno equali fra loro, adunque per le linee rette continuate da quelli cinque ponti, lequali sono a d. d b. b c. c e. & e a. sara il pentagono a d b c e. inscritto nello dato cerchio, tal qual e sta proposto (per la 27. & 28 del terzo di Euclide.) Questo problema a volerlo concludere giustamente, non solamente bisogna che la tua sega sia giustissima, & che tu operi in luogo perfettamente piano, ma anchora bisogna, che tu sia diligentissimo nell'operar manuale, la causa e, che alla risolutione di questo tal problema vi occorre molti altri (non molto facili) problemi, tal che ogni piccolo errore fatto nel principio, nel fine della conclusione si fa maggiore. Onde facil cosa saria, che un pratico naturale lo risolvesse a caso piu presto, & piu giustamente di se in numero, delliqual cosi mi e parso di avertirte, & per gli altri, che passano per piu problemi, come per questo.

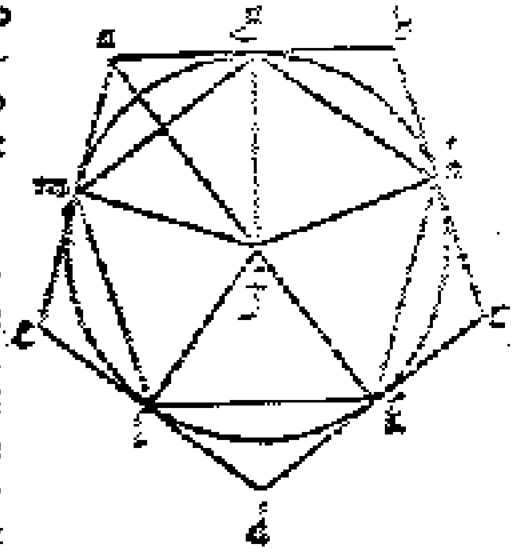


13 CIrca a uno dato cerchio potremo descrivere un pentagono equilatero, & equiangolo. Essempi gratia sia il proposito cerchio a b c. il centro delquale sia il ponto f. volendo circa di lui descrivere un pentagono equilatero, & equiangolo, sopra la circonferentia di quello, secondo la dottrina della precedente notarai li cinque ponti angolari, quasi come havesse inscritto uno pentagono,

thagono, i quali cinque ponti siano a d b c e alliquali dal centro tirarai le linee f a f d f b f c f e. & dalli medesimi ponti produrrai le perpendicolari a queste linee, & quelle allongarai dell'una, & l'altra parte, per fino a tanto, che quelle concorrano nelli cinque ponti g h k l m. & queste linee (per il correlario della 16. del terzo di Euclide) saranno toccanti il cerchio, & saranno anchora equali, come si dimostra sopra la duodecima del quarto di Euclide, & che similmente tal pentagono sara anchora equiangolo, che sara il proposito.

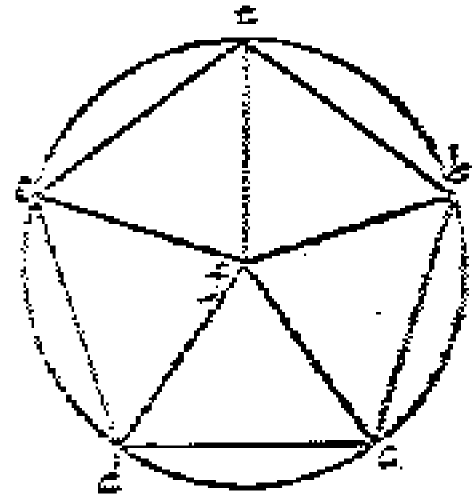


14 DEntro a vno assignato penthagono equilatero, & equiangolo potemo descriuere vn cerchio. Essempi gratia sia lo assignato penthagono equilatero, & equiangolo a b c d e. volendo dentro di quello descriuere vn cerchio, diuiderai duoi di suoi propinqui angoli, quali siano a. & e. in due parti equali (per la regola data) ducendo le linee a f. & e f. fino a tanto, che quelle concorrano in ponto f. il qual ponto f. dico esser il centro del detto cerchio, come si dimostra sopra la 13 del quarto di Euclide, dal qual ponto f. condurrai cinque perpendicolari alli cinque lati del detto penthagono, lequali siano f g f h f k f l f m. lequali saranno fra loro equali, come si dimostra sopra la detta 13 del quarto di Euclide, e pero descriuendo vn cerchio sopra il centro f. secondo la quantita di vna di quelle, la sua circonferenza passara per la estremita di ciascheduna di quelle toccando ciascuno di lati del detto penthagono, e pero sara inscritto in quello, che e il proposito. Questo problema si potra anchora risoluere dal pratico a rasone.



15 CIrca a vn dato penthagono equilatero, & equiangolo potemo descriuere vn cerchio. Essempi gratia sia il penthagono equilatero, & equiangolo a b c d e. volendo circa di lui descriuere vn cerchio, diuiderai per duoi di suoi propinqui angoli (si come nella precedente) in due parti equali, quali siano a. & e. dutte le linee a f. & e f. per fino a tanto, che quelle concorreranno in ponto f. il qual ponto f. sara il centro del questto cerchio, perche se dal ponto f. condurrai a gli altri angoli le linee f b. f c. f d. tutte saranno equali tra loro, & alle due f a. & f e. (come si dimostra sopra la 14. del quarto di Euclide) e pero descriuendo vn cerchio sopra il detto centro f. secondo la quantita di vna di quelle cinque linee, la circonferentia di quello passara anchora per la estremita delle altre quattro, e pero circonscriuera quello, che e il proposito, vero e che bisogna si in questo, come negli altri problemi esser diligente nel operar manuale, altramente non si trouaria seguir la conclusione secondo il proposito.

Anchora questo problema facilmente il pratico naturale lo sapra risoluere a rasone.

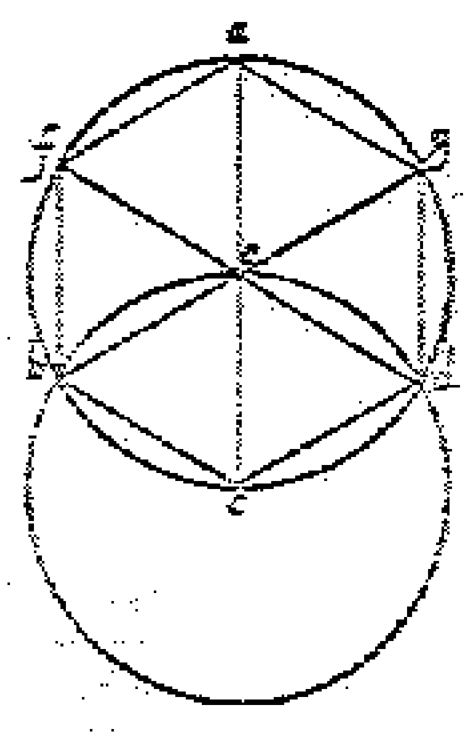


16 IN vn dato cerchio potemo descriuere vno hessagono equilatero, & equiangolo. Essempi gratia sia il dato cerchio a b c d. il centro del quale sia il ponto e. volendo dentro da quello descriuere vno hessagono equilatero, & equiangolo, produrrai il diametro a e c. & secondo la quantita di mezo il diametro (cioe di e c.) facendo centro il ponto c. descriuerai il cerchio e b d. segante il primo nelli duoi ponti b. & d. dalliquali produrrai li duoi diametri nel cerchio primo, i quali sono b e g. & d e f. & dapoi congiongerai le estremita di detti tre diametri con le sei linee, lequali sono a f. f b. b c. c d. d g. & g a. lequali dico contener lo questo hessagono, come si dimostra sopra la decimaquinta del quarto di Euclide, che sara il proposito. Auertendoui che non e necessario a designar tutto il cerchio b e d. sopra il detto centro c. ma basta a designare quella poca parte di circonferentia, che interseghi la circonferentia del primo nelli duoi ponti b. & d. come da te puoi considerare.

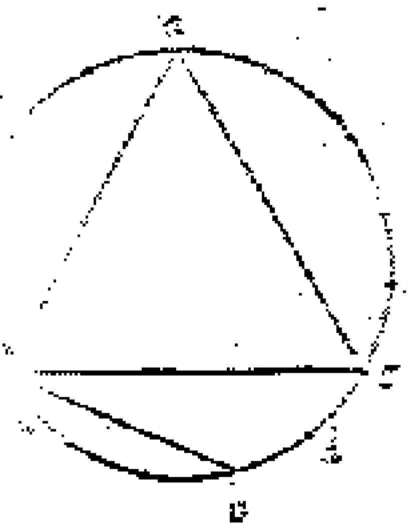
Correlario.

Da questa propositione si manifesta qualmente, che il lato del hessagono e sempre equale alla mita del diametro del cerchio, al quale e inscritto.

Nota che non si propone qualmente potemo designare circa a vno dato cerchio vno hessagono equilatero, & equiangolo, ne come potemo dentro a vn dato hessagono, ne circa a tal hessagono descriuere vn cerchio, si come fu fatto del triangolo, quadrato, & penthagono, perche quelle tre, per li medesimi precetti, che sono stati fatti nel penthagono equilatero, & equiangolo si fanno in ogni altra figura equilatera, & equiangola.



17 IN vn dato cerchio potemo designare vn quindecagono equilatero, & equiangolo, & oltra di questo potemo circa a qualunque cerchio assignato descriuere vn quindecagono equilatero, & equiangolo, & in vno quindecagono descriuere vn cerchio. Essempi gratia sia il dato cerchio a b c. volendo descriuere in quello vn quindecagono equilatero, & equiangolo nello detto cerchio, secondo la dottrina della seconda di questo capo, tirarai il lato del triangolo equilatero, qual sia a c. & secondo la dottrina della vndecima di questo, tirarai anchora il lato del penthagono equilatero, & equiangolo, il qual sia



a b. & perche l'arco a c. è la terza parte di tutta la circonferenza, dellaquale l'arco a b. è la quinta parte, il superfluo, ouer differenza di questi duoi archi (qual è l'arco b c.) sarà li duoi terzi del arco a b. ouer li duoi quinti del arco a c. ouer li duoi quintodecimi di tutta la circonferenza del detto cerchio, perche in ogni tutto la terza parte, accede la quinta in duoi terzi di essa quinta parte, ouer in duoi quinti di essa terza parte, ouer nelli duoi quintodecimi del tutto, & questo numericamente si manifesta nella quinta, & terza parte del primo numero, che ha parte quinta, & terza, il qual è 15. la parte terza è 5. & la parte quinta è 3. onde il 5. accede il 3. in due unità, lequal due unità sono li duoi terzi del medesimo 3. ouer li 2 quinti del medesimo 5. ouer li 2 quintodecimi del medesimo 15. il qual è il tutto, e per tanto diuiso l'arco b c. in 2 parti equali in ponto d. egli è manifesto, l'uno, & l'altro di 2 archetti c d. & d b. esser la terza parte del arco a b. ouer la quinta del arco a c. ouer la quintodecima di tutta la circonferenza, diuidendo adonque tutta la circonferenza in 15 parti equali al arco c d. & a ciascheduna parte tirandoli la sua corda si hauerà descritto il detto quindecagono dentro al dato cerchio, che fu il proposito.

Ma se vorrai circa a un dato cerchio circonscriuere, & descriuere in un quindecagono un cerchio, & anchora circonscriuere, procederai per il modo dato sopra la duodecima, decimaterza, decimaquarta di questo capo del pentagono.

Da notare.

Bisogna notar, che di ciascheduna figura equilatera, che sappiamo descriuere in un cerchio, nel medesimo cerchio sapremo anchora inscriuerne, & circonscriuerne un'altra del doppio piu lati, & a quella medesima sapremo inscriuere, & circonscriuere il cerchio, per gli archi, liquali si sottendono li lati di quella figura, diuisi in due parti equali, & per le linee tirate alli ponti di mezo, cioè di lor diuisioni dalle estremità di lati della medesima figura, sarà fatta di dentro di esso cerchio una figura del doppio piu lati della prima, laquale sarà equilatera (per la vigesimanona del terzo di Euclide) & sarà anchora equiangola, sapendola inscriuere nel cerchio, sapremo anchora concludere, le altre tre, per l'ordine della decima duodecima, decimaterza, & quintadecima di questo capo. E per tanto perche sapemo inscriuere un triangolo equilatero, sapremo per questa causa descriuere lo hexagono, & per lo hexagono lo duodecagono, & per lo duodecagono una figura di vintiquattro lati, & cosi in infinito doppiando, & anchor che per il triangolo potemmo descriuere lo hexagono (come habbiamo detto) nondimeno di questo habbiamo posto la sua propria regola, dellaquale ne seguita non poca vtilita, similmente anchora, perche sapemo inscriuere il quadrato, sapremo per questo inscriuere ogni figura, che il numero di lati di quella sia egualmente paro, cioè l'ottagono, & similmente una figura da 16. & da 32. & da 64. lati, & per il pentagono sapremo anchora inscriuere un decagono, & una figura de 20 lati, & cosi continuamente doppiando quel medesimo, similmente del quindecagono, cioè per questo sapremo inscriuere una figura di 30 lati, & cosi di 60. & di 120. & cosi continuamente doppiando.

Ma delle altre figure, che sin hora non è stato parlato, la scientia è difficile, & di poca vtilita, come si causa sopra la vltima del quarto di Euclide, come saria la figura settagona, la nonagona, la vndecagona, & cosi quella di 13 lati, & infinite altre, dellequali (come è detto) appresso di mathematici non se ne ha la scientia, vero è che se noi sapessimo designare un triangolo di duoi lati equali, che l'uno, & l'altro di duoi angoli, che sono sopra la basa di quello, & che sapessimo anchora diuidere ciascheduno di detti angoli in tre parti equali, sapressimo descriuere in uno dato cerchio la settagona, come fu fatto di sopra del pentagono, & cosi se sapessimo designare un triangolo di duoi lati equali, che ciascheduno delli duoi angoli, che stanno sopra la basa fusse quadruplo all'altro sapressimo anchora in un dato cerchio descriuere la figura nonangola, & cosi che fusse quincuplo, & che sapessimo diuidere ciascheduno di quelli in cinque parti equali, sapressimo anchora in uno dato cerchio descriuere la figura vndecagona, & cosi discorrendo, dellequal cose sin hora (come è detto) non se ne ha scientia alcuna, e pero Hieronimo Cardano medico milanese, insieme con Lodouico Ferraro suo creato per confermarmi con quello, che loro medesimi non intendeuano nella nostra publica disputa. Il primo loro quesito delli 31 a me proposti, diceua in questa forma. Fasse un triangolo delquale un lato è di uno eptagono, & il secondo lato è sottoposto a duoi lati del medesimo eptagono, dimostraremi, non passando il sesto di Euclide, qual proportione hanno fra loro tutti tre li lati di detto triangolo.

Vergognosa modestia di Hieronimo Cardano medico milanese, & di Lodouico Ferraro suo creato.

Ne qui loro questo dimostrarono, gran semplicita a proponermi publicamente impresso tal quesito, et massime con quella condicione, non passando il sesto di Euclide, cosa ridiculosa, eglie ben il vero quando che loro hauessero trouato il modo generale da risoluere un tal quesito sariabe stata vna inuentione molto honoreuole, & da esser laudata da ogni scientifico mathematico, un

essendo

essendo da loro ignorata, & hauendo moda a me proposta, non si puo negare, che non sia stata vna cosa vergognosa, & da esser vituperata da ogni mathematico, & da altri.

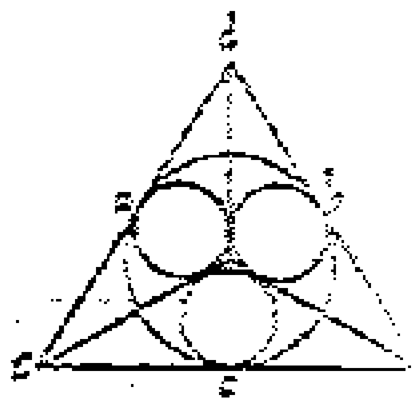
Et quantunque fin hora da speculatiui mathematici non si habbia scientia alcuna del settagono, nonagono, vndecagono, & altri ne che gli sia cognito il modo, ouer regola di saper demostratiuamente descriuere in vn proposito cerchio alcuno di quelli, ne similmente circonscriuere alcuni di quelli al cerchio, nondimeno tai problemi appresso al pratico naturale sono facili, perche tutta fiate gli mandara a essecutione sensibilmente in materia, & perche son certo, che questo mi sara concesso, non voglio circa cio darne alcun figural essempio. Ma ben dico tal sua risolutione non esser cosa da tenerne conto, impero che per tal sua semplice risolutione fatta a tasione in materia, non potemmo hauer notitia della proportione, che ha il diametro del cerchio con il lato di alcune di dette figure, ne manco con la corda, che sotto tende a l'angolo di alcune di dette figure, dallaqual proportione depende la scientia di tai figure.

Egli e ben vero, che Orontio si persuase di hauerla trouata, come in altro luogo habbiamo anchor detto, per come mathematico ha dato molto lontano dal segno.

Il modo geometrico da risoluere con il compasso, & riga, diuersi problemi non posti da Euclide. Cap. X.

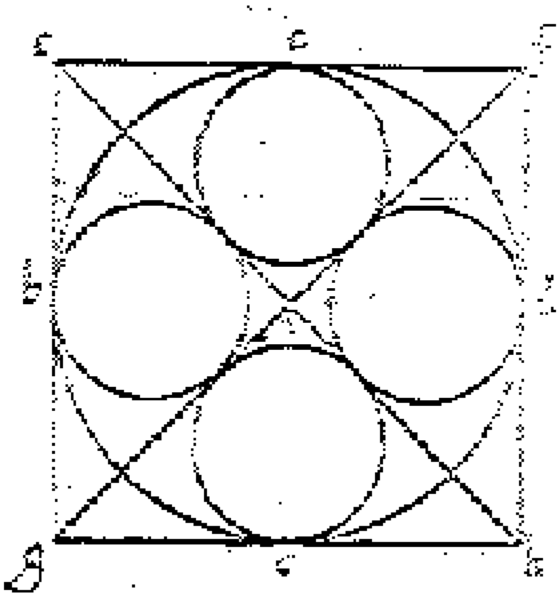
1 Potemmo in vn proposito cerchio descriuere tre cerchij equali, & li maggiori, che capir vi possa.

Essempi gratia sia il dato cerchio . a b c. volendo dentro da quello descriuere tre cerchij equali, & li maggiori che capir vi possa. Circonscriuerai al detto (per la terza del precedente capo) vno triangolo equilatero, qual sia. d e f. & dal centro del detto cerchio a ciascheduno delli tre angoli del detto triangolo tirarai le tre linee . l. d. l. e. & l. f. & sara risolto in tre triangoli, le base di quali sono le tre linee. d e. e f. & f d. e pero in ciascheduno di detti tre triangoli (per la quarta del precedente capo) descriuerai vn cerchio, & hauerai esseguito il problema, perche per esser li detti tre triangoli equali li detti tre cerchij saranno equali, & saranno li maggiori, che in quelli scriuere si possa, & sono toccanti, si la circonferentia del primo cerchio, come le base di tre triangoli nelli tre ponti a b c. & anchor si toccano fra loro in quelle tre linee, che vanno dal centro alli tre angoli del primo triangolo, e pero seguita il proposito.



2 Anchora potemmo in vn dato cerchio descriuere quattro cerchij equali, & li maggiori, che a inscriuere vi si possa.

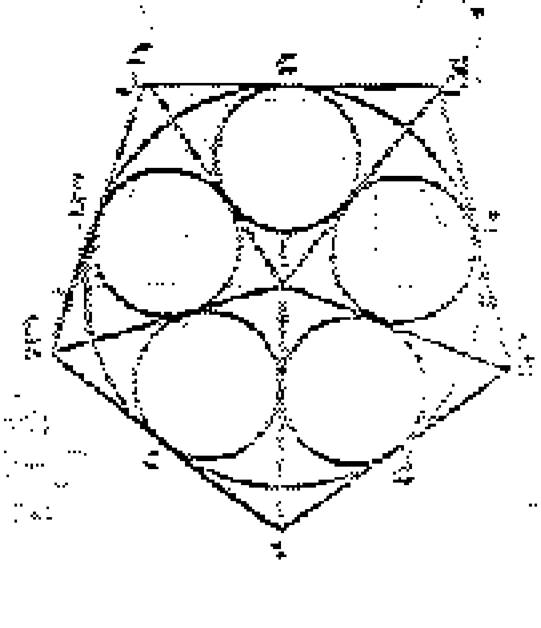
Essempi gratia sia il cerchio a b c d. volendo in quello descriuere li 4 maggior cerchij equali, che capir vi possa, circonscriuerai a tal cerchio (per la ottaua del precedente capo) il quadrato. e f g h. & dal centro. k. di tal cerchio, & quadro, tirarai le quattro linee. k e. k f. k g. & k h. & hauerai risolto il detto quadro nelli quattro triangoli. k e f. k f h. k h g. & k g e. iquali triangoli vengono a esser equali, e pertanto in ciascheduno di quelli (per la quarta del precedente capo) descriuerai vn cerchio, & hauerai risolto il proposito problema, per le ragioni adutte nella precedente.



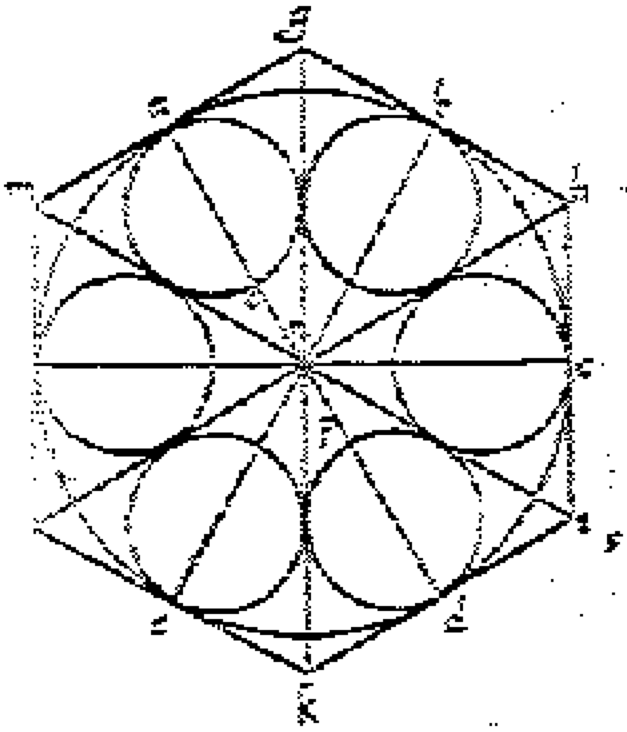
3 In vno dato penthagono equilatero, & equiangolo potemmo descriuere cinque cerchij equali, & li maggiori, che inscriuer vi si possa. Essempi gratia sia il cerchio. a b c d e. nelqual volendo descriuere cinque cerchij (come si propone) circonscriuerai al cerchio (per la decimaterza del precedente capo) il penthagono. f g h i k. equilatero, & equiangolo, & dal centro. l. alli cinque angoli di tal penthagono, tirarai le cinque linee. l f. l g. l h. l i. & l k. & hauerai risolto il detto penthagono nelli cinque triangoli. l f g. l g h. l h i. l i k. & l k f. hora in ciascheduno di quelli (per la quarta del precedente capo) descriuerai vn cerchio, & hauerai il proposito.

4 Dentro a vn dato cerchio potemmo descriuere. 6. & anchor 7 cerchij equali.

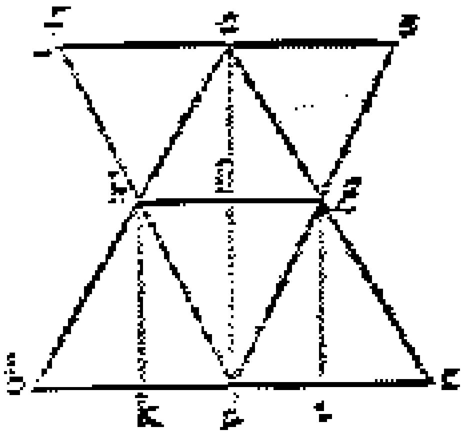
Essempi gratia sia il cerchio. a b c d e f. volendo dentro da quello descriuere 6. ouer 7 cerchij equali, circonscriuerai a tal cerchio lo hessagono. g h i k l m equilatero, & equiangolo (secondo la regola data nella decimaterza del precedente capo sopra del penthagono) dapoi dal centro a ciascheduno de gli angoli del detto hessagono tirarai le linee. n g. n h. n i. n k. n l. & n m. lequali hauerai risolto il detto hessagono in 6 triangoli, onde in ciascheduno di quelli descriuendo vn cerchio (per la quarta del precedente capo) si hauera risolto la prima parte del nostro problema, cioe hauremo descritto nel dato cerchio 6 cerchij equali, ma perche quel spacio, che e attorno del centro. n. e atto a riceuer vn altro cerchio equale a ciascheduno de gli altri 6. perche li 6 triangoli sono equilateri, & il diametro del cerchio inscritto in ciascheduno di quelli e li duoi terzi della per-



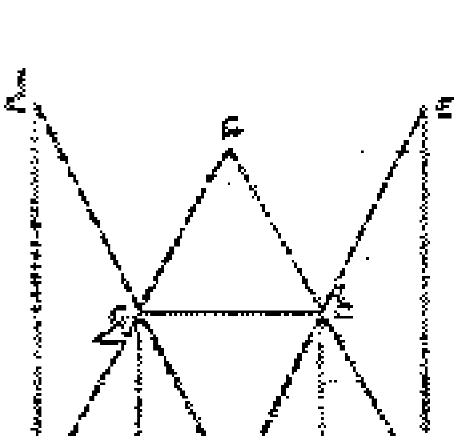
pendicolare di ciascheduno di quelli (per la ottaua del decimoterzo di Euclide) cioe che a o. (diametro del cerchietto) e li duoi terzi della perpendicolare a n. onde seguita, che la o n. sia eguale al semidiametro del detto cerchietto, & cosi la n p. vien anchora lei a esser eguale al semidiametro del detto cerchietto, e pero tutta la o p. vien a esser eguale precisamente a tutto il diametro del detto cerchietto, e pero seguita che sopra il centro n. vi se gli potra descriuere vn'altro cerchietto eguale a gli altri, qual sara contingente con ciascheduno delli detti 6. il qual settimo cerchietto non l'ho voluto designare per non confondere la prima inscrittione, vero e che tal settimo cerchio non toccarebbe la circonferentia del primo cerchio, talche lo auersario potrebbe dir tal cerchietto non intendersi esser inscritto nel detto gran cerchio, perche da niuna parte tocca la circonferentia di quello, & con tal ordine potrai in vn cerchio descriuere sette, ouer otto cerchij per mezo di vn settagono fatto a tal forme attorno al cerchio, & cosi gli ne potrai inscriuere otto, ouer noue per mezo del ottagono circonscritto al cerchio, & cosi discorrendo in infinito, vero e, che quel cerchietto, che si potra descriuere sopra il centro del gran cerchio, non sara contingente con gli altri cerchietti, come che e accaduto nel sessagono, e pero te ne ho voluto auertire.



IN vno triangolo equilatero potemo designar vn quadrato. Essempi gratia sia il triangolo equilatero a b c. la perpendicolare del quale sia la a d. volendo nel detto triangolo descriuere vn quadrato, tal problema si puo risoluere per piu vie, delle quali vna e questa dal ponto a. tirarai la linea f a e. equidistante alla b c. & sia la detta f e. sia eguale alla perpendicolare a d. & che il ponto a. sia nel mezo di detta linea f e. poi dalli duoi ponti f. & e. tirarai le due linee f d. & e d. le quali intersegaranno li lati del detto triangolo nelli duoi ponti g. & h. dalli quali tirando la linea g h. & similmente le due linee g i. & h k. perpendicolari alla b c. (basa del triangolo dato) sara formato il quadrilatero g h i k. qual dico esser quadrato, per che il triangolo a d e. e simile al triangolo g i d. similmente il triangolo g i d. e simile, & eguale al detto triangolo g i d. e pero sara anchor simile al triangolo a e d. & perche il lato a d. e doppio al lato a e. seguita che il lato g i. sia doppio al lato d i. & perche g i. e eguale al d i. il medesimo lato g i. sara doppio al medesimo g i. & perche la linea g h. e anchora doppia alla medesima g i. seguita, che il lato g h. sia eguale al g i. & per le medesime ragioni gli altri duoi lati h k. & k i. saranno eguali fra loro, & alli medesimi, e pero tal quadrilatero e di lati eguali, similmente li suoi quattro angoli sono retti, per esser le linee g i. & h k. perpendicolari sopra la b c. e pero anchora li suoi contraposti saranno anchora retti, adonque tal figura e quadrata, che e il proposito.



Nota che tirando solamente la a e. eguale alla mita della perpendicolare a d. & dapoi tirar la e d. & dal ponto g. tirar la g h. equidistante alla b c. & dalli duoi ponti g. & h. tirar le due linee g i. & h k. perpendicolari alla b c. & sara risolto il problema, & dimostrarasse per il medesimo modo detto di sopra.



Anchora per vn'altro leggiadro modo si puo in vn dato triangolo equilatero descriuere vn quadrato. Essempi gratia sia il medesimo triangolo equilatero a b c. nel quale volendo descriuere vn quadrato dalli duoi ponti b. & c. eleuarai le due linee b d. & c e. perpendicolari alla basa b c. & che ciascheduna di quelle sia eguale alla medesima basa b c. & diuiderai la detta b c. in due parti eguali in ponto f. & tirarai le due linee d f. & e f. le quali intersegaranno li duoi lati del triangolo nelli duoi ponti, dalli quali tirarai le due linee g i. & h k. perpendicolari alla basa b c. & tirarai anchora dal ponto g. al ponto h. la linea g h. & sara formato il quadrilatero g i h k. qual dico esser vn quadrato, perche il triangolo f h k. e simile al triangolo e f c. & perche il lato e c. e doppio al lato c f. seguita che il lato h k. sia doppio al lato k f. & per le medesime ragioni il lato g i. sara doppio al lato i f. & perche k f. e eguale al f i. (perche quelli medesimi accidenti, che accadono nel triangolo f e c. quelli medesimi accadeno nel triangolo b d f.) e pero tutta la linea k i. vien a esser doppia al medesimo f k. ouer f i. e pero per commune scientia li tre lati g i. i k. k h. vengono a esser eguali tra loro, & perche le due linee h k. & g i. sono eguali, & equidistanti (per la 33. del primo di Euclide) le altre due, cioe i k. & g h. saranno eguali, & equidistanti, & (per la 34. del primo di Euclide) gli angoli contraposti saranno retti, e pero tal quadrilatero sara quadrato, che e il proposito.

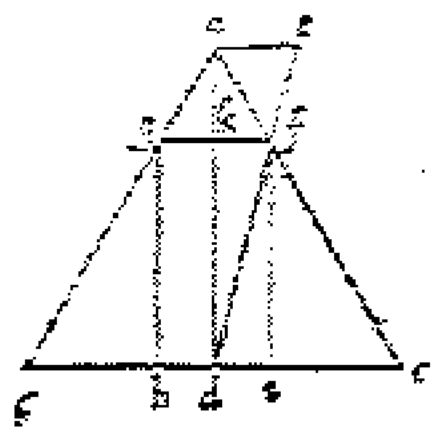
Questa mi fu proposta in Verona l'anno 1530. da vn nostro amicissimo chiamato messer Bernardino Donà da Zano lettor in greco, qual disse essergli stata proposta a lui in Brescia, onde dapoi

che

che habbi ritrouato la sua solutione, & in altri piu diuersi modi mostri anchora da far il medesimo in el triangolo di doi lati eguali, & in quello di tre lati non equali, con altre particolarita, come di sotto si mostrara.

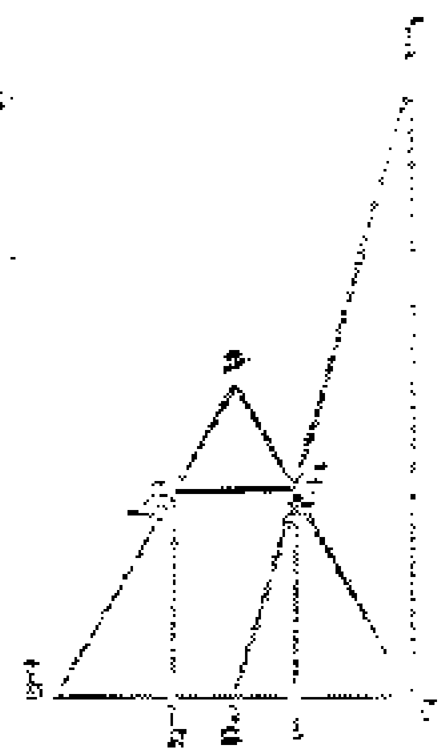
Nota che tal problema si potria anchora risoluere tirando solamente la . c e . perpendicolare alla . b c . & anchora eguale a essa . b c . & tirare la . e f . & dal ponto . h . tirar poi la h g . equidistante alla . b c . & dalli duoi ponti . h . & . g . tirar le due linee . h k . & . g i . perpendicolari alla . b c . & sara risolto tal problema, la dimostratione di tal conclusione si fara, come di sopra e stato fatto.

6 POssemo anchora in vn dato triangolo equilatero descriuere vn rettangolo, che la longhezza di quello sia doppia alla sua larghezza. Essempi gratia sia il dato triangolo equilatero a b c. volendo descriuer in quello vn rettangolo, che la longhezza di quello sia doppia alla sua larghezza.



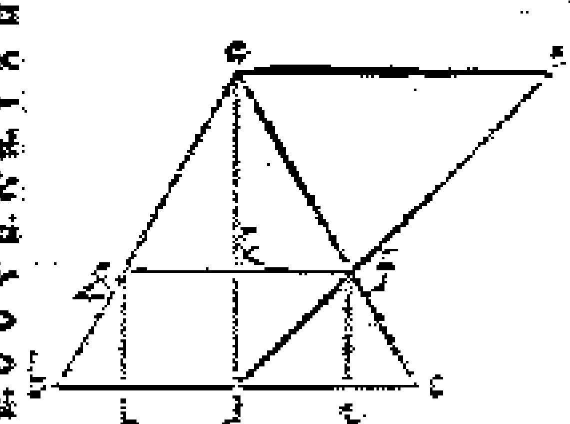
Anchor questo si puo far in piu modi, il piu breue e questo dal ponto . a . tirarai la perpendicolare a d . & anchora la . a e . equidistante alla . b c . & che la detta . a e . sia eguale alla quarta parte della perpendicolare a d . & dal ponto . e . tirarai la e d . laquale intersecara il lato a c . in ponto f . & dal ponto f . tirarai la f g . equidistante alla b c . & dalli duoi ponti f . & g . tirarai le due linee g h . & f i . perpendicolari alla b c . & hauerai risolto il problema, cioe che il quadrilatero g h f i . e rettangolo, & la longhezza (cioe la f i . ouer d k .) e doppia alla sua larghezza . i h . ouer f g . laqual cosa si dimostra in questo modo, perche il triangolo k f d . e simile al triangolo a e d . (per esser ambiduoi equiangoli) & perche il lato a d . e quadruplo al lato a e . seguita il lato k d . esser quadruplo al lato . f k . e pero il detto k d . vien a esser doppio a tutto f g . e pero la longhezza e doppia alla larghezza, & per esser anchora tal quadrilatero rettangolo seguita il proposito.

Anchora se potresti risoluere tal problema per questa altra via, cioe tirar sopra il ponto . c . la linea c l . perpendicolare alla b c . & doppia alla medesima b c . come nella seconda figura appar, & diuidere la b c . in due parti eguali in ponto d . & tirar la l d . quale intersecara il lato a c . in ponto f . & dal ponto f . tirar la f g . equidistante alla b c . & dalli duoi ponti f . & g . tirar le due linee g h . et f i . perpendicolari alla b c . & sara fatto il problema, cioe che il quadrilatero g h f i . e rettangolo & la longhezza i h . ouer f g . e doppia alla larghezza g h . ouer f i . perche il triangolo f d i . e simile al triangolo l d c . (per esser ambiduoi equiangoli) & perche il lato c l . e quadruplo al lato c d . similmente il lato f i . sara quadruplo al lato d i . e pero vien a esser solamente doppio alla larghezza i h . & e rettangolo, e pero seguita il proposito.

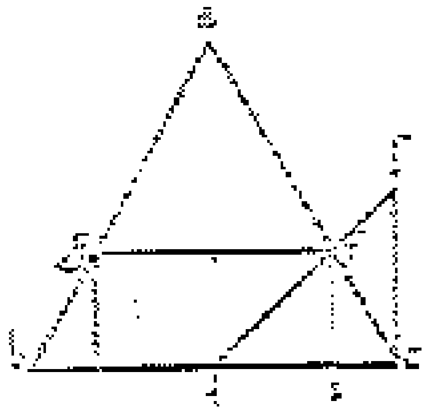


Nota che con queste due regole tu potrai descriuer nel detto triangolo equilatero vn rettangolo, che la longhezza sia treppia, ouer quadrupla, ouer quintupla alla sua larghezza, ouer in qual si voglia altra specie di proportione, cioe se vorai in tripla proportione, per la prima regola tu farai, che la linea a e . sia solamente la sesta parte della perpendicolare . a d . & se vorai in quadrupla proportione, cioe, che la sua longhezza sia quadrupla alla sua larghezza, tu ponerai la detta a e . che sia la ottaua parte della detta perpendicolare, a d . & cosi discorrendo se hauerai giudicio saprai accommodar tal linea a e . a ogni specie di proportione si irrationale, come rationale, et il medesimo potrai far per la seconda regola, perche se vorai, ouer ponerai la perpendicolare . l c . che la sia treppia alla basa b c . la longhezza del detto rettangolo g h f i . sara treppia alla sua larghezza, & se vorai, che la sia quadrupla, tu ponerai la detta l c . quadrupla alla basa b c . & cosi discorrendo in qual si voglia altra specie di proportione si irrationale, come rationale, & tal tua conclusione si per la prima, come per la seconda regola la potrai dimostrare per il medesimo modo che fu dimostrato le prime conclusioni.

7 MA se ti paresse di voler che tal rettangolo fusse disteso per longo della basa . b c . tu procederai si nella prima, come nella seconda regola al contrario, cioe se vorai che la longhezza del detto rettangolo, sia doppia alla sua larghezza, per la prima regola, tu tirarai la linea a e . che sia longa tanto quanto e la perpendicolare a d . & dal ponto e . al ponto d . tirar la medesima linea e d . quale intersecara per il lato a c . in ponto f . & dal ponto f . tirar secondo il solito la linea f g . equidistante alla basa . b c . & dalli detti duoi ponti f . & g . tirar le due linee f i . & g h . perpendicolari alla basa . b c . & cosi hauerai descritto il quadrilatero g h f i . il qual dico esser secondo il proposito, perche il triangolo . k d f . e simile al triangolo a e d . (per esser ambiduoi equiangoli) & perche il lato a e . e eguale al lato . a d . seguita che il lato k f . sia eguale al lato . k d . & perche tutto il lato . g f . e doppio al lato . k f . sara anchora doppio al lato . k d . e pero la longhezza f g . del detto quadrilatero e doppia alla sua larghezza k d . e per esser anchora rettangolo (per causa delle due perpendicolari . g h . f i .) seguita il proposito.



Anchora volendo risoluere questo medesimo problema secondo l'ordine della seconda regola dal ponto c . tu tirarai la c l . per perpendicolare alla b c . ma che sia eguale solamente alla mita della basa b c . cioe che la sia eguale alla c d . & dapoi seguir secondo l'ordine dato nella precedente, cioe tirar la linea. l d. & dal ponto. f. tirar la. f. g. equidistante alla. b c. & dalli duoi ponti. g. & f. tirar le due linee. g h. & f i. perpendiculari alla. b c. & fara esseguito il problema, perche li duoi triangoli. a f i. & d i c. sono simili (per esser equanguli) & perche il lato. l c. e eguale al lato. c d. seguita, che il lato. f i. sia eguale al lato. d i. & perche il detto lato. d i. e la mita de. h i. (cioe della longhezza del rettangolo) e pero la longhezza del detto rettangolo viene a esser doppia della sua larghezza, che è il proposito.

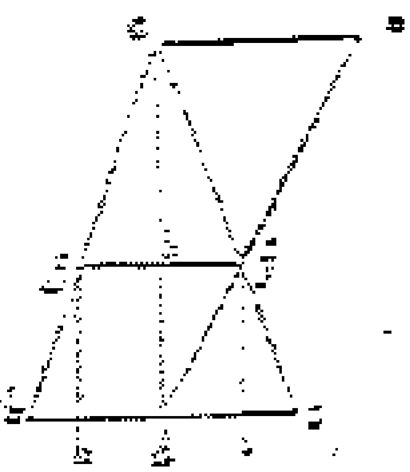


Da notare.

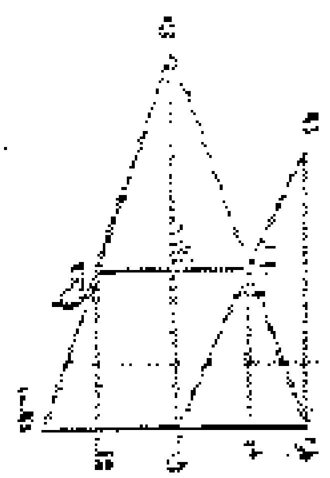
Nota che con queste due regole tu potrai descrivere nel detto triangolo equilatero un rettangolo (per il medesimo verso) che la longhezza sia non solamente treppia, over quadrupla, over quincupla alla sua larghezza, ma in qual si voglia specie di proportione. Essempi gratia se lo vorrai in treppia proportione, cioe che la longhezza sia treppia alla larghezza per la prima regola farai, che la linea. a e. sia un tanto, e mezo della perpendicolare. a d. & se vorrai, che tal longhezza sia quadrupla alla larghezza, farai che la detta linea. a e. sia doppia alla detta perpendicolare. a d. & cosi per quincupla tu la farai, che la sia due volte tanto, e mezo, & cosi discorrendo in infinito, procedendo poi, come nelle altre, si nella demostratione, come nella operatione.

Et volendo procedere per la seconda regola, nella treppia tu farai, che la linea. c i. sia il terzo della basa. b c. over li duoi terzi della. c d. & per la quadrupla farai, che la detta. c i. sia il quarto della basa. b c. over la mita della. c d. & per la quincupla tu farai, che la detta. c i. sia il quinto della basa. b c. over li duoi quinti della. c d. & cosi discorrendo, & se haverai ingegno potrai concludere il proposito in ogni specie di proportione.

8 Anchora in un dato triangolo di duoi lati eguali potemmo descrivere un quadrato. Essempi gratia, sia il triangolo. a b c. del quale li duoi lati. a b. & a c. sono eguali, volendo in tal triangolo descrivere un quadrato, procederai medesimamente, come fu fatto nel triangolo equilatero divide la basa. b c. in due parti equali in ponto. d. & dal ponto. a. tira la linea. a d. & anchora la. a e. equidistante alla basa. b c. & che sia eguale alla mita della perpendicolare. a d. poi dal ponto. e. al ponto. d. tira la linea. e d. laquale sega il lato. a c. in ponto. f. & dal ponto. f. tira la. f g. equidistante alla. b c. & dalli duoi ponti. f. & g. tira le due linee. f i. & g h. perpendiculari alla. b c. & cosi nel detto triangolo haverai descritto il quadrilatero. f g h i. il qual al medesimo modo, che fu dimostrato nella prima del triangolo equilatero, dimostrarai anchora in questa, che tal figura quadrilatera. f g h i. e quadrato, cioe dicendo il triangolo. a e f. e simile al triangoletto. f i d. & perche il lato. a e. e la mita del lato. a d. anchora il lato. f i. sara la mita del lato. i d. e pero tutto il lato. f g. del quadrilatero sara eguale non solamente alla. i d. ma anchora al lato. h i. a lui contraposito, & similmente le due linee. g h. & f i. sono eguale, & equidistante alla medesima. a d. & li duoi angoli. h. & i. sono retti, & similmente li suoi contrapositi, e pero tal figura è quadrato, che e il proposito.



Anchora questo medesimo problema si puo risolvere per quella seconda regola, che fu data sopra el triangolo equilatero. Essempi gratia sia pur il triangolo. a b c. di duoi lati. a b. & a c. equali, volendo descrivere in quello (per la seconda regola) un quadrato, tirarai la perpendiculare. a d. & sopra il ponto. c. tirarai la. c e. eguale alla basa. b c. & perpendiculare sopra quella, & dal ponto. e. al ponto. d. tirarai la linea. e d. laqual segara il lato. a c. in ponto. f. & dal ponto. f. tirarai. f g. equidistante alla. b c. & dalli duoi ponti. f. & g. segnarai le due linee. g h. & f i. perpendiculari sopra la. b c. & fara risolto il problema, per dimostrar che tal quadrilatero. g f h i. sia quadrato, procederai come fu fatto sopra il triangolo equilatero, dicendo il triangolo. c e d. e simile al triangolo i f d. & perche il lato. e c. e doppio al lato. c d. anchora il lato. i f. sara doppio al lato. i d. e pero sara eguale a tutto il lato. i h. & li contrapositi saranno equali alli medesimi, & perche li duoi angoli. h. & i. (del quadrilatero) sono retti, & similmente li contrapositi saranno retti, e pero e quadrato, che e il proposito.

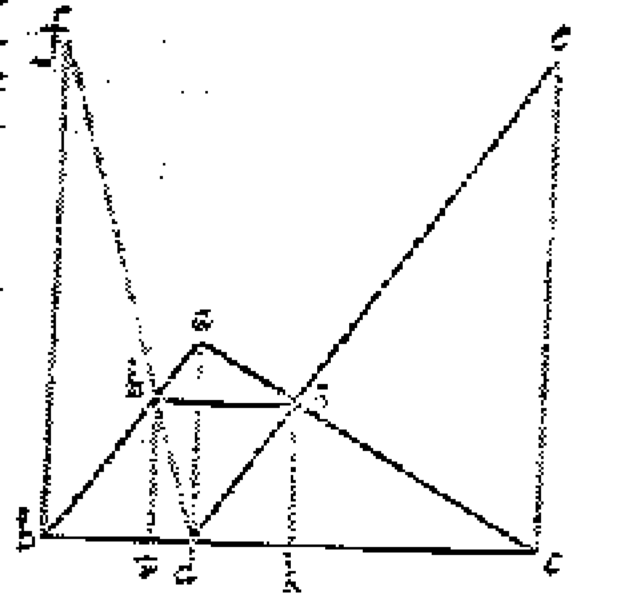


Et cosi per abbreviar scrittura se nel detto triangolo di duoi lati equali vorrai designare un rettangolo dritto in piede, over disteso per longo sopra la basa, che la longhezza di quello sia treppia, over quadrupla, over quincupla (& cosi discorrendo) alla sua larghezza procederai precisamente, come fu fatto sopra il triangolo equilatero, & si per la seconda, come per la prima regola, & haverai l'intento.

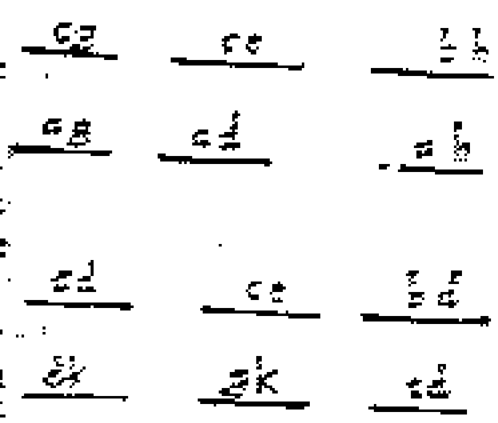
In un dato triangolo di tre lati inequali potemmo descrivere uno quadrato. Essempi gratia sia il triangolo. a b c. di tre lati inequali, volendo in quello descrivere un quadrato, dal angolo. a. (opposito al maggior lato. b c.) tirarai la perpendiculare. a d. & sopra li duoi ponti. b. & c. drizzarai le due linee. c e. & b k. talmente che l'una, & l'altra sia eguale alla basa. b c. & perpendiculari sopra

pra

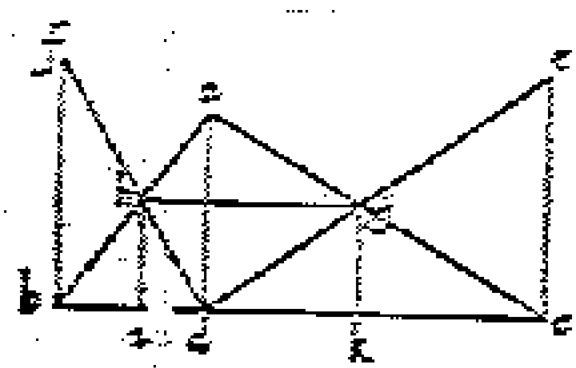
per quella, & da l'uno, et l'altro delli duoi ponti e. & f. al ponto d. tirarai le due linee e d. & f d. la e d. segara il lato a c in ponto g. & la f d. segara il lato a b. in ponto h. hor dal ponto h. al ponto g. tirarai la h g. & dalli detti duoi ponti h. & g. tirarai le due linee h i. & g k. perpendiculari sopra la b c. & cosi sara formato il quadrilatero h g i k. qual dico esser quadrato. Perche egli e cosa manifesta (per la decimanona del primo di Euclide, & per la prima parte della vigesimanona del medesimo) il triangolo c g e. esser equiangolo al triangolo a g d. e pero sono simili, & per le medesime ragioni il triangolo f b h. e simile al triangolo a h d. adunque (per la quarta del sesto di Euclide) il lato g c. al lato c e. e si come il lato g a. al lato a d. Et lo lato f b. al lato b h. e si, come el lato a d. al lato a h. ma perche f b. & e c. sono eguali, in luogo del f b. tornaro c e. dicendo, si come la c g. alla c e. cosi e la g a. alla a d. & si come che e la c e. alla b h. cosi e la a d. alla h a. onde (per la 22 del quinto di Euclide) la proportione della c g. alla b h. sara si, come quella della g a. alla a h. e per tanto (permutatamente) la proportione della c g. alla g a. sara si, come della b h. alla h a. adunque (per la seconda del sesto di Euclide) la linea h g. sara equidistante alla basa b c. E pero il detto quadrilatero e rettangolo, & li lati contrapositi sono eguali.



Ma che sia equilatero si dimostra in questo modo. Egli e manifesto che si come e il lato c d. al. c e. cosi e il lato d k. al. g k. onde (per la fettima del quinto di Euclide) la prima, & quinta (cioe la c d. & la d b.) alla seconda (cioe alla c e.) sara si come la terza, & sesta (cioe la d k. & la i d.) alla quarta (cioe alla g k.) Et perche la prima, & quinta insieme, si eguagliano alla seconda, cioe alla c e. similmente la terza, & la sesta insieme si eguaglieranno alla quarta (cioe alla g k.) cioe tutta la i k. sara eguale alla g K. adunque il detto quadrilatero h g i k. e rettangolo, & equilatero, e pero e quadrato, che e il proposito.



9 A Nchora in uno dato triangolo di tre lati inequali potemo descrivere uno rettangolo, che la longhezza di quello sia doppia alla sua larghezza. Essempi gratia sia il triangolo di tre lati inequali a b c. & il suo lato maggior sia b c. volendo in esso triangolo descrivere un rettangolo, che la longhezza di quello sia doppia alla larghezza, tal inscrittione si puo far in duoi modi, l'uno e a far, che il detto rettangolo sia in piedi sopra la basa b c. & l'altro a far, che sia stravolto sopra la basa b c. cioe riposando con la sua longhezza sopra quella, come che negli altri precedenti problemi e stato fatto. Hor facciamolo prima che sia stravolto per longo sopra la basa b c. dal angolo a. (che e opposito al piu longo lato) sia tirata la perpendiculare a d. & sopra li duoi ponti b. & c. siano elevate le due linee c e. & b f. perpendiculare alla b c. & far che cadauna di dette due linee c e. & b f. sia eguale solamente alla mita della basa b c. nel restante procede precisamente, come che nella precedente e stato fatto, perche questa operatione non e differente dalla precedente, eccetto che nelle dette due linee c e. & b f. perche nella precedente ciascheduna di dette due linee vuol esser longa quanto, che e la basa b c. & in questa ciascheduna di loro vuol esser longa solamente quanto che e la mita della detta basa b c. si pero non starò abondar in parole, ma operando, come nella precedente trovarai, che ti venira il quadrilatero h g i k. qual con le medesime argumentationi usate nel dimostrar la precedente, dimostrarai anchora questa, cioe prima per la 22 del quinto di Euclide (permutatamente) concluderai la proportione del c g. al g a. esser si, come del b h. al h a. (come medesimamente si fece nella precedente) onde (per la seconda del sesto di Euclide) la linea h g. sara equidistante alla basa b c. e pero il detto quadrilatero e rettangolo, & li lati contrapositi sono eguali.



Similmente volendo dimostrar, che la longhezza i k. sia doppia alla larghezza k g. seguirai si, come nella precedente, concludendo (per la settima del quinto di Euclide) che la prima, & la quinta (cioe la c d. & la d b.) alla seconda (cioe alla c e.) esser si, come la terza, & sesta (cioe la d k. & la i d.) alla quarta (cioe alla g K.) & perche la prima, & quinta insieme, sono doppie alla seconda (cioe alla c e.) similmente la i K. sara doppia alla g k. adunque il detto quadrilatero h g i k. e rettangolo, & la sua longhezza i k. e doppia alla sua larghezza g k. che e il proposito.

Da notare.

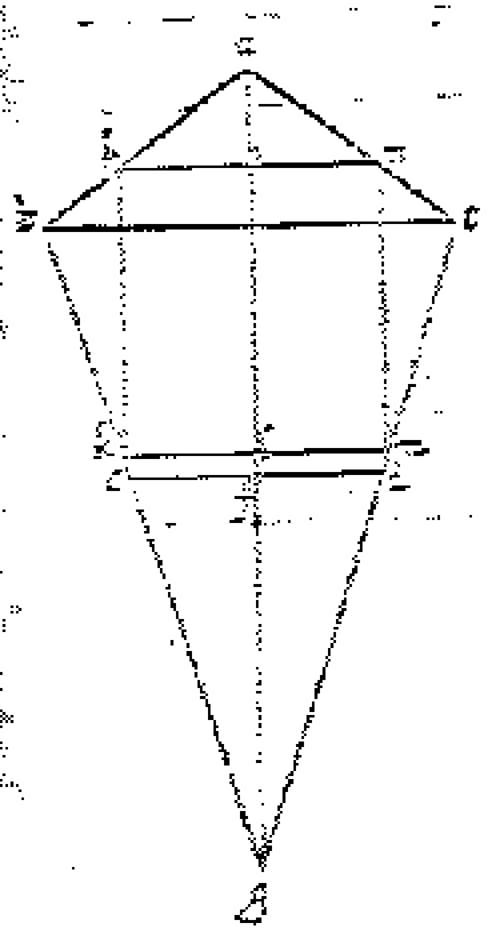
Nota che volendo, che la longhezza del detto rettangolo fusse treppia alla sua larghezza bisogneria, che ciascheduna delle sopradette due linee c e. & b f. fusse solamente il terzo della basa b c. & volendo, che la detta longhezza fusse quadrupla alla detta sua larghezza tu farefti, che ciaschedune di dette due linee . e c. & b f. fusse solamente il quarto della detta basa b c. & cosi discorrendo in infinito.

Ma volendo che tal rettangolo fusse in piedi sopra la basa . b c. tu designarai le dette due linee e c. & b f. che ciascheduna di quelle fusse il doppio della detta basa, cioè volendo, che la longhezza sia il doppio della sua larghezza, ma volendo che tal sua longhezza fusse treppia alla detta sua larghezza, tu doverai designare ciascuna delle dette due linee e c. & b f. treppia alla detta basa . b c. & cosi discorrendo in infinito, & la tua conclusione dimostrarai secondo l'ordine della precedente.

La costruttione con la dimostratione del sopra notato problema mi fu richiesta da Hieronimo Cardano con una sua lettera quando erano anni (come appare nel quesito 3 del nono libro delli miei quesiti, & inventioni diverse) & io per mostrarli, che haveva fatto qualche buon discipolo qua in Venetia io proposi tal quesito a doi miei discepoli, l'uno fu messer Ricardo Ventuorth gentilhuomo Inglese, & l'altro fu messer Zuan'antonio di Rusconi a quel tempo giovene, ma al presente architettore, i quali a concorrenza l'uno, & l'altro in manco d'un giorno mi portorno risolto tal problema, ma per due diverse vie, onde volse che ciascun di loro gli mandasse la sua risolutione scritta di sua mano, ma lui non potete intendere ne l'una, ne l'altra di dette due risolutioni, ma venendo il detto Hieronimo Cardano qua a Venetia con la eccellentia del Signor Marchese dal vasto, mi disse lui non haver potuto intendere ne l'una, ne l'altra di dette due risolutioni all'hor mandate, & mi pregò (credo per ponerla nella sua opera) che gli la dichiarasse, onde commisi al detto messer Ricardo Ventuorth, che viva voce gli la dichiarasse, & dimostrasse, & cosi fece, & restò satisfatto, con laqual questione nella nostra publica disputa (credendo di confondermi con quella) me la propose a me, ma sotto un'altra forma di parlare, & fu il sesto quesito delli 31 a me publicamente proposti, il qual fu è questo dico precisamente in questa forma.

20 Per mezo di Euclide insignatemi in un pentagono equilatero, & equiangolo, un quadrato di modo, che i quattro angoli tocchino quattro lati, & dimostratemi la proportione delle aree loro fra se.

La prima parte di questo quesito non è altro, che il sopra notato problema, come di sotto s'intenderà. Essempi gratia sia il dato pentagono equilatero, & equiangolo a b e d c. volendo in quello descrivere un quadrato, divideremo il lato . e d. in due parti equali in ponto . f. & tiraremo la . a f. & quella produremo retamente insieme con li duoi lati . be . & cd . del pentagono per fin che concorreranno tutte tre insieme in ponto . g. & cosi haveremo formato li duoi triangoli a eg. & a b g. di tre lati inequali, i quali triangoli per esser ambeduoi equali, se in ciascheduno di quelli (per la precedente regola) descriveremo un rettangolo, che la longhezza di quello sia doppia alla sua larghezza, talmente che ciascheduno di detti duoi rettangoli sia seratoito, & disteso con la sua longhezza sopra la basa g a. ambiduoi li detti rettangoli congiunti insieme formaranno un quadrato (come che ciascuno puo considerare, & veder in figura) cioè che il rettangolo . h i k l. descritto nel triangolo . a b g. congiunto insieme con il rettangolo i n m l. descritto nel triangolo a eg. formano il quadrato h n k m. qual quadrato viene anchora a esser inscritto nel detto pentagono a b c d e. perche li suoi quattro angoli toccano li lati del detto pentagono. Si che il detto Cardano, & Lodovico suo creato non si pensavan, che di tal sua negra cattella, ne dovesse esser uscito. La dimostratione di questa nostra risolutione si fa secondo l'ordine detto nella precedente.



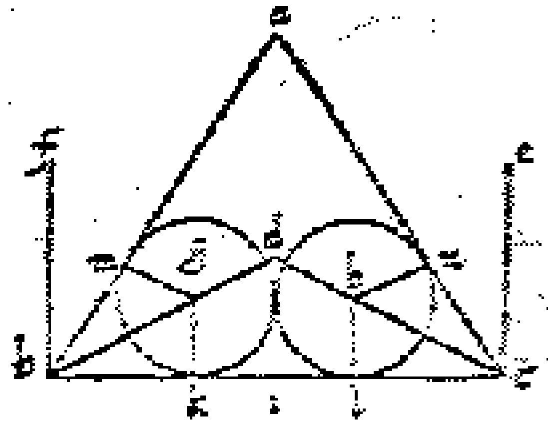
Volendo mo in quantità continua (cioè per linee) assignar la proportione dell'aria del pentagono all'aria del quadrato, bisogna risolvere il detto pentagono in triangoli, & sopra il lato del detto quadrato costituire (per la undecima del secondo capo) un rettangolo equale a l'uno di triangoli del pentagono, & fatto questo sopra quel lato di tal rettangolo, che è equale al lato del quadrato, costituirgli un'altro rettangolo equale a uno de gli altri triangoli del detto pentagono, & cosi andar procedendo per fin che sopra il detto lato del quadrato vi se gli sia descritto un rettangolo equale al detto pentagono, & cosi la proportione del piu longo lato del detto rettangolo al lato del detto quadrato (per la prima del sesto di Euclide) sarà si come l'aria del pentagono all'aria del quadrato, che sarà il proposito.

Ma volendo tal proportione per numeri in altro luogo piu conveniente si trovarà, perche in questa quinta parte non intendo di mostrar di risolvere, salvo che con il compasso, & regga li problemi geometrici, & non per numeri.

21 IN uno dato triangolo equilatero potemo descrivere duoi cerchij equali reposandosi sopra l'uno di lati del triangolo, & li maggiori, che possibil sia. Essempi gratia sia il triangolo equilatero a b c, nelquale volendo in quello descrivere duoi cerchij equali reposandosi ambiduoi sopra

pra

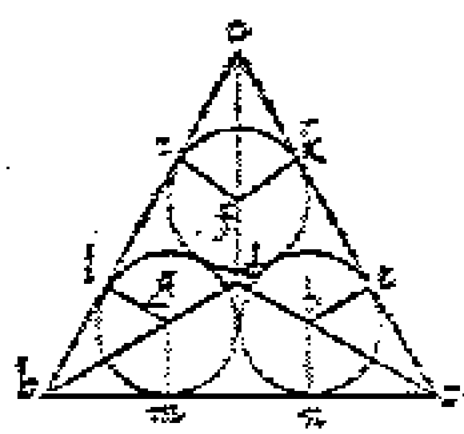
per il lato .b c. & li maggiori, che possibil sia. Divideremo li duoi angoli .b. & .c. in due parti equali (per la regola sua) con le due linee .b d. & .c d. lequali concorreranno in ponto .d. formando il triangolo .b d c. & sopra li duoi lati .b d. & .c d. trovaremo li duoi ponti .g. & .h. secondo la medesima regola, che volessimo a descrivere in quello un rettangolo, che la longhezza fusse doppia alla larghezza, stando con la longhezza sopra la basa, cioe elevando le due linee .b f. & .c e. equali alla metà della basa .b c. & dalli detti duoi ponti .f. e. tirar le due linee al ponto .i. dove caderia la perpendicolare di tal triangolo, lequal linee tirando le segaranno li detti duoi lati .d b. & .d c. nelli detti duoi ponti .g. & .h. lequal linee non ho voluto tirar con inchiostro per non offuscar la figura, hor dapoi che si haverà trovato li detti duoi ponti .g. & .h. da l'uno, & l'altro di quelli tiraremo le due linee .g K. & .h l. perpendicolari alla basa .b c. & similmente le due, cioe .g m. perpendicolare alla .b a. & .h n. a perpendicolare alla .a c. lequal quattro perpendicolari, dico, che sono equali fra loro, perche l'angolo .m b g. del triangolo .m g b. è equale al angolo .g b k. del triangolo .g b k. (per esser diviso l'angolo .b. in due parti equali) & l'angolo .m. del detto triangolo .g b m. è equale al angolo .K. del triangolo .g b k. (per esser l'uno, & l'altro retto) & il lato .b g. è commune a l'uno, & l'altro di detti duoi triangoli, onde (per la vigesima sesta del primo di Euclide) gli altri duoi lati di l'uno sono equali a gli altri duoi lati dell'altro, ciascheduno al suo relativo, cioe il lato .m g. è equale al .g k. & il .b m. al .b K. adonque facendo centro il ponto .g. & descrivendo un cerchio secondo la quantità di .g m. la circonferentia passarà per il ponto .K. & tal cerchio sarà toccante li duoi lati .b a. & .b c. nelli duoi ponti .m. & .K. (per il correlario della decimasesta del terzo di Euclide da noi tradotto) il medesimo seguirà descrivendo l'altro cerchio sopra il centro .h. & secondo la quantità della linea .h n. cioe che passarà per il ponto .l. & perche le due linee .g k. & .h l. sono equali (per le ragioni adutte nelle passate) seguirà li detti duoi cerchij esser equali, & toccanti fra loro, che è il proposito.



Hor per abbreviar parole il medesimo potrai essequire in un triangolo di duoi lati equali, & di tre lati inequali, & farli riposar in se qual lato ti pare.

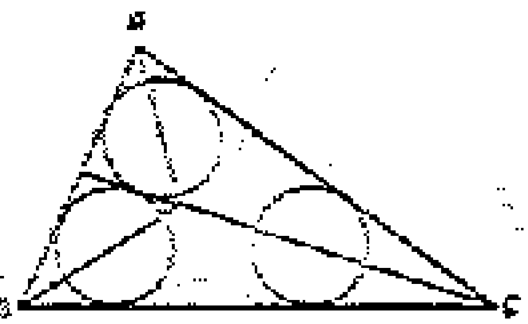
Nota che volendo inscrivere in uno di dette tre specie triangoli, tre cerchij reposanti sopra di uno di suoi lati, qual ti pare, tu seguenti li sopradetti duoi ponti .g. & .h. come se volesti a descrivere un rettangolo di longhezza quadrupla alla larghezza, & così fra l'uno, & l'altro di sopra descritti duoi cerchij, gli ne potrai descrivere un'altro terzo, di quella medesima grandezza, e tutti tre toccaranno quel medesimo lato, & fra loro, & volendone inscrivere quattro cerchij, tu seguerai li detti ponti .g. & .h. come se vi volesti inscrivere un rettangolo, che la longhezza fusse sestupla alla larghezza, & con tal ordine potrai procedere in infinito.

22 ANcora in un dato triangolo equilatero potemo descrivere tre cerchij equali, & li maggiori, che si possa. Essempi gratia sia il dato triangolo equilatero .a b c. volendo descrivere in quello li tre maggior cerchij equali, che capir vi possa, divideremo ciascuno delli tre angoli .a. & .b. & .c. in due parti equali, con le tre linee .a d. .b d. & .c d. & tal triangolo .a b c. sarà diviso nelli tre triangoli .a b d. .b d c. & .c d a. onde in ciascheduna delle tre linee .a d. .b d. & .c d. signaremo li tre ponti .f. g. h. secondo l'ordine della precedente, cioe come se in ciascuno di detti tre triangoli volessimo descrivere uno rettangolo, che la longhezza fusse doppia alla sua larghezza, & che ciascuno di quelli stesse stendito per longo secondo ciascuna basa, & trovati li detti tre ponti .f. g. & .h. da ciascuno di quelli tiraremo le perpendicolari .f i. .f k. .g l. .g m. .h n. & .h o. lequal perpendicolari (per le ragioni adutte nella precedente) saranno equali, e però facendo centro ciascuno di detti tre ponti, & descrivendo sopra ciascheduno un cerchio secondo la quantità di una di dette perpendicolari, la circonferentia di ciascheduno di quelli passarà per la estremità dell'altra perpendicolare toccante ciascheduno li lati del triangolo, & fra loro, come che nella figura appare, che è il proposito.



Nota che se bene considerarai quello, che habbiamo notato sopra la precedente tu potrai descrivere nel detto triangolo equilatero sette, & più cerchij equali.

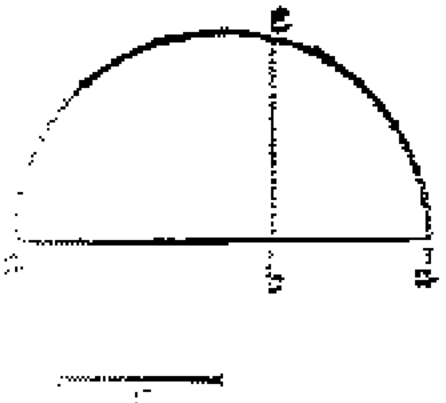
23 IN uno dato triangolo di duoi lati equali potemo descrivere tre cerchij equali, & li maggiori, che sia possibile, non dico reposanti sopra un medesimo lato, ma alla similitudine della precedente, & perche vorria por fine a questa materia. Essempi gratia sia il triangolo .a b c. di tre lati inequali, volendo descrivere in quello tre cerchij equali, & li maggiori, che inscriver vi si possa, bisogna notar che volendone inscrivere solamente duoi, volendo che fussero li maggiori, bisognaria inscrivere reposanti sul lato maggior del detto triangolo, cioè sul lato .b c. & insino li duoi maggiori perche quelli sarà maggior di duoi,



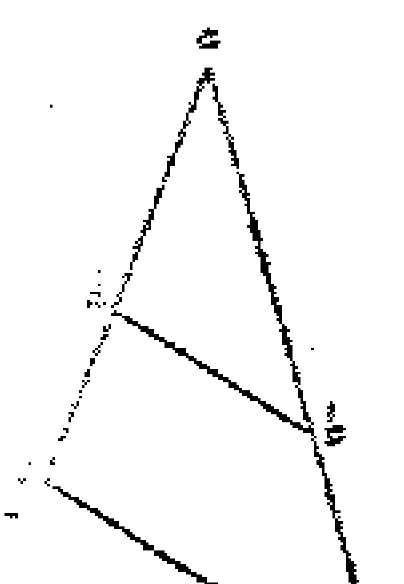
che con la medesima regola fussero descritti repossanti sopra il lato mezzano . a c. & quelli repossanti sopra il detto lato mezzano saranno maggiori delli duoi, che fussero descritti repossanti sopra il lato menore . a b. E per tanto volendo nel detto triangolo a b c. descrivere tre cerchi equali, & li maggiori, che sia possibile, egli e manifesto, che non ponno esser tutti tre di quella grandezza, che sariano li duoi soli descritti sopra il lato maggior . b c. ma in instante ponno esser tutti tre eguali a quelli duoi soli, che fussero descritti sopra il lato menore a b. vero e che descritti li duoi repossanti sopra il lato menore a b. li loro centri (per la regola data) caderanno sopra le due linee . a d. & . b d. che dividono li duoi angoli a. & . b. in due parti eguali. Il terzo cerchio eguale a ciaschaduno delli detti duoi il suo centro cadera per su la linea c d. che divide l'angolo . c. in due parti eguali, ma volendo che tal cerchio tocchi l'uno, & l'altro delli duoi lati . a c. & . b c. non toccara ne l'uno, ne l'altro delli duoi descritti repossanti sopra il detto lato menore a b. anzi sara alquanto lontano da l'uno, & l'altro di quelli, come nella figura appare, & piu, & meno secondo la qualita, over differentia di detti tre lati, & perche a voler dimostrar tutte queste differentie, vi andaria da dir assai, mi che dubito, che si veneria in fastidio, si che per non esser materia molto importante, non mi voglio estendere piu oltra, ma basta assai haverti avvertito, avvertendoti anchora, che molte volte, secondo la differentia di detti tre lati del triangolo, li detti tre cerchij eguali li maggiori, che inscrivere si potessono nel detto triangolo, sariano secondo la quantita di ciascuno delli duoi descritti repossanti sul lato mezzano, come saria sopra il lato a c. e pero avvertirai.

Da questi sopra notati problemi si puo comprendere, come che le scientie vanno continuamente augumentando, perche dalla solutione da me trovata per risolvere quella questione a me proposta di descrivere in un triangolo equilatero un quadrato, non solamente mi fece trovar la regola generale da essequire tal effetto in ogni specie di triangolo, ma anchora da inscrivere in ciascuna specie di triangolo diverse specie di rettangoli in diversi modi collocati, dalliquali inventioni habbiamo poi trovato la regola generale da inscrivere in ciascuna di dette specie di triangoli duoi, over tre, over piu cerchij eguali, & li maggiori che inscrivere si possa, dallequal cose infinite altre simili si poria trovare, e pero voglio por fine a questa materia.

Il modo, over regola di saper risolvere con il compasso, & riga geometricamente li problemi del sesto libro di Euclide. Cap. XI.



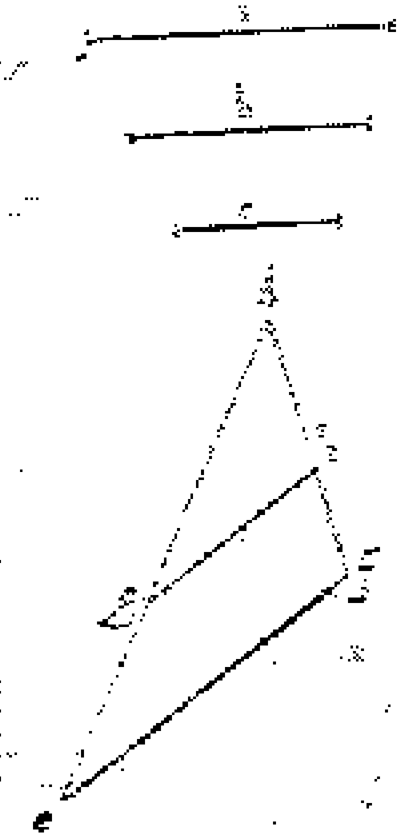
1 ADue proposite rette linee potemmo trovare una media proportionale. Essempi gratia sia le due proposite rettilinee a b. & c. volendo fra quelle trovar una linea, che gli sia media proportionale, aggiongerai alla linea a b. la linea b d. eguale alla c. & sopra tutta la a d. descriverai il mezzo cerchio a e d. fatto questo dal ponto . b. erigerai la linea b e. perpendicolare alla a d. hor dico la linea . b e. esser quella che cercamo, cioe esser media proportionale fra la a b. & b d. & questo si verifica per la trentesimaprima del terzo, & per la prima parte del corrolario della ottava del sesto di Euclide, perche tirando dal ponto . e. una linea alla a. & un'altra al d. l'angolo causato da quelle in ponto e. sara retto (per la detta trentesima prima del terzo di Euclide) & la perpendicolare e b. che si parte dal detto angolo retto in ogni triangolo rettangolo (per la prima parte del detto corrolario della ottava del sesto di Euclide) e sempre media proportionale fra le due settioni, che fa della basa, e pero la proportione della linea a b. alla b e. & si come della b e. alla b d. & la b d. fu tolta eguale alla c. e pero seguita il proposito. Questo problema non si poria risolvere naturalmente, cioe a tastoni.



2 ADue date rette linee potemmo ritrovare una terza a quelle in continua proportionalita. Essempi gratia siano le due date rette linee a b. & c. volendone trovar una terza (conseguente alla c.) in continua proportionalita, congiongerai la a d. angolarmente con la a b. in ponto a. et fa che la detta a d. sia eguale alla c. poi tira la d b. poi produrrai la a b. fino in e. talmente che la b e. sia eguale alla a d. (cioe alla c.) & dal ponto e. sia tirata la e f. equidistante alla d b. & sia anchor protratta la a d. per fino a tanto, che la concorra con la e f. in ponto f. hor dico la linea d f. esser quella, che cercamo, perche (per la seconda del sesto di Euclide) la proportione della a b. alla b e. e si come della a d. alla d f. ma della a b. alla b e. e si come della detta a b. alla a d. (per esser la a d. eguale alla b e.) per laqual cosa della a b. alla a d. e come della a d. alla d f. & perche la a d. fu tolta eguale alla c. seguita il proposito.

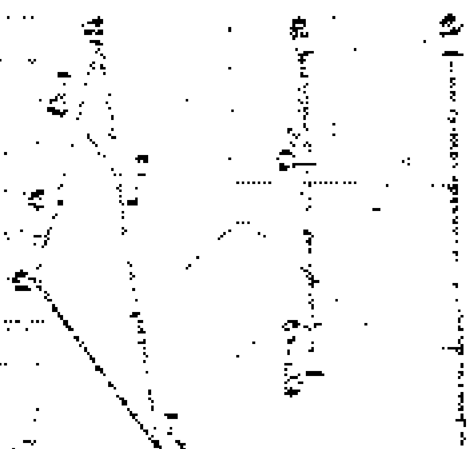
Ma se tu volesti, che la detta terza fusse conseguente alla . a b. tu procederesti al contrario, cioe tu poneresti la a b. in luogo della a d. & della b e. & procederesti, come hai fatto. Questo non si poria naturalmente risolvere.

3 [D]A tre date rette linee potemmo trouare vna quarta proportionale. Essempi gratia siano le tre date rette linee. a. b. c. volendo trouar vna quarta proportionale conseguente alla. c. congiongerai angolarmente le due linee. d e. & d f. & della. d e. taglierai le due parti. d g. & g e. talmente che la. d g. sia eguale alla. a. & la. g e. alla. b. & della. d f. ne taglierai la. d h. eguale alla. c. & dal ponto. e. protrarai la linea. e f. equidistante alla. g h. laqual concorrera con la. d f. in ponto. f. hor dico che la. h f. è quella che si cerca, cioe la quarta proportionale alle dette tre linee. a. b. c. (per la seconda del sesto di Euclide) perche nel triangolo. d e f. sia vn lato di quello, cioe alla. e f. è protratta la. g h. equidistante, e pero si come della. d g. alla. g e. cosi è della. d h. alla. h f. & la. d g. fu tolta eguale alla. a. & la. g e. alla. b. & la. d h. alla. c. onde si come della. a. alla. b. cosi della. c. alla. h f. che è il proposito.



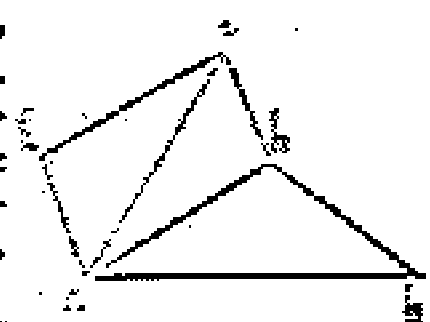
Nota che non è necessario in questo caso, che la. c. sia continua proportionale alle due. a. & b. ma puo essere, & non essere, basta che sotto conditione, seguita che dalla. a. alla. b. sia si come dalla. c. alla. h f. come si ricerca, non si poria questo naturalmente essequire.

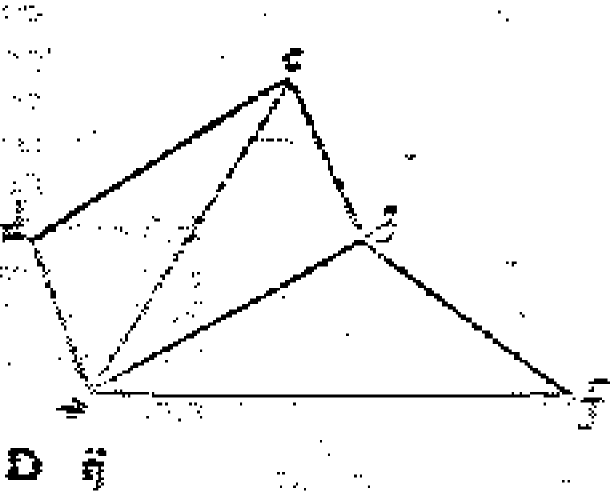
4 [D]A vna data retta linea ne potemmo tagliare vna assignata parte. Essempi gratia sia la data linea. a b. volendo di quella tagliare vna data parte rationale, come saria a dire il terzo, congiongerai con quella angolarmente come si voglia la linea. a c. d'indefinita quantita, dallaquale ne segarai tre eguali parti, lequali siano. a d. d e. & e c. & dal ponto. c. tirarai la linea. c b. & dal ponto. d. tirarai la. d f. equidistante alla. c b. hor dico la. a f. esser quella, che si cerca, cioe la terza parte della. a b. perche la proportione della. c d. alla. d a. (per la seconda del sesto di Euclide) è si come della. b f. alla. f a. per laqual cosa congiontamente della. c a. alla. d a. è si come della. b a. alla. a f. conciosia adunque, che la. c a. sia tripla alla. d a. seguita, che la. b a. sia tripla alla. a f. e pero la detta. a f. è la terza parte della. a b. che è il proposito, vn simil problema facilmente poria esser risolto dal pratico naturalmente, perche a tastoni apprendo, & stringendo tante volte il compasso, che trouera sensibilmente in materia la terza parte di qual si voglia retta linea proposta, ouero qual si voglia altra parte proposta.



5 [P]Roposte due rette linee, vna diuisa in parti, & l'altra non diuisa. Potemmo diuidere la non diuisa al modo della diuisa, essempi gratia sia le due linee. a b. & a c. la. a b. diuisa in tre parti nelli duoi ponti. d. & e. & la. a c. non diuisa. Hor volendo diuidere la. a c. non diuisa al modo della. a b. diuisa, congiongerai angolarmente le dette due linee (come di sotto si vede in ponto. a.) fatto questo tirarai la. b c. & dalli duoi ponti. d. & e. tirarai le due linee. d f. & e g. equidistanti alla. b c. hor dico le dette due equidistanti diuidere la. a c. in parti proportionali alle parti della. a b. nelli duoi ponti. f. & g. & tutto questo si dimostra sopra la. 2. del sesto di Euclide, per mezo della seconda del medesimo, mediante anchora la. 34. del primo, & la [illegible] del quinto di esso Euclide. Questo problema non poria esser risolto naturalmente.

6 [S]Opra vna data retta linea potemmo descriuere vno rettilineo simile, & similmente posto a vno dato rettilineo. Essempi gratia sia la data linea. a b. & il dato rettilineo. c d e f g. volendo sopra la detta linea. a b. designare vno rettilineo simile, & similmente posto al dato rettilineo. c d e f g. risoluerai il detto rettilineo in triangoli, ducendo le linee. e g. & e c. & sopra il ponto. b. farai vn'angolo eguale al angolo. f. ducendo la linea. b h. & sopra il ponto. a. constituirai vn'angolo eguale al angolo. f e g. ducta la linea. a h. quale s'interseca con la. b h. in detto ponto. h. onde (per la. 32. del primo di Euclide) l'angolo. h. sara eguale al angolo. e g f. e pero (per la quarta del sesto di Euclide) li detti duoi triangoli. g e f. & h a b. saranno simili, & de lati proportionali, farai anchora in ponto. a. con la linea. h a. l'angolo. h a i. eguale al angolo. g e c. & sopra il ponto. h. farai l'angolo. a h i. eguale al angolo. e g c. ducta la linea. h i. laqual concorrera con la linea. a i. in ponto. i. onde (per le medesime ragioni dette di sopra) il triangolo. a i h. sara simile al triangolo. e g c. similmente farai l'angolo. i a K. eguale al angolo. c e d. & similmente l'angolo. a i K. eguale al angolo. e c d. ducte le linee. a K. & i K. lequali concorreranno insieme in ponto. K. & cosi il triangolo. a i K. (per le ragioni dette) sara simile al triangolo. c d e. & tutto il rettilineo. a b h i K. (per la diffinitione delle figure simili) sara simile al dato rettilineo. c d e f g. perche gli angoli dil'uno sono eguali a gli angoli dell'altro (ciascuno al suo relatiuo) & li lati sono proportionali, per la similitudine di triangoli, che lo compongano, e pero seguita il proposito.

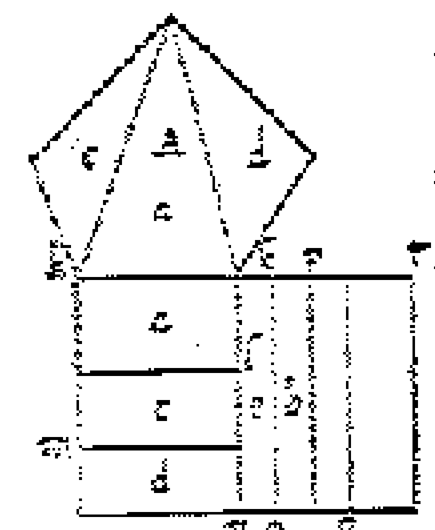


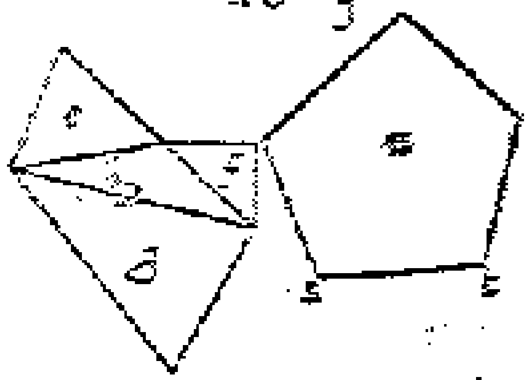


Nota che la data linea a b. si puo far esser relatiua a qual lato ti pare, douente che quello, che tu designerai su lo facci esser similmente posto all'altro, cioe che l'uno, & l'altro habbia quella relatiua linea per basa.

Con questa regola si puo tirare ogni figura rettilinea granda in piccola, & una piccola in granda. Et se per sorte la data figura non fusse rettilinea, ma contenuta da linee curue, bisogna in tal caso con triangoli (da tal figura curuilinea) cauarne una rettilinea accostandosi con detti triangoli piu vicino, che si possa alle curuita, & dapoi designar tal figura rettilinea inferiore, granda, ouer piccola, & dapoi aggiongerui per pratica quelle curuita grado sse nella prima figura, & cosi hauerai l'intento tuo.

Li pratici communi per tirare una figura, che sia grande in piccola costumano a farlo con una graticola.

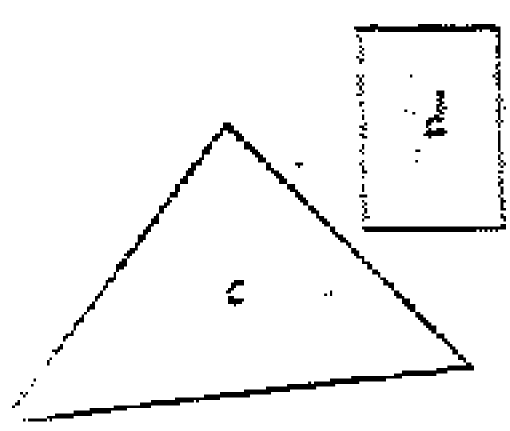




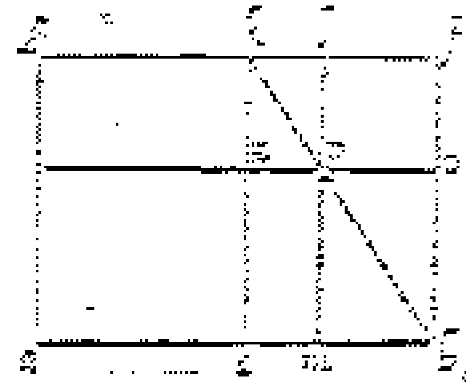
1 POtemo designare una superficie simile a una data superficie rettilinea, & a un'altra proposta equale. Essempi gratia siano proposte due superficie rettilinee. A. pentagona, & B. uno rettilineo di sei lati, volendo designare una superficie simile alla a. & equale al b. risoluerai l'una, & l'altra in triangoli, la a. nelli triangoli. c. a. d. & la b. nelli triangoli. e. h. f. g. & sopra la basa della superficie. A. costituirai (secondo la dottrina della decimaquarta del secondo capo) una superficie de lati equidistanti rettangola, equale al triangolo. a. laqual sia. h l. & similmente la l m. equale al triangolo. c. & la m n. equale al triangolo. d. tal che tutta la superficie rettangola. h n. costituita sopra la. h k. sara equale al pentagono. A. Et per il medesimo modo sopra la linea. n m. (laquale è il secondo lato di questa superficie) costituirai una superficie rettangola equale alla figura rettilinea. B. cioe sara la. k o. equale al triangolo. e. & la. o p. equale al triangolo. h. & la p q. equale al triangolo. f. & la q r. equale al triangolo. g. onde tutta la superficie rettangola venira a esser equale a tutto il rettilineo. B. dapoi (per la prima di questo capo) trouarai la linea. s t. media proportionale, fra la linea. h k. & la k r. & sopra quella (per la precedente) costituirai la superficie. u. simile alla superficie. A. laquale dico esser quella, che cercamo, cioe simile alla data superficie. A. & equale alla superficie. B. (come dimostra Euclide nella vigesima quinta del suo sesto libro) che è il proposito.

Nota che il pentagono. A. non è necessario, che sia equilatero, & equiangolo, ma puo essere, & non essere, perche tal problema è generale.

2 PRoposta una superficie rettilinea potemo designare sopra a qualunque data retta linea uno parallelogrammo equale a quella, alquale manchi a compir la linea uno parallelogrammo simile a un'altro parallelogrammo proposto, vero è che bisogna, che la detta proposta superficie non sia maggiore del parallelogrammo collocato sopra la mita della data linea, simile al proposto, & secondo l'esser suo, perche si incorreria a l'impossibile (per la vigesima settima del sesto di Euclide.) Essempi gratia sia l'assignata retta linea a b. & il proposto triangolo. c. & lo proposto parallelogrammo. d. volendo sopra la. a b. designare uno parallelogrammo equale al triangolo. c. talmente che manchi a compir la linea a b. un parallelogrammo simile al. d. Et sia cosi conditionato, che lo triangolo. c. non sia maggiore del parallelogrammo simile al. d. collocato sopra la mita della linea. a b. altramente essendo (come di sopra è stato detto) si incorreria all'impossibile (per la detta 27 del sesto di Euclide) adunque diuiderai la linea. a b. in due parti equali in ponto. e. & (secondo la dottrina della sesta di questo) sopra la. e b. mita di quella costituirai il parallelogrammo. e f. simile al. d. & compirai sopra tutta la linea. a b. lo parallelogrammo b g. hor perche il triangolo. c. non è maggiore del parallelogrammo. e f. ma equale a quello, ouer menore si, come è stato detto, se'l sara a quello equale, sara lo parallelogrammo. e g. quello che cercamo (per la 36 del primo di Euclide) tirando con la prima parte della nona del quinto, & per la diffinitione delle superficie simili, & della 21 del detto sesto) ma s'egli è menore, sia menore in alcuna superficie, alaquale ne sia fatta una equale, & simile alla. d. (per la precedente) laquale supponemo, che sia la. h. e pero la. h. sara anchora simile al. e f. & sara equiangola a quello, & de lati proportionali, tirarai adunque nel parallelogrammo. e f. il diametro. b k. & nel ugura li lati. x f. & . e k. della superficie. e f. a la misura di lati della superficie. h. tirare le linee. l m. & n o. equidistanti alli lati della superficie. e f. segandosi in ponto. p. talche la superficie. k p. sia equale, & simile alla superficie h. & sara (per la 24 del sesto di Euclide) il ponto. p. nel diametro. k b. tirando adunque la o n.



sino alla a g. dico che il parallelogrammo .a p. esser quello, che e stato proposto di fare, perche quel manca al compimento di tutta la linea a b. il parallelogrammo p b. il quale per la 27. & 28 del sesto di Euclide, e simile al parallelogrammo d. anchora tal parallelogrammo a p. e eguale al triangolo c. (come dimostra Euclide sopra la 28 del suo sesto libro) & tal parallelogrammo .a p. manca a compire tutta la linea a b. il parallelogrammo p b. il quale (per la 21. & 24 del sesto di Euclide) è simile al d. che e il proposito.



Questa particola, che in fine della soprascritta propositione, ouer problema, che dice simile al proposto, & secondo l'esser suo, vuol inferire, che sia simile al proposto, & similmente disposto, della qual cosa nella risolutione di tai problemi, bisogna molto auertire, altramente si poria tal volta concludere non rettamente il proposito, perche tal hora vn tal problema si potra concludere in duoi diuersi modi, & tal hora per vn modo sara solubile, & per l'altro impossibile, come essempi gratia sel dato triangolo c. fusse di superficie poniamo piedi 22 superficiali, & che la data linea a b. fusse piedi 12 lineali, & lo proposto parallelogrammo d. fusse rettangolo, & che la longhezza di questo fusse doppia alla larghezza, & volendo concludere il soprascritto problema, dico che descriuendo sopra la mita della data linea a b. (cioe sopra la b e.) vno parallelogrammo simile al d. & ponendo la detta linea b e. per longhezza di quello, saria impossibile di concludere tal problema (per la 27 propositione del sesto di Euclide) perche essendo la sua longhezza la linea b e. laquale e piedi 6. (dal presupposito) la sua larghezza bisognaria esser piedi 3. douendo esser simile al d. onde l'aria sua verria a esser piedi 18 superficiali, laqual saria menore di quella del triangolo c. la quale e 22. (dal presupposito) ma ponendo la detta linea b e. per larghezza del detto parallelogrammo, ben si potra concludere tal problema, perche essendo la sua larghezza piedi 6 la sua longhezza bisognara esser piedi 12. (douendo esser simile al d.) onde l'aria sua verra a esser piedi 72 superficiali, laquale sara molto maggiore dell'aria del detto triangolo c. come si conuiene, & concludendo tal problema, per li modi dati di sopra, la superficie h. verra a esser 50 (cioe longa piedi 10. & larga 5. per ilche la k l. verria esser pur piedi 5. & la e m. piedi 10. & perche la e m. e eguale alla K l. (per la 34 del primo di Euclide) seguira, che la a m. sia piedi 11. & la m p. verria a restar piedi 2. & l'aria del parallelogrammo a p. verria a esser 22. che saria eguale all'aria del detto triangolo c. il come fu proposto di fare, e pero nella risolutione di tai problemi (volendoli concludere rettamente) bisogna che il parallelogrammo, che si descriue sopra la mita della linea data, non solamente sia simile al dato, ma bisogna, che sia anchora similmente posto, altramente la conclusione si poria riprobar per falsa, & massimamente quando che il dato parallelogrammo fusse di duoi lati non eguali, e pero quando che ti fusse proposto vn tal problema, bisogna che tu ti facci chiarire dal proponente, come vuole che tal parallelogrammo sia collocato, se non vuoi che ti possa opponere alla tua conclusione, perche tu lo potresti collocarlo a vn modo, & lui diria, che lo vuole a vn'altro modo, come costumano alcuni cauillosi, che propongano alcuni casi, che si ponno intender in duoi modi per poterui opponer solo, come si voglia, come fece a me il Cardano, & Lodouico Ferraro suo creato, che nel primo suo quesito mi proposero nella nostra publica disputa (come in altri luoghi habbiamo detto) fu questo, egli e vn triangolo, del quale vno di suoi lati è lato d'uno eptagono, & il secondo lato e opposito a duoi lati del medesimo eptagono dimostratemi, non passando il sesto di Euclide, qual proportione hanno fra loro tutti i tre lati di detto triangolo.)

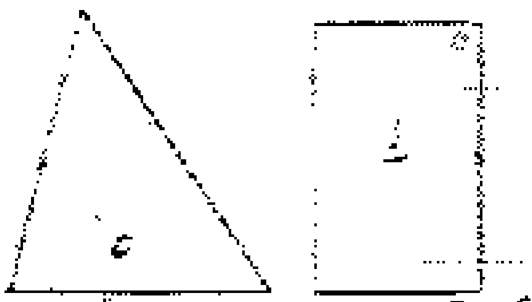
Nel qual quesito cauillosamente, non dicono, che vogliamo, che tal eptagono sia equilatero, & equiangolo, con intentione se io non daua la risolutione a tal quesito per non hauerli stan hora la scienza di tal figura, come in altri luoghi habbiamo detto, loro haueriano qualche particolar modo da risoluere tal quesito in qualche eptagono non equilatero, ouer non equiangolo, & perche io gli diedi risolutione a tal quesito secondo vn conditionato eptagono non equiangolo, laqual mia risolutione vista da loro, risposero che la mia risolutione era falsa, perche voleuano che il detto eptagono fusse equilatero, & equiangolo, & quando andai a sua presentia a Milano fra le altre cose, che io gli dissi, gli dissi, che mi risoluessero loro tal quesito, ma feciono orecchie sorde a tal mia proposta.

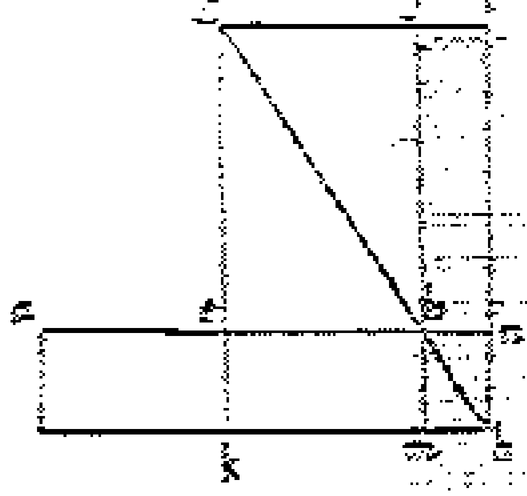
Cauillosita di Hieronimo Cardano, & di Lodouico Ferraro suo creato.

Siche voglio inferire, che da persone cauillose si costuma di questi tratti, e pero te ne ho voluto auertire nel sopra notato problema.

Il modo di trouare geometricamente sel parallelogrammo e sia menore, ouer maggiore, ouero eguale al triangolo c. & di quanto sia, mostraro nella duodecima del secondo capo. il modo poi di fare la superficie h. eguale al quadrato della detta differentia, & simile alla superficie d. si fa per la precedente propositione, ouer problema.

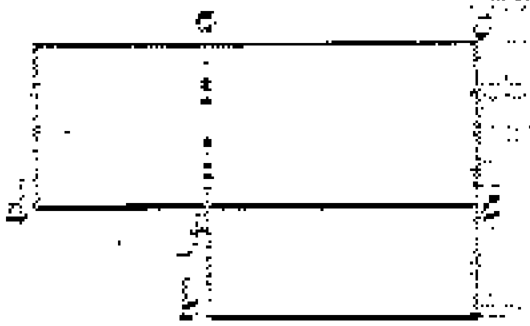
9 Sopra vna data retta linea potemmo costituir vno parallelogrammo eguale a vna data superficie rettilinea, il quale aggionga, ouer soprabondi al compimento della data linea vna superficie di equidistanti lati simile a vna superficie di equidistanti lati. Essempi gratia sia la data retta linea. a b. & il dato triangolo. c. & il dato parallelogrammo. d. volendo sopra la linea. a b. costituire vno parallelogrammo eguale al triangolo. c. il quale aggionga, ouero che soprabondi a tutta la linea. a b. vn parallelogrammo simile al. d. diuiderai la linea. a b. in due parti eguali in ponto. e. & sopra. e b. mita di quella, farai il parallelogrammo. e f. simile al. d. secondo il modo dato nella sesta di questo, & secondo per la settima di questo farai il parallelogrammo. k l. il quale ha il diametro. e g h. simile al. d. & equale alle 2 superficie. e f. & c. & sara (per la vigesima prima del sesto di Euclide) k l. simile al. e f. soprapposta adunque la superficie. k l. alla superficie. e f. talmente, che ambedue communicano nel angolo, sara (per la 26 del sesto di Euclide) la superficie. e f. fatta intorno al diametro della superficie. k l. onde il ponto. b. e nel diametro. g h. compirai adunque lo parallelogrammo. a h. il quale dico esser quello, che e stato proposto, come dimostra Euclide nella 29 del suo sesto libro, cioe che il detto parallelogrammo. a h. e eguale al triangolo. c. & tal parallelogrammo soprabonda la linea. a b. nel parallelogrammo. n m. qual e simile al. d. (per la 22. & 24. del sesto di Euclide) che e il proposito. Et con tal ordine procederesti quando che in luogo del triangolo. c. fusse posto ogn'altra sorte di figura rettilinea. Per summar insieme il triangolo. c. con il parallelogrammo. e f. procederai secondo l'ordine dato nella nona del quinto capo, & hauerai vn quadrato eguale a tai due superficie, il qual quadrato per farne vn parallelogrammo simile al. d. procederai per la settima di questo, & per la sesta, & hauerai l'intento.





10 Potemmo diuidere qualunque proposta linea terminata secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi.

Essempi gratia sia la proposta linea. a b. la quale volendola diuidere secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, & per altra via di quella, che fu mostrata sopra la seconda del quarto capo, sopra della detta linea. a b. descriue il quadrato. b c. & al lato. a c. di quello descriue (secondo la regola della precedente) lo parallelogrammo. c d. eguale al quadrato. b c. il qual parallelogrammo soprabondi al compimento della linea. a c. il parallelogrammo. a d. il quale sia simile al. b c. (cioe che sia quadrato) & sia il lato del detto parallelogrammo. c d. che e equidistante al lato. a c. il. d e. & seghi la linea. a b. in ponto. f. hor dico la linea. a b. esser diuisa in ponto. f. secondo la detta proportione hauente il mezo, & duoi estremi, perche. a d. e quadrato, per esser simile al. b c. onde il lato. a f. eguale al. f d. & lo lato. f e. e eguale al. a b. per esser eguale al. a c. (per la 34 del primo di Euclide) & perche. c d. e eguale al. b c. leuando vna communamente a l'uno, & l'altro lo rettangolo. c f. (per commune sententia) lo restante. a d. sara eguale al restante. e b. & l'angolo. f. de l'uno sara eguale al angolo. f. de l'altro, adunque (per la decima quarta del sesto di Euclide) li lati sono mutuati per tanto del. e f. al. f d. sara si come del. a f. al. f b. & perche lo. e f. e eguale al. a b. & lo. f d. al. a f. sara dal. a b. al. a f. si come dal. a f. al. f b. adunque (per la diffinitione) e diuisa secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, che sara il proposito.



Seguita il modo, ouer regola di saper risoluere con il compasso, & riga geometricamente varij, & diuersi problemi non posti da Euclide, & prima circa il trouar, et segar vna, ouer piu linee con diuerse conditioni. Cap. XII.

1 A Qualunque proposta retta linea potemmo trouare due altre rette linee da quella continue proportionali in tal specie di proportione, che il quadrato della prima proposta sara eguale alli quadrati delle altre due.

Essempi gratia la data linea. a b. volendo trouarne due altre da quella continue proportionali in tal specie di proportione, che il quadrato della detta. a b. sia eguale alli quadrati delle altre due. Diuidela detta linea. a b. secondo la proportione hauente il mezo, et duoi estremi, onde procedendo secondo l'ordine dato nella precedente, ouer per la seconda del quarto capo trouarai la sua maggior parte essere eguale alla. b d. & la menore alla. a d. hor dico che la. b d. sara la terza linea proportionale delle dette 2. che si ha da trouare, fatto questo fra la. a b. et la. b d. troua vna media proportionale, onde (procedendo secondo la regola data nella prima del precedente capo) trouarai quella esser eguale alla. b c. & questa sara la seconda delle dette tre

continue

continue proportionali, dellequali il quadrato della prima (cioe della a b.) dico esser eguale alli quadrati delle altre due, cioe della b c. & della c d. Perche egli e manifesto (per la seconda del secondo di Euclide) che il quadrato di tutta la a b. e eguale a quelli duoi rettangoli, che faranno fatti dal dutto della medesima a b. nelle due parti d b. & a d. & perche il dutto della detta a b. nel la sua menor parte a d. e eguale al quadrato della sua maggior parte, cioe al quadrato della b d. (qual e la terza linea delle tre continue proportionali) & il dutto della medesima linea a b. nel l'altra sua parte (cioe nella d b. maggiore) e eguale al quadrato della b c. (per esser quella media proportionale fra la a b. & d b.) seguita adunque il detto quadrato della linea a b. esser eguale alli quadrati delle dette due continue proportionali, cioe delle due b c. & b d. che e il proposito.

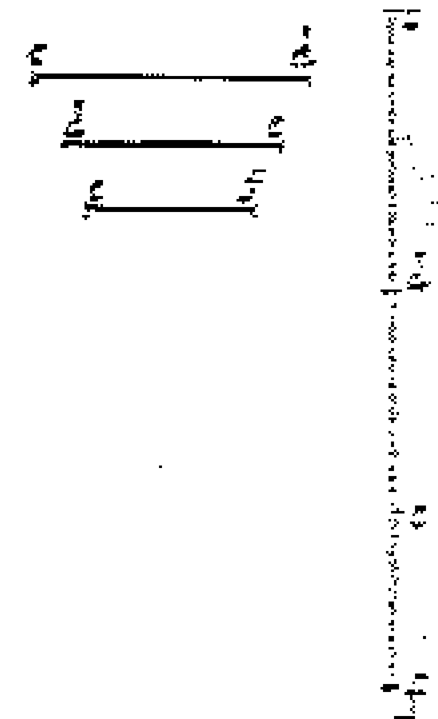
Nota che da questa propositione si puo formar molte altre sottilissime questioni, dellequali per avertirte ne pongo solamente le due seguenti.

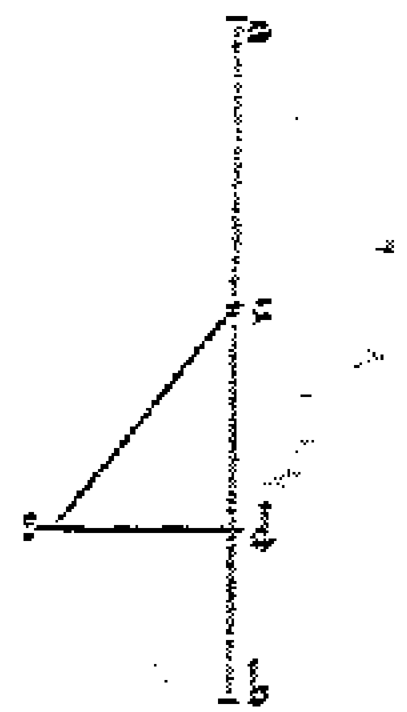
2 Ogni proposta retta linea potemmo segare in tre parti continue proportionali di tal sorte, che il quadrato della maggior parte sia eguale alli quadrati delle altre due. Essempi gratia sia la detta retta linea a b. volendo di quella farne tre parti continue proportionali, con la sopradetta conditione, pigliarai vn'altra linea longa, come ti pare (poniamo la c d.) & a questa (secondo la regola data nella precedente) trouarai le due d e. & e f. da quella continue proportionali, che il quadrato della detta c d. sia eguale alli quadrati delle dette due d e. & e f. trouate queste tre linee continuale direttamente in longo ordinatamente, come in margine vedi, & cosi tu hauerai due linee, cioe la a b. non divisa, & la c f. divisa in tre diuerse parti nelli duoi ponti d. & e. E per tanto diuidendo la a b. non divisa (per la regola data nella quinta del precedente capo) al modo della divisa, & hauerai il proposito (per la seconda del decimoquarto libro di Euclide) nelqual si approua, & dimostra ciascuna cosa, che interuenghi a vna linea divisa secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, il medesimo interuenire a ogni altra similmente divisa.

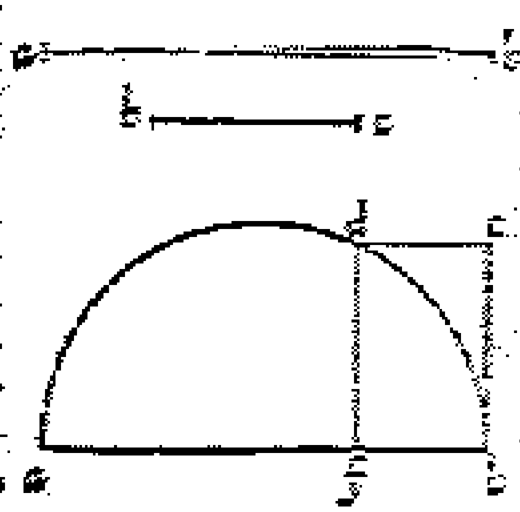
3 Ogni proposta retta linea potemmo diuidere in tre tai parti continue proportionali, dellequai tre parti facendone vn triangolo, di necessita sara orthogonio, cioe rettangolo. Essempi gratia sia la data retta linea a b. volendola diuidere in tre parti (come e detto) cioe continue proportionali, che di quelle tai tre parti facendone vn triangolo, quel sia rettangolo, sia divisa la detta linea a b. in tre parti continue proportionali, secondo l'ordine dato nella precedente, cioe che il quadrato della maggior parte, sia eguale alli quadrati delle altre due parti, onde operando (come e detto) secondo la regola data nella precedente, si trouara la maggior parte esser eguale alla a c. & la media alla c d. & la minima alla d b. dellequai tre parti formandone il triangolo c e d. quel di necessita sara rettangolo, perche essendo la c e. eguale alla a c. & la d e. alla d b. seguita, che il quadrato della c e. sia eguale alli quadrati de gli altri duoi lati c d. & d e. onde per la vltima del primo di Euclide, l'angolo d. sara retto, e pero seguita il proposito.

4 Date due linee rette inequali, dellequali la maggior sia piu che doppia della menore. Potemmo della maggiore far due tai parti, che la menore sia media proportionale fra quelle parti. Essempi gratia siano le due date rette linee a b. & b c. & sia la a b. piu che doppia della b c. volendo far due tai parti della a b. che la b c. sia media proportionale fra quelle due parti. Sopra la estremita b. della a b. sia posta la b c. ad angolo retto, & sopra la detta a b. sia descritto il semicircolo a d b. qual sara contingente, ouer toccante la c b. in ponto b. & dal ponto c. sia tirata la c d. equidistante alla a b. laqual segara la circonferentia del circolo in ponto d. & dal ponto d. sia tirata la d f. equidistante alla c b. cioe perpendicolare alla a b. hor dico le due parti a f. & f b. esser quelle, che ricercamo, perche la d f. e media proportionale fra le dette due parti (per la nota del sesto di Euclide, registrata nella prima del precedente capo) & la detta d f. e eguale alla c b. (per la 34 del primo di Euclide) e pero seguita il proposito.

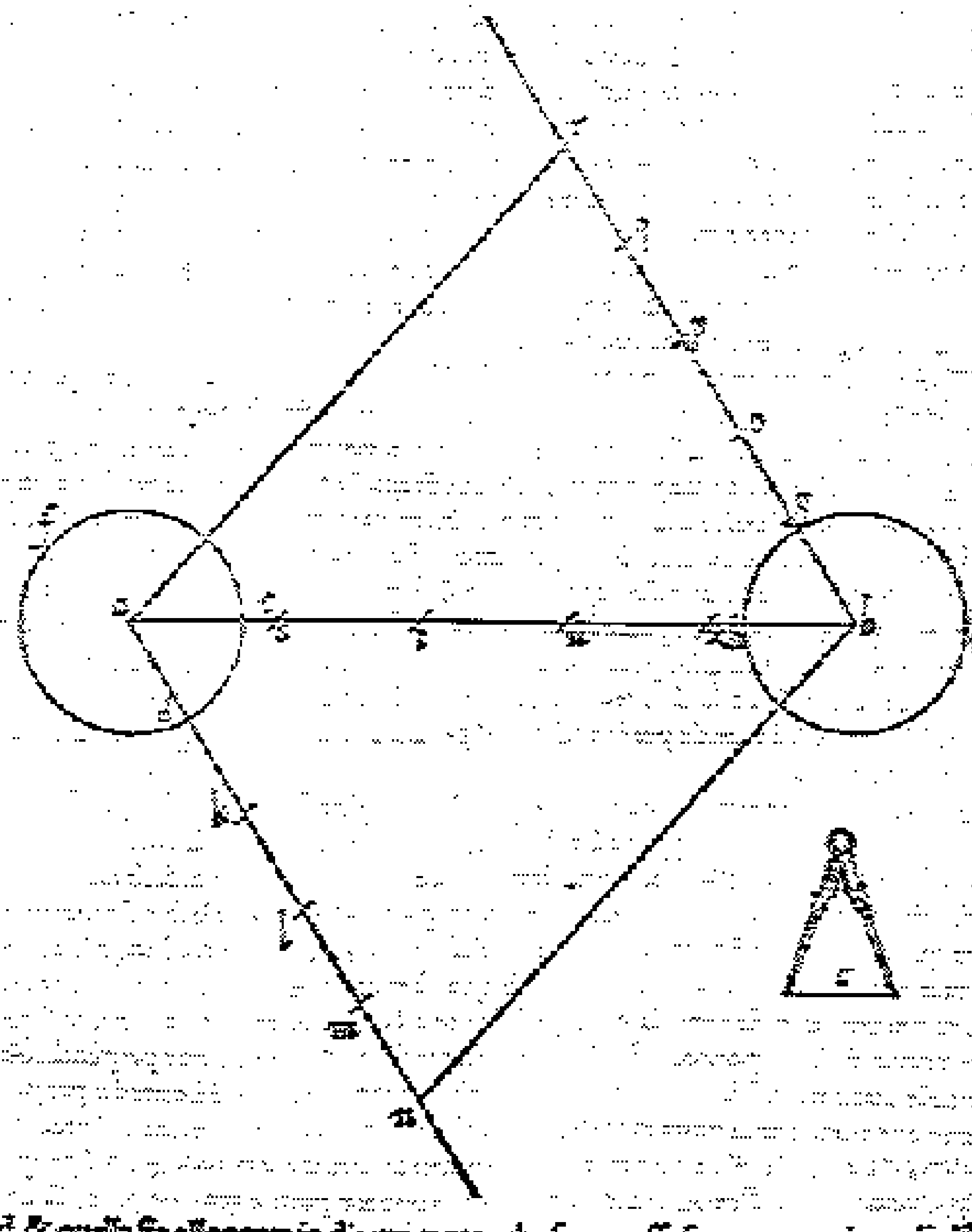
5 Potemmo diuidere ogni data retta linea in quante parti eguali ne pare, & con qual si voglia appritura di compasso, proposta dallo auersario, il qual problema mossi insieme con molte altre simili particolarita al tempo, che giostraua con cartelli con Hieronimo Cardano medico milanese, e con Lodouico Ferraro suo creato. Et questo tal problema (quando andai a Milano per disputar viua voce con loro la nostra publica disputa) fu da me proposto al detto Lodouico alla presentia della eccellentia del Signor Nicolo Secco, a quel tempo Capitano di giustitia in Milano, ma il detto Lodouico non lo seppe realmente risoluere, saluo con certi longhi presupposti gia per otto mesi auanti studiati per risoluer parte delli miei 31 quesiti in tal materia a lor proposti, & io per gentilezza gli mostrai publicamente il modo di risoluere tal problema, laqual cosa vista, & intesa dalla eccellentia del detto







Signor Nicolo Secco (in tal facultà perfettissimo) disse queste parole. Se io non imparasse mai altro da questa vostra disputa, mi contento di questo. Hor per tornare al nostro proposito, dicemo gratia sia la proposta retta linea a b. volendola dividere poniamo in cinque parti equali, & con qual si voglia appritura di compasso proposta dallo aversario. Supponiamo che l'appritura del detto compasso proposta dall'aversario sia quanto, che e la linea. c volendo con tal appritura dividere la detta linea a b. nelle dette cinque parti equali, farai centri li duoi ponti a. & b. & sopra ciaschaduno di quelli descriverai un cerchio secondo la quantita di tal appritura, delliquali l'uno sia il cerchio. d e f. & l'altro. g h i. & secondo la medesima appritura segnarai il ponto. d. lontano dal ponto. e. (doue la circonferentia sega la linea. a b.) & il medesimo farai nella circonferentia dell'altro cerchio. g h i. cioe nella circonferentia di quello segnarai il ponto. g. lontano dal ponto. h. (doue sega la linea a b.) quanto che e l'appritura del detto compasso, per ilche se la circonferentia dal. e al. d. come quella dal. h al. g. sara la sesta parte della circonferentia di tutto il cerchio, e pero saranno equali fra loro, fatto questo dal ponto. a. al ponto. d. sia tirata la li-



nea a d. & quella sia allongata in diretto tanto, che se ne possa far tante parti equali all'appritura del nostro compasso in quanto vogliamo dividere la linea a b. (equali per esser. 5. ne segnaremo le 5 parti. a d. d k. k l. l m. & m n. ciaschaduna equale alla appritura del nostro compasso, similmente dal ponto. b. al ponto. g. sia tirata la linea. b g. & quella prolongata in diretto tanto, che ne potremo far le cinque parti. b g. g o. o p. p q. q r. per equali alla detta appritura del nostro compasso, fatto questo giustarai la rega, over regola alli duoi ponti. q. & n. & trovarai, che tal rega segara la detta linea a b. in ponto. s. & in tal luogo farai un ponto, overo un poco di segnatura, & cosi giustarai la detta rega alli duoi ponti p. & k. & trovarai, che tal rega segara la detta linea a b. in ponto. t. & ivi segnarai pur in tal luogo un poco di segnatura, & dapoi giustarai

la detta

la detta regha alli duoi ponti .o. & .l. & trouerai che la segara la detta linea .a b. in ponto .n. nelqual luogo tirarai secondo il solito vn poco di segatura, finalmente giustarai la detta regha alli duoi ponti .g. & .m. & trouerai che tal regha segara la detta linea .a b. in ponto .x. nelqual luogo tirarai la solita segatura, & cosi hauerai diuisa la detta linea .a b. nelle cinque parti .a s. s t. t u. u x. & .x b. lequal cinque parti (se sarai stato diligente nel operar manuale) trouerai sensibilmente esser eguale fra loro.

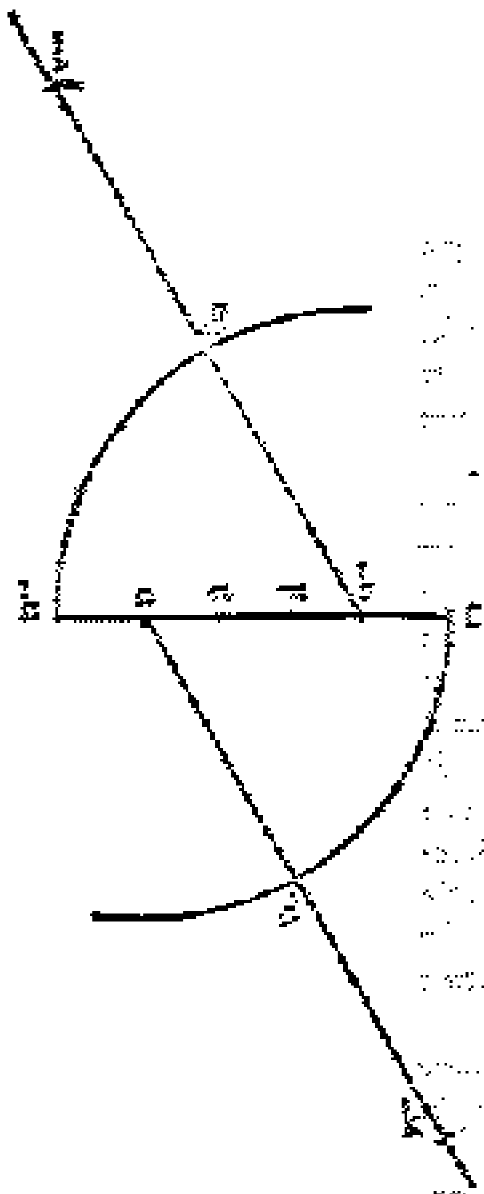
Ma volendo geometricamente dimostrare tal linea .a b. esser diuisa in cinque parti eguali, bisogneria tirare le linee rette da ponto a ponto, cioe si come che e tirata la linea dal ponto .a. al ponto .r. & dal ponto .n. al ponto .b. cosi bisogneria tirarne vna dal ponto .d. al ponto .q. & dal ponto .k. al ponto .p. & dal ponto .l. al ponto .o. & dal ponto .m. al ponto .g. lequal linee diuideranno la data linea .a b. nelli detti ponti .s. t. u. x. in le dette cinque parti, lequal linee non le ho voluto tirare per non offuscar la resolutione, ma tirate che le hauerai seranno equidistanti fra loro, & anchora a l'una, & l'altra linea .a r. & .n b. e per tanto il paralellogrammo .a r b n. sara diuiso dalla linea .a b. nelli duoi triangoli .a r b. & .a n b. onde con qual si voglia di detti duoi triangoli puoi dimostrar il proposito, hor voglio che lo dimostriamo con il triangolo .a n b. diuiso in parti, cioe essendo tirata la linea .k t. & la .d s. chiuderemo il triangolo .a k t. la basa del quale poneremo che sia la .k t. alla qual basa sara tirata la equidistante .d s. onde (per la seconda del sesto di Euclide) la proportione della .d k. alla .s t. cosi sara la .a d. alla .a s. et perche la .a d. e eguale alla .d k. anchora la .a s. sara eguale alla .s t. dimostrato queste due parti esser eguali argumentamo con il triangolo .a l u. & perche la .k t. sara pur equidistante alla basa .l u. (per la medesima seconda del sesto di Euclide) la proportione della .a t. alla .t u. sara si come della .a k. alla .k l. & perche la .a k. e doppia alla .k l. seguita, che la .a t. sia doppia alla .t u. e pero la .t u. (per commune sententia) sara anchora lei eguale alla .a s. ouer alla .s t. & con tal modo dimostraremo la .a u. esser treppia alla .u x. & cosi la .a x. esser quadrupla alla .x b. e pero le dette cinque parti .a s. s t. t u. u x. & .x b. sono fra loro eguali, che e il proposito.

Nota che'l non accade a descriuere integralmente li duoi cerchi .d e f. & .g h i. ma basta a descriuere li duoi archi .g h. & .d e. del disegno, cioe quanto sopra sende all'appritura del compasso, e piu breue sara la resolutione.

Anchora nota non volendo far la dimostratione geometrica, bastaria a segnar solamente le quattro parti .a d. d k. k l. & l m. & similmente le quattro .b g. g o. o p. & p q. come da te puoi considerare, perche non ti accadera a tirare le due linee .a r. & .n b. ma si tirano per far la dimostratione.

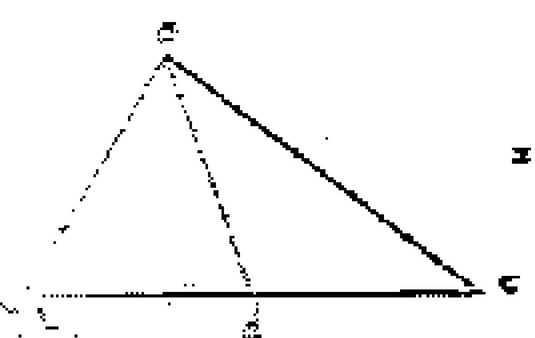
Dapoi che hebbi mostrato al sopranarrato eccellente signor Nicolo Secco, & a Lodouico Ferraro il modo da risoluere tal problema, duoi giorni dapoi il predetto eccellente signor Nicolo Secco, me disse hauer detto di questo tal problema a vn certo grande architettore, che era in Milano, & dice che gli rispose questo esser impossibile, perche in vn simil caso, che lui daria l'appritura del compasso maggiore di quello che fosse longa la data linea, & la eccellenza del detto signor Nicolo, come persona peritissima, gli mostro che tal cautella niente gli impediua, & accio che del tutto se ne habbia notitia, il propongo la sotto scritta.

6 Ogni data retta linea potemo diuider in quante parti eguali ne pare, con vn'appritura di compasso maggiore della longhezza di tal linea. Essempi gratia sia la data linea .a b. & la data appritura di compasso sia quanto che e la linea .c. volendo con tal appritura diuidere la linea .a b. (ponamo in tre parti eguali) procederai pur, come nella precedente, cioe farai centro li duoi ponti .a. & .b. & sopra ciaschaduno descriuerai vn cerchio secondo la quantita de l'appritura del compasso, delliquali l'uno sia il cerchio .d e f. & l'altro il cerchio .g h i. vero e che non ti ho compassi li detti cerchi per le ragioni addutte nella precedente, ma solamente vna parte, delliquali l'una e la .d e. & l'altra la .g h. fatto questo allonga la linea .a b. da l'una, & l'altra banda per fin che sega la circonferentia de l'uno in ponto .h. & quella de l'altro in ponto .e. & secondo l'appritura del compasso ne segarai la parte .h g. & la parte .e d. & dal ponto .a. al ponto .d. tira la linea .a d. & quella produrai in longo, tanto che (non volendo far la dimostratione) se ne possa cauar le due parti .a d. & .d x. ciascuna eguale all'appritura del nostro compasso, il medesimo farai da l'altra banda, cioe tira la linea dal ponto .b. al ponto .g. & quella produrai tanto directamente in longo, che tu ne possi (non volendo far la geometrica dimostratione) cauare le due parti .b g. & .g l. ciaschaduna eguale all'appritura del nostro compasso, fatto questo giustarai la regha alli duoi ponti .x. & .g. & trouerai che tal regha segara la data linea .a b. in ponto .m. nelqual luogo farai vn ponto, ouer vn pocco di segatura, dapoi giustarai la detta regha alli altri duoi ponti .d. & .l. & trouerai che tal regha segara la detta linea .a b. nel ponto .n. nelqual luogo farai vn ponto, & cosi hauerai diuisa la data linea .a b. nelle tre parti .a n. n m. &



m b. equali (essendo tal fatto diligentemente operato materiale) trouaransi esser realmente eguali fra loro. Ma volendo di tal operatione farne la geometrica dimostratione bisognaria hauer tanto prolongato le due linee a d. & b g. tanto che di ciascuna di quelle ne ne hauessi potuto cauare tre apriture di compasso, & dapoi procedere come fu fatto nella precedente, arguendo con l'uno di duoi triangoli, & concludendo la parte a n. esser eguale alla n m. & tutta la a m. esser doppia alla m b. che sara il proposito.

Anchora con le sole due parti a d. & d k. & le due b g. & g i. ne potria dimostrar il proposito, cioe tirando le due linee dal d. al l. & dal k. al g. onde con il triangolo a k n. di sotto tu dimostrarai secondo l'ordine della precedente, la parte a n. esser eguale alla n m. & con il triangolo b i m. di sopra tu dimostrarai (con li medesimi argomenti) la parte b m. esser eguale alla medesima m n. onde per commune sententia, le dette tre parti a n. n m. & m b. saranno eguali, che fara il proposito.

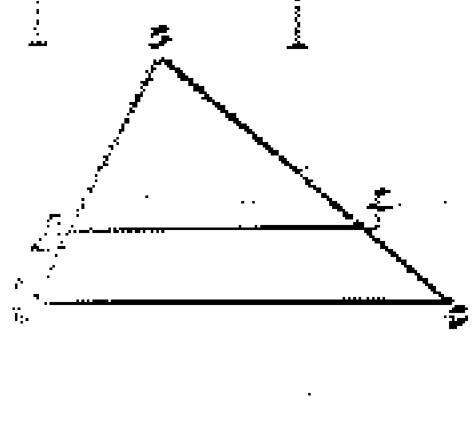


Regole di saper geometricamente dividere un triangolo in parti per piu vie. Cap. XIII.

1 Ogni triangolo potemo da l'uno di suoi angoli dividere geometricamente in due, ouer piu parti eguali. Essempi gratia sia il triangolo a b c. volendo tal triangolo, pogiamo dal angolo a. dividere in due parti eguali, dividerai il lato opposito a quel tal angolo (cioe il lato b c.) in due parti eguali in ponto d. & dal detto angolo a. al detto ponto d. tira la linea retta a d. & hauerai lo intento tuo, cioe che con tal linea a d. hauerai diuiso il detto triangolo a b c. in due parti eguali, (per la 38. del primo, ouer per la prima del sesto di Euclide) perche la basa b d. del triangolo a b d. e eguale alla basa d c. del triangolo a d c. e pero li detti duoi triangoli a b d. & a d c. sono fra loro eguali, il medesimo si potria essequir da qual si voglia delli altri duoi angoli b. ouer c. dividendo il lato a quel opposito in due parti eguali, & tirar dal angolo al ponto dividente per una linea retta.

Similmente volendo dividere in tre, ouer piu parti eguali da l'uno di suoi angoli, dividerai il lato opposito a quel tal angolo in tante parti eguali, in quante voi dividere il detto triangolo, & dal detto angolo a ciaschaduno di quelli ponti dividenti il lato opposito, tirarai una linea retta, & hauerai il proposito (per la detta 38. del primo di Euclide.

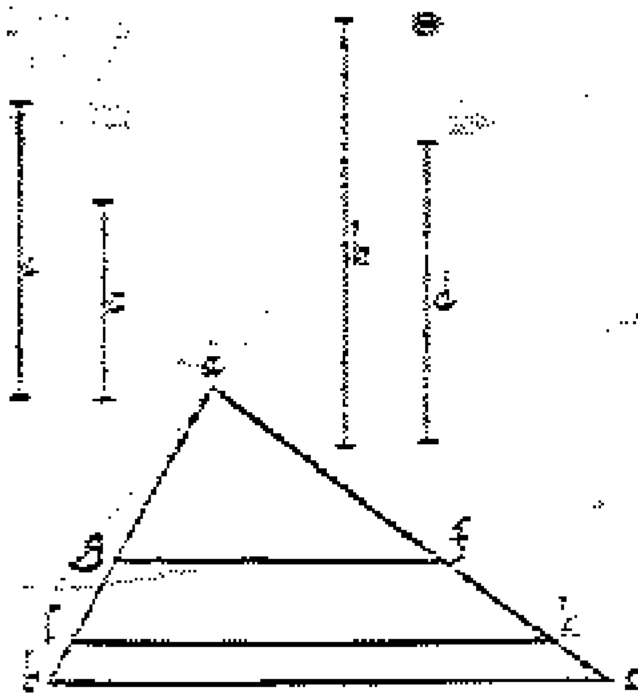
2 Ogni proposto triangolo con una linea equidistante alla basa potemo dividere in due parti eguali. Essempi sia gratia il proposto triangolo a b c. volendolo con una linea equidistante alla basa b c. dividere in due parti eguali, sia trouata una linea, che il quadrato di quella sia la mita del quadrato del lato a c. onde operando (secondo la regola data nella sesta, ouer nella ottaua del terzo capo) trouerassi quella esser eguale alla d. similmente ne sia trouata un'altra, che il quadrato di quella sia la mita del lato a b. onde (per la detta regola) trouerassi quella esser eguale alla e. fatto questo nel lato a c. ne figuraremo la parte a f. eguale alla d. & similmente nel lato a b. ne figuraremo la parte a g. eguale alla e. dapoi tiraremo la g f. laqual dico esser equidistante alla basa b c. (per la seconda parte della seconda del sesto di Euclide) & dividere il detto triangolo a b c. in due parti eguali, perche li duoi triangoli a b c. & a g f. sono simili (come piu volte e stato detto, & dimostrato) e pero la proportione de l'uno a l'altro (per il correlario della decimanona del sesto di Euclide) e si come il quadrato del lato a c. al quadrato del lato a f. ouer del quadrato del lato a b. al quadrato del lato a g. & perche la proportione di tal quadrati e doppia, seguita il triangolo a b c. esser doppio al triangolo a f g. e pero il detto triangolo a f g. vien a esser la mita del triangolo a b c. che e il proposito.



3 Ogni proposto triangolo potemo con due linee rette equidistanti alla basa dividere in tre parti eguali. Essempi gratia sia il triangolo a b c. volendolo con due linee rette equidistanti alla basa b c. dividere in tre parti eguali, sia trouata una linea, che il quadrato di quella sia il terzo del quadrato della linea (ouer lato) a c. onde operando secondo la regola data nella nona del terzo capo) trouaremo tal linea esser eguale alla d. & con tal ordine trouaremo anchora la linea e. che il suo quadrato sia eguale alla terza parte del quadrato della linea, ouer lato a b. & cosi del lato a c. ne figuraremo la parte a f. eguale alla d. & del lato a b. la parte a g. eguale alla e. & dal ponto g. al ponto f. tiraremo la linea g f. hor dico (per le medesime ragioni adutte nella precedente) la linea g f. esser equidistante alla basa b c. & il

triangolo a

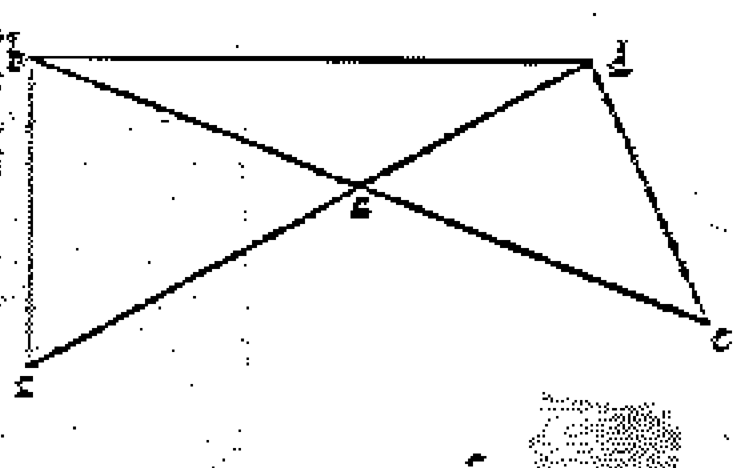
triangoletto. a g f. esser la terza parte del triangolo. a b c. fatto questo trouaremo vn'altra linea, che il quadrato di quella sia li duoi terzi del quadrato del lato. a c. onde (operando secondo la regola data nella decima del terzo capo) trouaremo quella esser eguale alla linea. h. & con il medesimo modo trouaremo anchora la linea. i. che il suo quadrato sia li duoi terzi del quadrato della linea, ouer lato. a b. & fatto questo dalla linea, ouer lato. a c. ne segaremo la parte. a k. eguale alla. h. & cosi dalla a b. ne segaremo la parte. a l. eguale alla. i. & tiraremo dal. l. al. k. la linea. l k. laqual linea l k. (per le ragioni narrate nella precedente) sara equidistante alla basa. b c. & il triangolo. a l k. esser li duoi terzi del triangolo. a b c. & di sopra fu dimostrato il triangoletto. a g f. esser il terzo di tal triangolo. a b c. seguita adunque, che il quadrilatero g f l k. esser per vn terzo del detto triangolo. a b c. & vn'altro terzo il quadrilatero l k b c. e pero tal triangolo. a b c. viene a esser diuiso in tre parti eguali dalle due linee g f. & l k. equidistanti alla basa. b c. che e il proposito. Et con tal ordine potrai diuidere ogni triangolo in quante parti eguali ti pare con linee equidistanti alla basa, auertendoti che le questioni le propongo sopra il triangolo di tre lati inequali per esser piu difficultosa la sua risolutione, ma nelli triangoli equilateri, & in quelli di duoi lati eguali non ti adduco questione alcuna, perche non dubito, che facilmente da te medesimo senza alcun mio auiso le saprai risoluere per mezo della regola data sopra questo di tre lati non eguali.

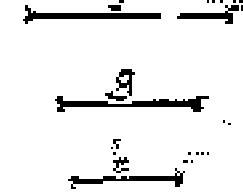


10 Anchor che pensi, & credo, che meglio saprai risoluere le simili alle due sopraseritte per numeri, per esser piu facile la sua risolutione per numeri che geometricamente per linee, nondimeno a buona cautela voglio che risoluiamo la precedente, supponemo adunque che il lato. a b. sia 12. misure, & il lato. a c. 18. & il. b c. 24. per trouar li duoi ponti f. & k. nel lato. a c. da diuidere tal triangolo. a b c. in tre parti eguali con linee equidistanti alla. b c. quadraremo. 18. fa 324. ne pigliaremo il terzo, che sara 108. & R 108. sara a f. poi pigliaremo li duoi terzi di 324. che sara 216. et R 216. sara a k. & per lo lato. a b. il quadraremo fa 144. ne pigliaremo il terzo che sara 48. & R 48. sara. a g. pigliaremo anchora li duoi terzi di 144. che sara 96. & R 96. sara a l. & per saper quanto sono le linee. g f. & l k. quadraremo. b c. fara 576. ne pigliaremo il terzo che sara 192. & R 192. sara. g f. & cosi R 384. sara l k.

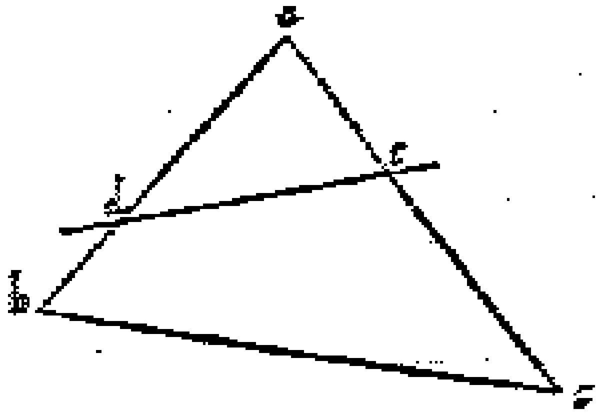
Di alcune speculatiue propositioni necessarie per dimostrare alcuni problemi accadenti sopra le diuisioni di triangoli.

4 Se saran duoi triangoli, delliquali vn'angolo di l'uno sia eguale a vn'angolo de l'altro, la proportione di detti duoi triangoli sara composta delle proportioni di lati contenenti li detti angoli eguali. Essempi gratia siano li duoi triangoli. a b c. & a d e. delli quali l'angolo. a. di l'uno supponemo che sia eguale al l'angolo. a. dell'altro. Dico la proportione del triangolo. a b c. al triangolo. a d e. esser composta dalla proportione del lato. b a. al lato. a e. & di quella del lato. c a. al lato. a d. cioe che la proportione del detto triangolo. a b c. al detto triangolo. a d e. e quanto che e la summa di quelle due proportioni di detti lati, che in la pratica si geometrica, come con numeri, non vuol inferir altro, che il dutto delli duoi lati. b a. & c a. al dutto delli duoi lati a d. & a e. hauer quella medesima proportione, che ha il detto triangolo. a b c. al detto triangolo. a d e. & per dimostrar questo, poneremo l'angolo. a. de l'uno incontra talmente l'angolo. a. dell'altro che la linea. b a. si facia direttamente vna con la linea. a e. onde (per il conuerso della decimaquinta del primo di Euclide) necessariamente la linea. c a. sara fatta vna con la linea. a d. fatto questo dal ponto. b. al ponto. d. sia tirata la linea. b d. Et perche la proportione del triangolo a b c. al triangolo. a b d. (per la prima del sesto di Euclide) e si come la proportione della basa. c a. alla basa. a d. (per esser ambiduoi sotto a vna medesima altezza, laqual e il ponto. b.) laqual proportione (per esser meglio intesa) supponemo, che la sia si, come della linea. f. alla linea. g. & perche la proportione del triangolo. a b d. al triangolo. a d e. (per la medesima prima del sesto di Euclide) e si come la basa. b a. alla. a e. (per esser ambiduoi sotto a vna medesima altezza, laqual e il ponto. d.) Laqual proportione poniamo che la sia, come della linea. g. alla linea. h. seguita adunque (per la vigesimasecomda propositione del quinto di Euclide, cioe per la equa proportionalita) che la proportione del triangolo. a b c. al triangolo a d e. esser si come la linea. f. prima alla. h. terza, & perche la proportione della. f. alla. h. (per la



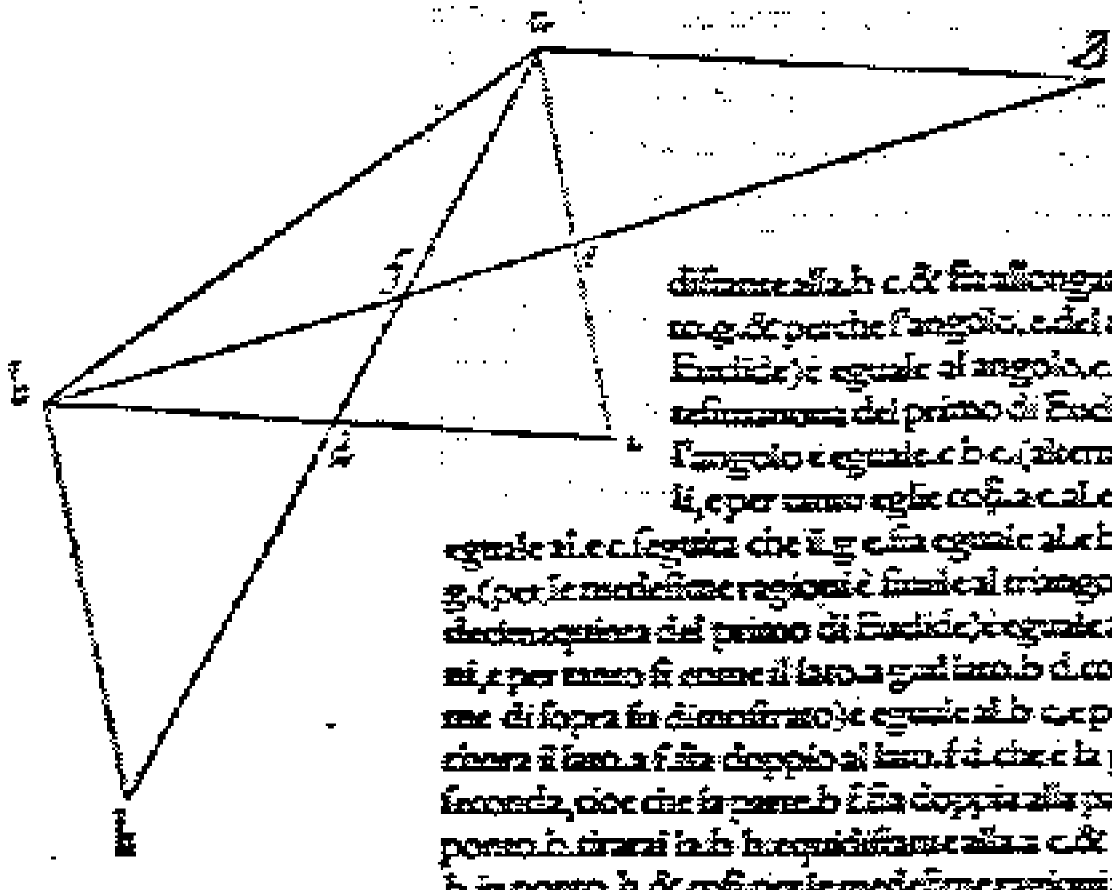


quinta diffinitione del sesto di Euclide) è composta della proportione della .f. alla .g. & della .g. alla .h. lequai due proportioni sono quelle di lati, che contengono li duoi angoli equali, e pero le guita il proposito.



5 Se vna linea sera segata qual si voglia duoi lati di vn triangolo, la proportione del detto triangolo al triangolo tagliato via da quella linea, sara equale alla proportione del dutto delli duoi lati del primo triangolo (continenti quell'angolo commune) al dutto delli duoi lati del triangolo via tagliato, continenti il medesimo angolo. Essempi gratia sia il triangolo .a b c. del quale la linea .d e. sega li duoi lati .a b. & .a c. nelli duoi ponti .d. & .e. dico la proportione del triangolo .a b c. al triangolo .a d e. esser si come quella del dutto del lato .a b. nel lato .a c. al dutto del lato .a d. nel lato .a e. laqual cosa (per le ragioni adutte nella precedente) è manifesto per la proportione del triangolo .a b c. al triangolo .a d e. è composta della proportione del lato .a b. al lato .a d. & della proportione del lato .a c. al lato .a e. Et perche la proportione del rettangolo contenuto sotto alli detti duoi .a b. & .a c. al rettangolo contenuto sotto alli detti duoi lati .a d. & .a e. (per la vigesima quinta del sesto di Euclide) è composta delle due proportioni di medesimi lati, e pero (per commune scientia) la proportione di detti duoi triangoli .a b c. a d e. è simile delli detti duoi dutti, cioe del dutto della .a b. nella .a c. al dutto della .a d. nella .a e. & che è il proposito.

6 Se da duoi angoli d'un triangolo saranno tirate due linee alla mita del lato opposito all'uno, & all'altro di detti duoi angoli, quelle tai due linee s'interseccaranno talmente fra loro di dentro del triangolo, che la parte, che sara verso l'angolo di ciascuna di quelle sara doppia a l'altra. Essempi gratia sia il triangolo .a b c. dalli detti angoli .a. & .b. del quale alla mita (cioe al ponto medio) delli duoi lati oppositi, lequai mita, over ponti medij, l'uno è il ponto .d. & l'altro il ponto .e. siano tirate le linee .a d. & .b e. lequai due linee s'interseccano in ponto .f. hor dico, che la parte .a f. (che è verso l'angolo .a.) esser doppia alla .f d. & similmente la parte .b f. (che è verso l'angolo .b.) esser doppia alla parte .f e. & per dimostrar questo dal ponto .a. sia tirata la .a g. equidistante alla .b c. & sia allongata la .b e. per fin che la concorri con la .a g. in ponto .g. & perche l'angolo .e. del triangolo .a g e. (per la decimaquinta del primo di Euclide) è equale al angolo .e. del triangolo .e b c. & l'angolo .g a e. (per la vigesimanona del primo di Euclide) è equale al angolo .c. (per esser alterni) & cosi l'angolo .g. è equale .e b c. (alterni) e pero li detti duoi triangoli sono fra loro simili, e per tanto egli è cosi .a e. al .e c. si come .g e. al .e b. & .a g. al .b c. & perche .a e. è equale al .e c. seguita che .g e. sia equale al .e b. & cosi il lato .a g. al .b c. Anchora il triangolo .a f g. (per le medesime ragioni) è simile al triangolo .b f d. perche l'angolo .f. di l'uno (per la detta decimaquinta del primo di Euclide) è equale al angolo .f. dell'altro, & gli altri sono per esser alterni, e per tanto si come il lato .a g. al lato .b d. cosi sara il lato .a f. al lato .f d. & perche il lato .a g. (come di sopra fu dimostrato) è equale al .b c. e pero sara doppio al .b d. seguita adunque che anchora il lato .a f. sia doppio al lato .f d. che è la prima parte del nostro proposito, per dimostrar la seconda, cioe che la parte .b f. sia doppia alla parte .f e. procederai al medesimo modo, cioe dal ponto .b. tirarai la .b h. equidistante alla .a c. & protrarai la .a d. per fin che la concorra con la .b h. in ponto .h. & cosi per le medesime ragioni adutte di sopra il triangolo .b h d. sara simile al triangolo .a d c. e pero si come è il lato .b d. al lato .d c. cosi sara il lato .h d. al .d a. & il .b h. al .c a. & perche il lato .b d. è equale al lato .d c. seguita il lato .h d. esser equale al .d a. & il .b h. al .a c. Et anchora per le dette ragioni di sopra adutte, li duoi triangoli .b h f. & .f a e. sono simili, e pero si come il lato .b h. al lato .a e. cosi sara il lato .b f. al lato .f e. & cosi .h f. al .f a. & perche il lato .b h. (come di sopra fu dimostrato) è equale al lato .a c. e pero sara doppio alla mita di quello, cioe al .a e. e per tanto seguita che anchora, che il lato .b f. sia doppio al lato .f e. che è la seconda parte del nostro proposito. Et che tirasse anchora dal angolo .c. vna linea nella mita, overo al ponto medio del lato .a b. quella s'interseccara con qual si voglia delle altre secondo il medesimo ordine, cioe che la parte, che sara verso l'angolo di ciascheduna di quelle sara doppia all'altra, e pero seguita che anchora lei necessariamente passa per lo medesimo ponto .f. Onde si manifesta anchora il converso, cioe che se dal angolo .c. al ponto .f. sara tirata vna linea, & quella produtta diuidera in

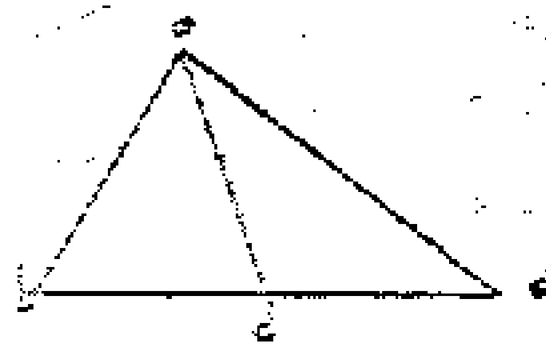


longo

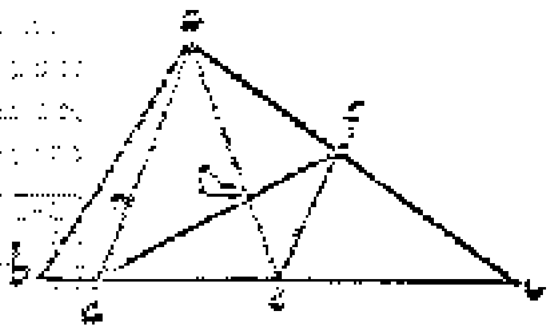
questa diuiderà (di necessità) il lato .b a. in due parti eguali.

Regola da saper diuidere in parti uno triangolo da un ponto dato in uno di suoi lati.

Da un ponto dato in uno di lati di un triangolo, potemmo diuider tal triangolo in due parti equali. Essempi gratia sia il triangolo .a b c. nel lato .b c. del quale sia dato il ponto .d. volendo dal detto ponto .d. diuidere il detto triangolo in due parti equali, se per sorte il detto ponto .d. sarà nella mità del lato .b c. (come nella prima figura appare) non vi occorre altro, che tirar dal detto ponto .d. al ponto .a. la linea .d a. laqual linea (per le ragioni adutte nella settima di questo capo) diuiderà il detto triangolo in due parti equali.



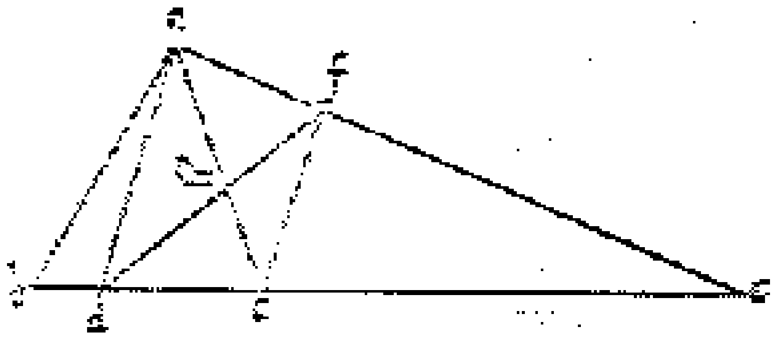
Ma se tal ponto .d. non sarà nella mità di tal linea, ma ponemo che sia piu appresso al ponto .b. (come nella seconda figura si vede) prima tira la linea .a d. dapoi diuide il lato .b c. in due parti equali in ponto .e. & tira la linea .a e. & dal ponto .e. tira la linea .e f. equidistante alla .a d. & dal ponto .d. al ponto .f. tira la linea .d f. laqual linea .d f. dico, che diuide il detto triangolo .a b c. in due parti equali, & per dimostrar questo tira la linea .a e. laquale (per le cose dette) diuide anchor lei il detto triangolo in due parti equali, talche il triangolo .a b e. è eguale al triangolo .a e c. & perche li duoi triangoletti .a g f. & .d g e. sono equali (come che in fine dimostraremo) se adunque dal triangolo .a b e. ne leuaremo il triangoletto .d g e. & similmente se dal triangolo .a e c. ne leuaremo l'altro triangoletto .a g f. (per commune sententia) li duoi rimanenti saranno equali, i quali rimanenti, l'uno è il quadrilatero .a g d b. & l'altro sarà il quadrilatero .f g e c. hor se a questi duoi quadrilateri gli aggiongeremo equalmente (per commune sententia) le due somme saranno anchora equale, giongendo adunque al quadrilatero .g e f c. il triangoletto .g e d. tal summa sarà il triangolo .d f c. similmente giongendo al quadrilatero .a g d b. il triangoletto .a g f. tal summa sarà il quadrilatero .d f a b. adunque il detto quadrilatero .d f a b. sarà equale al triangolo .d f c. seguita adunque la detta linea .d f. hauer diuiso il detto triangolo .a b c. in due parti equali, che è il proposito.



Per dimostrare che li detti duoi triangoletti .a g f. & .d g e. sono equali, egli è manifesto (per la decimaquarta, & uigesimanona del primo di Euclide) li duoi triangoli .a g d. & .e g f. esser simili, e però la proportione del lato .d g. al lato .g f. esser si come quella del lato .a g. al lato .g e. liquali lati sono anchora lati delli duoi triangoletti .a g f. & .d g e. liquali lati in quelli vengono a esser mutui, over reciproci over [illegible], perche si vede, che la proportione del lato .g d. del triangolo .d g e. al lato .g f. del triangolo .a g f. è si come quella del lato .a g. del triangolo .a g f. al lato .g e. del triangolo .d g e. e l'angolo .g. dell'uno (per la decimaquinta del primo di Euclide) è equale a l'angolo .g. dell'altro, e però (per la decimaquinta del sesto di Euclide) sono equali, e per tanto seguita il proposito. Et questo fu il primo modo da me trouato, per dimostrar le simili diuisioni, ma dapoi trouai, che per un'altro piu breue modo si puo dimostrare, che la detta linea .d f. diuide il detto triangolo .a b c. in .2. parti equali, il qual modo è questo, li duoi triangoli .a d f. & .a d e. sono equali (per la 37 del primo di Euclide) per esser ambiduoi sopra una medesima basa, che è la .a d. & fra le due linee .a d. & .e f. equidistanti, e per tanto aggiongendo communamente a ciascheduno di quelli, il triangolo .a b d. (per commune sententia) li duoi resultanti saranno equali, delli quali duoi resultanti, l'uno è il triangolo .a b e. & l'altro è il quadrilatero .a f d b. & perche il triangolo .a b e. è la mità del triangolo .a b c. seguita che anchora il quadrilatero .a f d b. sia la mità del medesimo triangolo .a b c. che è il proposito. Et cosi con questi duoi modi si puo dimostrare non solamente la sopranotata conclusione, ma anchora la maggior parte di quelle, che seguitano in questa materia di diuidere le superficie in parti, come nel nostro processo intenderai, ma questo secondo è molto piu ispediente del primo, perche sempre le prime inuentioni hanno sempre del ruuido, ma con tempo si vanno limando.

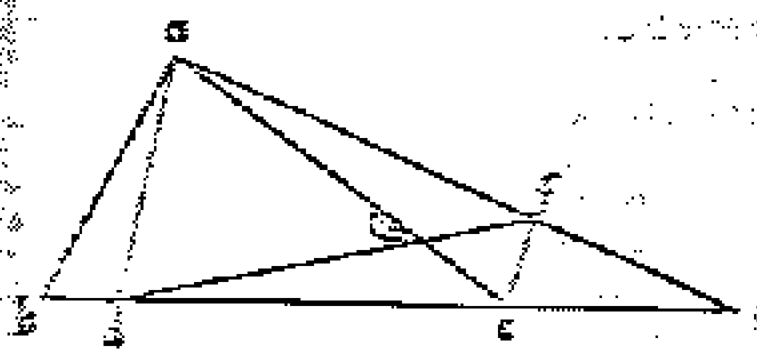
8 Da un ponto dato in uno di lati di un triangolo potemmo tagliar la terza parte di tal triangolo. Sia essempi gratia il triangolo .a b c. & nel lato .b c. di quello sia dato il ponto .d. volendo dal detto ponto .d. con una linea retta tagliar la terza parte di tal triangolo, se per sorte il ponto .d. fusse nella terza parte della .b c. tirando una linea dal detto ponto .d. al ponto .a. (per le ragioni adutte sopra la settima di questo capo) saria risolto il problema.

Ma se lui non è nella terza parte, over che sarà lontano dal .b. piu, over meno della detta terza parte, hor ponemo, che la .b d. sia meno della terza parte, tiraremo pur si come nella precedente la linea .a d. & trouaremo la terza parte della .b c. laqual sia la .b e. & dal ponto .e. tiraremo la e f. equidistante alla a d. & dal ponto d. al ponto f. tiraremo la d f. laqual d f. dico che taglia la terza parte del detto triangolo a b c. laqual terza parte veniria a esser il quadrilatero a b d f. & il triangolo d f c. veniria a esser li duoi terzi del detto triangolo a b c. & per dimostrar questo, tiraremo la linea a e. & dapoi arguiremo, per qual si voglia di sopradetti duoi modi, cioe volendo arguir per il primo modo da me trouato diremo, che (per le ragioni piu volte dette) il triangolo a e b. sara il terzo del triangolo a b c. & il triangolo a e c. sara li duoi terzi. Et per le ragioni adutte in fine della precedente, li duoi triangoletti a g f. & d g e. sono eguali, & anchora (per commune sententia) egli e manifesto, che se a vna linea, ouer a vna superficie, ouer a vn corpo da vna banda, gli se ne togli qualche parte, & che quella medesima parte ouer altra tanta se gli restituisca da vn'altra banda, la sua quantita sara quella medesima, ch'era per auanti, e per tanto leuando dal triangolo a b e. il triangoletto d g e. & in luogo di quello restituirgli il triangoletto a g f. a quello eguale, senza dubbio il quadrilatero a b d f. sara medesimamente il terzo (come prima) del detto triangolo a b c. & (per le medesime ragioni) il triangolo d f c. sara li duoi terzi del detto triangolo a b c. si come che prima era il triangolo a e c. e pero la detta linea d f. taglia la terza parte del detto triangolo a b c. come fu proposto di fare.



Ma volendo dimostrar la medesima conclusione per quell'altra seconda regola, diremo che li duoi triangoli a d f. & a d e. sono eguali (per la 37 del primo di Euclide) e pero dando communemente a ciaschedun di quelli il triangolo a d b. (per commune scientia) il quadrilatero a f d b. sara eguale al triangolo a e b. & perche il detto triangolo a e b. e la terza parte del triangolo a b c. seguita che anchora il detto quadrilatero a f d b. sia la terza parte del medesimo, che e il proposito.

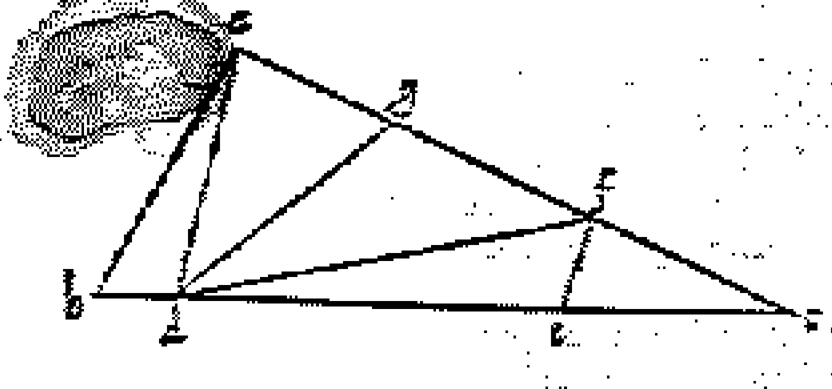
9 Ma se'l proponente volesse, che tal terza parte del detto triangolo a b c. gli fusse tagliata dal detto ponto d. ma verso l'angolo c. si procederia per secondo la precedente, cioe tiraremo pur la linea a d. & trouaremo la terza parte della b c. dalla banda verso l'angolo c. qual sia la e c. & dal ponto e. tiraremo la e f. equidistante alla a d. & dal ponto d. al ponto f. tiraremo la linea d f. laqual dico, che taglia la terza parte del triangolo a b c. dalla banda verso c. laqual terza parte sara il triangolo d f c. & per dimostrar questo tiraremo la linea a e. onde (per le ragioni piu volte dette) il triangolo a e c. sara la terza parte del detto triangolo a b c. & il restante triangolo a e b. sara li duoi terzi del tutto, anchora (per le ragioni adutte in fine della decimaterza) li duoi triangoletti a g f. & d g e. sono eguali, onde (per quella commune sententia adutta nella precedente) leuando dal triangolo a e c. il triangoletto a g f. & in luogo di quello restituirgli, l'altro triangoletto d g e. seguira, che il triangolo d f c. sia medesimamente il terzo del triangolo a b c. si come che prima era il triangolo a e c. & (per le medesime ragioni) il quadrilatero a b d f. sara li duoi terzi del detto triangolo a b c. che e il proposito.



Ma volendo dimostrar tal conclusione, per quel secondo modo datto nelle due precedenti, diremo che li duoi triangoli f e a. & f e d. esser fra loro eguali (per la 37 del primo di Euclide) onde dando communemente a ciascuno di quelli il triangolo f e c. seguira (per commune scientia) che il triangolo d f c. sia eguale al triangolo a e c. & perche il triangolo a e c. e la terza parte di tutto il triangolo a b c. seguita che anchora il triangoletto d f c. sia la terza parte del medesimo, che e il proposito, & perche questo secondo modo di dimostrar tai diuisioni e molto piu espediente dell'altro, e per tanto (per breuita) nelle simili occorrentie costumaremo questo solo.

10 Anchora da vn ponto dato nel lato di vn triangolo appresso a vno de gli angoli del triangolo men della terza parte di quel tal lato, potemo con due linee rette diuidere il detto triangolo in tre parti eguali.

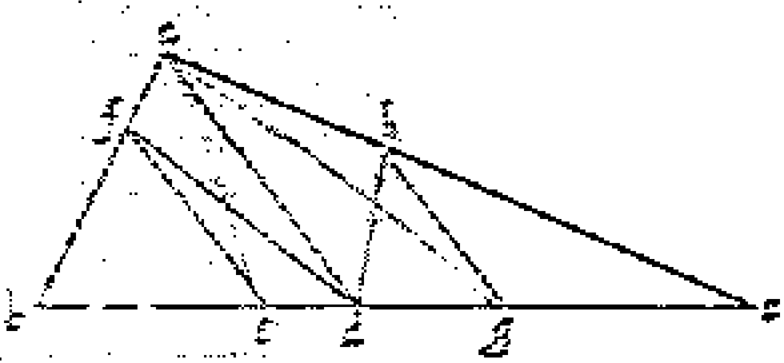
Essempi gratia sia il medesimo triangolo a b c. & nel medesimo lato b c. sia dato il ponto d. appresso al angolo b. men della terza parte del lato b c. hor volendo dal detto ponto d. con due linee rette diuidere il detto triangolo a b c. in tre parti eguali, prima secondo la regola data nella precedente ne tagliaremo la terza parte di quello dalla banda verso c. laqual sia il triangolo d f c. fatto questo dalla linea a f. ne tagliaremo la parte f g. eguale alla f c. & dal ponto d. al ponto g. tiraremo la linea d g. hor dico le dette linee d f. & d g. diuidere il detto triangolo a b c. in tre parti eguali, perche il triangolo d f c. essendo la terza parte (per le ragioni adutte nella precedente) del triangolo a b c.



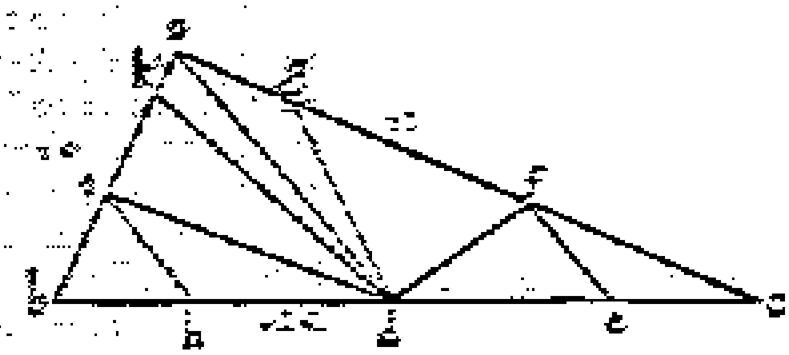
Seguita (per la prima del sesto di Euclide) che il triangolo.d g f. sia eguale al detto triangolo. d f c. per esser in su base equali (lequali sono. c f. & f g.) & sotto la medesima altezza del ponto. d. e pero il detto triangolo. d g f. viene a esser anchora lui la terza parte del medesimo triangolo. a b c. onde necessariamente il quadrilatero. d g a b. conviene esser l'altra terza parte del detto triangolo. a b c. e pero seguita il proposito.

Ma che se per caso dalla linea. a f. non se ne potesse segare una parte equale alla. f c. cioe che la fusse menore di quella, saria euidente segno il detto ponto. d. esser lontano dal angolo. b. piu della terza parte del lato. b c. come da te puoi considerare.

21 Anchora da un ponto dato nel lato di un triangolo, che da l'uno, & l'altro termine di tal lato sia lontano piu di un terzo di tal lato, potremo diuidere il detto triangolo in tre parti equali. Essempi gratia sia il medesimo triangolo. a b c. & nel medesimo lato. b c. sia il ponto. d. lontano dal ponto. b. piu della terza parte del lato. b c. & meno di duoi terzi. Hor volendo dal detto ponto. d. diuidere il detto triangolo. a b c. in tre parti equali, tiraremo secondo il solito la linea. a d. dapoi diuideremo la linea, ouer lato. b c. in tre parti equali ne li duoi ponti. e. & g. & dalli detti duoi ponti tiraremo le due linee. e f. & g h. equidistante alla linea. a d. & dal detto ponto. d. tiraremo le due linee. d f. & d h. lequali due linee dico diuidere il detto triangolo. a b c. in tre parti equali, l'una dellequal tre parti e il triangolo. d f b. l'altra il quadrilatero. d f a h. la terza il triangolo. d h c. & etiam questo si dimostrara secondo l'ordine della settima, & ottaua, cioe tirando dal ponto. a. due linee, cioe una dal. a. al. e. & l'altra dal. a. al. g. & dapoi seguir (come fu fatto nella detta settima, & ottaua) lequal linee non se ho voluto tirare per non offuscar la figura.



22 Da un ponto dato doue si voglia nel lato di un triangolo, potemo diuidere il detto triangolo in quante parti equali ne pare. Essempi gratia sia il dato triangolo. a b c. & doue ne pare nel lato. b c. sia dato il ponto. d. dico che dal detto ponto. d. potremo diuidere il detto triangolo. a b c. in quante parti equali ne pare. hor per abbreuiar parole, & scrittura voglio, che dal detto ponto. d. diuideremo tal triangolo in cinque parti equali, dal ponto. a. (secondo il solito) tiraremo la linea. a d. & verso l'angolo piu lontano dal ponto. d. qual in questo caso saria l'angolo. c. ne segaremo la quinta parte di tal lato. b c. laqual sia la. e c. & dal detto ponto. e. tiraremo la. e f. equidistante alla. a d. & dal detto ponto. d. tiraremo la. d f. laqual. d f. dico segar la quinta parte del detto triangolo. a b c. laqual 5 parte, saria il triangolo. d f c. & questo porrai dimostrar per quelli medesimi modi della 8 (cioe tirando dal. a. al. e. una linea, & seguir con quelli duoi triangoli, etc.) fatto questo dalla linea. a f. segaremo la. f g. equale alla. f c. & dal ponto. d. al ponto. g. tiraremo la. d g. hor dico che il triangolo. d g f. (per la prima del sesto di Euclide) e equale al triangolo. d f c. e pero vien anchora lui a esser il quinto del nostro triangolo. a b c. & se per caso dalla restante linea. a g. ne potessimo segare vn'altra, ouer due altre, ouero tre altre parti equali alla. f c. ouero alla. f g. noi le segaressimo, & dal detto ponto. d. a ciascuno di detti ponti segati tiraressimo una linea retta, & tante quante fussero le parti della linea. a c. equali alla. f c. tante quinte parti hauressimo tagliate dal detto triangolo. a b c. Et se per sorte le dette parti del detto lato. a c. fussero cinque, saria segno il ponto. d. esser lontano dal ponto. b. meno di una quinta parte del lato. b c. Et se per sorte fussero precisamente quattro parti equali alla. f c. saria segno il ponto. d. esser lontano precisamente la quinta parte del lato. b c. dal detto ponto. b. & cosi discorrendo, ma perche in questa positione dalla. a c. noi habbiamo potuto segare solamente le due parti. c f. & f g. & vi sopr'auanza anchora la. a g. e pero diremo, che il detto ponto. d. e lontano dal ponto. b. a quanto piu di 2 quinte parti del lato. b c. per tanto troueremo verso il detto ponto. b. una 5 parte del detto lato. b c. laqual sia la. b h. & dal detto ponto. h. tiraremo la. h i. equidistante alla. a d. & dal ponto. d. al ponto. i. tiraremo la. d i. laqual. d i. dico che taglia la 5 parte del triangolo. a b c. laqual 5 parte saria il triangoletto. d i b. & questo potrai dimostrare secondo l'ordine dato nella 7. & 8. fatto questo dalla restante. i a. ne segaremo la. i k. equale alla. i b. & dal nostro ponto. d. tiraremo la. d k. laquale formara il triangolo. d k i. quale (per la prima del sesto di Euclide) e equale all'altro triangolo. d i b. per esser in su base equali, & sotto a una medesima altezza, qual e il ponto. d. e pero il detto triangolo. d



K i. viene anchora lui a essere il quinto del nostro triangolo a b c. Se adunque li quattro triangoli d c f. d f g. d K i. & d i b. sono li quattro quinti del nostro triangolo a b c. Seguita di necessita, che il restante quadrilatero d K a g. sia la restante quinta parte di tutto il nostro triangolo a b c. che è il proposito. Et cosi con tal regola potrai dividere geometricamente un dato triangolo da un ponto dato in uno di suoi lati in quante parti equali ti pare.

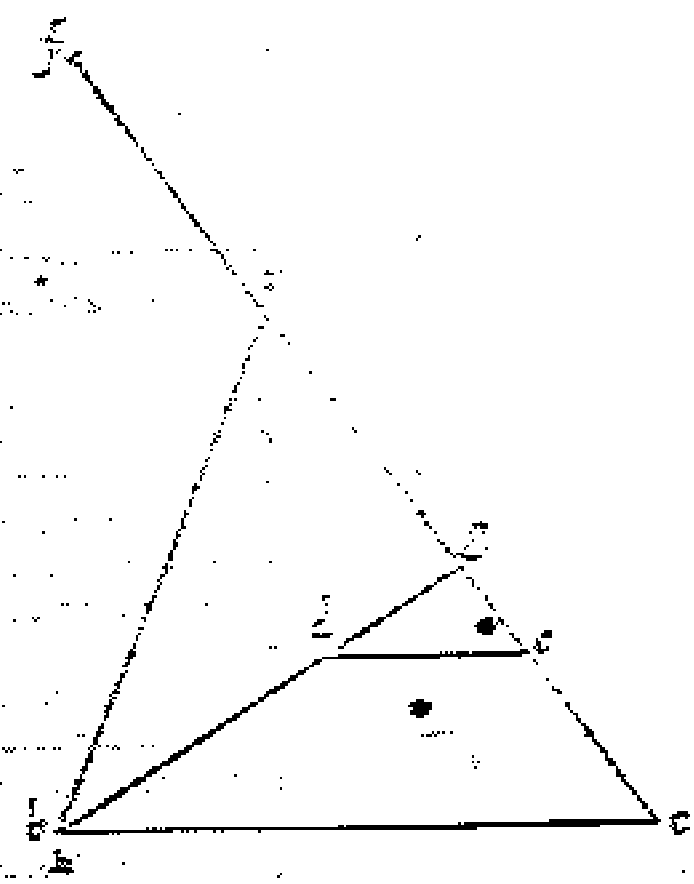
Il modo da risolvere li sopra notati problemi per numeri.

13 TUtti li sopra notati sei problemi da saper dividere geometricamente un triangolo in diverse parti da un ponto dato in uno di suoi lati, havendo ben intesa la dimostratione della decima, & undecima di questo capo, molto piu facilmente le sopra risolvere con numeri, per esser molto piu speculative tai risolutioni geometricamente, che per numeri, ma considerando, che molti pratici non sono cosi capaci delle risolutioni geometricamente fatte, come di quelle fatte con numeri, & quantunque in questa quinta parte, la intention mia non era di voler parlare, ne essemplificare cosa alcuna con numeri, ma il desiderio, che ho di voler satisfare ogni qualita di persone mi ha fatto, & fara alle volte mutar proposito, ma sotto brevita. Supponeremo adunque (per schivar rotti) che il lato b c. del triangolo della precedente sia 25 misure (poniamo passa) & il lato a c. 22. & il lato a b. 10. & supponeremo, che il ponto d. sia lontano dal ponto b. 11. di quelle misure (diciamo 11 passa) cioe che la b d. sia 11 passa, & la d c. ne sia 14. hor volendo trovar per numero quanto sono c f. f g. g a. b i. i K. K a. Per la sopra allegata 10. & 11 di questo, tu sai che la proportione del detto del lato b c. nel lato a c. al detto de la d c. nel f c. sara si come quella del triangolo a b c. al triangolo d f c. qual proportione volendo, che la sia quintupla, cioe volendo che 'l triangolo d f c. sia la 5 parte del detto triangolo a b c. multiplicaremo b c. ch'è 25 fia a c. che è 22. fara 550. & di questo ne toremo il $\frac{1}{5}$, che sara 110. & questo partiremo per d c. cioe per 14. ne venira $7\frac{6}{7}$, & tanto sara f c. & cosi il triangolo d f c. sara la quinta parte del triangolo a b. per trovar mo li duoi quinti del detto triangolo a b c. Vero è che quanto c f. altro tanto sara f g. ma voglio che lo troviamo per la medesima regola, cioe del detto 550. pigliaremo li duoi quinti, che sara 220. & questo partiremo per per 14. ne venira $15\frac{5}{7}$, tanto sara c g. & che tutto il triangolo d g c. sara li duoi quinti di tutto il triangolo a b c. Hor per veder se dalla medesima banda verso a. ne potremo tagliarne un'altro quinto, pigliaremo li tre quinti del sopradetto detto della b c. nella a c. cioe di quel 550. che sara 330. & questo partiremo per per 14. ne venira $23\frac{4}{7}$, & tanto saria necessario, che almeno fusse longo il lato c a. ma ei no è salvo, che 22. e pero non e possibile a tagliar un'altra quinta parte del detto triangolo a b c. dalla banda verso c. e pero bisogna, che si rivoltiamo sopra il lato a b. & multiplicaremo li duoi lati a b. & b c. l'uno fia l'altro, cioe 10 fia 25 fa 250. & di questo ne pigliaremo il quinto, che sara 50. & questo 50. lo partiremo per b d. cioe per 11. ne venira $4\frac{6}{11}$, & tanto sara il lato b i. & il triangolo d i b. venira a esser per la quinta parte del detto nostro triangolo a b c. hor per tagliarne un'altro quinto, vero è che potessimo segnar la i K. equale alla i b. ma voglio, che lo troviamo per questa medesima regola, cioe del detto di a b. in b c. ch'è 250. ne pigliaremo li duoi quinti, che sara 100. & questo partiremo per b d. cioe per 11. ne venira $9\frac{1}{11}$, et tanto sara b K. & tutto il triangolo d K b. venira a esser li duoi quinti del detto nostro triangolo a b c. & altri duoi quinti è tutto il triangolo d g c. e pero seguita, che il quadrilatero d K a g. sia l'altro quinto, che manca al compimento del tutto, & cosi haveremo dilucidamente trovato la c f. esser $7\frac{6}{7}$, & la f g. altri $7\frac{6}{7}$, & la g a. $6\frac{2}{7}$ (cioe il compimento di tutto il lato a c. che fu supposto esser 22) & la b i. esser $4\frac{6}{11}$, & la i K. altri $4\frac{6}{11}$, & la K a. $\frac{10}{11}$ (cioe il compimento del lato a b.) che è stato supposto esser 10. & cosi haveremo con numeri, & linee, fatto le ricercate cinque parti equali del detto triangolo a b c. come fu proposto, & questo essempio voglio che ti basti per l'altre cinque passate, & per tutte le altre simili.

Regola da dividere un triangolo in parti da un ponto dato di dentro di tal triangolo.

14 DA uno ponto dato di dentro di uno triangolo potemo con una linea retta passante per quello dividere il detto triangolo in due parti equali. Essempi gratia sia il triangolo a b c. nel qual sia dato il ponto d. volendo dividere il detto triangolo a b c. in due parti equali con una linea retta, che passi per il detto ponto d. prima bisogna sapere, che il dato ponto puo essere in tal luogo, che molte linee da diverse bande condotte si potranno trovare, che passaranno per il detto ponto, & divideranno per il detto triangolo in due parti equali, come il propone, & questo mi è parso di avertirti, accioche tu intenda il tutto.

Hor per ritornare al nostro proposito volendo dal dato ponto .d. dividere il detto triangolo .a b .c. in due parti eguali con una linea retta passante per il detto ponto .d. tira dal detto ponto .d. la linea .d e. equidistante al lato .b c. fatto questo bisogna trovare una linea, che dutta in .d e. in quel la faccia la mita del dutto del lato .a c. nel lato .b c. laqual cosa geometricamente si faria pigliando la mita del rettangolo contenuto sotto della .a c. & della .b c. & di tal mita applicarla ad angoli retti sopra la .d a. secondo la regola data nella 43 del secondo capo, & la longhezza di tal rettangolo sara la detta linea, che dutta nella .d e. fara la mita del dutto della .a c. nella .b c. ma per far tal cosa per numeri bisogna partire la detta mita del dutto della detta .a c. nella .b c. per la .d e. & lo avenimento sara la quantita della ricercata linea, laqual linea alle volte puo esser menore, & alle volte maggiore del la linea, over lato .a c. & alle volte puo esser equale a quella, ma secondo questa positione sara maggiore, qual linea posta sopra la .c a. giontandola in ponto .c. sara la .c f. cioe sara piu longa della .a c. per tanto quanto e la .a f. e per tanto il dutto della .d e. nella .c f. sara eguale alla detta mita del dutto della .a c. nella .b c. fatto questo (volendo procedere geometricamente) bisogna designare sopra la .c f. una superficie rettangola, equale al dutto della .e c. in tutta la .c f. mancante al compimento di tutta la linea .c f. una superficie quadrata, secondo la regola data nella ottava del undecimo capo, che in sostantia per numeri non vuol dir altro, che far di tutta la quantita della .c f. due tal parti, che il dutto dell'una nell'altra sia il dutto della detta .e c. nella .c f. onde procedendo, & con diligentia operando, & secondo la menor parte versa .c. trovarasse la detta menor parte esser la .c g. & la maggiore esser la .g f. Hor bisogna saper essendo la detta .c g. maggiore della mita del lato .a c. over equale alla detta mita, tirando dal ponto .g. al ponto .d. una linea retta, & quella protraendola direttamente in longo quella passara sopra il lato .b c. & segara il detto triangolo .a b c. in due parti eguali.



Ma se per sorte la .c g. fusse men della mita del lato .a c. over piu di tutto il detto lato .a c. saria impossibile di trovar alcuna linea segante li duoi lati .a c. & .b c. passante per il ponto .d. che dividesse il detto triangolo .a b c. in due parti eguali, & questo piu abasso si dimostrara. Ma perche in questa positione, & operatione la detta .c g. e precisamente la mita del lato .a c. tirando dal detto ponto .g. al ponto .d. una linea retta, & quella continuata direttamente in longo, quella passara precisamente per il ponto .b. e pero in tal caso (tirata la detta .g d b.) sensibilmente si vede (per la prima del sesto di Euclide) quella dividere il detto triangolo .a b c. in due parti eguali. Ma perche lo aversario in questo caso poria dubitar, che tal linea passi cosi precisamente per il ponto .b. pero questa dubitatione con ragioni evidenti, se tal linea non passa per il ponto .b. supponemo per lo aversario, che la passi (se possibil e) per il ponto .h. & perche il dutto della .e f. nella .c e. e eguale al dutto della .c g. nella .f g. le dette quattro linee sono proportionali (per la decimasesta del sesto di Euclide) e pero la proportione della .c f. alla .f g. sara si come della .c g. alla .c e. e eversamente ancora la proportione della .c f. alla .g c. sara si come della .g c. alla .g e. & ancora si come la .c g. alla .g e. (per la similitudine di triangoli) sara cosi la .h c. alla .d e. & il medesimo sara della .c f. alla .g c. onde (per la decimasesta del sesto di Euclide) il dutto della .h c. nella .g c. sara eguale al dutto della .d e. nella .c f. & perche il dutto della .d e. nella .c f. e eguale alla mita del dutto del lato .a c. nel lato .b c. seguita che il dutto della .c g. (mita del lato .a c.) nella .c h. sia eguale alla detta mita del dutto del lato .a c. nel lato .b c. Et perche ancora il dutto della medesima .c g. (mita del lato .a c.) nel lato .b c. e medesimamente eguale alla mita del detto dutto del lato .a c. nel lato .b c. seguita di necessita, che la .c h. sia precisamente eguale al lato .b c. che e il proposito.

Le quattro linee proportionali.
c f. —— alla .f g.
c g. —— alla .c e.

Eversamente.
c f. —— alla .g c.
g c. —— alla .g e.

Et ancora per la similitudine di triangoli.
c g. —— alla .g e.
h c. —— alla .d e.
c f. —— alla .g c.

Et pero per duoi modi egli e manifesto, che la linea .g d b. divide il detto triangolo .a b c. in due parti eguali, il primo modo e per la prima del sesto di Euclide, cioe che la linea .b d g. che si parte dal angolo .b. & va alla mita del lato .a c. divide tal triangolo .a b c. in due parti eguali, il secondo modo (qual e piu generale a queste specie di divisioni) e perche habbiamo dimostrato, che il dutto del lato .b c. nella .c g. e equale alla mita del dutto del lato .b c. nel lato .a c. onde seguita che (per la duodecima di questo capo) il triangolo .b g c. sia la mita del triangolo .a b c. che e il proposito.

Correlario.

Dalla sopradutta argumentatione si manifesta, che se la .c g. fusse meno della mita del lato .a c. che la linea .g d. protratta direttamente in longo non segaria in luogo alcuno il lato .b c. anzi anda-

Quinta parte.

ria a segare l'altro lato a b. e pero non poria segare la mita del detto triangolo a b c circa l'angolo c, perche il dutto del lato b c nella c g (men della mita del lato a c.) non poria arrivare alla mita del dutto di tutto il lato a c nel lato b c. Ma se la detta c g. sara piu della mita del detto lato a c, non vi e dubbio, che la detta g d. producta direttamente in longo segara il detto lato b c. & ne segara tal parte verso il c, che il dutto di quella fia la c g, (per le ragioni di sopra addutte) sempre sara la mita del detto dutto del lato a c nel lato b c, e pero sempre segara la mita del detto triangolo a b c come si propone.

Il modo da risolvere le soprascritte con numeri.

La quantita di lati del triangolo a b c.
a b. — 13
b c. — 14
c a. — 15

La quantita delle parti.
d e. — $4\frac{2}{3}$
e c. — 5
c f. — $22\frac{1}{2}$

c g. — $7\frac{1}{2}$

Linee proportionali.
c f. $22\frac{1}{2}$ alla f g. 15
c g. $7\frac{1}{2}$ alla c e. 5

Eualmente.
c f. $22\frac{1}{2}$ alla g c. $7\frac{1}{2}$
g c. $7\frac{1}{2}$ alla g e. $2\frac{1}{2}$

Per la similitudine di triangoli.
c g. $7\frac{1}{2}$ alla g e. $2\frac{1}{2}$
b c. 14 alla d e. $4\frac{2}{3}$
c f. $22\frac{1}{2}$ alla g c. $7\frac{1}{2}$

15 MA accioche meglio sia intesa la soprascritta risolutione geometricamente fatta voglio che risolviamo anchora la medesima con applicationi di numeri, hor ponemo (per schivar rotti) che il lato a b. (del sopra notato triangolo a b c.) sia 13 misure, & b c 14. & a c 15. & il ponto d. sia talmente situato, che tirando da quello la d e equidistante alla b c. la d e sia $4\frac{2}{3}$, & la c e sia 5. & il dutto di a c nel b c. (cioe 15 fia 14) fa 210 la mita e 105, hor partendo 105 per $4\frac{2}{3}$ (cioe per d e.) ne venira $22\frac{1}{2}$, & tanto sara la c f. & perche il dutto 5 fia $22\frac{1}{2}$ (cioe di c e fia c f.) fara $112\frac{1}{2}$. Onde facendo della c f. (cioe di $22\frac{1}{2}$) due tal parti, che il dutto dell'una nell'altra faccia $112\frac{1}{2}$, e per tanto operando (secondo la regola piu volte detta) si trovara la menor parte esser $7\frac{1}{2}$, & la maggiore 15 a ponto, onde segando la menor parte verso c. qual sia la c g. la c g. venira a esser $7\frac{1}{2}$, cioe precisamente la mita del lato a c. e per tanto (perche la detta c g. non e meno della mita del a c.) tirando dal detto ponto g. al ponto d. la linea g d. & protraendola direttamente in longo, quella dividera il detto triangolo a b c. in due parti equali (per le ragioni generali, che di sopra si disse) allongando adunque la detta g d. (non havendo errato nell'operar manuale) quella transita precisamente per il ponto b. et quantunque per tal accidente siamo chiari (per la prima del sesto di Euclide) tal linea dividere il detto triangolo a b c. in due parti equali, nondimeno voglio, che lo dimostriamo per l'altra regola piu generale a tal specie di divisioni. Perche adunque il dutto della c f. nella c e. (cioe di $22\frac{1}{2}$ fia 5) e equale al dutto della c g. nella g f. (cioe di $7\frac{1}{2}$ fia 15) perche l'uno, & l'altro fa $112\frac{1}{2}$. la proportione del c f. al f g. (cioe di $22\frac{1}{2}$ a 15) sara si come del c g. al c e. (cioe di $7\frac{1}{2}$ a 5) eualmente cosi sara del c f. al g c. (cioe di $22\frac{1}{2}$ a $7\frac{1}{2}$) come del g c. al g e. (cioe da $7\frac{1}{2}$ a $2\frac{1}{2}$) & per la similitudine di triangoli g b c. & g d e. quella medesima proportione, che e del c g. al g e. (cioe da $7\frac{1}{2}$ a $2\frac{1}{2}$) quella medesima sara della basa b c. alla basa d e. (cioe da 14 a $4\frac{2}{3}$) & perche quella medesima e anchora della c f. alla g c. (cioe da $22\frac{1}{2}$ a $7\frac{1}{2}$) e pero a multiplicar la prima fia la quarta (cioe 14 fia $7\frac{1}{2}$) fara quanto che a multiplicar la seconda fia la terza (cioe $22\frac{1}{2}$ fia $4\frac{2}{3}$) perche l'una, & l'altra fara 105. (cioe la mita del dutto del lato c b. che e 14, fia il lato a c. che e 15) che fa 210 la cui mita e 105, come e detto, e pero (per la duodecima di questo capo) il triangolo g b c. e la mita del triangolo a b c. che e il proposito.

Da notare.

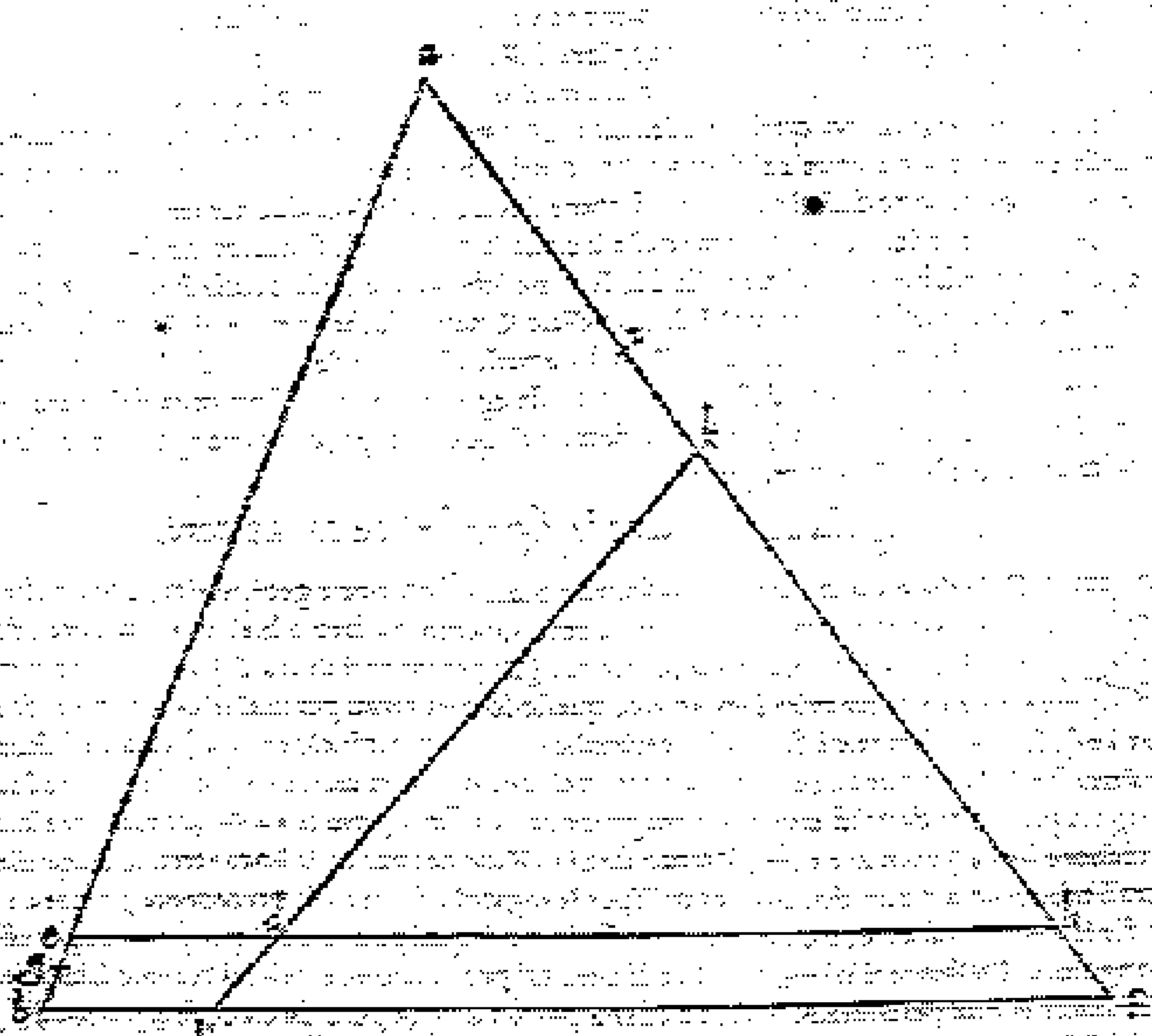
PEr maggior chiarezza del tutto bisogna notare, che havendo noi fatto della linea c f. quelle due tal parti, che il dutto dell'una nell'altra faccia il dutto della c e. nella c f. se segando la menor parte verso f. & la maggiore verso c. se per sorte il ponto di tal divisione cascasse sopra del lato a c. seguiria, che anchora da quel medesimo ponto tirando una linea al ponto d. & quella protratta direttamente in longo dividerebbe il medesimo triangolo a b c. in due parti equali. Essempi gratia di sopra (se ben ti aricordi) la parte menore della detta linea c f. qual fu la c g. fu segnata verso c. & fu $7\frac{1}{2}$ per numero, & la maggior parte fu la g f. & fu 15 per numero, hor dico che segnando la detta parte menore (cioe quel $7\frac{1}{2}$) dalla banda verso f. & la parte maggiore, cioe quel 15 dalla banda verso c. il ponto di tal divisione venira a cascar precisamente nel termine del lato c a. in ponto a. perche dal ponto a. al ponto f. vi e apponto $7\frac{1}{2}$ (cioe quanto che e la parte menore) & dal ponto a. al ponto c. vi e apponto 15. (cioe quanto che e la parte maggiore.) E per tanto dico in questo caso, che tirando dal ponto a. al ponto d. una linea retta, & producendola direttamente in longo quella dividera il medesimo triangolo a b c. in due parti equali, & tutto questo si dimostra secondo l'ordine dato. E pero si manifesta, che alle volte si puo trovar duoi ponti sopra un medesimo lato d'un dato triangolo, che a tirando da ciascheduno di quelli una linea retta a quel ponto dato di dentro del triangolo, & ciascheduna di quelle producta direttamente in longo dividera tal triangolo in due parti equali.

Da notare.

Anchora bisogna notare quando che il ponto dividente la detta linea .e f. non cascasse sopra il lato .a c. ma cascasse sopra la parte, over linea .a f. non si poria da questo concludere il proposito, e pero bisogna che la parte .e g. non solamente, che la non sia menore della mita del lato .a c. (come di sopra e stato detto) ma che anchora la non sia maggiore di tutto il lato .a c. E pero quando che per sorte ti accascasse questi duoi accidenti bisogneria negotiar di concludere il problema con uno de gli altri lati, cioe tirando dal detto ponto .d. la .d e. verso il lato .a b. over equidistante al lato .b c. overo al lato .a c. overo verso il lato .b c. equidistante al lato .b a. overo al lato .a c. overo anchora verso il medesimo lato .a c. equidistante al lato .a b. & dapoi procedere (come di sopra e fatto) perche il dato ponto .d. puo essere proposto in tal luogo di dentro del detto triangolo che non si potra cosi da ogni lato del detto triangolo essequire tal problema, come da te naturalmente puoi considerare, che a volerti essemplificare tutti li varij accidenti, che nella rissolutione di un tal problema poria accascare vi andaria da ragionar assai, ma per le annotationi date, & per quelle, che nelle sequenti si dara ti saranno manifesti.

46 Sia anchora il triangolo .a b c. & in quello sia dato il ponto .d. volendo dividere il detto triangolo .a b c. in due parti eguali con una linea retta transiente per il detto ponto .d.

Prima voglio, che vediamo s'egli e possibile di trovar un'altro ponto sopra il lato .a b. che tirando da quello una linea retta al dato ponto .d. & quella allongata direttamente in longo verso il lato .b c. (seguente quello) divida il detto triangolo .a b c. in due parti eguali, per certificarsi di questo dal detto ponto .d. tiraremo la linea .d e. equidistante al lato .b c. & dapoi seguiremo, secondo l'ordine della passata, cioe trovar una linea, laqual ducta nella .d e. faccia la mita del ducto del lato .a b. nel lato .b c. che geometricamente si fara (per la decimanona del secondo



capo) facendo sopra la linea .e d. un rettangolo eguale alla detta mita del ducto del lato .a b. nel lato .b c. & cosi la longhezza di tal rettangolo sara la ricercata linea, ma per numeri si trovera tal linea partendo la quantita della detta mita del detto ducto del lato .a b. nel lato .b c. per il numero della linea e d. & lo auenimento sara il numero della detta linea, laqual linea posta sopra il lato a b. giustandola in ponto b. trouaremo, che eccedera la a b. per piu del doppio della a h. la qual linea non l'ho voluta segnar per la longhezza sua, ma in parole la intenderemo per la b f. Onde per seguir l'ordine bisognaria far di tal linea b f. due tai parti, che il dutto dell'una nell'altra facesse il dutto della b e. nella detta b f. onde essequendo tal operatione realmente geometricamente si trouara la menor parte di tal linea esser quanto la b g. & la maggiore quanto la g f. & perche la detta b g. e manco assai della mita del lato a b. tal ponto g. non puo seruire per diuidere il detto triangolo a b c. in due parti equali per una linea retta tirata dal ponto g. al ponto d. (come nella precedente fu detto) & similmente, che segnasse tal parte menore verso il ponto f. il ponto di tal diuisione non caderia sopra il lato a b. ma fuora di quello. E pero egli e impossibile di poter trouare sul lato a b. un ponto, che da quello si possa diuidere il detto triangolo a b c. in due parti equali, con una linea retta tirata da quello al dato ponto d. & allongata diametralmente in longo. E pero in tal caso a noi e necessario di essequir tal effetto sopra l'uno de gli altri lati, & questa frusta operatione ho voluto fare, accioche meglio s'intenda il tutto, mostrando in fine il dare un'altra regola da schiuar tai fruste operationi, cioe di saper conoscere il lato del triangolo atto a dar il ricercato ponto.

Hor per negotiare da essequir tal problema (se possibil e) sopra il lato a c. dal medesimo ponto d. tiraremo la d h. per equidistante al medesimo lato b c. & dapoi trouaremo la sottra linea, che dutta nella d h. faccia la mita del dutto del lato a c. nel lato b c. onde procedendo con diligentia (secondo che di sopra e stato detto) trouaremo quella essere equale alla c i, (cioe saria menore del lato a c.) dapoi bisogna far della c i. due tai parti, che il dutto dell'una nell'altra faccia il dutto della h c. nella c i. onde procedendo geometricamente si trouara la menor parte esser equale alla i k. & la c k. la maggiore, & perche la i k. e menore della mita del lato a c. segnando tal menor parte verso c. il termine suo non seruiria per diuidere il detto triangolo a b c. in due parti equali con una linea retta tirata da quello al ponto d. & diametralmente protratta in longo (come di sopra fu detto) e pero segnaremo la detta parte menore verso i. laqual sia la i K. & la maggiore verso c. qual sara la c k. laqual c k. (per esser maggiore della mita del lato a c. tirando dal detto ponto K. al dato ponto d. la linea k d l. quella diuidera il detto triangolo a b c. in due parti equali, laqual cosa dimostrarassi per quella medesima regola generale di sopra adutta, cioe perche il dutto della i K. nella k c. e equale al dutto della i c. nella h c. le dette quattro linee sono proportionali, & la proportione della i c. alla i k. e si come della c k. alla h c. Euersamente anchora la proportione della c i. alla k c. sara si come della k c. alla k h. & per la similitudine di triangoli, si come della c k. alla k h. cosi e della c l. alla d h. & il medesimo sara della c i. alla h c. Onde (per la decimasesta del sesto di Euclide) il dutto della c K. nella c l. sara equale al dutto della c i. nella h d. & perche il dutto della detta c i. nella h d. e equale alla mita del dutto del lato a c. nel lato b c. seguita anchora che il dutto della k c. nella c l. sia equale alla medesima mita del dutto del lato a c. nel lato c b. e pero seguita (per la duodecima di questo capo) che il triangolo k l c. sia la mita del triangolo a b c. che e il proposito.

le quattro linee proportionali.
c i. alla i k.
c k. alla h c.

Euersamente
c i alla k c.
c k alla k h.

Et anchora per la similitudine di triangoli.
c k alla k h.
c l alla d h.
c i alla h c.

La regola da risoluere la sopra scritta con numeri.

17 ACcioche meglio s'intenda la sopra notata risolutione geometrica, voglio che la risoluiamo anchora per numeri, & cosi poneremo il lato a b. esser 13. misure, & b c. 14. & a c. 15. & la d h. 10. & la c h. $1\frac{1}{4}$. E per tanto il dutto del lato a c. nel lato c b. sara 210. la cui mita sara 105. & questo lo partiremo per la d h. (cioe per 10) & ne venira $10\frac{1}{2}$, & tanto sara la c i. & questa multiplicaremo per la c h. cioe per $1\frac{1}{4}$ fara $13\frac{1}{8}$. hor bisogna mo far della c i. due tai parti, che il dutto dell'una nell'altra faccia $13\frac{1}{8}$. onde procedendo (per la regola piu volte detta) si trouara la maggior parte esser $5\frac{1}{4}$ piu R $14\frac{7}{16}$, & tanto sara la c k. & la menore sara $5\frac{1}{4}$ men R $14\frac{7}{16}$, & tanto sara la i K. onde tirando la linea retta K d l. quella diuidera il triangolo a b c. in due parti equali (per le ragioni adutte nella precedente) ma se ne vorrai far la proua pratticale, trouarai quanto sia la l c. laqual puoi trouar per piu vie, per essere il triangolo k d h. simile al triangolo K l c. E pero tal proportione e della d h. alla c l. laqual e della h K. alla K c. & perche la K h. vien a esser 4 piu R $14\frac{7}{16}$, e pero diremo, se 4 piu R $14\frac{7}{16}$ mi da 10 (cioe la d h.) che mi dara $5\frac{1}{4}$ piu R $14\frac{7}{16}$ (cioe la c k.) opera che trouarai, che ti dara 42 men R 924. & tanto sara la detta l c. laqual multiplicandola fia la c k. fara 105. cioe la mita del dutto del lato a c. nel lato b c. e pero il triangolo K l c. viene a esser la mita del detto triangolo a b c. (per la duodecima di questo) che e il proposito.

Le quantita di lati
a b. — 13
b c. — 14
c a. — 15

La quantita delle parti.
d h. — 10
c i. — $10\frac{1}{2}$
c h. — $1\frac{1}{4}$
c K. $5\frac{1}{4}$ piu R $14\frac{7}{16}$
i K. $5\frac{1}{4}$ men R $14\frac{7}{16}$
h K. 4 piu R $14\frac{7}{16}$
l c. 42 men R 924

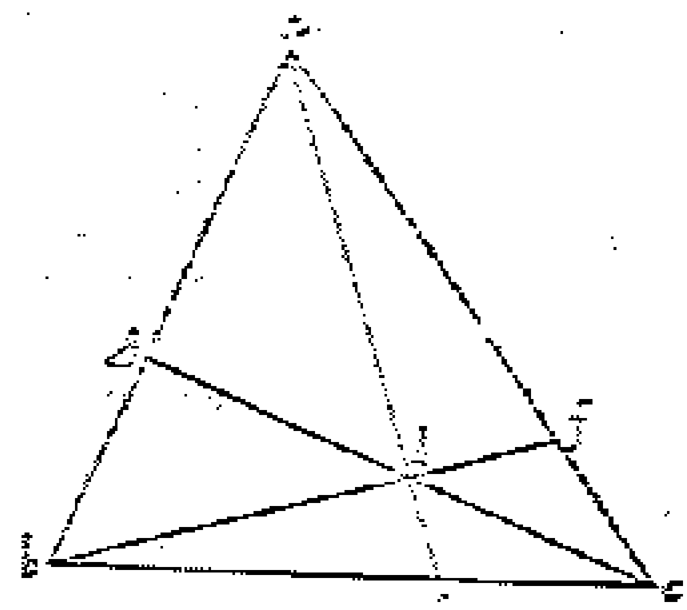
Alcuni poria dubitare in quanto alla pratica, dicendo il triangolo a b c. (come in piu luoghi hab-

biamo

hiamo visto) è di superficie 24. talche la mita di 84. sarebbe 42. et tanto douerebbe esser la superficie del triangolo. k l c. & di sopra nella argumentatione fatta con numeri trouamo che il dotto delli duoi latri a c. et b c. fa 210. et il dotto del lato. k c. nel lato l c. fa 105. talche questi duoi numeri. 210. & 105. sono molto maggiori delle sopradette superficie di detti duoi triangoli, delliquali vna è 84. & l'altra douería esser 42. A questo si risponde, che il dotto del lato a c. nel lato. b c. & il dotto del lato. k c. nel lato. l c. ne notifica solamente la proportione, che è dal triangolo. a b c. al triangolo. k l c. & non la quantita superficiale di tai triangoli, & perche il dotto del lato a c. nel lato. b c. fa. 210. & il dotto del lato. k c. nel lato. l c. fa. 105. qual è esser la mita de. 210. diremo (per la duodecima di questo) che il triangolo. k l c. e la mita del triangolo a b c. ma per questo non diremo che l'aria superficiale del triangolo a b c. fia. 210. ne manco diremo che quella del triangolo. k l c. sia 105. ma ben diremo che la proportione, che è da. 210. a. 105. quella medesima è de l'aria del triangolo. a b c. (laqual in questo caso saria. 84.) a l'aria del triangolo. k l c. e pero l'aria del detto triangolo. k l c. conuien esser 42.

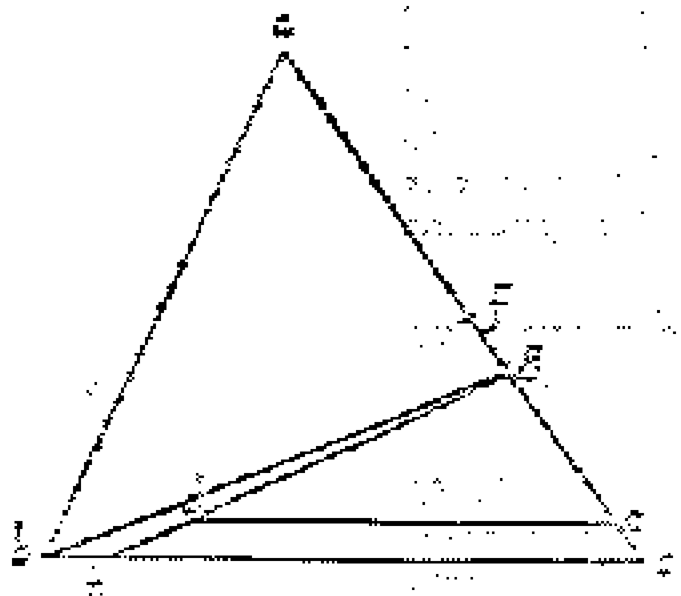
Vn modo di saper conoscere li lati d'un triangolo, non atti a darne un ponto da poter diuider il detto triangolo in due parti equali con vna linea retta passante per qual ponto dato di dentro di tal triangolo.

19 Sia dato il triangolo. a b c. nelqual sia dato il ponto. d. volendo trouare quali lati del detto triangolo siano atti, ouer non atti a darne vn ponto, dal quale tirando da quello vna linea retta al dato ponto. d. & quella protratta direttamente in longo, diuida il detto triangolo. a b c. in due parti equali. Tirerai da ciaschaduno angolo del triangolo al lato a quello opposito vna linea retta coloee, che transisca per il dato ponto. d. & se per caso ciaschaduna di dette linee diuidesse ciaschaduno di detti lati oppositi in due parti equali, ciaschaduna di quelle diuidera il detto triangolo in due parti equali (per la prima del sesto di Euclide) e pero dellequal ti parera di quelle ti potrai seruire per risoluere tal problema, & questa tale cosa la poi apparente. Et se per sorte ne trouassi vna sola di dette linee, che facesse tal effetto, cioe che diuidesse il lato opposito in due parti equali, con quella sola potrai risoluere il detto problema. Ma se per sorte niuna di quelle diuidera il detto suo lato opposito al angolo in due parti equali, come nella presente figuratione appare. Sempre in tal caso seguira questo, che vn'angolo sara contenuto da due delle parti maggiori di detti lati, & vno sara contenuto da due delle parti menori. Et vno sara contenuto da vna delle parti maggiori, & da vna delle menori, (come nella presente figura si vede) che tirate le tre linee. a d e. b d f. & c d g. l'angolo. a. e contenuto da due delle parti maggiori, quale sono le. a g. et a f. & l'angolo. c. è contenuto da due delle parti menori, lequali sono le. c f. & c e. & l'angolo. b. è contenuto da vna delle parti maggiori, laqual è la. e b. & da vna delle menori, laqual è la. g b. Hor dico che li duoi lati. c a. & c b. che formano l'angolo contenuto dalle due parti menori (cioe l'angolo. c.) non sono atti a darne il detto ponto, che tirando da quello al ponto. d. vna linea retta, & quella producta per fino a l'altro di detti duoi lati, che diuider possa il detto triangolo a b c. in due parti equali, cioe che non si potria trouar vn ponto sul lato. a c. & vn'altro sul lato. b c. che tirando da l'uno a l'altro vna linea retta passante per il ponto. d. che diuidesse il detto triangolo. a b c. in due parti equali, anzi la maggior parte, che di tal triangolo. a b c. tagliar si possa, vna è il triangolo. a e c. che taglia la linea. a d e. & l'altra e il triangolo. b f c. che taglia la linea. b d f. l'uno, & l'altro di detti duoi triangoli e manco della mita del detto triangolo. a b c. (per la prima del sesto di Euclide). E pero in questo caso non accade a star a ricercar con le regole passate se tal problema si possa eseguire dal lato. a c. al lato. b c. anzi bisogna ricercar di esequir tal problema verso il lato. a b. cioe con li duoi lati. a b. & b c. ouer con li duoi. a b. & a c. cioe dal ponto. d. verso il lato. a b. tirare vna linea equidistante al lato. b c. & dapoi procedere secondo le regole date, & trouarai di esequir tal problema con vna linea segante li duoi lati. a b. & b c. & transisse per il dato ponto. d. anchora dal detto ponto. d. verso qualche altro lato tu potresti tirare alle volte vna linea equidistante ad alcuno delli altri lati, & trouarai da esequire tal problema con vna linea segante tal hora li duoi lati. a b. & a c. & transiendo per il detto ponto. d. E pero saria superfluo, che longo saria a voler narrare ogni minimo accidente, non dubito di esserti venuto sin hora in fastidio, ma il tutto ho fatto, & detto per esser tanto piu breue in quelli, che si porria dire, per che tutte dependono da questa.



49 DA vn ponto dato dentro di vno triangolo potremmo tagliar la terza parte di tal triangolo, con vna linea retta passante per il detto ponto dato.

Essempi gratia sia il triangolo . a b c. & di dentro da quello sia dato il ponto. d. hor volendo tagliare la terza parte del detto triangolo . a b c. con vna linea retta, che passi per il detto dato ponto. d . Tu dei procedere si, come nelle passate, cioe dal ponto. d. tira la d e. equidistante al lato. b c. fatto questo troua vna linea, che il dutto della. d e. in quella faccia la terza parte del dutto del lato. a c. nel lato. b c. onde operando (si come nelle passate è stato detto) trouarai (assettandola sopra la. c a.) quella essere eguale alla. c f. dapoi (secondo il solito) farai della c f. due tai parti, che il rettangolo contenuto da quelle sia eguale al rettangolo della. c e. nella. c f. onde procedendo secondo la sesta 28 del 6 di Euclide) trouarai la menor parte essere eguale alla . f g. & la maggiore alla g c. ma perche la. g f. è menore della terza parte del lato. a c. la non e sufficiente ponendola dalla banda verso . c. e pero tu gli ponerai in tal caso la maggior parte, cioe la. c g. & cosi dal detto ponto. g. al dato ponto. d. tirerai la linea. g d. & quella prolonga per sin che sega il lato. b c. in ponto. h. & cosi il triangolo. g h c. sara la terza parte del triangolo . a b c. & tutto questo demostrarai secondo l'ordine dato nelle passate, cioe perche il dutto della. c f. nella. c e. è eguale al dutto della. c g. nella. g f. e pero (per la. 4 del sesto di Euclide) la proportione della . c f. alla . g c. sara si come della. c g. alla. c e. & coniuntamente della. e f. alla. g c. sara si come della. g c. alla. g e. Et per la similitudine di duoi triangoli . g h c. & g d e. la proportione della. c g. alla. g e. ma sara della. h c. alla d e. & perche anchora la. c f. alla. g c. (come di sopra fu demostrato) cosi era dalla. c e. alla . g e. Et pero si come della. h c. alla. d e. cosi sara della. c f. alla. g c. e per tanto il produtto della . c g. nella h c. sara eguale al produtto della. d e. nella. c f. & gia tu sai che'l produtto della. d e. nella. c f. è eguale alla terza parte del produtto del lato. a c. nel lato. b c. Seguita adunque il produtto della. h c. nella c g. essere eguale alla detta terza parte del produtto del lato. a c. nel lato. b c. e pero (per le ragioni adotte nella 12 di questo capo) il triangolo. g h c. esser la terza parte del triangolo. a b c. che è il proposito. & con tal ordine potrai tagliarne non solamente la quarta, quinta, sesta, ouero altra simil parte, ma anchora (se bene auertirai) ne potrai tagliare li duoi terzi, li tre quarti, li quattro quinti, & altre parti simili, che longo saria a volerli in tutte dar particolar essempio.



le quattro linee proportionali
c f. alla. f g.
c g. alla. c e.

Euersamente
c f. alla. g c.
g c. alla. g e.

Per la similitudine di triangoli.
c g. alla. g e.
h c. alla. d e.
c f. alla. g c.

Il modo da risoluere la soprascritta con numeri.

50 ACcio meglio sia intesa la sopra notata risolutione, sotto breuita quiui la voglio di nuouo replicar cõ numeri. Essempi gratia sia il medesimo triangolo. a b c. & sia il lato a b. 13. misure. b c. 14. & a c. 15. & sia il medesimo ponto. d. & per schiuar rotti sia la linea. d e. 10. & la. a e. 1 $\frac{1}{4}$. Et perche il dutto del lato. a c. (che è 15) nel lato. b c. (che è 14.) fa 210. la terza parte, della quale sara 70. qual partendolo per. d e. qual è 10. ne venira 7. & tanto sara la. c f. qual multiplicata per la. c e. (laqual è 1 $\frac{1}{4}$) fa 8 $\frac{3}{4}$. onde facendo della. c f. (cioe di 7) due tai parti, che il dutto dell'una nell'altra faccia 8 $\frac{3}{4}$. procedendo (per la regola piu volte detta) si trouara la menor parte esser 3 $\frac{1}{2}$ men R 3 $\frac{1}{2}$. & la maggiore 3 $\frac{1}{2}$ piu R 3 $\frac{1}{2}$. & perche la menore è manco della terza parte del lato. a c. la segnaremo dalla bãda verso. f. laqual sara la. g f. & la parte maggiore verso. c. laqual sara la. c g. si che la. c g. sara 3 $\frac{1}{2}$ piu R 3 $\frac{1}{2}$. & la. g f. sara 3 $\frac{1}{2}$ men R 3 $\frac{1}{2}$ onde tirando la linea. g d h. il detto triangolo. g h c. (per le ragioni di sopra adutte) sara la terza parte del triangolo a b c. Et per farne la proua pratica, o vuoi dir naturale, trouarai quanto sia la h c. & per trouarla per esser. g c. 3 $\frac{1}{2}$ piu R 3 $\frac{1}{2}$. la. g e. venira a esser 2 $\frac{1}{4}$ piu R 3 $\frac{1}{2}$. & per essere li 2 triangoli. g h c. & g d e. simili, tu dirai (per la regola) se 2 $\frac{1}{4}$ piu R 3 $\frac{1}{2}$ di lato (cioe. g e.) mi da di basa 10 (cioe. d e) che me dara 3 $\frac{1}{2}$ piu R 3 $\frac{1}{2}$ di lato (cioe. g c) opera che trouarai, che ti dara 3 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{2}$ men R 3 3 8 $\frac{2}{1}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{1}{7}$. & tanto sara la basa. h c. laquale se la multiplicarai per il lato. c g. (cioe per 3 $\frac{1}{2}$ piu R 3 $\frac{1}{2}$) trouarai, che (se operarai con diligentia) sara precisamente 70. cioe la terza parte del dutto del lato. a c. nel lato. b c. e pero (per la duodecima di questo capo) il detto triangolo. g h c. viena esser il terzo del dato triangolo. a b c. che è il proposito. Et con tal ordine procederesti volendone pigliar il quarto, ouero il quinto, & similmente li tre quarti, li quattro quinti, li tre quinti, li duoi quinti, & ogni altra parte, ouer parti simili.

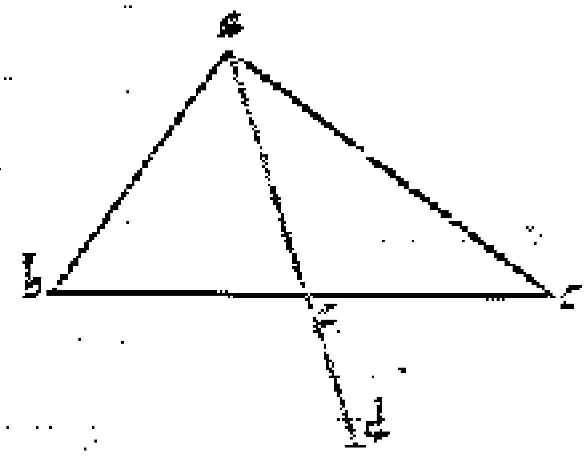
La quantita di lati del triangolo. a b c.
a b. —— 13
b c. —— 14
a c. —— 15

Le quantita delle parti
d e. 10
c f. 7
c e. 1 $\frac{1}{4}$
c g. 3 $\frac{1}{2}$ piu R 3 $\frac{1}{2}$
g f. 3 $\frac{1}{2}$ men R 3 $\frac{1}{2}$
g e. 2 $\frac{1}{4}$ piu R 3 $\frac{1}{2}$
h c. 3 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{2}$ men R 3 3 8 $\frac{2}{1}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{1}{7}$

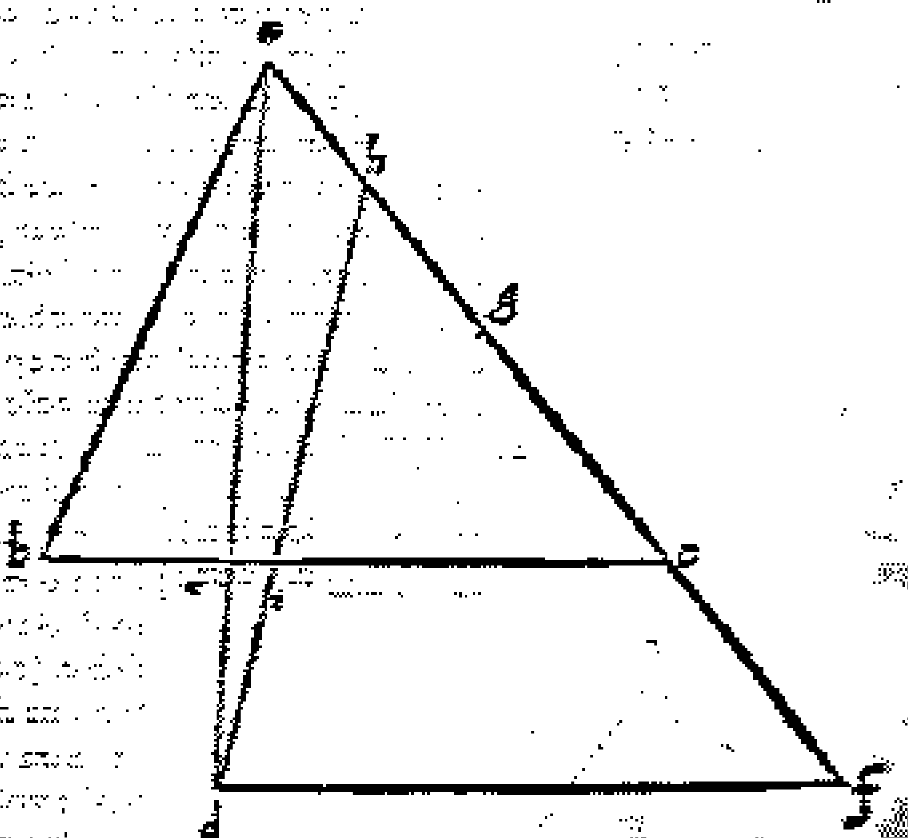
Regola di saper pigliar una parte di uno triangolo da uno ponto dato di fuora da quello.

Dato

21 DA vn ponto dato fuora di vno triangolo potemmo diuidere tal triangolo in due parti equali. Essempi gratia sia il triangolo a b c. & sia di fuora di questo dato il ponto d. volendo dal detto ponto d. menare vna linea retta, che diuida il detto triangolo in due parti equali. Dal detto ponto d. al angolo a. a lui opposito, tiraremo la linea d e a. & se per sorte la detta linea diuidesse il lato b c. in due parti equali in ponto e. cioe che e c. fusse equale a b e. (come che in questa prima figuratione si vede esser accaduto) saria risolto il problema, perche tal linea d e a. (per la prima del sesto di Euclide) diuideria il detto triangolo a b c. in due parti equali, come fu proposito di fare.



22 MA se per caso la linea tirata dal ponto d. al angolo a lui opposito nõ diuidesse il lato opposito a quel angolo in 2 parti equali, come nella seconda figura a b c. si vede, che tirando dal põto d. al angolo a. la linea d a. quella diuide il lato b c. in due parti non equali in ponto e. per esser la parte e c. maggiore della parte b e. hor volendo in vn simil caso dal detto põto d. con vna linea retta tirata da questo diuidere il detto triangolo a b c. in due parti equali dal detto ponto d. tira la linea d f. equidistante alla parte maggiore e c. & protrarai lo lato a c. per fin che concorra con quella in ponto f. fatto questo bisogna per trouare (si come nelle passate) vna linea, che il rettangolo contenuto sotto di quella, & della d f. sia equale alla mita del rettangolo contenuto sotto di duoi lati a c. & b c. laqual linea geometricamente si trouara (come nelle passate è stato detto) cioe constituendo sopra la d f. (per la decimaterza del secondo capo) il detto rettangolo, onde procedendo con diligenza, secondo che nella detta decimaterza del secõdo capo si dichiara, si trouara il secõdo lato di quello esser equale alla c g. cioe che il dutto della c g. nella d f. sara equale alla mita del detto dutto del lato a c. nel lato b c. hor trouata tal linea, & quella applicata dal lato a c. verso il ponto e. come si vede esser la c g. bisogna poi sopra la detta c g. costituire vn rettangolo, equale al rettangolo contenuto sotto della c f. & della c g. il qual rettangolo aggionga, ouer sopr'abondi al compimento della linea c g. (dalla banda verso g.) vna superficie quadrata, laqual cosa non vuol inferire altro, che aggiongere alla c g. vna linea verso g. che il dutto di quella in tutto il cõposito, sia equale al dutto della c f. nella c g. onde operando, secondo la regola data nella nona dell' vndecimo capo, si trouara la linea soprabondante alla detta c g. esser equale alla g h. dapoi dal ponto d. al põto h. sia tirata la linea d h i. laqual dico a diuidere il detto triangolo a b c. in due parti equali (come si propone) perche il rettangolo contenuto sotto delle due linee c h. & g h. è equale al rettangolo contenuto sotto delle due c f. & c g. e pero le dette quattro linee sono proportionali, cioe si come che è la h g. alla c g. cosi sara la f c. alla c h. & congiontamente, cosi sara tutta la h c. alla c g. si come tutta la f h. alla c h. Et per la similitudine di duoi triangoli h d f. & h i c. la proportione del lato h f. al lato c h. cosi sara la basa d f. alla basa i c. & perche di sopra fu dimostrato, che si come che era la f h. alla c h. tal era la c h. alla g c. seguita, che si come che è la d f. alla c i. tal sia la c h. alla c g. e pero (per la decimasesta del sesto di Euclide) il rettangolo contenuto sotto della d f. & della c g. sara equale a questo contenuto sotto della c h. & della c i. Et perche il rettangolo contenuto sotto della d f. & della c g. (come fu) è equale alla mita del rettangolo contenuto sotto di duoi lati a c. & b c. e pero seguita, che medesimamente il rettangolo contenuto sotto delli duoi lati h c. & c i. (del triangolo h i c.) esser equale alla mita del sopradetto rettangolo contenuto sotto di duoi lati a c. & b c. onde (per la duodecima di questo capo) il detto triangolo h i c. viene a esser la mita del triangolo a b c. che è il proposito.



le quattro linee proportionali.
h g. alla c g.
f c. alla c h.

Congiontamente.
c h. alla c g.
f h. alla c h.

Et per la similitudine di triangoli h d f. & h i c.
f h. alla c h.
d f. alla c i.
c h. alla c g.

23 ACcio che meglio s'intenda la sopranotata geometrica operatione, di nouo la voglio replicar con numeri. Supponeremo adunque che il lato a b. del medesimo triangolo sia 1 3 misure (come saria a dir piedi 1 3) & b c. 1 4. & a c. 1 5. & supponeremo che il ponto d. sia talmente situato, che tirata la linea d f. equidistante alla e c. & pro-

slongara la a c talmente che la concorra con la detta d f. in ponto f. che la d f. sia 15. & la c f. sia 7. & perche la mita del rettangolo contenuto sotto di duoi lati a c. & b c. saria 105. qual partito per la d f. ch'e 15. ne vien 7. & questo segnaremo nella a c. verso c. qual sia la c g. fatto questo moltiplicaremo la c f. sia la c g. & perche l'una, & l'altra (per sorte) e per 7 fara 49. hor bisogna collocare questa superficie, over rettangolo 49. sopra la linea c g. ma con tal conditione talmente che sopra bondi alla detta linea c g. dalla banda del g. una superficie quadrata (come s'insegna geometricamente nella nona del precedente capo) che in numeri non vuol inferire altro, che aggiongere alla detta linea g c. un'altra linea dalla banda verso g. di tal quantita, che il quadrato di quella, insieme con il dutto di quella medesima nella c g. faccia il sopradetto 49. over che il dutto di detta linea aggionta in tutta la linea composta di ambedue. faccia pur 49. la qual cosa a volerla trovare bisogna pur (a chi non sa Algebra) seguir la regola data nella detta nona del precedente capo, cioe piglia la mita della detta c g. che sara $3\frac{1}{2}$, quadrala fara $12\frac{1}{4}$, aggiongelo a quel 49. fara $61\frac{1}{4}$, & la radice di $61\frac{1}{4}$ men la mita di 7 (cioe men $3\frac{1}{2}$) sara la detta linea da aggiongere alla detta c g. dalla banda del g. laqual sara la g h. onde che tutta la c h. venira a esser R $61\frac{1}{4}$ piu $3\frac{1}{2}$, e per tanto tirando dal ponto d. al ponto h. la linea d h. tal linea dividera il detto triangolo a b c. in due parti eguali, cioe il triangolo detto h i c. sara la mita del triangolo a b c. la qual cosa volendola provare praticamente, bisogna trovare quanto sia il lato c i. del triangolo h i c. & per trovarlo tu vedi, che li duoi triangoli h i c. & h d f. sono simili, e pero la proportione del lato h c. alla detta basa c i. e si come quella del lato h f. alla basa d f. & perche tutto il lato h f. (se sarai ben cauto trovarai esser R $61\frac{1}{4}$ piu $10\frac{1}{2}$, & la basa d f. (come dissi) e 15, & il lato c h. (come di sopra fu detto) e R $61\frac{1}{4}$ piu $3\frac{1}{2}$, hor per trovar la basa i c. tu dirai, se R $61\frac{1}{4}$ piu $10\frac{1}{2}$ di lato, mi da di basa 15 (cioe la d f.) che mi dara R $61\frac{1}{4}$ piu $3\frac{1}{2}$ di lato (cioe c h.) operando con le regole date nel multiplicar, & partir de binomii, & residui, & quello che ti venira di tal operatione, sara la quantita della c i. laqual quantita (se non haverai errato nella tua operatione) multiplicandola per lo lato c h. cioe per R $61\frac{1}{4}$ piu $3\frac{1}{2}$, fara precisamente 105. cioe la mita del dutto del lato a c. nel lato b c. e pero (per la duodecima di questo capo) il detto triangolo c h i. e sara la mita del detto triangolo a b c. come si propone.

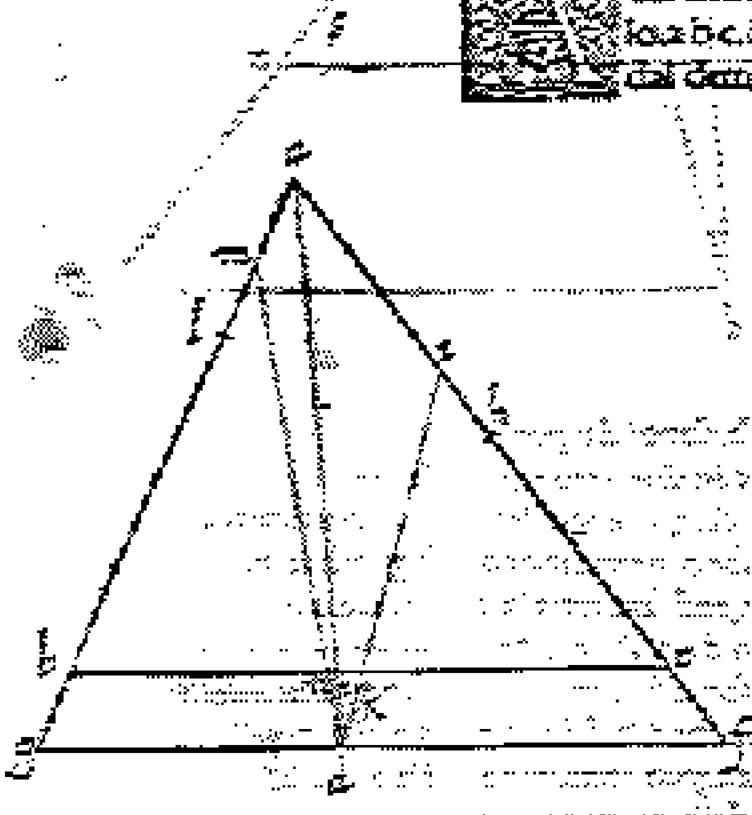
La quantita di lati del triangolo. a b c.

a b. — 13
b c. — 14
a c. — 15

La quantita delle parti.

d f. 15
f c. 7
c g. 7
g h. R $61\frac{1}{4}$ men $3\frac{1}{2}$
c h. R $61\frac{1}{4}$ piu $3\frac{1}{2}$
f h. R $61\frac{1}{4}$ piu $10\frac{1}{2}$
c i. R men

24 Anchora da un ponto dato fuora di un triangolo, potemo con una linea retta dal detto ponto tagliare la terza parte di tal triangolo. Essempi gratia sia il triangolo a b c. & il ponto dato fuora di quello sia il d. volendo con una linea retta condotta dal detto ponto d. tagliare la terza parte del detto triangolo a b c. tira dal detto ponto d. al angolo a la linea d e a. & se per sorte tagliasse il terzo della basa b c. (cioe che la e b. over la e c. fusse la terza parte della basa b c. (per la prima del sesto di Euclide) saria assolto tal problema. Ma se ne l'una, ne l'altra delle due parti, cioe la b e. over la e c. non sara la detta terza parte, alle volte puo occorrere, che l'una sia menore della detta terza parte, & l'altra maggiore delli duoi terzi della detta basa. Et alle volte puo accadere, che l'una, & l'altra parte sia maggiore della detta terza parte.



Hor ponemo prima che l'una, & l'altra parte sia maggiore della detta terza parte (come che nella presente positione si vede) che la parte b e. e maggiore della terza parte della b c. & il medesimo e la e c. e per tanto in un simil caso potremo tagliare la terza parte del detto triangolo a b c. dalla banda verso c. & anchora dalla banda verso b. hor tagliamola dalla banda verso c. & per far questo dal detto ponto d. tiraremo la d f. equidistante alla e c. & slongaremo il lato a c. per sin che quel concorra con quella in ponto f. & fatto questo procederemo alla similitudine della antepostta alla precedente, cioe trovaremo una linea, che il rettangolo contenuto sotto di quella, & della d f. sia eguale alla terza parte del rettangolo contenuto sotto di duoi lati a c. & b c. & tal linea la segnaremo (secondo il solito) nella a c. verso c. onde procedendo secondo la regola detta nella antepostta alla precedente, trovaremo tal linea esser eguale alla c h. fatto questo sopra alla c h. constituiremo un rettangolo eguale al rettangolo contenuto sotto della c f. & della c h. talmente che aggionga oltra al ponto h. una superficie quadrata, onde procedendo secondo la regola data nella nona del precedente capo, trovaremo tal rettangolo andara a terminare in ponto i. dapoi tiraremo dal ponto d. al ponto i. la linea d k i. laqual dico, che taglia la ricercata terza parte del triangolo a b c. cioe che il triangolo c i k. e la terza parte del detto triangolo a b c. & questo si dimostra secondo l'ordine, che si dimostro la vigesimanona. Dicendo, perche il rettangolo contenuto sotto delle due linee

Le quattro linee proporcionali.

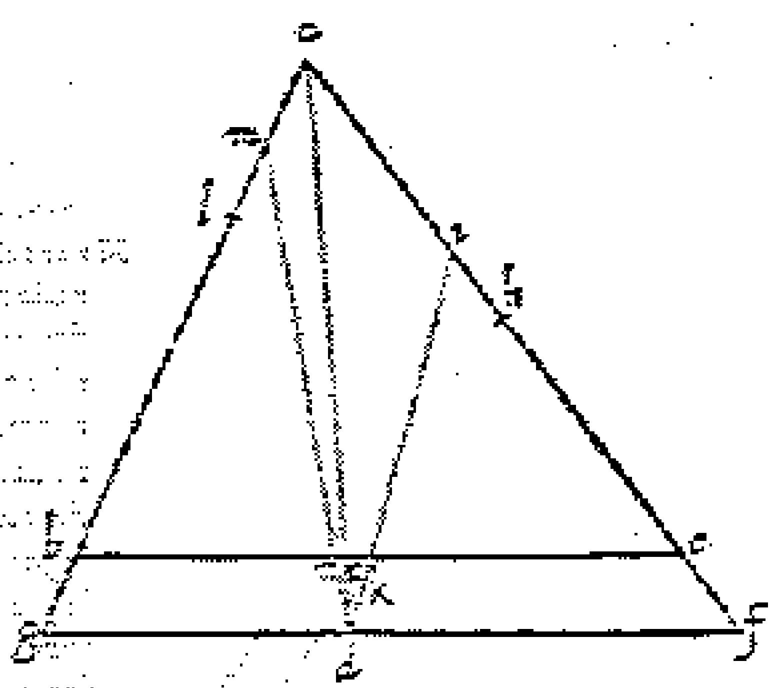
i h. alla h c.
f c. alla c i.

Congionctamente.

i c. alla h c.
f i. alla c i.

linee. i h. & c i. e eguale al rettangolo contenuto sotto alle due. f c. & h c. le dette 4 linee sono proportionali, cioe la proportione della. i h. alla. h c. e si come quella della. f c. alla. c i. & congionamente della. i c. alla. c h. sara si come della. f i. alla. c i. Et per la similitudine di duoi triangoli. i d f. & i k c. la proportione del lato. f i. al lato. c i. e si come la basa. d f. alla basa. k c. & perche si come la. f i. alla. c i. di sopra fu dimostrato, che cosi era la. i c. alla. h c. e pero si come la. d f. alla. k c. cosi sara la. i c. alla. h c. onde il rettangolo contenuto sotto della prima, & della quarta (cioe della. d f. & della. h c.) sara eguale a quello, che e contenuto sotto della seconda, & della terza, cioe sotto della. i c. & della. k c. Et perche il rettangolo contenuto sotto della. d f. & della. h c. gia fu che egli e eguale alla terza parte del rettangolo contenuto sotto di duoi lati. a c. & b c. e per tanto seguita anchora che il rettangolo contenuto sotto di. k c. & i c. sia eguale alla detta terza parte del rettangolo contenuto sotto di detti duoi lati. a c. & b c. e pero (per la duodecima di questo capo) il triangoletto. i k c. vien a esser la terza parte del triangolo. a b c. ch'e il proposito.

Et se con tal ordine vorrai tagliare pur la detta terza parte del medesimo triangolo. a b c. verso l'angolo. b. tirarai dal ponto. d. la linea. d g. equidistante alla. c b. & prolongarai il lato. a b. per fin che concorra con quella in ponto. g. & dapoi procedere secondo il solito, cioe trouare vna linea, che il rettangolo contenuto sotto di quella, & della. d g. sia eguale alla terza parte del rettangolo contenuto sotto di duoi lati. a b. & b c. & tal linea trouata, che sia segnata nel la. b a. verso. b. onde (procedendo secondo la regola data nelle passate) si trouara quella essere eguale alla. b l. & fatto questo sopra la. b l. sia constituito vno rettangolo eguale al rettangolo contenuto sotto le due linee. g b. & b l. talmente che sopraboundi alla linea. b l. dalla banda verso. l. vna superficie quadrata, onde (operando secondo la regola data nella terza del precedente capo) si trouara tal rettangolo andar a terminar nel ponto. m. dapoi tirando dal ponto. d. al ponto. m. la linea. d m. quella tagliara la terza parte del triangolo. a b c. cioe che il triangoletto. m n b. sara la terza parte del triangolo. a b c. & tutto questo si puo dimostrare per il medesimo ordine, che fu dimostrato dell'altro triangoletto. i k c. che fara il proposito. Et cosi dal detto ponto. d. veniremo hauer diuiso con due linee rette il detto triangolo. a b c. in tre parti eguali, delle quali vna e il triangoletto. i k c. l'altra e il triangoletto. m n b. l'altra necessariamente vien a esser il quadrilatero. m a i n. Et con tal regola ferma, che piu oltra estendendo porrai da vn ponto dato fuora di vn triangolo tagliare, con vna linea retta condutta da quello, non solamente qual altra sorte parte di tal triangolo ti parera, ma anchora piu parti, come sarebbe li $\frac{2}{3}$, ouero li tre quarti, ouer li duoi quinti, ouer tre quinti, & cosi discorrendo.



Sopra questa materia mi fu proposto un quesito da Hieronimo Cardano

detto milanese, & da Lodouico ferraro suo creato, & fu il decimo quarto di 31 quesiti a me proposti, nella nostra publica disputa, il qual quesito parlaua precisamente in questa forma.

Esposto che sia vn triangolo, & vn ponto di fuori, tirarne da quel ponto vna linea, che taglia vn terzo del triangolo verso la ponta.

Questo tal quesito fu da loro mandato senza figura, cioe il triangolo, & senza il ponto, e pero tal sua propositione e bisgosa perche il triangolo (come si sa) ha tre ponte, che sono li tre angoli di quello, e pero non specificando in figura di qual angolo, ouer ponta parli, la questione vien a restar bisgosa, & colui che sigiamente interroga (come dice Aristotele nella seconda parte della Topica) ornatamente disputa.

Nondimeno perche fra Luca ne pone vna tale, cioe da diuidere vn triangolo in due parti eguali da vn ponto dato fuora di quello, ma non fa la dimostratione di tal operatione, onde per dimostrargli, che in tal materia non era ignorante gli feci la dimostratione di quella, che fra Luca manca per non perder tempo a star a far intagliar figure da imprimere.

15 Nchora acioche la geometrica operatione della precedente meglio sia intesa, qui di sotto breuiter la voglio replicar con numeri, & sopra la medesima figura.

E per tanto supponeremo che il lato. a b. del detto triangolo sia 13 misure, & il lato. b c. 14. & il lato. a c. 15. & supponeremo, che il ponto. d. sia talmente situato,

La quantita di lati del triangolo. a b c.
a b. — 13
b c. — 14
a c. — 15

La quantita delle parti.
d f. 10
c f. 2 1/2
c h. 7
e i. R 20 1/4 piu 3 1/2.

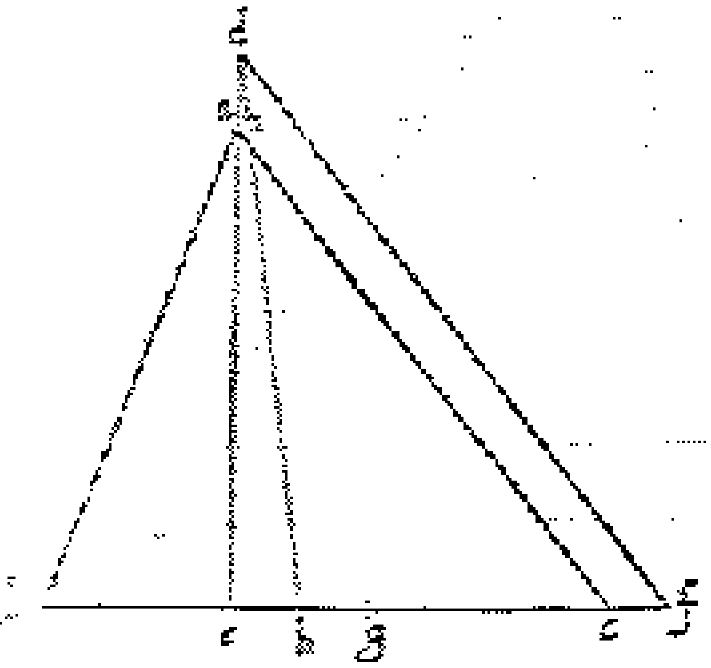
La quantita delle parti verso b.
d g. 6 1/4
b g. 2 1/5
b l. 5 1/9
l m. R ...
b m. R ...

che la linea d f. sia 10 c f. 2, e mezo. Et perche il rettangolo compreso sotto alli duoi lati a c. & b c. saria 210. la terza parte del quale sarebbe 70. la qual partendola per d f. (cioe per 10) ne venira 7, & tanto sarebbe la c h. & perche il detto della c f. & della c h. fara 19, e mezo, onde per trovar la linea h i. de tal quantita, che il quadrato di quella gionto con il detto di quella medesima nella c h. faccia 20 1/4 (a chi non ha li termini dell'algebra, bisogna seguir la regola data nella nona del precedente capo, cioe pigliar la mita della c h. che fara 3, e mezo, & quadrarla fara 12 1/4, & a questo aggiongerai quel 20 1/4, fara 32 1/2, & la radice 32 1/2 men quel 3, e mezo, fara la detta linea h i. onde tutta la i c. veneria a essere radice 20 1/4 piu 3, e mezo, onde tirando poi dal ponto d. al ponto i. la linea d i. quella tagliara la terza parte del triangolo a b c. verso l'angolo c. cioe il triangolo i f c. sara la terza parte del triangolo a b c. come nella precedente fu dimostrato.

Il medesimo ordine osservarai dall'altra banda verso l'angolo b. perche stante il primo supposito, la linea d g. necessariamente sara 6 1/4, & la b g. 2 1/5, il restante trovarai tu da te medesimo, che se non errarai nella operatione, trovarai la l m. esser radice ... men ..., & tutta la b m. esser R ... piu ...

26 Et non ti celare alcuna difficulta in questa materia di saper dividere uno triangolo in parti da un ponto dato fuora di quello, sia il triangolo a b c. & il ponto dato fuora di quello sia per d. ma sia tal ponto di sopra all'angolo a. (come nella figura appare, hor volendo con una linea retta menata dal detto ponto d. tagliare una parte (poniamo la mita) del detto triangolo a b c.

Tirarai dal detto ponto d. al ponto a la linea d a. & quella prolongarai per fin che seghi il lato opposito b c. in ponto e. & se per sorte tal linea in questo caso segasse il detto lato b c. in due parti eguali sarebbe risolto il problema (per la prima del sesto di Euclide) per haver diviso il detto triangolo a b c. in due parti eguali, come si propone.



Ma se tal linea dividera il detto lato b c. in due parti non eguali (come che nella presente figuratione accade) che la parte e c. e maggiore dalla e b. dal detto ponto d. tirarai la d f. equidistante al lato a c. & prolongarai il lato b c. per fin che concorra con quella in ponto f. fatto questo procederai secondo l'ordine dato nelle passate, cioe trovarai una linea, che il rettangolo compreso sotto di quella, & della d f. sia eguale alla mita del rettangolo compreso sotto di duoi lati a c. & c b. & quella tal linea segnarla nella b c. verso il ponto e. onde (procedendo secondo la regola piu volte detta) si trovara tal linea esser eguale alla c g. fatto questo sopra la c g. costituirai un rettangolo, eguale al rettangolo compreso sotto delle due linee c f. & c g. talmente che tal rettangolo sopr'avanzi la detta linea c g. verso il g. una superficie quadrata, onde (procedendo secondo la regola data nella nona del precedente capo) trovarai il detto rettangolo difettivo con tal conditione sopra la c g. procedere per fina al ponto h. onde tirando dal ponto d. al ponto h. la linea d h. quella dividera il detto triangolo a b c. in due parti eguali, cioe il triangolo h f c. e la mita del triangolo a b c. & tutto questo si dimostrara secondo il medesimo ordine, che si e dimostrate le precedenti, & con questa medesima regola procederesti volendo dal detto triangolo a b c. tagliarne il terzo, over il quarto, overo quel si voglia altra parte, over parti.

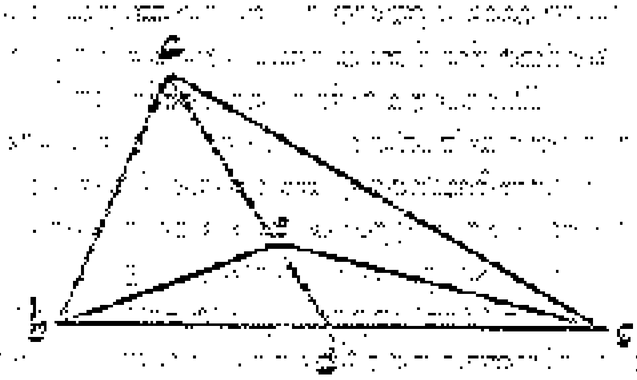
La quantita di lati del triangolo a b c.
a b. — 13
b c. — 14
a c. — 15

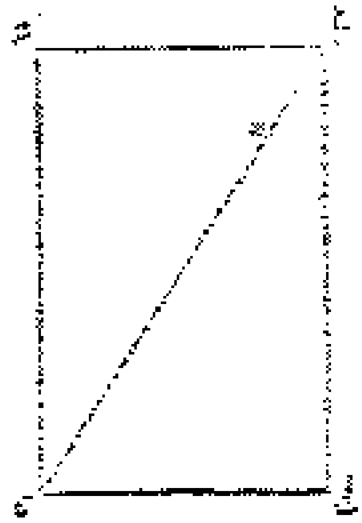
La quantita accidentali.
d f. 17 1/2
c f. 2 1/2
c g. 6
h g. R 23 men 3
c h. R 23 piu 3

27 Anchor che mi para cosa superflua a replicarti questa operatione con numeri, non dimeno per tua satisfattione supponendo per li lati del triangolo a b c. che a b. sia tredici misure, & b c. 14. & a c. 15. & che la d f. sia 17, e mezo, & la c f. 2, e terzo si trovara la c g. esser 6. & la h g. esser radice 23 men 3. & tutta la c h. esser radice 23 piu 3.

28 Anchora potemmo trovare un ponto di dentro, di uno dato triangolo cosi conditionato, che tirando da quello a ciaschaduno de gli angoli del triangolo, una linea retta, divideranno il dato triangolo in tre parti eguali, talche ciaschaduna di dette parti possedera uno di lati di tal triangolo.

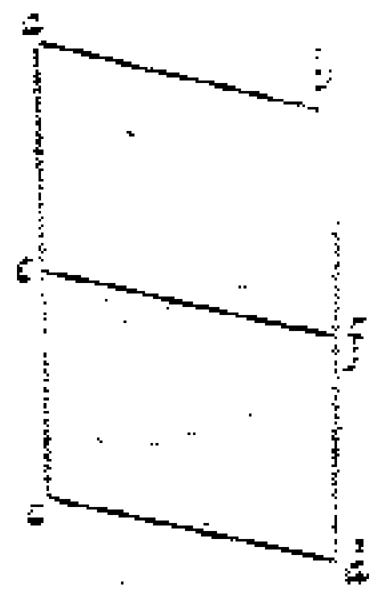
Sia essempi gratia il triangolo a b c. volendo trovare di dentro di tal triangolo un ponto con la sopradetta conditione, divideremo la basa b c. in due parti eguali in ponto d. & tiraremo la a d. & della detta a d. ne segnaremo la terza parte verso la basa con il ponto e. il qual ponto e quello, che habbiamo proposto di mostrare, perche tirando da quello le linee . e b. & e c. quelle insieme con la a e. ne diuidono il detto triangolo . a b c. in tre parti equali, perche per esser la retta a e. il doppio della retta e d. (per la prima del sesto di Euclide) il triangolo . a b e. e doppio al triangolo b e d. & (per le medesime ragioni) il triangolo a e c. e doppio al triangolo . e d c. Et perche li duoi triangoli b e d. & e d c. sono equali (per la prima del sesto di Euclide) seguita (per commune sentenza) che li duoi triangoli a b e. & a e c. & anchora tutto il triangolo . b e c. siano fra loro equali, perche ciascun de detti triangoli sono doppij alla mita del triangolo . b e c. la qual mita l'una e il triangolo . b e d. & l'altra il triangolo . e d c. che e il proposito.





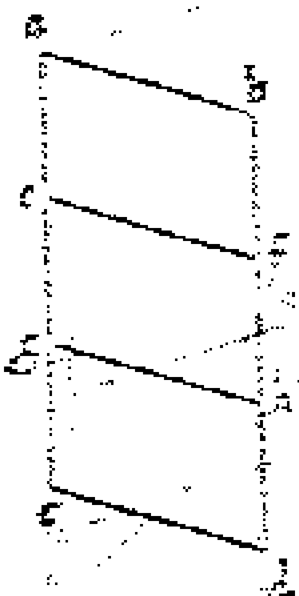
Il modo, ouer regola di saper diuidere geometricamente le figure paralellogramme, cioe di lati equidistanti, & in diuersi modi. Cap. XIIII.

Le specie delle figure parallelogramme, ouer di lati equidistanti sono quattro, la prima e il quadrato, la seconda e il tetragono longo, la terza e il rhombo, ouer helmuaim, la quarta, & ultima e il rhomboide, ouer simile helmuaim, & perche con quel modo, che si diuide vna di queste quattro specie, con quel medesimo si diuide anchora tutte le altre, e pero le questioni, che s'andara formando generali a tutte le dette quattro specie, e per tanto cominciaremo dalle attioni piu note, & cognite.

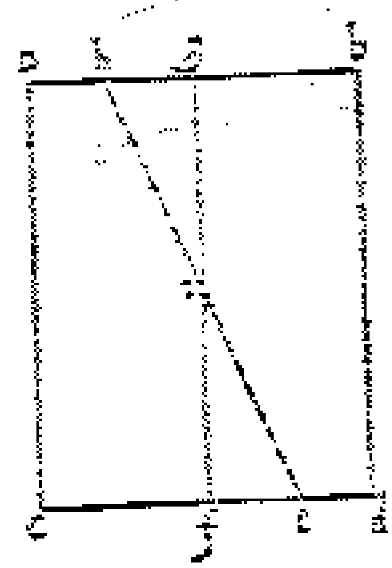


a Gni dato parallelogrammo, ouero superficie di equidistanti lati, potemmo diuidere in due, ouer piu parti equali. Essempi gratia sia la superficie di lati equidistanti . a b c d. volendo diuidere quella in due parti equali, & non essendo astretto a far tal diuisione piu per vn verso, che per vn'altro, ne sotto ad alcuna conditione, si puo essequir tal problema in piu modi, delliquali vno e a tirare il diametro . b c. di tal figura, & haueremo essequito il proposito (per la trigesimaquarta del primo di Euclide) perche il triangolo a b c. sara equale al triangolo b c d.

Anchora diuidendo l'uno, & l'altro delli duoi lati a c. & b d. (contraposti) in due parti equali, nelli duoi ponti e. & f. & tirar la linea e f. (come nella seconda figura appare) se haueria essequito il detto problema (per la prima del sesto, ouer per la trentesimasesta del primo di Euclide) il medesimo seguiria diuidendo l'uno, & l'altro de gli altri duoi lati a b. & c d. (contraposti) pur in due parti equali, & tirare medesimamente dall'una diuisione all'altra vna linea retta, laqual cosa per esser di facile cognitione non sera essemplificato altramente. Et cosi volendo diuidere il detto parallelogrammo a b c d. in tre parti equali, diuide l'uno, & l'altro delli duoi lati a c. & b d. in tre parti equali (come nella terza figura appare) nelli ponti e f g h. & dapoi tirando le linee e f. & g h. sara essolto il problema (per la detta prima del sesto, ouero trentesimasesta del primo di Euclide) il medesimo seguiria diuidendo medesimamente l'uno, & l'altro delli duoi lati a b. & c d. (contraposti) pur in tre parti equali, & tirar le medesime linee da ciaschun ponto diuidente al suo contraposto, & cosi con tal regola potrai diuidere ogni figura superficiale di lati equidistanti quante parti equali ti parera, come che da te medesimo puoi considerare.



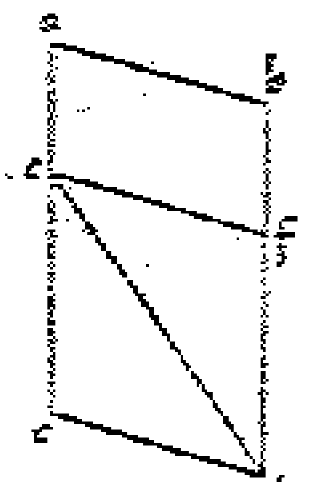
Il modo, ouer regola di saper tagliare vna parte da vna data superficie di lati equidistanti, da vn ponto dato in vno di lati di quella, & talhora di saper diuidere quella in parti equali.



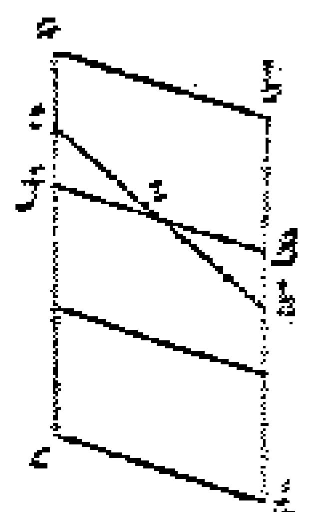
a Da vno ponto dato sopra vno di quattro lati di vna superficie di lati equidistanti, potemmo diuidere quella in due parti equali. Sia essempi gratia la superficie di lati equidistanti . a b c d. & nel lato . c d. sia dato il ponto . e. volendo dal detto ponto . e. con vna linea retta diuidere la detta figura a b c d. in due parti equali. Se per caso il detto ponto . e. fusse precisamente nella mita del detto lato . c d. non vi occorreria altro, che dal detto ponto . e. tirare vna linea equidistante a l'uno, & l'altro delli duoi lati a c. & b d. per fino al l'altro lato opposito a b. & sara risolto il problema (per le ragioni adutte nella precedente) ouer anchora diuidere anchora il lato a b. pur in due parti equali, & dal detto ponto al ponto e. tirare vna linea retta, & seguiria il medesimo.

Ma se il detto ponto . e. non sara nel mezo del lato . c d. (come nella presente figura appare) ma sia piu propinquo al ponto . d. di quello e al ponto . b. sia diuiso il detto lato . c d. in due parti egua li in ponto . f. & il medesimo far del lato a lui opposito, cioe del lato . a b. in ponto . g. & tirar la linea . f g. & fra il ponto . g. & il ponto . a. si douera segnar il ponto . h. tanto lontano dal ponto . g. quanto che e il ponto . e. lontano dal ponto . f. & dal ponto . e. al ponto . h. tirar la linea . e h. la quale dico diuidere la detta figura . a b c d. in due parti eguali, perche essendo le due linee, ouer lati . a b. & . c d. equidistanti dal presupposito, li duoi angoli . i h g. & . i e f. (per la uigesimanona del primo di Euclide) sono eguali (per essere coalterni) similmente l'angolo . i g h. (per la mede sima uigesimanona) sara eguale al angolo . i f e. & li duoi angoli contraposti, che sono al i so no eguali, e pero (per la quarta del primo di Euclide) il triangolo . i g h. & . i f e. sono eguali, & perche li duoi parallelogrammi . a g f c. & . g b f d. sono eguali, onde leuando dal . a g f c. il trian golo . i h g. & in luogo di quello restituendoui l'altro triangolo . i f e. (per commune scientia) il quadrilatero . a h e c. sara eguale al medesimo parallelogrammo . a g f c. & (per le medesime ra gioni) seguita, che medesimamente il quadrilatero . h e d b. sia eguale al parallelogrammo . g f b d. e per tanto l'uno, & l'altro di duoi quadrilateri . a h e c. & . h b e d. esser la mita di tutta la figura . a b c d. e pero la detta linea . e h. diuide quella in due parti eguali, come fu propo sto di fare.

7 DA un ponto dato in uno di lati di una superficie di lati equidistanti potemo sem pre tagliare la terza parte di quella, & tal hora potremo anchora diuidere quella in tre parti eguali. Sia essempi gratia la superficie di lati equidistanti . a b c d. & nella linea . a c. sia dato il ponto . e. se per sorte il detto ponto . e. sara nella terza parte del det to . a c. (cioe che la . a e. sia il terzo del lato . a c. (come nella prima figura accade) non solamen te dal detto ponto . e. potremo tagliare la terza parte della detta superficie . a b c d. ma ancho ra potremo diuidere quella in tre parti eguali, & per far questo dal detto ponto . e. tirarai la . e f. equidistante al lato . a b. & cosi (per la prima del sesto di Euclide) la superficie . a f. sara la terza parte della detta superficie . a b c d. & perche l'altra parte, cioe la superficie . e d. viene a esser li duoi terzi della medesima . a b c d. e pero tirando dal detto ponto . e. la . e d. quella diuidera la det ta superficie . e d. in due parti eguali, delle qual due parti, l'una sara il triangolo . e d f. & l'altra il triangolo . e c d. & cosi dal detto ponto . e. hauerai diuisa la detta superficie . a b c d. in tre parti eguali, delle quali la prima e il parallelogrammo . a f. la seconda e il triangolo . e f d. la terza e il trian golo . e c d. che e il proposito.

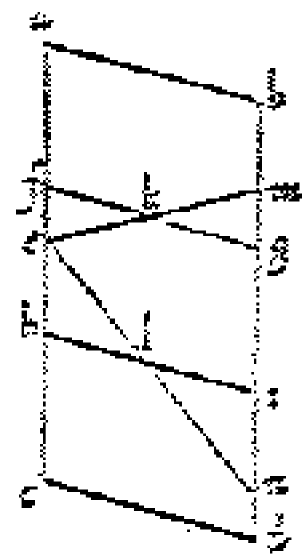


Ma se il detto ponto . e. non sara nella detta terza parte del lato . a c. ouero che . a e. sara piu della det ta terza parte del lato . a c. ouero che sara meno, hor ponemo primamente, che sia meno, co me che nella seconda figura appare, in tal caso per tagliar la terza parte di detta superficie . a b c d. trouaremo la terza parte del detto lato . a c. verso . a. laqual sia la . a f. & similmente trouaremo la terza parte del lato . b d. verso . b. laqual sia la . b g. & tiraremo la . f g. onde (per la prima del se sto di Euclide) la superficie . a f g b. sara la terza parte della superficie . a b c d. fatto questo segna remo il ponto . h. tanto lontano dal ponto . g. quanto che il ponto . e. e lontano dal ponto . f. & ti raremo la linea . e i h. laquale dico, che taglia la terza parte della figura . a b c d. cioe che il quadri latero . a e h b. e la terza parte della superficie . a b c d. perche (per le ragioni adutte anchora nella precedente) il triangolo . e f i. e eguale al triangolo . i h g. e per tanto leuando via dalla superficie . a b f g. il triangolo . e f i. & al restante dall'altra banda restituendoui il triangolo . i h g. (per com muna scientia) il quadrilatero . a e h b. sara eguale alla medesima superficie . a f b g. e pero il det to quadrilatero . a e h b. sara la terza parte della superficie . a b c d. che e il proposito.



Tu poteui anchora diuidere per mita la . f g. in ponto . i. & tirare la linea . e i h. & faria il me desimo.

Ma se il detto ponto . e. fusse lontano dal ponto . a. alquanto piu della terza parte del lato . a c. (come nella terza figura appare) in tal caso da l'una, & l'altra banda dal detto ponto . e. tu poterai tagliar la ricercata terza parte della superficie . a b c d. talche in questa positione tu porai diuider la detta fi gura . a b c d. in tre parti eguali dal detto ponto . e. & che sia il vero, diuide il lato . a c. in tre parti eguali nelli ponti . f. & . h. & similmente il lato opposito . b d. nelli duoi ponti . g. & . i. & tira le linee . f g. & . h i. & cosi ciascuna delle tre superficie . a g. g h. & . h d. sara (per la prima del sesto di Eucli de) la terza parte della data superficie . a b c d. e per tanto segnerai il ponto . m. tanto lontano dal ponto . g. quanto che e il ponto . e. lontano dal ponto . f. onde tirando la linea . e m. quella taglierà la terza parte della detta superficie . a b c d. cioe che il quadrilatero . a e m b. (per le ragioni adut te nelle passate) sara eguale alla superficie . a g. e pero sara la terza parte, similmente se segnerai il ponto . n. tanto lontano dal ponto . i. quanto che il ponto . e. e lontano dal ponto . h. & tirar la li nea.e.n.quella medesimamente taglierà la terza parte della medesima superficie.a b c d. cioè che il quadrilatero.e n d c.sarà (per le ragioni più volte dette) eguale alla superficie.h d. qual è la terza parte della superficie.a b c d.e però seguita il proposito, cioè che dal detto ponto.e. habbiamo diuisa la detta superficie a b c d.in tre parti eguali, delle quali una è il quadrilatero. a e m b.l'altra è il quadrilatero.e n d c.l'altra necessariamente sarà il triangolo.e m n. Et così sempre che più oltra m'attenda, con tal regola son certo, che da te medesimo dal medesimo ponto dato in uno di quattro lati di una superficie di lati equidistanti, saperai non solamente tagliare qual si voglia altra parte di quella, ma anchora quante si voglia parti, come saria li tre quarti, ouer li duoi quinti, ouer li tre quinti, & così discorrendo in infinito.

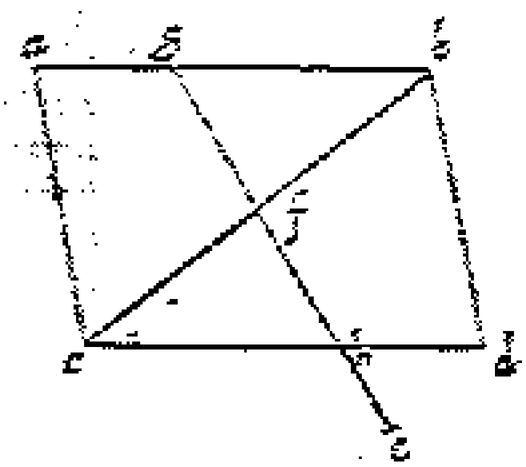


Da notare.

Nota quando che hauerai inteso le diuisioni di capi, & doppi capi tagliati, & similmente quella di quadrilateri in generale, non solamente saperai tagliare una parte di una superficie di lati equidistanti da un ponto dato in uno de suoi lati, ma la saperai diuidere in quante parti vorrai, & in ogni positione di tal ponto, laqual cosa in questo luogo non te la posso dimostrare per le regole sin hora date.

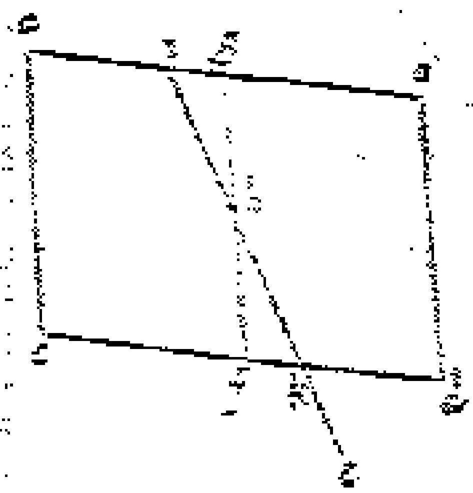
Il modo, ouer regola di saper tagliare una parte di una superficie di lati
equidistanti da un ponto dato fuora di quella, & tal hora saper diuider quella in parti eguali.

DA un ponto dato di fuor di una superficie di lati equidistanti, potemo diuider quella in 2 parti eguali. Sia essempi gratia la superficie di lati equidistanti a b c d. & il ponto dato fuora di quella sia.e. volendo con una linea retta condutta dal ponto.e.diuidere la detta superficie a b c d.in due parti eguali, tal atto si può essequir per due vie.

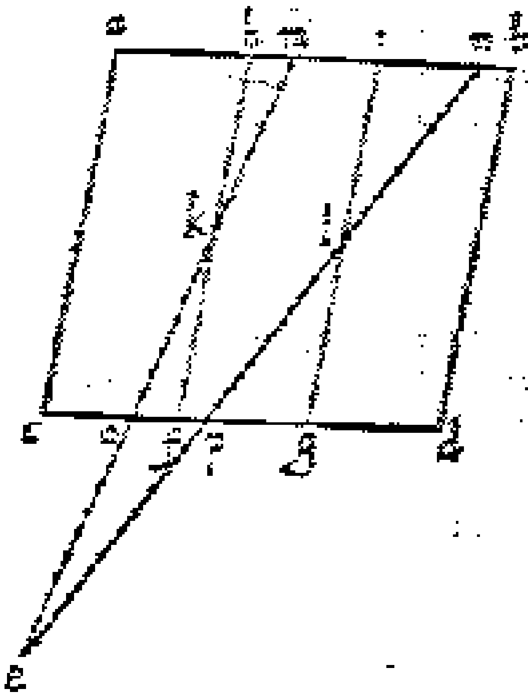


La prima è questa, tira l'uno di diametri di tal figura qual ti pare, hor tiramo quello dal.b. al.c. & quello diuidemolo in due parti eguali in ponto.f. & dal ponto.e.al ponto.f.tiraremo la linea.e f. & quella continuaremo per fin che segarà il lato a b.in ponto.g. hor dico la detta linea.e h g. diuidere la detta superficie.a b c d. in due parti eguali, perche l'angolo.f g b.del triangolo.g b f.è eguale (per la vigesimanona del primo di Euclide) al angolo.f h c.del triangolo.f h c.(per essere coalterni) & similmente l'angolo.g b f.al angolo.f c h.sarà eguale, & similmente li duoi angoli, che sono al.f.(per la decimaquinta del primo di Euclide) & perche il lato.f b.è eguale al lato.f c.seguita il triangolo.g f b.essere eguale al triangolo.f c h. & perche anchora li duoi triangoli.a b c.& d b c sono similmente eguali, & ciascun di loro è eguale (per le ragioni più volte dette) alla mità della superficie.a b c d. e però leuando a l'uno il triangolo.g f b. & l'altro il triangolo.f h c.(per commune scienza) li duoi restanti saranno eguali, quali restanti l'uno è il quadrilatero.a g f c.& l'altro è il quadrilatero.b f h d. & se al quadrilatero.a g f c.gli aggiongeremo il triangolo.f c h. & al quadrilatero.b f h d.gli aggiongeremo il triangolo.f g b.(per commune scienza) le due summe saranno anchora eguali, delle qual due summe, l'una è il quadrilatero.a g h c.& l'altra il quadrilatero.b g h d.e però la detta superficie a b c d.vien a esser diuisa in due parti eguali dalla linea.e g. che è il proposito.

La seconda via da essequir tal problema è questa. diuide la detta superficie a b c d. in due parti eguali, con una linea tirata dal ponto di mezo dell'uno di suoi lati (qual ti pare) al ponto di mezo del suo contraposito (come nella prima di questo capo ti dimostrai) hor sia il ponto di mezo del lato.c d.qual sia il ponto.f. (della seconda figura) & similmente quello della.a b.qual sia il ponto.g. onde tirando la.f g.sarà diuisa la detta figura a b c d.in due parti eguali dalla linea.f g.(per le ragioni adutte nella prima di questo capo) laqual linea.f g. diuiderò in due parti eguali in ponto.h. & fatto questo dal ponto.e.al ponto.h. tira la linea.e h. & quella va continuando per fin che segarà la.a b.in ponto.i. & così la detta linea.e k h i.dico che diuide la detta superficie a b c d.in due parti eguali (per le medesime ragioni adutte nell'altra) perche (per le medesime ragioni) il triangolo.i h g.è simile, & eguale al triangolo.f h k. onde leuando da l'uno, & l'altro di detti paralellogrammi.a f.& b f.eguali li detti triangoli eguali, & dapoi restituendoli anchora a ciascheduno di loro dall'altra banda, cioè l'uno a l'uno, & l'altro a l'altro, seguira (per commune scienza) che il quadrilatero.a i c k.sia eguale al quadrilatero.i b d k.e però il detto paralellogrammo.a b c d.vien a esser diuiso in due parti eguali dalla linea.e i. che è il proposito. & questa seconda regola (per li problemi, che in questa materia seguitano) è più generale della prima, pur è bella, & utile a saper mutar per più vie.



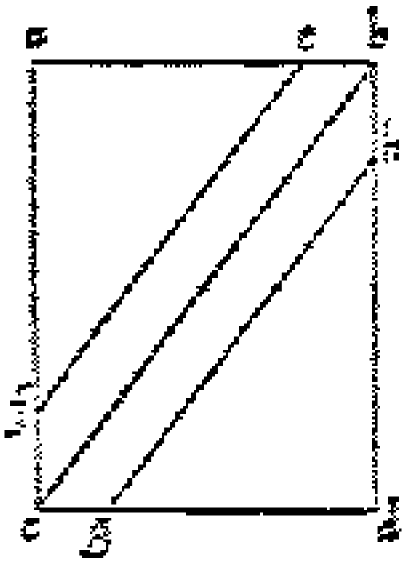
5 ANchora da vn ponto dato fuora da vna superficie di lati equidistanti, potremo tagliare la terza parte di quella, & tal hora potremo diuidere quella in tre parti equali. Essempi gratia sia la superficie di lati equidistanti a b c d. & il ponto dato fuora di quella sia e. volendo dal detto ponto. e. tagliare la terza parte della detta superficie a b c d. diuideremo lo lato. c d. in tre parti equali, nelli ponti f. & g. & similmente il lato oppofito a b. nelli ponti h. & i. & tiraremo le linee f h. & g i. onde (per le ragioni piu volte dette) ciascheduna delle tre superficie a f. f i. & i d. sara la terza parte de la nostra superficie. a b c d. hor per tagliare la terza parte di quella, diuideremo la f h. in due parti equali in ponto. K. & dal ponto. e. al ponto. k. tiraremo la linea e k. & quella prolongaremo per fin che sega lo lato. a b. in ponto. m. & cosi la detta linea e o k m tagliara la ricercata terza parte della detta superficie a b c d. perche (per le ragioni piu volte allegate) il triangolo. K h m. e simile, & equale al triangolo. K o f. seperò leuando, ouer togliendo il triangolo. k f o. dalla superficie a f. & al restante dandogli il triangolo. k h m. la summa sara anchora equale alla detta superficie. a f. la qual summa verra a essere il quadrilatero. a m o c. e per tanto il detto quadrilatero a m o c. (per essere equale alla superficie a f.) sara la terza parte del nostro paralellogrammo. a b c d. che e il proposito.



Anchora diuidendo la linea. g i. in due parti equali in ponto l. & tirando dal detto ponto. e. al ponto. l. la linea. e l. & quella prolongandola direttamente in longo, se per sorte segara la linea. i b. (come che in questa positione accade) in ponto. n. la detta linea. e p l n. segara medesimamente la terza parte della detta superficie. a b c d. dalla banda verso il lato. b d. perche il quadrilatero. p n b d. (per le medesime ragioni allegate nell'altra diuisione) sara equale alla superficie i d. e però sara medesimamente la terza parte della detta superficie. a b c d. talche in questa positione, dal detto ponto. e. haueremo diuisa la detta superficie a b c d. in tre parti equali, delle quali vna e il quadrilatero. a m o c. l'altra e il quadrilatero. p n b d. la terza necessariamente sara il quadrilatero. o p n m. che e il proposito.

Ma se per sorte la linea. e l. segara la linea. c i. cioe che il ponto. p. cascasse nella linea. c i. in tal caso (per questa regola) non seguiria il secondo proposito, perche tal linea. e l. prolongata in directo non segaria la linea. i b. anzi segaria il lato. b d. & di questo te ne ho voluto auertire. Et cosi con questa regola data, non solamente in ogni positione dal dato ponto. e. di fuora di tal superficie di lati equidistanti, potrai tagliare qual si voglia altra parte di quella, & alle volte si potra diuidere in piu parti equali.

6 ANchora potremo diuidere ogni data superficie di lati equidistanti, con due linee rette tirate equidistantemente al diametro di quella in tre parti equali. Sia la data superficie di lati equidistanti a b c d. & in quella sia tirato il diametro. b c. Hor volendo diuidere tal superficie in tre parti equali con due linee rette tirate equidistantemente al diametro. b c. tal atto, ouero attione essequirai secondo la regola data nella terza del decimoterzo capo, cioe tagliarai li duoi terzi di ciascheduno di duoi triangoli. a b c. & . b c d. verso l'angolo. a. & l'angolo. d. con due linee equidistanti alla basa. b c. & haueraì il proposito. Ma perche forsi ti haueraì scordata tal regola, te la voglio di nuouo replicar in questo luogo.



Trouerai vna linea, che il quadrato di quella sia li duoi terzi del quadrato del lato. a b. ouer. a c. onde operando diligentemente secondo la regola data nella decima del terzo capo, trouarai tal linea essere equale alla. a e. & dal ponto. e. tirarai la. e f. equidistante al diametro. b c. & cosi il triangolo. a e f. sara li duoi terzi del triangolo. a b c. onde vien a esser il terzo di tutta la superficie. a b c d. vero e che tu potrai anchora trouar vn'altra linea, che il quadrato di quella fusse li duoi terzi del quadrato del lato. a c. onde operando per la detta regola data nella detta decima del terzo capo, si trouara medesimamente quella esser equale alla. a f. & tirando poi la linea. e f. seguira il medesimo, fatto questo dal lato. d c. ne segarai la. d g. equale alla. a e. & dal lato. d b. ne segarai la. d h. equale alla. a f. & dapoi tirarai la. g h. onde il triangolo. g d h. per le medesime ragioni sara li duoi terzi del triangolo. d b c. e per tanto venira a essere il terzo di tutta la superficie. a b c d. onde seguita necessariamente li duoi quadrilateri e f b c. & b c g h. che sono attorno al diametro. b c. gionti insieme esser per il terzo di tutta la detta superficie. a b c d. e per tanto tal superficie vien a esser diuisa in tre parti equali dalle due linee. e f. & g h. che e il proposito.

Et cosi per non abondar in parole, & scrittura, volendo diuidere tal superficie al medesimo modo in quattro parti equali con tre linee rette equidistanti, l'vna di quelle sara il diametro. b c. & quello la diuidera prima in due parti equali, che sariano li duoi triangoli. a b c. & b c d. onde diuidendo ciascheduno di detti duoi triangoli in due parti equali, con vna linea equidistante

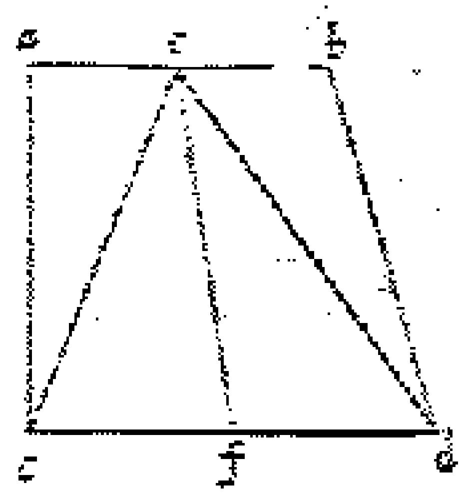
alla

alla sua basa b c. (secondo la regola data nella seconda del decimoterzo capo) & haverai il proposito, & con tal ordine senza che piu oltra ti ricorda, non dubito, che da te medesimo saperai come governarti volendola dividere per tal verso in quante parti eguali ti parera.

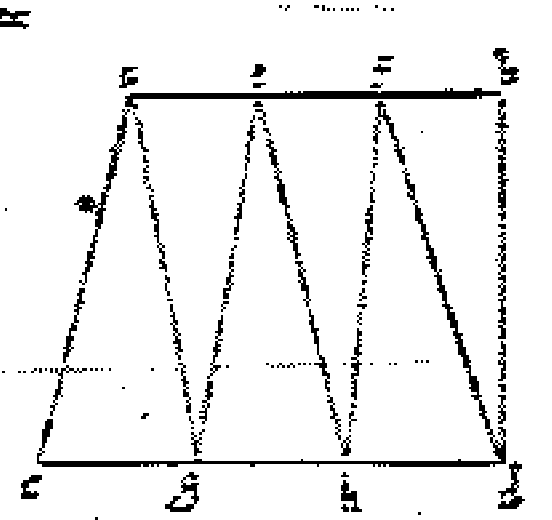
Il modo, over regola di saper dividere geometricamente in parti le figure dette capi tagliati, & doppi capi tagliati. Cap. XV.

Anchora che le specie di capi tagliati, & doppi capi tagliati siano diverse, come nelle diffinitioni di quelli si è dimostrato, ma perche la regola da dividere una di dette specie, serve anchora in tutte le altre, e pero le questioni, & regole, che in tal materia poneremo, saranno generali per qual si voglia specie. Aricordaremo solamente, come li duoi lati equidistanti di ogni capo, & doppio tagliato sono non eguali, onde protraendo gli altri duoi lati non equidistanti dalla banda del menor lato equidistante, sempre concorreranno, & formaranno un triangolo, come che nelle seguenti questioni meglio s'intendera, e pero alcuni vogliono, che questo nome di capo tagliato sia tolto da uno triangolo, al qual sia tagliato via una parte verso la cima, con una linea equidistante alla basa, laqual sua openione non la biasimo anchor che altramente gli habbiamo diffiniti, ma perche questo non importa in quanto al fatto ti lascio accostar a qual openion ti pare.

1 Ogni dato capo, & doppio capo tagliato, lo potemmo dividere in due parti eguali. Essempi gratia sia il capo, over doppio capo tagliato . a b c d . volendo senza altra conditione dividere in due parti eguali. Divideremo l'uno, & l'altro delli duoi lati equidistanti (cioe a b. & c d.) in due parti eguali, nelli duoi ponti e. & f. & tiraremo la linea e f. laqual linea e f. dico che la divide il detto quadrilatero a b c d. in due parti eguali, & per dimostrar, che cosi sia, tiraremo le due linee e c. & e d. & perche le due base c f. & f d. delli duoi triangoli e c f. & e f d. sono eguali (per la prima del sesto di Euclide) il triangolo e c f. sara eguale al triangolo e f d. & perche anchora le due base a e. & e b. delli duoi triangoli . a e c. & e b d. sono pur eguali, seguita (per la medesima prima del sesto di Euclide) li detti duoi triangoli esser fra loro eguali, onde giongendo al triangolo e f c. il triangolo a e c. & al triangolo . e f d. il triangolo b e d. (per commune scientia) le due summe saranno anchora eguali, dellequal due summe l'una è il quadrilatero a e c f. & l'altra il quadrilatero e b f d. e pero il detto quadrilatero a b c d. viene a esser diviso in due parti eguali dalla linea e f. che è il proposito.

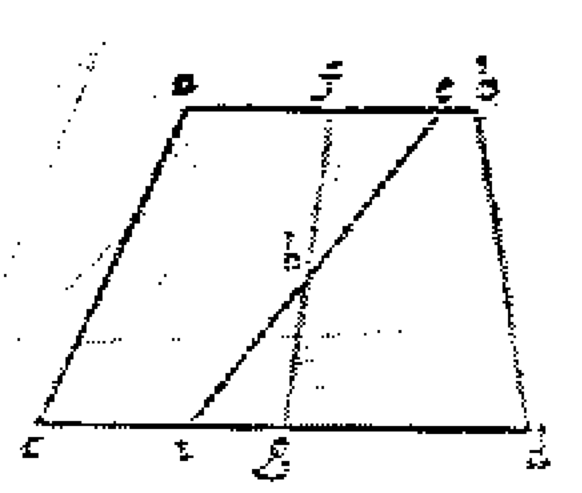


2 Ogni capo, & doppio capo tagliato lo potemmo dividere in tre, & piu parti eguali. Sia essempi gratia un capo, over doppio capo tagliato a b c d. volendolo senza altra conditione dividere in tre parti eguali, divideremo l'una, & l'altra delle due tesie, cioe a b. & c d. in tre parti eguali nelli ponti e f. & g h. & tiraremo le due linee e g. & f h. lequal dico haver diviso la detta superficie a b c d. in tre parti eguali, & per dimostrar questo tiraremo le linee a g. & e h. & f d. onde li tre triangoli a c g. e g h. & f h d. sono fra loro eguali (per la trigesimaottava del primo di Euclide) per esser in le base eguali, & fra le due linee a b. & c d. equidistanti, & (per le medesime ragioni) gli altri tre triangoli a g e. e h f. & f d b. sono pur fra loro eguali, onde giongendo a ciaschaduno di tre primi, uno di quelli tre secondi (per commune scientia) le tre summe saranno anchora fra loro eguali, dellequai tre summe l'una è il quadrilatero a e c g. l'altra il quadrilatero e f g h. la terza, & ultima il quadrilatero . f b h d . e pero il detto doppio capo tagliato a b c d. vien a esser diviso in tre parti eguali dalle dette due linee e g. & f h. che è il proposito, & cosi con tal regola lo potremo dividere in quante parti ne parera.



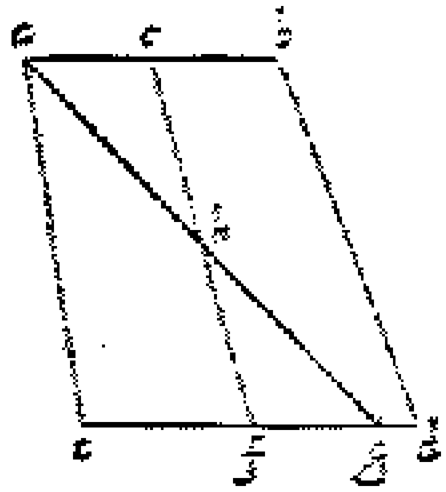
Il modo, over regola di saper dividere geometricamente in parti ogni capo, & doppio capo tagliato da un ponto dato nel menor capo di quello.

3 Da un ponto dato nel menor lato (di duoi equidistanti) di ogni capo, & doppio capo tagliato, potemmo divider quello in due parti eguali. Sia essempi gratia il capo, over doppio capo tagliato a b c d. & nel menore di duoi lati a b. & c d. equidistanti (cioe nel lato a b.) sia dato il ponto e. dal qual ponto e. volendo dividere il detto quadrilatero a b c d. in due parti eguali, se per sorte il detto ponto e. fusse nel ponto di mezzo del detto lato a b. divideressimo anchora il lato opposito c d. in due parti eguali, & (secondo l'ordine della precedente) da l'uno all'altro di detti duoi ponti tiraressimo una linea retta, & saria risolto il problema, per le ragioni adutte nella precedente.

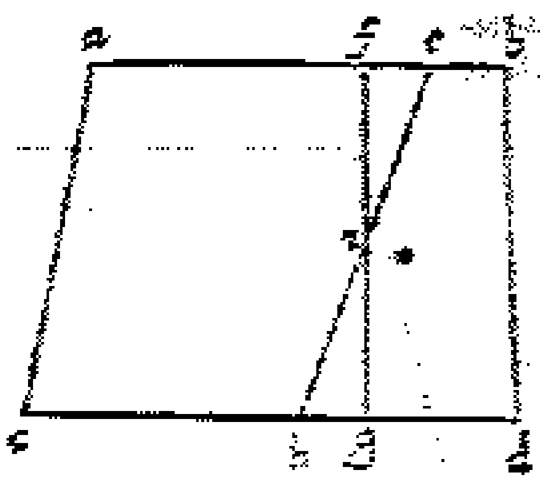


Ma se il detto ponto e. non sara il ponto di mezzo del lato . a b. (come nella figura appare) che è piu propinquo al b. di quello, che è al ponto a. in tal caso divideremo (secondo l'ordine della precedente) l'uno, & l'altro delli duoi capi a b. & c d. in due parti equali nelli duoi ponti f. & g. & tiraremo la f g. laquale dividera il detto quadrilatero a b c d. in due parti equali (per le ragioni adutte nella precedente) fatto questo divideremo la f g. in due parti equali in ponto h. & dal ponto e. al ponto h. tiraremo la e h. & quella prolongaremo direttamente in longo per fin che sega la c d. in ponto i. & cosi la linea e h i. dico che divide il detto quadrilatero. a b c d. in due parti equali, perche (per le ragioni piu volte allegate nelle passate) li duoi triangoli f e h. & i g h. sono simili, & anchora equali (per esser il lato f g. dell'uno equale al lato h g. dell'altro, & perche li duoi quadrilateri a f e g. & f b g d. sono equali, onde levando al quadrilatero a f e g. il triangolo h i g. & restituendoli poi da l'altra banda il triangolo f e h. lo residuo (che è il quadrilatero a e i c.) sara anchora equale al quadrilatero a f c g. cioe alla mita del quadrilatero a b c d. & il medesimo seguita (per le medesime ragioni) del quadrilatero e b i d. e pero la detta linea e h i. viene ad haver diviso il dato quadrilatero a b c d. in due parti equali, che è il proposito.

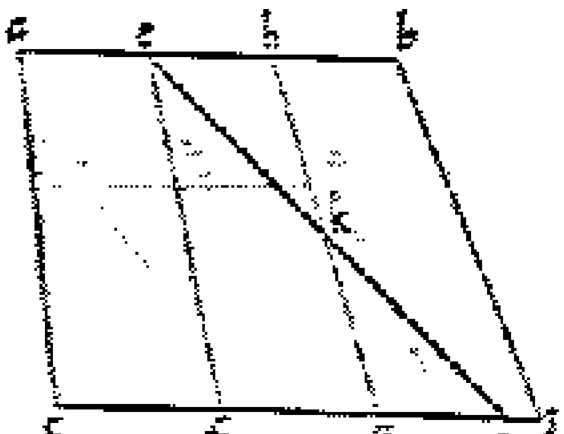
Anchora dapoi tirata la linea f g. potremo segnar il ponto i. tanto lontano dal ponto g. quanto che il ponto e. è lontano dal ponto f. & dapoi dal ponto e. al ponto i. tirar la linea e i. & seguiria il medesimo effetto.



4 Similmente da uno di duoi angoli formati nelle estremita del menor capo, potremo dividere qual si voglia capo, & doppio capo tagliato in due parti equali. Essempi gratia sia la detta figura a b c d. volendo da l'angolo a. dividere con una linea retta in due parti equali, tal figura procederemo secondo la regola data nella precedente, cioe divideremo l'uno, & l'altro di capi a b. & c d. in due parti equali, nelli duoi ponti e. & f. & tiraremo la linea e f. laquale (per le ragioni adutte nella prima) divide la detta figura a b c d. in due parti equali, fatto questo sia segnato il ponto g. tanto lontano dal ponto f. quanto, che l'angolo a. è lontano dal ponto e. dapoi tirare la linea a h g. laqual dico, che divide la detta superficie a b c d. in due parti equali (per le medesime ragioni) che fur adutte nella precedente, perche li duoi triangoli a h e. & g h f. sono simili, & equali, e per tanto levandone uno da una banda, & ritornandoui l'altro da l'altra, li residui saranno equali, i quali residui l'uno è quadrilatero a g d b. & l'altro il triangolo a c g. e pero seguita il proposito.



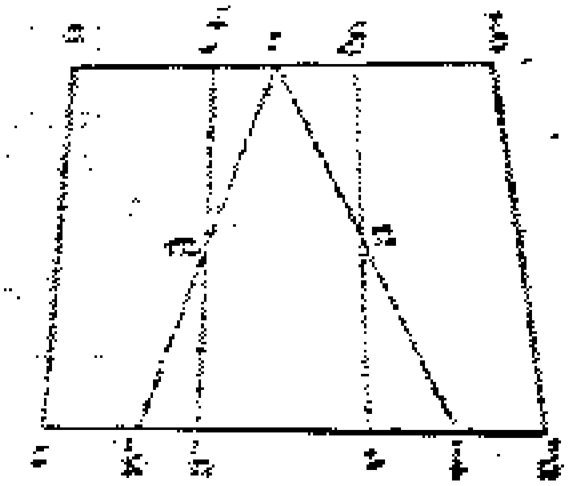
5 Ogni capo, & doppio capo tagliato, da uno ponto dato nel capo menore, potremo tagliare la terza parte di quello. Essempi gratia sia il doppio capo tagliato a b c d. & nel menor capo (cioe nella a b.) sia il dato ponto e. volendo dal detto ponto e. tagliare la terza parte della superficie a b c d. se per sorte la linea e b. fusse la terza parte della a b. non vi occorreria altro, che segnar la parte della c d. verso il d. & dal ponto e. al detto ponto di tirar una linea, & saria risolto il problema (per le ragioni adutte nella seconda di questo capo) ma essendo la b e. meno della terza parte della a b. trovaremo la detta terza parte, laqual sia la f b. & similmente trovaremo la terza parte della c d. verso il d. laqual sia la d g. & tiraremo la f g. & cosi il quadrilatero f d. sara la terza parte della superficie a d. fatto questo segnaremo il ponto h. tanto lontano dal ponto g. quanto che il ponto e. è lontano dal ponto f. & tiraremo h e. laquale dico che taglia la terza parte della detta superficie a b c d. laqual terza parte saria il quadrilatero b e h d. & questo si dimostrara secondo l'ordine delle passate, perche il triangolo f i e. (per le ragioni piu volte dette) è simile, & equale al triangolo i h g. e pero levando il triangolo f i e. dal quadrilatero f b g d. & alterante dandoci il triangolo i h g. la summa sara anchora equale al detto quadrilatero f b g d. laqual summa sara il detto quadrilatero e b h d. e pero seguita il detto quadrilatero e b h d. esser la terza parte della data superficie a b c d. che è il proposito.

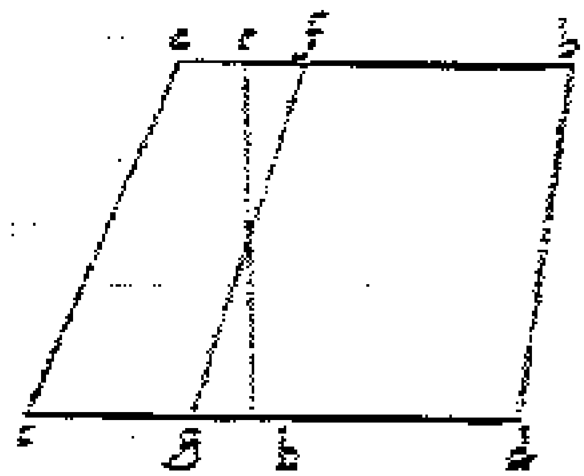


6 Anchora ogni capo, & doppio capo tagliato, da un ponto dato nella menor linea delle due equidistanti, lo potemo dividere in tre parti equali. Essempi gratia sia il doppio capo tagliato a b c d. & nel menor capo a b. sia dato il ponto e. volendo dal ponto e. dividere la detta superficie a b c d. in tre parti equali. Se per sorte il detto ponto e. fusse lontano dal ponto a. precisamente la terza parte del lato a b. divideremo la basa, over capo c d. in tre parti equali nelli duoi ponti f. & g. & similmente segnaremo il ponto h. lontano dal ponto e. over dal ponto b. per la terza parte della a b. & tiraremo le due linee e f. & h g. lequali (per le ragioni piu volte dette) divideno la superficie a b c d. in tre parti equali, fatto questo segnaremo il ponto i. tanto lontano dal ponto g. quanto che il ponto h. lontano dal ponto e. & dapoi tiraremo la linea e i. laquale dico, che divide

onde il quadrilatero e b f d. in due parti eguali (per le ragioni adotte nella quarta) over che diremo, che la taglia la terza parte della superficie a b c d. verso il lato b d. perche il quadrilatero e i d b. vien a esser eguale al quadrilatero h g b d. (per le ragioni piu volte dette) per esser li dui triangoloni e K h. & g K i. simili, & eguali, per laqual cosa dal ponto e. habbiamo diviso la superficie a b c d. in tre parti eguali, delle quali vna e il quadrilatero a c e f. l'altra il quadrilatero e i d b. l'altra necessariamente sara il triangolo e f i. che e il proposito.

Ma seper sorte il detto ponto e. fara lontano dal ponto a. alquanto piu della terza parte della a b. & manco di dui terzi (come nella seconda figura appare) in tal caso diuideremo per terzo, & l'altra delle due teste, over capia b. & c d. in tre parti eguali, nelli ponti f g. & h i. & tiraremo le due linee f h. & g i. & cosi ciaschaduno di tre quadrilateri a h f i. & g d. sara la terza parte del doppio capo tagliato a b c d. (per le ragioni piu volte dette) fatto questo segnaremo il ponto K. tanto lontano dal ponto h. quanto, che il ponto e. e lontano dal ponto f. onde tirando la linea e K. seguita (per le ragioni piu volte dette) che il quadrilatero e K c a. sia la terza parte della detta superficie a b c d. similmente segnaremo il ponto l. tanto lontano dal ponto i. quanto che il ponto e. e lontano dal ponto g. & tiraremo la linea e l. onde (per le ragioni piu volte dette) seguita che il quadrilatero e l d b. sia medesimamente la terza parte della detta nostra prima superficie a b c d. pero dal detto ponto e. venimo hauer diuisa la detta superficie a b c d. in tre parti eguali, delle quali la prima e il quadrilatero e K c a. la seconda il quadrilatero e l d b. la terza necessariamente sara il triangolo e K l. che e il proposito.



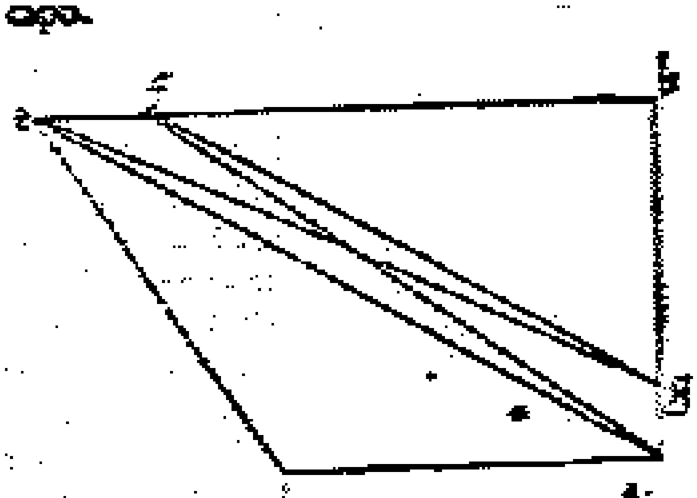


Ma se il detto ponto e. sara lontano dal ponto a. men della terza parte della linea a b. (come nella terza figura si vede) & volendo pur dal detto ponto e. diuidere la detta superficie a b c d. in tre parti eguali, segnaremo il ponto f. talmente che la a f. sia la terza parte della a b. & segnaremo anchora il ponto g. talmente che la c g. sia la terza parte della c d. & tiraremo la f g. & dapoi segnaremo il ponto h. tanto lontano dal ponto g. quanto che il ponto e. e lontano dal ponto f. & tiraremo la e h. onde (per le ragioni piu volte dette) il quadrilatero e h c a. sara la terza parte della nostra superficie a b c d. & il restante quadrilatero e h d b. sara li doi terzi della detta superficie a b c d. e pero bisognaria dal detto ponto e. diuidere tal quadrilatero e h d b. in due parti eguali, il qual quadrilatero e h d b. se ben lo consideri e pur vn doppio capo tagliato, & quando che la e b. fusse il menor capo, tu poresti diuidere tal doppio capo tagliato in due parti eguali (per la regola data nella quarta del presente capo) & saria risolto il problema.

Ma perche il capo e b. non e il menore, anzi e maggiore della h d. e pero (per le regole sin hora date) non si posso dimostrare in questa da esseguir tal effetto, ma nel seguente problema si fara tanto manifesto.

Ma piu quando hauerai studio la seguente, insieme con le altre, che vanno seguitando, non solamente in tre parti eguali lo saprai diuidere, ma in quante parti eguali ti parera.

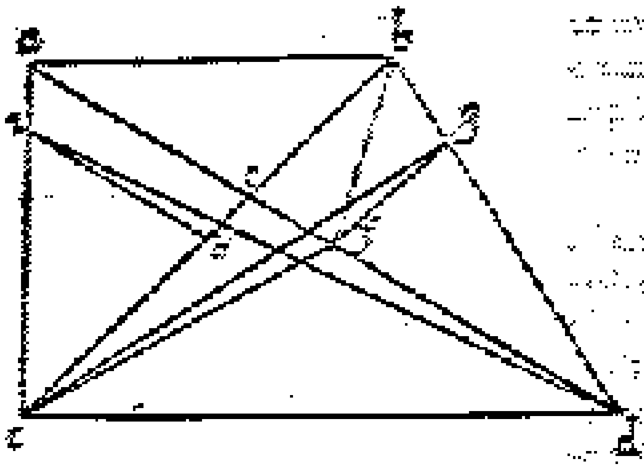
Il modo di saper geometricamente diuidere in parti eguali ogni capo, & doppio capo tagliato da vn ponto dato nella maggior testa, ouero capo di quello, over da vno delli doi angoli terminanti il detto maggior capo.

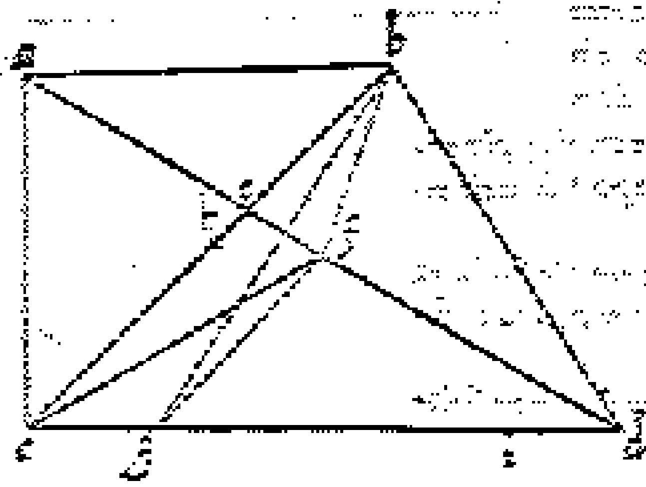


6 OGni capo, & doppio capo tagliato lo potemmo diuidere in due parti eguali da qual si voglia delli doi angoli, terminanti il maggior capo, cioe terminanti la maggior linea delle due equidistanti. Essempi gratia sia il doppio capo tagliato e b h d. qual (accio sia meglio intesa questa parte, che fu interlasciata nel fine della precedente) lo hauremo notato dalle medesime lettere, che era quel medesimo restante nella precedente. Hor volendo dal angolo e. diuidere la detta superficie e b h d. in due parti eguali, & perche la e b. e maggiore della h d. (per le regole passate) non lo potemmo fare, e per tanto faremo tal effetto dal angolo d. a lui opposito, terminante il menor capo, onde procedendo (per la regola data nella quarta di questo capo) trouaremo che la linea d f. fara tal effetto, cioe che la diuidera il detto doppio capo tagliato e b h d. in due parti eguali, fatto questo tiraremo la e d. & dal ponto f. tiraremo la f g. equidistante alla e d. & cosi dal ponto e. al ponto g. tiraremo la e g. laqual

dico, che divide la detta superficie e b h d in due parti eguali, perche li duoi triangoli f g h, & f d g, sono fra loro eguali (per la trentesima settima del primo di Euclide) per esser ambi sopra vna medesima basa (che è la f g.) & fra le due linee e d. & f g. equidistanti, aggiongendo adunque a ciascheduno di detti duoi triangoli il triangolo f h g. (per commune scientia) le due summe resultanti saranno anchora eguali, delle quai due summe vna sara il triangolo e g h. & l'altra il triangolo f d h. & perche il detto triangolo f d h. e la mita del doppio capo tagliato e h d. (come di sopra fu detto) e pero anchora il triangolo e g h. sara la mita del medesimo doppio capo tagliato e h d. che è il proposito, & cosi con tal ordine bisogna procedere nella precedente, volendo dividere quel restante doppio capo tagliato e h d. in due parti eguali, & cosi facendo dal detto ponto e. si venira ad hauer diviso il sopradetto doppio capo tagliato a b c d. in tre parti eguali, come che in quella si propone di fare.

8 Anchora per vn'altro modo si puo dividere ogni capo, & doppio capo tagliato in due parti eguali da qual si voglia delli suoi angoli. Sia esempi gratia il doppio capo tagliato a b c d. volendolo dividere (per vn'altra regola) in due parti eguali dal angolo c. Tiraremo li duoi diametri a d. & b c. i quali s'intersegano nel ponto e. onde li duoi triangoli a e b. & c e d. vengono a esser equiangoli (per la vintesima nona, & decimaquinta del primo di Euclide) e pero sono simili, & di lati proportionali, & perche la c d. e maggiore della a b. anchora il lato d e. sara maggiore del e a. & cosi del c b. e per tanto dividerremo il diametro a d. in due parti eguali in ponto f. & tiraremo la f g. equidistante alla c b. & dal angolo c. tiraremo la c g. laqual dico che divide la superficie a d. in due parti eguali, & per dimostrar questo tiraremo le due linee f b. & f c. onde li duoi triangoli f b d. & f a b. sono fra loro eguali (per la prima del sesto di Euclide) & similmente gli altri duoi triangoli d f c. & a f c. (per le medesime ragioni) sono fra loro eguali, e per tanto (per commune scientia) il quadrilatero a b f c. sara equale al quadrilatero b f c d. e pero ciascheduno di loro sara la mita del nostro capo tagliato a d. o vuoi dire a b c d. & perche (per la trentesima settima del primo di Euclide) li duoi triangoli c f b. & c g b. sono fra loro eguali, onde dando communemente a ciascheduno di detti duoi triangoli il triangolo a b c. li duoi resultanti (per commune scientia) saranno eguali, delliquali duoi resultanti l'uno e il quadrilatero a b f c. & l'altro e il quadrilatero a b g c. & perche il quadrilatero a b f c. (come di sopra fu dimostrato) e la mita del nostro doppio capo tagliato. Seguita anchora che il quadrilatero a b g c. sia la mita del medesimo, e pero la detta linea c g. divide il detto doppio capo tagliato in due parti eguali, che e il proposito.



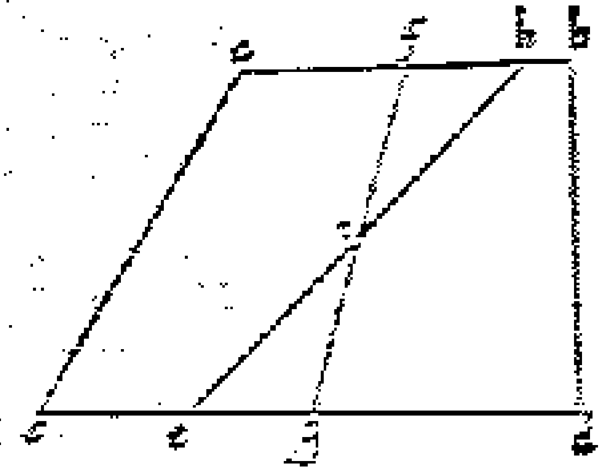


Similmente si procederia volendolo cosi dividere dal angolo d. cioe si dividera il diametro b c. in due parti eguali in ponto h. & si tirara la h i. equidistante al diametro a d. & dal angolo d. si tirara la d i. laqual linea d i. dividerebbe la medesima figura in due parti eguali, laqual cosa si dimostrara con li medesimi argomenti, con liquali fu dimostrata l'altra conclusione.

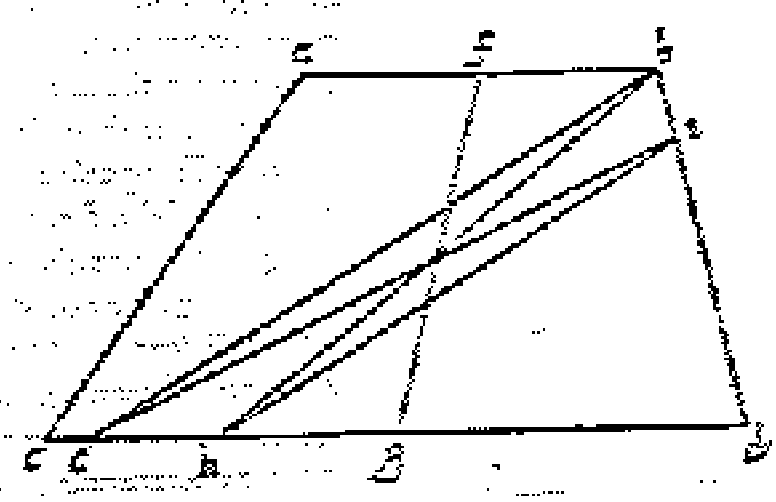
Ma volendo dividere tal figura in due parti eguali, dal angolo b. divideremo pur il diametro a d. in due parti eguali in ponto f. & dal ponto f. tiraremo la f g. per equidistante all'altro diametro b c. alla banda opposita dell'altra (come nella seconda figura appare) & dal detto angolo b. tiraremo la b g. laqual dico, che medesimamente divide la detta figura in due parti eguali, la qual cosa si dimostra secondo l'altra, cioe tiraremo le due linee f b. & f c. & cosi li duoi triangoli a b f. & b f d. sono eguali (per la prima del sesto di Euclide) per esser in su basi eguali, & sotto a vna medesima altezza, il medesimo seguita anchora delli duoi triangoli a f c. & c f d. che sono fra loro eguali (per le medesime ragioni) onde (per commune scientia) il quadrilatero a b f c. viene a esser equale al quadrilatero b f c d. & perche li duoi triangoli b f c. & b g c. sono eguali (per la trentesima settima del primo di Euclide) onde aggiongendo a ciascheduno di quelli il triangolo a b c. li duoi resultanti (per commune scientia) saranno eguali, delliquali duoi resultanti l'uno e il quadrilatero a b f c. & l'altro e il quadrilatero a b g c. & perche il quadrilatero a b f c. (come di sopra fu approuato) e la mita della nostra figura a b c d. Seguita adunque, che anchora il quadrilatero a b g c. sia la mita della medesima figura a b c d. che e il proposito.

Et cosi per abreuiar scrittura volendo essequir tal effetto dal angolo .a. si douerebbe diuidere l'altro diametro .b c. in due parti equali in ponto .h. & dal ponto .h. si douerebbe tirare vna linea equidistante al diametro .a d. dalla banda verso .d. laqual equidistante non l'ho voluta tirare, per non offuscar l'altra operatione, ma tirandola veniria a terminare in ponto .i. onde tirando poi dal detto angolo .a. al detto ponto .i. vna linea retta, quella similmente diuiderà la medesima figura .a b c d. in due parti equali, & tutto questo si dimostrarà secondo li medesimi argomenti adutti nell'altra, che superfluo mi pare a repplicarli.

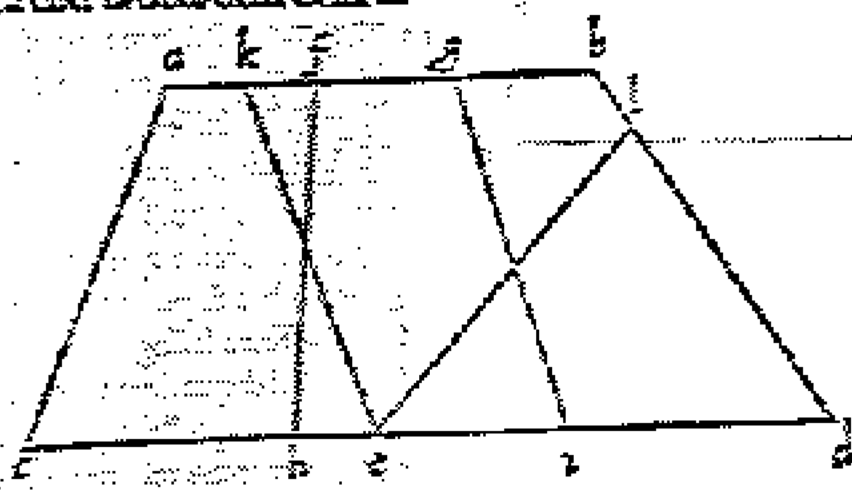
9 ANchora potemo diuidere in due parti equali qual si voglia capo, ouer doppio capo tagliato da vn ponto dato nel maggior capo, cioe nella maggior linea delle due equidistanti. Essempi gratia sia il doppio capo tagliato .a b c d. & nella .c d. (suo maggior capo) sia dato il ponto .e. hor volendo dal detto ponto .e. diuidere la detta superficie .a b c d. in 2 parti equali, prima diuideremo l'una, & l'altra delle due linee equidistanti (cioe .a b. & .c d.) in due parti equali nelli duoi ponti .f. & .g. & tiraremo la .f g. laquale (per le ragioni piu volte dette) diuide la detta superficie .a b c d. in due parti equali, hor se per sorte la linea .e g. e menore della linea .f b. (come che in questa prima figura accade) segnaremo il ponto .h. tanto lontano dal ponto .f. quanto che è il ponto .e. lontano dal ponto .g. & tiraremo la linea .e h. laqual dico che diuide la detta superficie .a b c d. in due parti equali, & tutto questo si dimostra secondo che fu dimostrata la terza, & quarta, cioe li duoi triangoli .f i h. & .e i g. (per la 29. & 15 del primo di Euclide) sono simili, & equali, e pero se ciascuno di duoi quadrilateri .a g. & .g b. leuaremo via vno di detti duoi triangoli, da vna banda, & restituendoli l'altro triangolo dall'altra li duoi restanti saranno anchora equali tra loro, & alli medesimi .a g. & .g b. i quali restanti l'uno è il quadrilatero .a h e c. & l'altro il quadrilatero .h b e d. e per tanto l'uno, & l'altro vien a esser la mita della detta superficie .a b c d. & perche sono fatti dalla linea .e h. seguita il proposito, & al medesimo modo si procederebbe quando che la .e g. fusse precisamente equale alla .f b. cioe si tirarebbe vna linea dal .e. al .b. & sarebbe risolto il problema per le medesime ragioni.



Ma se per sorte la .e g. fusse maggiore della .f b. (come nella seconda figura appare) in tal caso bisogna dal angolo diametralmente contraposito al detto ponto .e. cioe dal angolo .b. diuidere la detta superficie .a b c d. in due parti equali, onde (procedendo secondo la regola data nella quarta) si trouara, che la linea .b h. farà tal effetto, fatto questo dal ponto .e. al ponto .b. bisogna tirar la linea .e b. & dal ponto .h. tirar la linea .h i. equidistante alla .e b. fatto questo dal ponto .e. al ponto .i. bisogna tirar la linea .e i. laqual linea .e i. dico che tal diuide la detta superficie .a b c d. in due parti equali, laqual cosa si dimostra secondo l'ordine, che fu dimostrata la precedente, perche medesimamente li duoi triangoli .h b i. & .i h e. sono fra loro equali (per la trentesimanona del primo di Euclide) per essere ambeduoi sopra la basa .h i. & fra le due linee equidistanti .e b. & .h i. onde aggiongendo communamente a ciascheduno di quelli il triangolo .i h d. (per commune scientia) le due resultanti summe saranno equali tra loro, dellequal due resultanti summe vna è il triangolo .b h d. & l'altra è il triangolo .e i d. & perche il triangolo .b h d. è la mita della superficie .a b c d. (come di sopra fu fatto) e pero similmente il triangolo .e i d. vien a esser la mita della detta superficie .a b c d. che è il proposito.



10 ANchora ogni capo, & doppio capo tagliato potemo diuidere in tre parti equali da vn ponto dato nel maggior capo, cioe nella maggior linea delle due equidistanti. Essempi gratia sia il doppio capo tagliato .a b c d. & nel maggior capo .c d. sia dato il ponto .e. volendo dal detto ponto .e. diuidere il detto doppio capo tagliato .a b c d. in tre parti equali, prima diuideremo quello in tre parti equali con le due linee .f h. & .g i. (secondo la regola data nella seconda) & se per sorte la .h e. è menore della .a f. segnaremo il ponto .k. tanto lontano dal ponto .f. quanto ch'è lontano il ponto .e. dal ponto .h. & dapoi tiraremo la linea

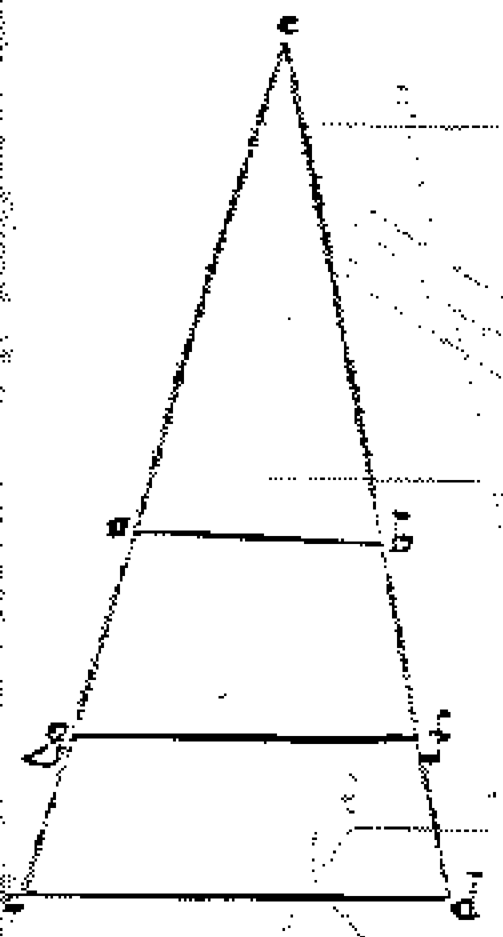


e.h.laquale (per le ragioni piu volte allegate) il quadrilatero.a k e c.sara la terza parte della detta superficie.a b c d.& quando che per sorte la.e i.fusse menore della.g h.similmente seguesemo vn ponto nella.g h.tanto lontano dal ponto.g.quanto che e il ponto.e.lontano dal ponto.i.& cosi dal.e.a quel tal ponto tiraressimo vna linea retta,& sarebbe risolto il problema (per le medesime ragioni) ma perche la.e i.(in questo caso) e maggior della detta.g h.& il capo.e d.e maggiore della.a b.& perche il quadrilatero.k e b d.e li duoi terzi del.a b c d.e pero bisogna in questo caso diuiderlo in duoi parti equali,onde (procedendo secondo la regola data nella settima) trouaremo,che la linea.e l.fara tal effetto,cioe che diuide il quadrilatero.k b e d.in due parti equali,dellequali vna e il triangolo.e l d.& l'altra e il quadrilatero.e l b k.& cosi dal detto ponto.e.veniamo ad hauer diuiso il doppio capo tagliato.a b c d.in tre parti equali,dellequali la prima e il quadrilatero.e k a c.la seconda e il quadrilatero.e k b l.la terza e il triangolo.e l d.che e il proposito.

Vero e,che la risolutione di questo problema puo variar in diuersi modi,secondo la varia positione,che puo hauer il dato ponto.e.sopra la linea.c d.ma hauendo ben in memoria le regole fin hora date,non dubito che da te medesimo saprai,come procedere in ogni altra positione del detto ponto.e.& similmente non dubito,che dal detto ponto.e.saprai diuidere ogni capo,& doppio capo tagliato,non solamente in quattro,ouer cinque parti equali,ma in quante parti equali vorrai,che troppo longo saria voleriti in tutte dar particolar essempio.

Nota che nella sopra scritta seconda operatione non vi ho tirate tutte le linee colorate,che vi occorre in tal seconda risolutione,per non offuscar la figura.

Il modo,& regola di saper diuidere ogni capo,& doppio capo tagliato in parti equali,con linee equidistanti a l'uno,& l'altro di duoi lati equidistanti,cioe a l'uno,& l'altro capo.



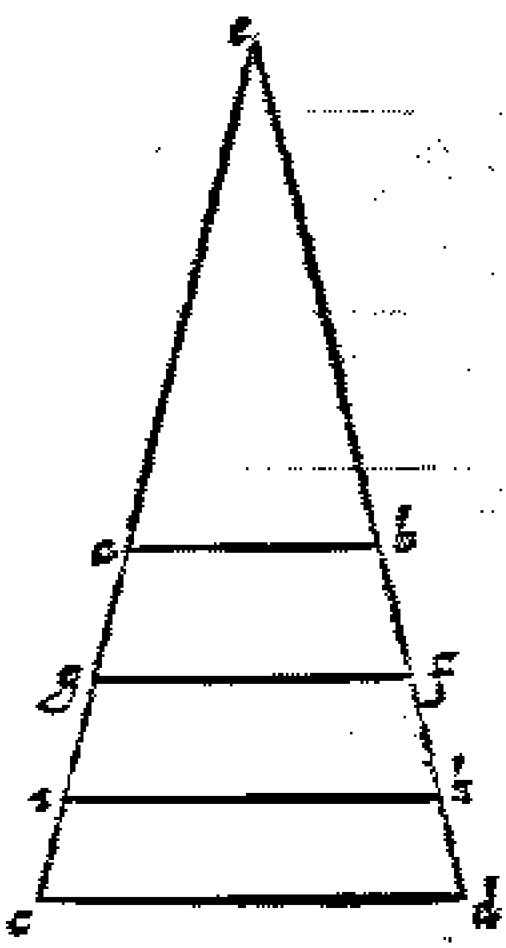
1 Ogni capo,& doppio capo tagliato potemmo diuidere in due parti equali con vna linea equidistante a l'una,& l'altra delle due linee equidistanti.Essempi gratia sia il doppio capo tagliato.a b c d.volendolo diuidere in due parti equali con vna linea equidistante alla.c d.ouero alla.a b.(che e il medesimo) protraremo direttamente in longo li duoi lati.c a.& d b.equali (come fu detto nel principio di questo capo) medesimamente concorreranno insieme in ponto.e.hor bisogna trouar vna linea,che il quadrato di quella sia equale alla mita delli duoi quadrati delle due linee.d e.& b e.onde (procedendo secondo le regole date sopra la quarta del quinto capo,& sopra la sesta del terzo capo) si trouara la detta linea esser equale alla.e f.cioe che il quadrato della.e f.sara equale alla mita della summa del quadrato della.d e.& della b e.& fatto questo dal ponto.f.tiraremo la.f g.equidistante alla.c d.laqual.f g.dico che la diuidera il detto doppio capo tagliato.a b c d.in due parti equali,perche li tre triangoli.e c d.& e g f.& e a b.sono simili,& la proportion loro e si,come quella di quadrati delli loro lati,& perche il quadrato del lato.e f.e la mita delli quadrati delli duoi lati.e d.& e b.e pero il triangolo.e f g.viene a esser la mita delli duoi triangoli.e c d.& e a b.hor se del triangolo.e c d.ne leuaremo il triangolo.e f g.& il restante quadrilatero.g f c d.insieme con il triangolo.e a b.saranno equali al detto triangolo.e f g.hor se da l'una,& l'altra banda communamente leuaremo il triangolo.e a b.(per commune scientia) li duoi restanti saranno equali,equali restanti sono e il quadrilatero.a f.& l'altro e il quadrilatero.g d.e pertanto la detta linea.f g.viene ad hauer diuiso il detto doppio capo tagliato.a b c d.in due parti equali,che e il proposito.

Il medesimo si poteria far con li lati.c a.& e a trouando il ponto.g.& tirar la linea.g f.& seguiria il medesimo proposito.

2 Anchora ogni capo,& doppio tagliato potemmo diuidere in tre parti equali con due linee rette equidistanti a l'una,& l'altra delle due basi.a b.& c d.equidistanti.Essempi gratia sia il medesimo doppio capo tagliato.a b c d.volendolo diuidere in tre parti equali con due linee equidistanti alla basa.c d.prima protraremo direttamente in longo (si come nella precedente) li duoi lati.c a.& d b.per fin che concorrano insieme in ponto.e.fatto questo bisogna trouar,ouer tagliar la terza parte del detto doppio capo tagliato.a b c d.per con vna linea equidistante alla.a b.& dalla banda verso la detta.a b.& per far tal effetto bisogna trouar vna linea,che il quadrato di quella sia equale alla terza parte della summa del quadrato della.d e.insieme con il doppio del quadrato della.e b.onde operando (prima per quella regola data sopra la sesta del quarto capo,& dapoi per la nona del terzo capo) trouaremo tal linea esser equale alla.e f.e per tanto tiraremo poi dal ponto.f.la linea.f g.equi

distante

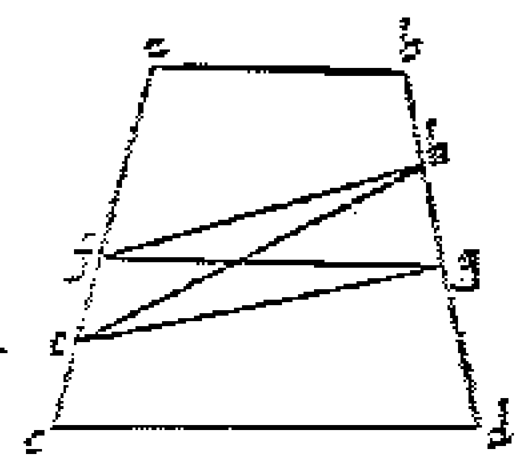
distante alla a b. laqual linea f g. dico che taglia la terza parte della detta figura a b c d. laqual terza parte saria il quadrilatero a f. perche egli è cosa manifesta, che sel quadrato del lato d c. insieme col doppio del quadrato del lato e b. sono treppi al quadrato del lato e f. (per la similitudine di triangoli) seguita che il triangolo e c d. insieme con il doppio del triangolo e a b. esser treppi al triangolo e g f. hor se dal triangolo e c d. ne leueremo il triangolo e g f. seguita che il quadrilatero g d. insieme con il doppio del triangolo e a b. siano solamente doppij al detto triangolo e g f. hor se dal antecedente di questi duoi termini, ne cauaremo il doppio del triangolo e a b. & che dal consequente ne cauaremo simplicemente il detto triangolo e a b. li duoi rimanenti (per la quinta del quinto di Euclide) saranno medesimamente doppij, delliquali duoi rimanenti, quello del antecedente saria il quadrilatero g d. & quello del consequente saria il quadrilatero a f. e pero il quadrilatero g d. saria il doppio del quadrilatero a f. e per tanto il detto quadrilatero a f. veniria a esser la terza parte di tutto il quadrilatero a d. che saria il proposito. Et perche il quadrilatero g d. e li $\frac{2}{3}$ di tutto il detto doppio capo tagliato a d. & perche il nostro primo proposito fu di voler diuider il detto doppio capo tagliato a d. in tre parti equali con due linee equidistanti alla basa c d. Et perche il quadrilatero g d. e pur vn'altro doppio capo tagliato, & eli duoi terzi del primo, e pero bisogna che lo diuidiamo in due parti equali, onde procedendo secondo la regola della precedente, trouaremo che la linea h i. fara tal effetto, & cosi haueremo diuiso il detto quadrilatero a d. in tre parti equali con le due linee f g. & h i. equidistanti alla basa c d. che e il primo proposito, & con tal regola lo potremo diuidere in quante parti ne parera.



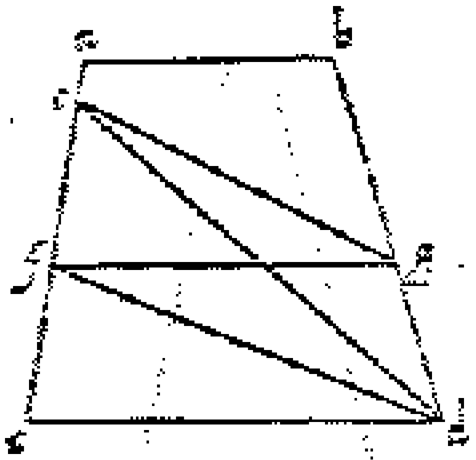
Nota che la medesima conclusione si poria anchora fare con li lati e c. & e a. & si trouaria li ponti g & i.

La regola di saper diuidere ogni capo, & doppio capo tagliato in parti equali da vn ponto dato in vno di duoi lati, che non sono equidistanti.

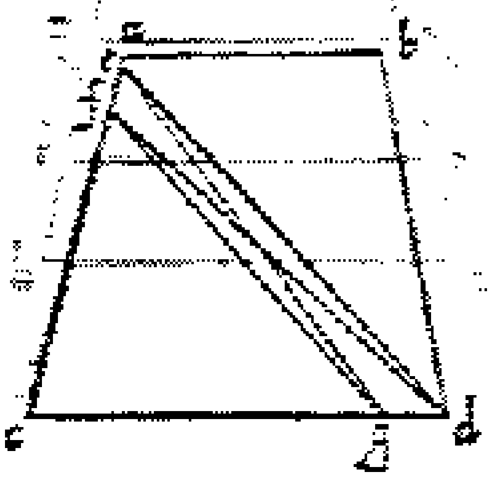
22 Ogni capo, & doppio capo tagliato, potremo diuidere in due parti equali da vn ponto dato in vno di duoi lati non equidistanti. Essempi gratia sia il doppio capo tagliato a b c d. hor volendo da vno ponto dato nel lato a c. diuidere la detta figura a b c d. in due parti equali, tale operatione puo variar in piu modi secondo la positione, ouero situatione del dato ponto, perche sel dato ponto fusse dato nel supremo termine del lato a c. cioe in ponto a. bisogneria procedere (come si fece nella quarta di questo capo) & sel dato põto fusse nel termine inferior del detto lato a c. cioe nel angolo c. in tal caso bisogneria procedere secondo la regola data nella settima di questo capo, & se diuidendo tal figura a d. in due parti equali dal angolo d. & la linea diuidente andasse a segare la detta a c. nel proprio luogo del dato ponto, la medesima linea saria quella, che anchora dal dato ponto diuideria la detta figura a d. in due parti equali, similmente che diuidesse la detta figura in due parti equali con vna linea equidistante alla c d. secondo la regola data nella decima, & che il dato ponto fusse per sorte nel luogo, doue terminasse tal linea nel lato a c. senza dubbio tal linea saria quella, che dal dato ponto diuideria il detto doppio capo tagliato a d. in due parti equali. Ma ponimo che il dato ponto sia il ponto e. & che'l nõ sia in alcuno di detti luoghi, hor volendo dal detto põto e. divider la detta superficie a d. in due parti equali, prima diuideremo quella in due parti equali con vna linea equidistante alla basa c d. onde procedendo secondo la regola data nella decima trouaremo tal distinte procedere secondo la linea f g. fatto questo dal ponto e. al ponto g. tiraremo la linea e g. & dal ponto f. tiraremo la f h. equidistante alla e g. finalmente tiraremo la e h. laqual dico diuider il detto doppio capo tagliato a d. in 2 parti equali, perche li 2 triangoli e h g. & e g f. sono fra loro equali (per la 37 del primo di Euclide) per esser ambiduoi sopra vna medesima basa (ch'è la e g.) & fra 2 medesime linee equidistanti, che sono le 2 linee e g. & f h. e per tanto giongendo communamente a ciascuno di detti triangoli il quadrilatero e g c d. (per commune scientia) li duoi resultanti saranno anchora equali, delliquali duoi resultanti l'uno e il quadrilatero e h d c. & l'altro il quadrilatero f g d c. & perche il detto quadrilatero f g d c. è la mita del detto doppio capo tagliato a d. seguita anchora che il quadrilatero e h d c. sia la mita del medesimo doppio capo tagliato a d. ch'è il proposito.



Ma sel detto ponto e. fusse fra il ponto f. & ponto a. (come nella seconda figura appare) in tal caso tiraremo pur la e g. & dal ponto f. tiraremo senza color vna equidistante alla detta e g. laquale equidistante se per sorte andara a terminare nella g d. ouero nel termine di quella, cioe nel ponto d. tiraremo tal linea colorata, perche tal problema si pora esseguire per questa medesima regola. Ma se per sorte tal equidistante andasse a terminare nella basa c d. in tal caso, per questa rego-

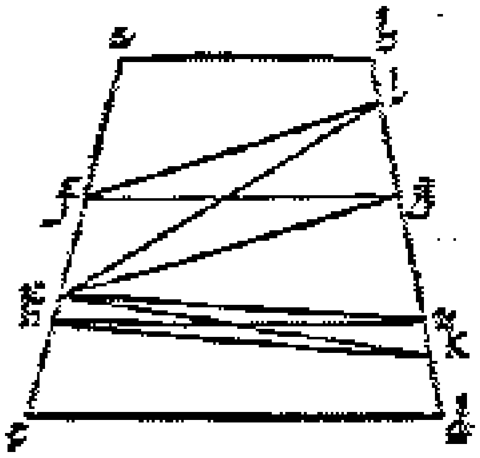


gola non si potria risolvere, ma per un'altra (come di sotto s'intenderà, hor ponemo che la det ta equidistante in questa positione vada a terminare precisamente nel angolo .d. come si vede nella .f d. in tal caso tiraremo la .e d. laqual dico che divide il detto capo tagliato .a d. in due parti eguali, laqual cosa si dimostra, si come l'altra, perche li duoi triangoli .f g d. & .f e d. sono fra loro eguali (per la trentesimasettima del primo di Euclide) onde aggiongendo a ciascuno di lo ro il triangolo .f d c. li duoi resultanti (per commune scientia) saranno eguali, delliquali duoi re sultanti, l'uno e il quadrilatero .f g c d. & l'altro il triangolo .e d c. & perche (per le cose dette, & fatte) il quadrilatero .f g c d. e la mita del detto doppio capo tagliato .a d. seguita che il detto tria golo .e d c. sia medesimamente la mita del detto doppio capo tagliato .a d. che è il proposito, & cosi in questo caso si manifesta, che il detto ponto .e. per sorte si è imbattuto a essere dove, che va a terminare la linea dividente la detta superficie .a d. dal angolo .d. & non che con tal rego la medesimamente si operaria quando che la equidistante .f d. andasse a terminare fra il ponto .d. & ponto .g. cioe nella linea .d g.



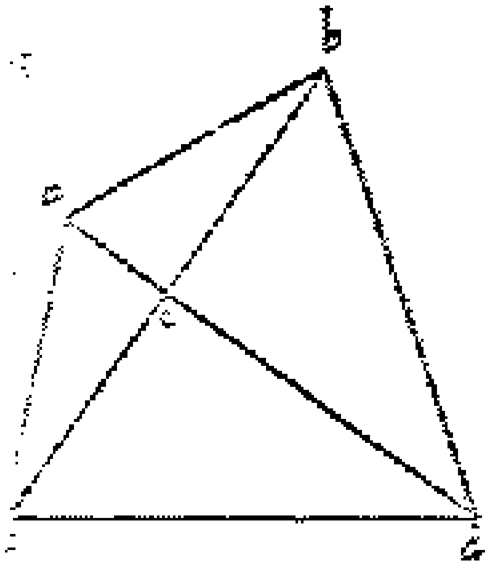
Ma quando che il detto ponto .e. fusse piu propinquo al ponto .a. (come nella terza figura appa re) non accade in tal caso a dividere tal figura con una equidistante alla basa .c d. anzi bisogna dividerla in due parti eguali dal angolo diametralmente opposito al ponto .e. cioe dal angolo .d. onde procedendo secondo la regola data nella sestima, trovaremo che la linea .d f. fara tal ef fetto, fatto questo tiraremo la .e d. & dal ponto .f. tiraremo la .f g. equidistante alla .e d. & final mente tiraremo la .e g. laquale è quella, che ne divide il detto doppio capo tagliato in due parti eguali, perche li duoi triangoli .f g e. & .f g d. sono fra loro eguali (per la trentesimasettima del primo di Euclide) per esser ambiduoi sopra la basa .f g. & fra le due .e d. & .f g. equidistanti, on de dando a ciascheduno di quelli il triangolo .f e g. li duoi resultanti (per commune scientia) sa ranno fra loro eguali, delliquali resultanti l'uno è il triangolo .f d e. & l'altro è il triangolo .e g c. & perche il triangolo .f d c. è la mita del nostro doppio capo tagliato .a d. seguita adonque che il triangolo .e g c. sia anchora lui la mita del medesimo, e pero seguita il proposito, al medesimo modo si operaria quando che il dato ponto .e. fusse sul lato .b d.

34 Anchora ogni capo, & doppio capo tagliato lo potemo dividere in tre parti egua li da un ponto dato in uno di duoi lati non equidistanti. Essempi gratia sia il dop pio capo tagliato .a b c d. volendolo dividere in tre parti eguali da un ponto dato nel lato .a c. bisogna saper, che questa operatione puo variar in piu modi (come fu detto anchora della precedente) secondo la positione del dato ponto, & tal hora la questione si potra risolvere in diversi modi, che a volerla essemplificare, & risolvere in tutte le diversita di modi, & diversita della position del dato ponto, son certo che si veneria in fastidio, e pero mi de terminato sotto brevita il piu sostantiale, & fondamentale, con loquale facilmente da te medesimo sapra, come governarti in ogni altra positione. Ponemo adunque, che il dato ponto sia .e. hor volendo dal detto ponto .e. dividere il detto doppio capo tagliato .a d. in tre parti eguali in tal positione divideremo quello nelle dette tre parti eguali con due linee equidistanti alla basa .c d. onde procedendo secondo la regola data nella undecima, trovaremo le due linee .f g. & .h i. far tal effetto, fatto questo dal ponto .e. tiraremo la .e i. & dal ponto .h. tiraremo la .h K. equidistante alla .e i. & dapoi tiraremo la .e K. laqual dico, che taglia la terza parte della detta figura .a d. dalla banda verso la .c d. perche li duoi triangoli .e i h. & .h K i. sono fra loro eguali (per la trentesimasettima del primo di Euclide piu volte allegata) onde giongendo communamente a l'uno, & all'altro di detti duoi triangoli, il quadrilatero .h K c d. (per commune scientia) li duoi resultanti saranno anchora eguali, delliquali duoi resultanti l'uno è il quadrilatero .e K c d. & l'altro è il quadrilatero .h i c d. & per che il detto quadrilatero .h i c d. (per le cose dette, e fatte) è la terza parte della detta su perficie .a d. seguita che anchora il quadrilatero .e K c d. sia la terza parte di quella me desima. Fatto questo anchora dal ponto .e. tiraremo la .e g. & dal ponto .f. tiraremo la .f L. equidistante alla .e g. & dal ponto .e. finalmente tiraremo la .e L. laqual dico che ta glia la terza parte della detta figura .a d. dalla banda verso la .a b. perche li duoi trian goli .e f L. & .f g L. sono fra loro eguali (per la trentesimasettima del primo di Euclide) onde dandoli communamente il quadrilatero .f L b a. li duoi resultanti (per commune scientia) saranno eguali, delliquali duoi resultanti l'uno è il quadrilatero .f g a b. & l'altro è il qua drilatero .e L a b. & perche il quadrilatero .f g a b. è la terza parte della detta figura, over doppio capo tagliato .a d. seguita che anchora il quadrilatero .e L a b. sia la terza parte del medesimo, & perche di sopra fu trovato, che anchora il quadrilatero .e K c d. era un'altra terza parte del me desimo, e pero necessariamente il triangolo .e K L. sara un'altra terza parte, & cosi dal ponto .e. veniamo haver diviso il nostro doppio capo tagliato in tre parti eguali, che è il proposito.



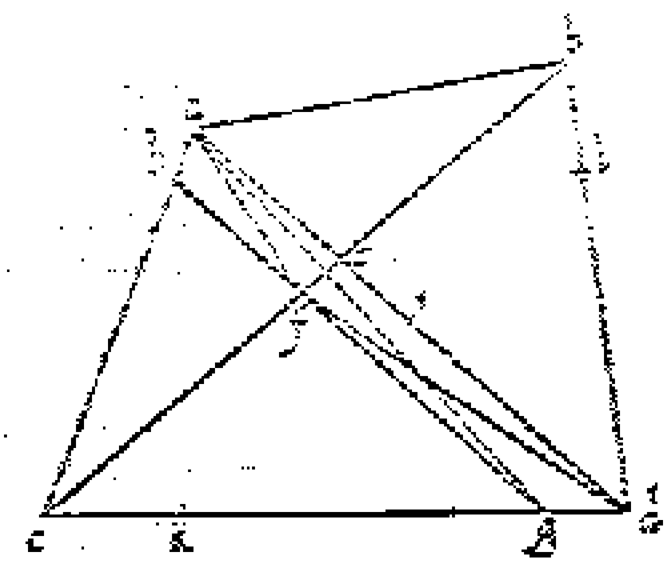
Il modo

Il modo, over regola di diuidere in due parti eguali ogni quadrilatero del quale niun lato sia equidistante ad alcun de gli altri. Cap. XVI.



1 OGni quadrilatero non hauente alcun lato equidistante ad alcuno de gli altri da uno di suoi angoli potemo diuider quello in due parti eguali.

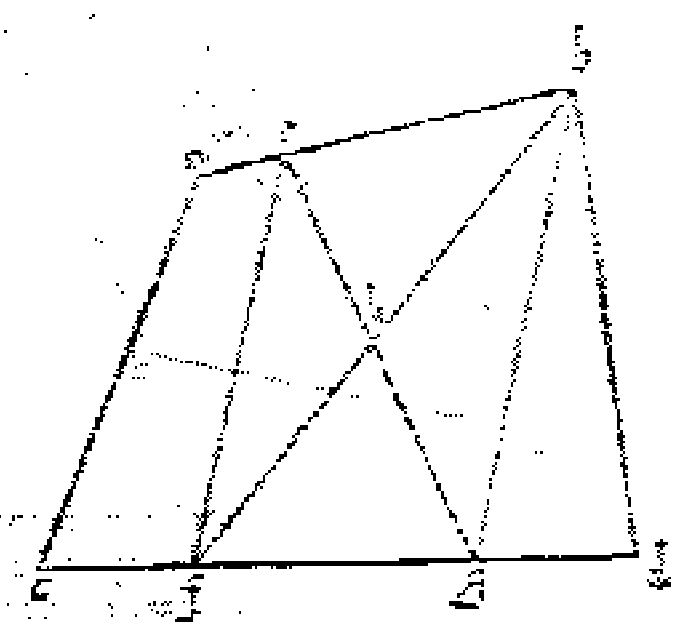
Sia essempi gratia il quadrilatero. a b c d. del quale niun di suoi quattro lati sia equidistante all'altro, volendo dal angolo. a. diuider quello in due parti eguali, tiraremo li duoi diametri. a d. & b c. i quali s'intersegano in ponto. e. hor se per caso la. b e. fusse eguale alla. e c. (come nella prima figura accade) la linea, over diametro. a d. ne risolueria tal problema, cioe diuideria il detto quadrilatero. a b c d. in due parti eguali, perche essendo la. b e. eguale alla e c. (per la prima del sesto di Euclide) il triangolo. a e b. saria eguale al triangolo. a e c. & similmente il triangolo. c e d. saria anchora eguale al triangolo. b e d. onde (per commune scientia) la summa di duoi triangoli. a b e. & b e d. saria eguale alla summa de gli altri duoi, cioe. a c e. & c e d. e pero tutto il triangolo. a b d. saria eguale a tutto il triangolo. a c d. per laqual cosa il detto quadrilatero vien a esser diuiso in due parti eguali dalla linea. a d. che e il proposito.



Ma se per caso la. e b. fusse menore della. e c. (come nella seconda figura si vede) in tal caso diuideremo la. c b. in due parti eguali in ponto. f. & dal ponto. f. tiraremo la. f g. equidistante alla. a d. & dal angolo. a. tiraremo la. a g. laqual dico, che diuide il detto quadrilatero. a b c d. in due parti eguali, & per dimostrar tal effetto dal ponto. f. tiraremo le due linee. f a. & f d. onde li duoi triangoli. a f b. & a f c. (per la prima del sesto di Euclide) sono fra loro eguali, & similmente gli altri duoi triangoli. d f c. & d f b. (per le medesime ragioni) sono fra loro eguali, e per tanto (per commune scientia) il quadrilatero. a f d c. e eguale al quadrilatero. a f d b. Et perche li duoi triangoli. a f d. & a g d. (per la trentesimasettima del primo di Euclide) sono fra loro eguali, dando a cadauno di loro il triangolo. a b d. (per commune scientia) li duoi resultanti saranno eguali, e li quali duoi resultanti, l'uno e il quadrilatero. a f d b. & l'altro e il quadrilatero. a g d b. & perche il quadrilatero. a f d b. e la mita del nostro quadrilatero. a b c d. (come di sopra fu dimostrato) e pero anchora il quadrilatero. a g d b. vien a esser la mita del detto nostro quadrilatero. a b c d. che e il proposito.

Ma volendo far tal diuisione dal angolo. d. dal medesimo ponto. f. tiraremo la. f h. equidistante alla. a d. & dal angolo. d. tiraremo una linea al ponto. h. laqual linea diuideria medesimamente il detto nostro quadrilatero. a b c d. in due parti eguali, laqual diuisione si dimostraria con li medesimi argomenti, con i quali fu dimostrata l'altra, laqual linea. d h. non mi e parso di tirare per non offuscar la figura dell'altra conclusione.

Et cosi per abreuiar parole, & scrittura, volendo far la sopradetta diuisione da un de gli altri duoi angoli, cioe dal angolo. b. ouero dal angolo. c. si doueria diuidere l'altro diametro. a d. in due parti eguali in ponto. i. & dapoi dal ponto. i. produre una linea equidistante al diametro. b c. laqual linea non l'ho voluta tirare (per la ragione di sopra detta) ma che la tirasse, & prolongasse da l'una, & l'altra banda, quella andaria a terminar da una banda nel ponto. k. & dall'altra nel ponto. l. onde tirando poi una linea dal angolo. b. al ponto. k. quella diuideria il detto nostro quadrilatero. a b c d. in due parti eguali. il medesimo si faria, che ne tirasse una dal angolo. c. al ponto. l. & l'una, & l'altra di queste due conclusioni si dimostraria secondo il medesimo ordine, col qual fu dimostrato la prima risolutione.



2 OGni quadrilatero di lati non equidistanti potemo diuidere in due parti eguali, da un ponto dato in un di suoi lati. Essempi gratia sia il quadrilatero. a b c d. di lati non equidistanti, & nel lato. a b. sia dato il ponto. e. hor volendo dal ponto. e. diuidere il detto quadrilatero in due parti eguali, la operatione di un tal problema puo variar in piu modi secondo la positione del ponto. e. (come di sotto intenderai) ma in questa tal positione, prima lo diuideremo in due parti eguali dal angolo. b. onde procedendo secondo la regola data nella precedente, trouaremo che la linea. b f. fara tal effetto, fatto questo tiraremo la. e f. & dal ponto. b. tiraremo la. b g. equidistante alla. e f. finalmente tiraremo la. e g. laqual dico, che ne diuide il detto nostro quadrilatero in due parti eguali, perche li duoi triangoli. b e f. & b f g. (per la trentesimasettima del primo di Euclide) sono fra loro eguali, onde leuando communamente dall'uno, & dall'altro il triangolo. b h g. li

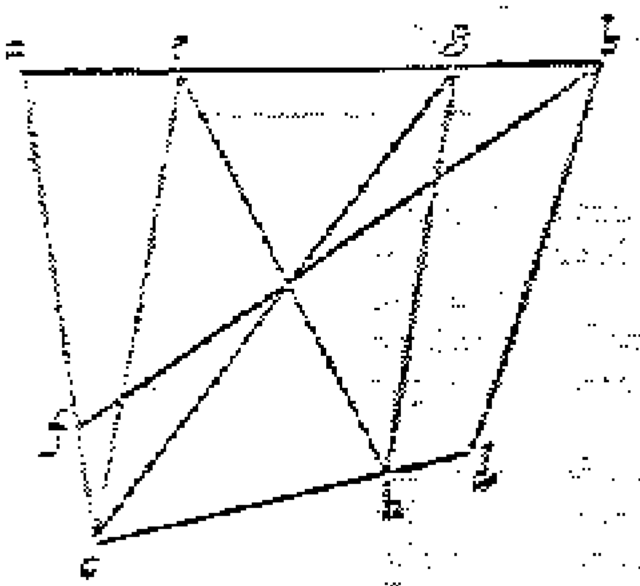
duoi residui (per commune scientia) seranno equali, delliquali duoi residui l'uno e il triangolo b h e. & l'altro e il triangolo g h f.

Hor se a ciaschaduno di questi duoi residui gli daremo quella figura di cinque lati a e h f c. li duoi resultanti (per commune scientia) seranno equali, deliquali duoi resultanti, l'uno e il quadrilatero a b f c. & l'altro e il quadrilatero a e g c. & perche il quadrilatero a b f c. e la mita (se ben ti aricordi) del nostro quadrilatero a b c d. Seguita adunque che il quadrilatero a e g c. sia medesimamente la mita di quello, che e il proposito.

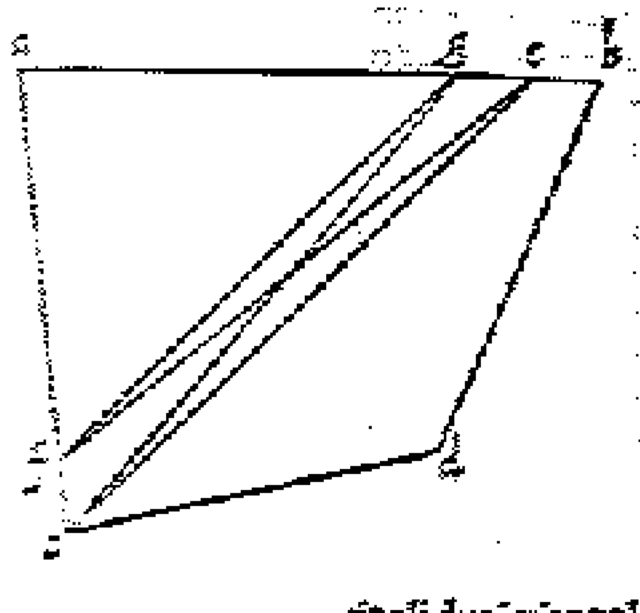
Anchora si puo dimostrar in quest'altro modo, perche il triangolo f g e. e equale al triangolo f b e. (per la trentesima settima del primo di Euclide) onde giongendo a ciaschaduno il quadrilatero a e f c. (per commune scientia) il quadrilatero a b f c. sara equale al quadrilatero a e g c. & perche il quadrilatero a b f c. e equale alla mita del nostro quadrilatero a b c d. Seguita anchora, che il quadrilatero a e g c. sia la mita del medesimo, che e pur il proposito.

El medesimo si poria dimostrar da l'altra banda, dicendo li duoi triangoli g e h. & g f h. sono pur equali, onde giongendo a l'uno, & l'altro il triangolo h g d. seguita che il triangolo h f d. sia equale al quadrilatero e g d h. & perche il triangolo h f d. e la mita del nostro quadrilatero a b c d. seguita che il quadrilatero h e g d. sia anchora lui la mita di quel medesimo, e pero seguita anchora il medesimo proposito, & tutti questi modi si puo usar quasi in tutte queste conclusioni anchor che non le costumo per brevita.

Ma se per caso la divisione fatta dal angolo b. non cascasse sul lato c d. (opposito al lato, dove e il ponto e.) ma cascasse sopra il lato a c. (come appar nella seconda figura in ponto f.) in tal caso si doveria far tal divisione dal angolo c. onde (procedendo secondo la regola data nella precedente) si trovara, che la linea e g. fara tal effetto, cioe che dividera il detto nostro quadrilatero in due parti equali. Hor per far tal divisione dal ponto e. tiraremo la linea e c. & dal ponto g. tiraremo la linea g h. equidistante alla detta e c. & finalmente dal detto ponto e. tiraremo la e h. laqual dico, che divide il detto nostro quadrilatero a b c d. in due parti equali, perche li duoi triangoli e c g. & e c h. (per la trentesima settima del primo di Euclide) sono fra loro equali, onde aggiongendo a ciaschaduno di quelli il triangolo a e c. (per commune scientia) il quadrilatero a e h c. sara equale al triangolo a g c. & perche il detto triangolo a g c. (come di sopra e stato dimostrato) e la mita del nostro quadrilatero a b c d. Seguita adunque che anchora il quadrilatero a e h c. sia la mita del medesimo nostro quadrilatero a b c d. che e il proposito, la dimostratione di questa conclusione si poria far per due altre vie si, come fu fatto dell'altra conclusione, ma per abreviar scrittura, le pretermetto, ma basta haverti avertito, si per questa, come per le passate, & per quelle, che si ha da dire.

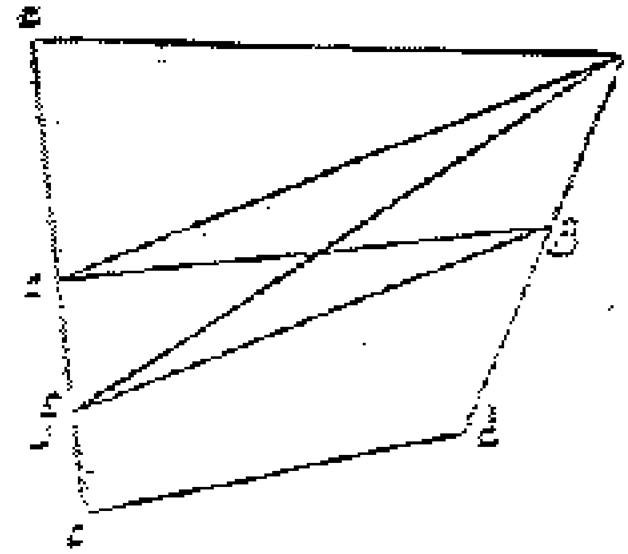


Ma sel ponto e. fusse dato fra l'angolo b. & il ponto g. (come nella terza figura appare) in tal caso tiraremo la linea e c. & dal ponto g. tiraremo la g f. equidistante alla e c. finalmente dal detto ponto e. tiraremo la e f. laquale dico che divide il detto quadrilatero a b c d. in due parti equali, perche li duoi triangoli f g c. & f g e. (per la trentesima settima del primo di Euclide) sono fra loro equali, onde aggiongendo communamente a l'uno, & l'altro di quelli il triangolo a g f. (per commune scientia) il triangolo a g c. sara equale al triangolo a e f. & perche il triangolo a g c. (come di sopra e stato dimostrato) e la mita del nostro quadrilatero a b c d. e pero il triangolo a e f. sara la mita del medesimo, che e il proposito.



Ma sel ponto e. fusse dato nel lato a c. (come nella quarta figura appare) divideremo il detto quadrilatero a b c d. in due parti equali dal angolo b. onde (procedendo secondo la regola data nella decimaquinta) trovaremo, che la linea b f. fara tal effetto, fatto questo tiraremo la e b. & dal ponto f. tiraremo la f g. equidistante alla detta e b. & finalmente dal ponto e. tiraremo la e g. laquale dico che divide il quadrilatero a b c d. in due parti equali, laqual conclusione si dimostra secondo le passate, cioe li duoi triangoli b e f. & b e g. sono equali (per la trentesima settima del primo di Euclide) onde dando a ciaschaduno di quelli il triangolo a b e. (per commune scientia) il quadrilatero a b e g. sara equale al triangolo a b f. & perche il detto triangolo a b f. e la mita del quadrilatero a b c d. seguita, che il detto quadrilatero a b e g. sia la mita del medesimo, che e il proposito.

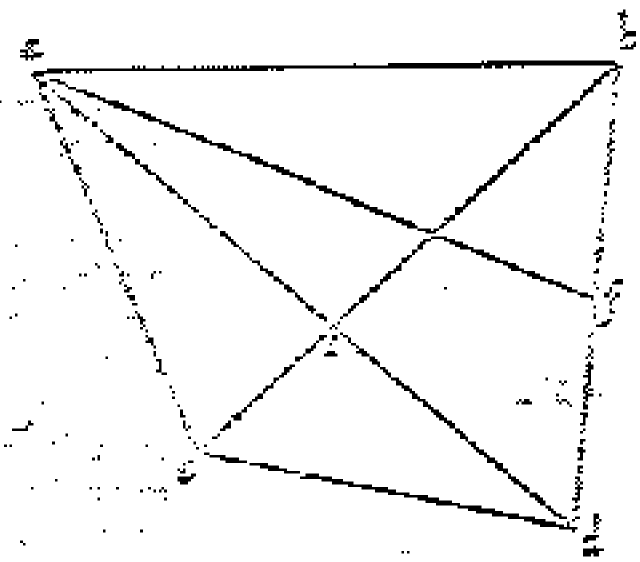
Nota



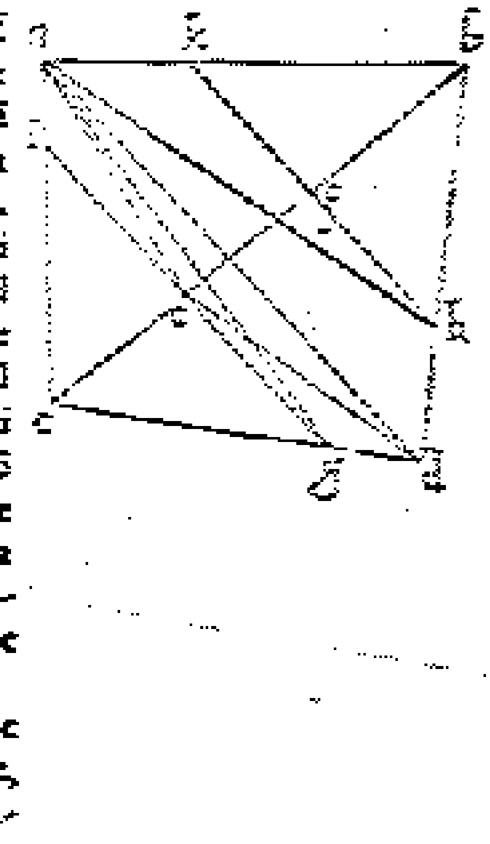
Nota che anchora dal angolo .d. potemmo far la prima divisione, come fu fatto dal angolo .b. & tirar poi dal .e. al .d. vna linea, & nel restante seguendo, secondo la medesima regola, & trouarassi, che medesimamente la linea .e g. farà il medesimo effetto, si che voglio inferire, che spesse volte si puo risoluere, & anchora dimostrare vn problema per piu vie, che per abreuiar scrittura non stimmo a narrarle.

Il medesimo modo si osseruarebbe quando che il ponto .e. fusse dato sopra il lato .b d.

Regola di saper diuidere un quadrilatero in tre parti equali da vno delli suoi quatro angoli.

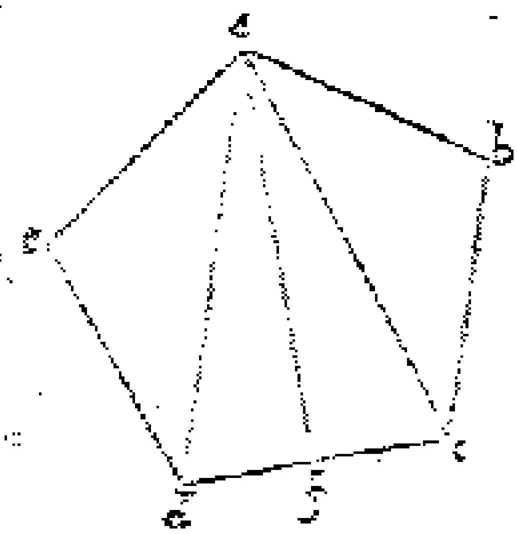


Ogni quadrilatero potemmo diuidere in tre parti equali da qual si voglia di suoi quatro angoli. Essempi gratia sia il quadrilatero .a b c d. volendolo diuidere in tre parti equali dal angolo .a. tiraremo li duoi diametri .a d. & .b c. i quali s'intersegano fra loro in ponto .e. se per sorte l'uno di detti diametri segasse la terza parte dell'altro (come che in questa prima figura accade) che la .c e. è la terza parte del diametro .b c. in tal caso il diametro .a d. segaria anchora la terza parte del detto quadrilatero .a b c d. laqual terza parte sarebbe il triangolo .a c d. perche se la basa .b e. è doppia alla basa .e c. (per la prima del sesto di Euclide) il triangolo .a b e. sara doppio al triangolo .a e c. & (per la medesima ragione) il triangolo .b d e. sara doppio al triangolo .d e c. & (per commune scientia) tutto il triangolo .a b d. sara doppio a tutto il triangolo .a c d. e per tanto il triangolo .a b d. sara li duoi terzi del quadrilatero .a b c d. & il triangolo .a c d. sara solamente vn terzo, onde se diuideremo il detto triangolo .a b d. in due parti equali dal angolo .a. sara risolto il problema. Per diuidere adunque il detto triangolo .a b d. in due parti equali dal angolo .a. (se ben si aricordi della prima del decimoterzo capo) diuideremo la .b d. in due parti equali in ponto .f. & tiraremo la .a f. & sara risolto tutto il proposito, cioe dal angolo .a. hauremo diuiso il detto quadrilatero in tre parti equali, dellequali vna è il triangolo .a c d. l'altra è il triangolo .a f d. l'altra è il triangolo .a b f.



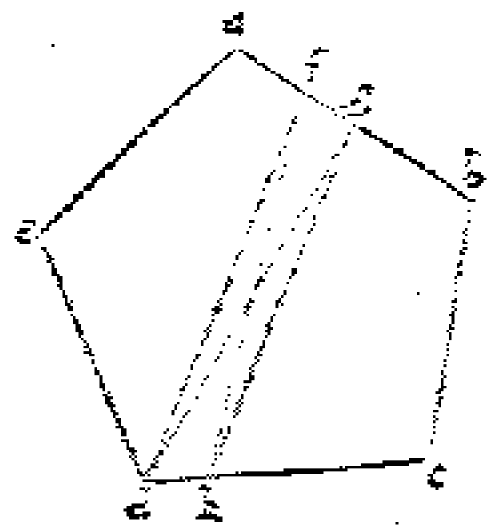
Ma se ne l'uno, ne l'altro diametro segarà la detta terza parte dell'altro (come nella seconda figura si vede) in tal caso diuideremo il diametro .b c. in tre parti equali nelli duoi ponti .e. & .f. & dal ponto .e. tiraremo la .e g. equidistante al diametro .a d. & similmente dal ponto .f. tiraremo la .f h. pur equidistante al medesimo diametro .a d. & finalmente dal angolo .a. tiraremo le due linee .a g. & .a h. lequal due linee diuidono il detto quadrilatero in tre parti equali, dellequal tre parti l'una è il triangolo .a g c. & l'altra è il triangolo .a b h. l'altra necessariamente è il quadrilatero .a g d h. & per dimostrar che il triangolo .a g c. sia la terza parte del nostro quadrilatero .a b c d. tiraremo dal ponto .e. le due linee .e a. & .e d. & perche la .e b. è doppia alla .e c. seguira (per la prima del sesto di Euclide) che il triangolo .b a e. sia doppio al triangolo .a e c. & similmente che il triangolo .d e b. sia doppio al triangolo .d e c. onde (per la prima del 5 di Euclide) il quadrilatero .a e d b. sara doppio al quadrilatero .a c d e. e pero il detto quadrilatero .a e d c. vien a esser il terzo del nostro quadrilatero .a b c d. & perche li 2 triangoli .e a g. & .e d g. sono infra equali (per la 37 del primo di Euclide) e per tanto dando a ciascun di loro il quadrilatero .a e g c. (per commune scientia) il triangolo .a g c. sara equale al quadrilatero .a e d c. & perche il detto quadrilatero .a e d c. è la terza parte del nostro quadrilatero .a b c d. seguita, che il detto triangolo .a g c. sia la terza parte del medesimo quadrilatero .a b c d. che è il proposito. Et con li medesimi argomenti si dimostrara il triangolo .a h b. esser la terza parte del medesimo quadrilatero .a b c d. e pero necessariamente il quadrilatero .a g d h. conuien esser l'altra terza parte del medesimo.

Et cosi volendo far la detta diuisione dal angolo .d. dalli medesimi duoi ponti .e. & .f. tiraressimo le due linee .e i. & .f k. equidistanti dal diametro .a d. & dal detto angolo .d. tiraressimo due linee, l'una dal .d. al .i. & l'altra dal .d. al .k. lequal due linee tirate, che fussero saria diuiso il detto quadrilatero .a b c d. pur in tre parti equali dal detto angolo .d. lequal due linee non le ho voluto tirare (per non offuscar la figura) & tal seconda diuisione si dimostrara secondo l'altra, & cosi con tal regola si faria tal diuisione dal angolo .b. ouero dal angolo .c. cioe diuidendo il diametro a d. in tre parti eguali, & dapoi seguir, si come nell'altra. Et cosi con tal regola potrai diuidere vn quadrilatero in quatro parti eguali separata da qual si voglia di suoi quatro angoli.



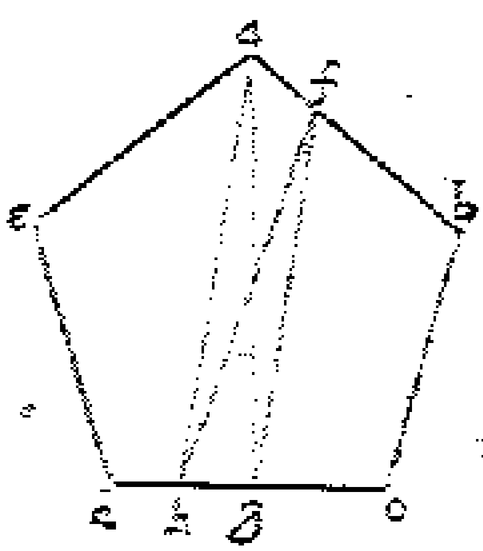
Il modo, ouer regola di diuidere le figure di cinque lati in piu parti eguali sotto diuerse conditioni. Cap. XVII.

1 Ogni pentagono equilatero, & equiangolo da vno di suoi angoli lo potremo diuidere in due parti eguali. Sia essempi gratia il pentagono a b c d e, uolendolo dal angolo. a. diuidere in due parti eguali diuideremo il lato opposito a tal angolo, cioe il lato. d c. in due parti eguali in ponto. f. & tiraremo la. a f. laquale dico che diuide il detto penthagono in due parti eguali, & per dimostrar questo tiraremo le due linee. a c. & a d. & perche li duoi triangoli a e d. & a b c. (dal presupposito) sono simili, & eguali (per esser equilateri, & equiangoli fra loro, & perche anchora li duoi triangoli a f c. & a f d. sono pur eguali (per commune scientia) il quadrilatero a f c b. sara eguale al quadrilatero a f d e. e pero seguita il proposito.

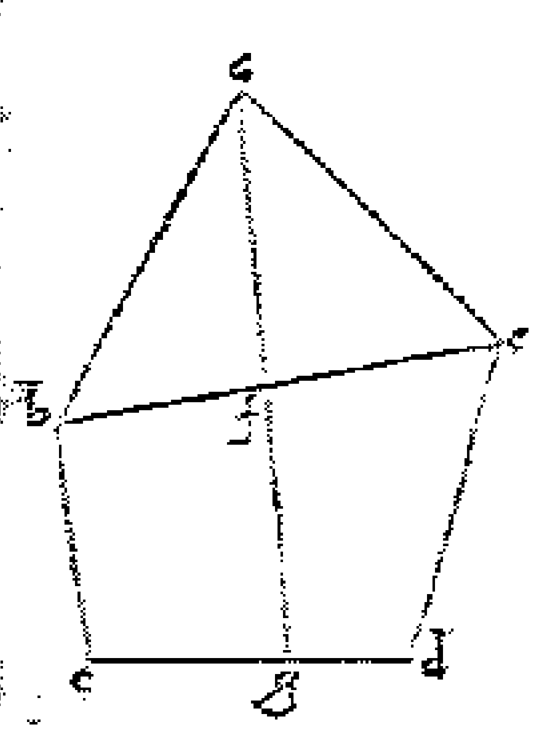


2 Anchora ogni penthagono equilatero, & equiangolo, lo potremo diuidere in due parti eguali da vn ponto dato in vno di suoi lati.

Sia essempi gratia il penthagono. a b c d e. equilatero, & equiangolo, & nel lato a b. sia dato il ponto. f. volendo dal ponto. f. diuidere. tal penthagono in due parti eguali, se per sorte il detto ponto. f. fusse nel mezo del lato. a b. tiraressimo dal detto ponto. f. al angolo. d. a lui opposito vna linea retta, & sarebbe risolto il problema (per le ragioni adutte nella precedente) ma sel detto ponto. f. non sia nel mezo di tal lato a b. (come che nella figura appare) che e piu propinquo al angolo. a. che al. b. in tal caso diuideremo il detto lato. a b. in due parti eguali in ponto. g. & tiraremo la. g d. laqual (per le ragioni dette nella precedente) diuide il detto penthagono in due parti eguali, fatto questo dal ponto. f. al ponto. d. tiraremo la. f d. & dal ponto. g. tiraremo la. g h. equidistante al la. f d. & finalmente dal ponto. f. al ponto. h. tiraremo la. f h. laquale dico, che diuide il detto penthagono in due parti eguali, perche li duoi triangoli. h g f. & h g d. sono fra loro eguali (per esser sopra la medesima basa. h g. & fra le due linee. d f. & h g. equidistanti, onde dando communamente a ciascheduno di loro il quadrilatero. g b c h. (per commune scientia) li duoi relsiduoi saranno eguali, delliquali resiltanti, l'uno e il quadrilatero. d g b c. & l'altro il quadrilatero. f h c b. & perche il quadrilatero. d g b c. e la mita del penthagono. a b c d e. (per la precedente) adunque seguita, che anchora il quadrilatero. f h c b. sia la mita di quel medesimo, che e il proposito.

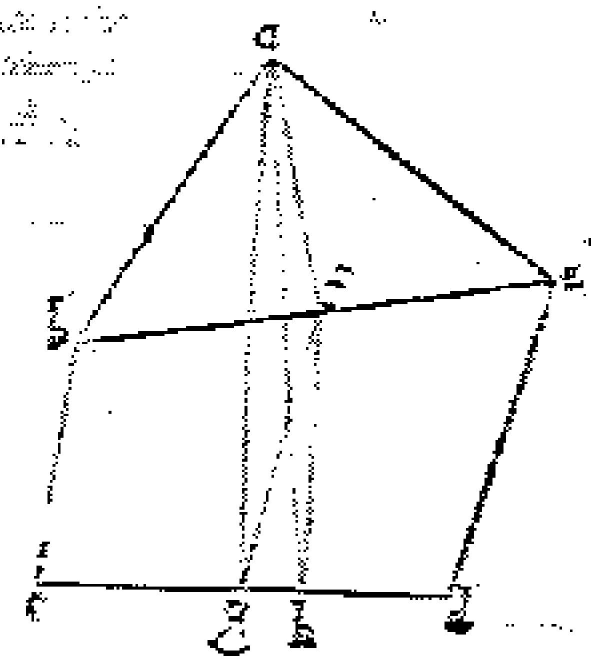


Anchora per vn altra via potremo esseguir tal effetto, cioe diuidere il detto penthagono in due parti eguali dal angolo. a. onde (procedendo secondo la regola della precedente) trouaremo, che la linea. a g. (come appar nella seconda figura) sara tal effetto, fatto questo tiraremo la. f g. & dal ponto. a. tiraremo la. a h. equidistante alla. f g. & finalmente tiraremo la. f h. laquale medesimamente diuide il detto penthagono in due parti eguali, per che medesimamente li duoi triangoli. f g h. & f g a. sono fra loro eguali, per esser sopra vna medesima basa, che e la. f g. & fra le due linee. f g. & a h. equidistanti, onde aggiongendo communamente a ciascheduno di loro il quadrilatero. f g c b. (per commune scientia) il quadrilatero. a g c b. sara eguale al quadrilatero. f h c b. & perche il quadrilatero. a g c b. e la mita del penthagono, seguita anchora che il quadrilatero. f h c b. sia la mita del medesimo, che e il proposito.



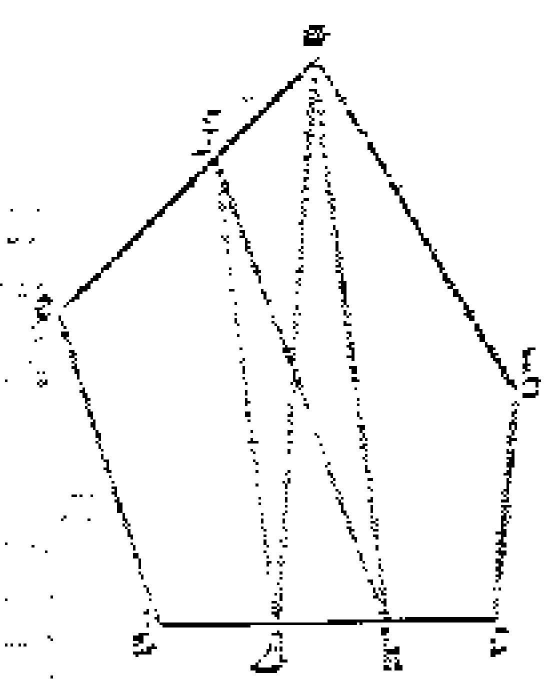
3 Ogni penthagono, che non sia equilatero, ne equiangolo da qual si voglia angolo di quello, lo potremo diuidere in due parti eguali. Essempi gratia sia il penthagono non equiangolo. a b c d e. volendo dal angolo. a. diuiderlo in due parti eguali, tiraremo la linea. b e. & dal detto angolo. a. diuideremo il triangolo. a b e. in due parti eguali, onde (procedendo secondo la regola data nella prima del decimoterzo capo) trouaremo che la linea. a f. sara tal effetto, fatto questo dal ponto. f. diuideremo il quadrilatero. b c d e. in due parti eguali, onde (procedendo secondo la regola data nella seconda del decimosesto capo) trouaremo, che la linea. f g. sara tal effetto, hor se per caso la detta linea. f g. fusse direttamente vna con la linea. a f. cioe che la linea. a f g. fusse vna sola linea, saria risolto il problema, perche la detta linea. a g. (per commune scientia) hauerebbe diuisa la detta figura di cinque angoli in due parti eguali, come si propone.

Ma se per sorte la f g. non fusse in diretto con la a f. (come nella seconda figura appare) tiraremo la a g. & dal ponto f. tiraremo la f h. equidistante alla a g. finalmente tiraremo la a h. laqual dico, che divide la detta figura di cinque angoli . a b c d e. in due parti equali, perche li duoi triangoli f h g. & f h a. sono fra loro equali, per esser sopra una medesima basa, laqual è la f h. & fra le due linee a g. & f h. equidistanti, onde aggiongendo communamente a ciaschaduno di quelli, la figura a f h d e. di cinque lati (per communa scientia) li duoi resultanti saranno equali, delliquali duoi resultanti, l'uno è la figura di cinque lati a f g d e. & l'altro è il quadrilatero. a h d e. & perche la figura di cinque lati a f g d e. (per le cose supposte) è la mita del nostro pentagono. a b c d e. e pero seguita, che anchora il quadrilatero. a h d e. sia la mita del medesimo, che è il proposito.



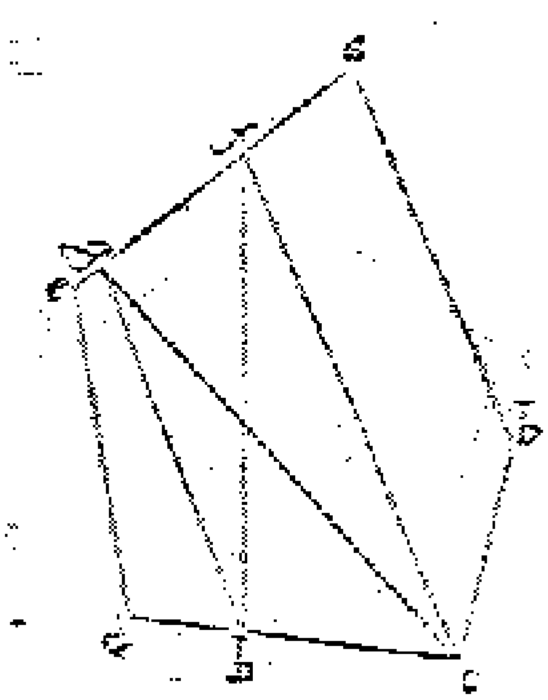
Nota che la linea f g. l'habbiamo segnata molto piu obliqua del dovere verso il ponto e. accio sia meglio vedere tutte le linee, che con parole nella rissolutione narramo, perche tirandola realmente secondo che richiede il ponto. g. cascaria tanto propinquo al ponto. h. che malamente si poria discernere le linee a h. & g f. dalle altre, & questa cautella osservaremo in molti luoghi simili, e pero non te ne maravigliare.

4 Da uno ponto dato in uno di lati di una figura di cinque lati, potemmo dividere quella in due parti equali. Essempi gratia sia la figura di cinque lati . a b c d e. & nel lato a e. sia dato il ponto. f. hor volendo dal detto ponto f. dividere la detta figura a b c d e. in due parti equali, divideremo prima quella in due parti equali dal angolo a. overo dal angolo c. overo dal angolo opposito a quel lato a e. cioe dal angolo. c. perche sempre uno di detti angoli ti servira, & tal hora duoi, & tal hora tutti tre ti potranno servire, secondo la qualita di tal figura, & la situation del ponto dato. Hor dividemola in due parti equali dal angolo a. onde procedendo secondo la regola data nelle due precedenti, trovaremo che la linea . a g. fara tal effetto, fatto questo dal ponto f. tiraremo la f g. & dal ponto a. tiraremo la linea a h. equidistante alla f g. & finalmente dal ponto f. tiraremo la f h. laqual dico che divide la detta figura . a b c d e. in due parti equali, & tutto questo si dimostra secondo l'ordine delle passate, cioe li duoi triangoli a h g. & a h f. sono equali per esser ambiduoi sopra una medesima basa, che è la a h. & fra le due linee f g. & a h. equidistanti, e per tanto aggiongendo communamente a ciaschaduno di quelli il quadrilatero a b c h. (per commune scientia) il quadrilatero. a b c g. sara equale alla figura di 5 lati f a b c h. & perche il quadrilatero a b c g. è la mita della nostra figura a b c d e. seguita, che la figura f a b c h. per di cinque lati sia la mita della medesima a b c d e. che è il proposito.



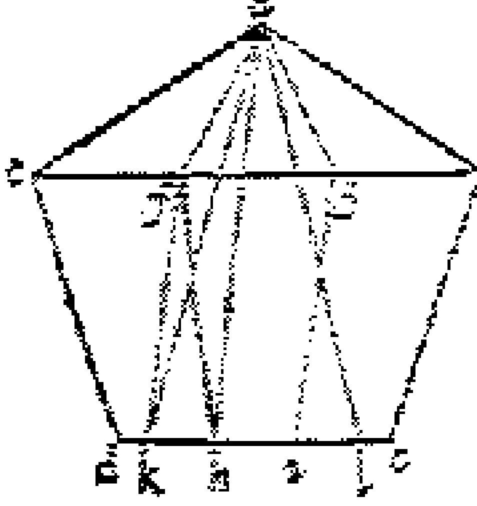
Da notare.

Per alcune parole bisogna notare, che se la a h. non fusse venuta a cascar fra la c g. ma fusse andata a segare la b c. in tal caso bisognaria far tal prima divisione dal angolo. e. over dal angolo. c. perche bisogna, che la prima linea, che divide la detta figura (che in questo essempio saria la a g.) & la linea equidistante alla f g. (che in questo essempio saria la a h.) caschino sopra una medesima linea per far nascere li 2 triangoli a h g. & a h f. equali, e pero quando che questo non seguiti dal la divisione fatta da un di detti tre angoli bisogna far tal prima divisione da l'uno degli altri duoi angoli, perche la maggior parte delle volte si trovara, che duoi di detti tre angoli ne servira, & accioche meglio m'intendi voglio che in questa medesima figura, & positione del ponto f. che dal angolo. c. opposito al ponto f. la dividiamo in 2 parti equali, onde procedendo secondo la regola data nella precedente trovaremo (come nella seconda figura appare) che la linea c g. fara tal effetto, fatto questo tiraremo la f c. & dal ponto g. tiraremo la g h. equidistante alla, f c. & dal ponto f. finalmente tiraremo la f h. laquale dico che divide la detta figura . a b c d e . in due parti equali, laqual conclusione si dimostra secondo l'ordine delle passate, dicendo che li duoi triangoli f c h. & f c g. esser equali (per le ragioni piu volte dette) & giogoto communamente a ciaschaduno di quelli il quadrilatero f a b c. (per communa scientia) il quadrilatero g a b c. sara equale al cinquelatero. f a b c h. & perche il quadrilatero. g a b c. è la mita della nostra figura. a b c d e. e pero seguita che anchora la figura f a b c h. di cinque lati sia la mita della medesima, che saria per il proposito, lequai due sorti di rissolutioni non dubito (se ben le considerarai) che



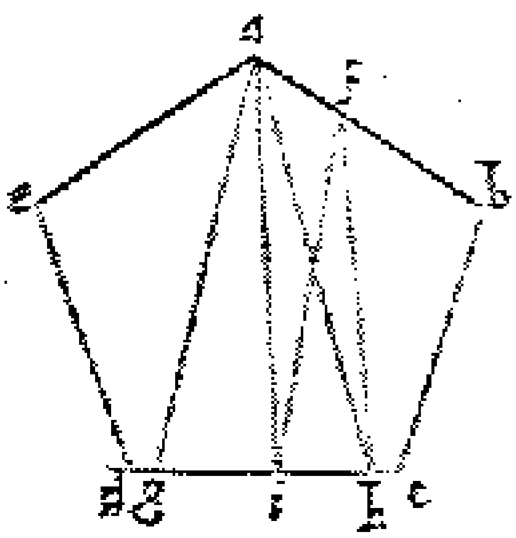
da te medesimo in ogni altra strana figura di cinque lati, & in ogni altra positione del dato ponto saprai essequire vn tal problema.

Del modo, ouer regola di diuidere un penthagono, ouer figura di cinque angoli in tre parti equali da vno delli suoi angoli.



5 OGni penthagono, ouer figura di cinque angoli, o sia equilatera, & equiangola, ouer non equilatera, ne equiangola, la potemo diuidere in tre parti equali da vno delli suoi angoli. Essempi gratia sia la figura a b c d e di cinque lati, o sia equilatera, & equiangola, ouero non equilatera, ne equiangola. Volendola dal angolo a diuidere in tre parti equali, tiraremo la e b & dal detto angolo a diuideremo il triangolo a b e in tre parti equali, onde procedendo secondo la regola data nella prima del decimoterzo capo (diuidendo la e b in tre parti equali) trouaremo che le due linee a f & a g faranno tal effetto. Fatto questo dal ponto f tagliaremo la terza parte del quadrilatero e b c d dalla banda verso la e d & cosi dal ponto g tagliaremo pur la terza parte del medesimo quadrilatero verso la b c onde (procedendo secondo la regola data nella diuision di trapezi, ouero di quadrilateri in generale) trouaremo che le due linee f h & g i faranno tal effetto, tal che la detta figura a b c d e, hauremo diuisa in tre parti, lequali sono li tre penthagoni a f h d e & a f h i g & a g i c b i quali tre penthagoni vengono a esser equali (per commune scientia) perche se li tre angoli a e f & a f g & a g b sono fra loro equali, & similmente li tre quadrilateri e f d h & f h g i & g i b c sono fra loro equali, e pero ciaschedun di detti tre penthagoni, per esser ciaschedun composto di vno di detti triangoli, & di vno di detti quadrilateri vengono a esser equali. Ma perche l'intento nostro e di far tal diuisione dal detto angolo a con due linee rette, tiraremo la linea a h & dal ponto f tiraremo la f k equidistante alla a h & finalmente tiraremo la a k, laqual dico, che taglia il terzo del penthagono a b c d e, cioe che il quadrilatero a k d e, e la terza parte della detta figura a b c d e, perche li duoi triangoli f k a & f k h sono fra loro equali (per le ragioni piu volte dette) onde dando communemente a ciaschedun di quelli, il quinquangolo a f k d e (per commune scientia) sia la figura a f h d e di cinque lati sara equale al quadrangolo a k d e & perche gia sappiamo, che la detta figura a f h d e di cinque lati e la terza parte del nostro penthagono a b c d e e pero seguita, che anchora il detto quadrilatero a k d e sia la terza parte del medesimo, che e il primo proposito.

Et con tal modo tagliaremo vn'altra terza parte del detto penthagono a b c d e, dall'altra banda verso b c onde procedendo per la medesima regola, trouaremo che la linea a l fara tal effetto, & cosi dal angolo a con due rette linee a k & a l hauemo diuiso il detto penthagono a b c d e in tre parti equali, dellequali l'una e il quadrilatero a k d e l'altra il quadrilatero a l c b l'altra necessariamente sara il triangolo a k l & con tal regola si potra diuidere ogni dato penthagono (o sia, ouer non sia equilatero, ne equiangolo) in quante parti equali, ne parera con linee rette da vno di suoi cinque angoli, che e il proposito.



6 ANchora ogni data figura di cinque lati da vn ponto dato in vno di lati di quella la potemo diuidere in tre parti equali. Sia essempi gratia la figura di cinque lati a b c d e o sia equilatera, ouer non equilatera, & nel lato a b sia dato il ponto f hor volendo dal detto ponto f diuidere la detta figura in tre parti equali, prima diuideremo quella in tre parti equali dal angolo a onde procedendo per la regola data nella precedente, trouaremo che le due linee a g & a h faranno tal effetto, fatto questo tiraremo la f h & dal ponto a tiraremo la a i equidistante alla f h & finalmente tiraremo la f i, laqual dico che taglia la terza parte del detto penthagono a b c d e laqual terza parte e il quadrilatero f i c b laqual cosa si dimostra secondo l'ordine delle passate, dicendo li duoi triangoli f h a & f h i sono equali (per la trentesimasettima del primo di Euclide) onde giongendoui communamente il quadrilatero h f b c seguita (per commune scientia) che il quadrilatero f i c b sia equale al quadrilatero a h c b & perche il detto quadrilatero a h c b e la terza parte del penthagono a b c d e seguita che anchora il quadrilatero f i c b sia la terza parte del medesimo, che e una parte del proposito.

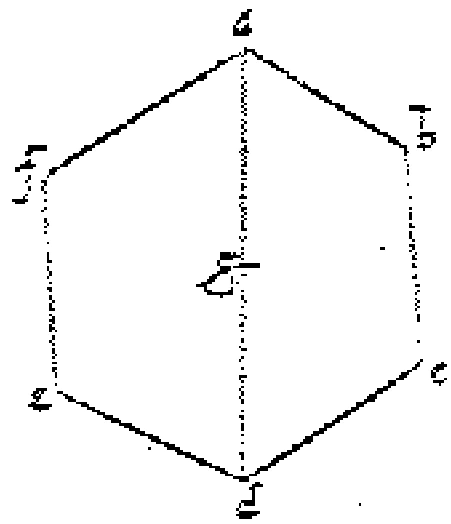
Hor per abreuiar parole, se dal angolo, ouer ponto f diuideremo la figura f i d e a in due parti equali, secondo la regola data nella terza di questo capo, sara risolto tutto il proposito, & questa seconda parte non mi e parso di essequire attualmente, perche sarebbe seguito gran confusione nella figura. Et se ben auertirai a questa regola, potrai diuidere ogni data figura di cinque lati in quante parti vorrai da vn ponto dato in vno di lati di

quella

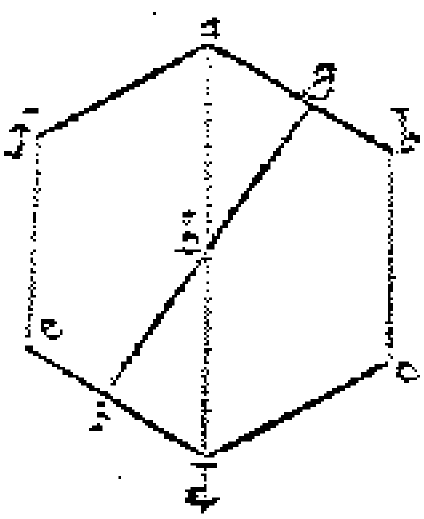
quella materia non piu andaria in alcuno autore di questa scientia.
Anchora ci sarebbe da dire, come che da un ponto dato di dentro, over di fuora di una tal figura si poria tagliare una conditionata parte di quella, ma dubito di non venirvi in fastidio.

Il modo, over regola di saper dividere le figure di sei lati in piu parti sotto diverse conditioni. Cap. XVIII.

1 OGni essagono equilatero, & equiangolo potemmo dividerlo in due parti eguali da qual si voglia angolo di quello. Essempi gratia sia lo essagono equilatero, & equiangolo a b c d e f. volendo dal angolo a. dividerlo in due parti eguali, basta a tirare dal detto angolo. a. al contraposito angolo. d. la linea. a d. laqual dico che divide il detto essagono in due parti eguali, laqual cosa per esser naturalmente da se chiara non saremo a far altra dimostratione, ma se pur desiderasi di far tal dimostratione, puosi arguire per piu vie, ma la piu breve e che li duoi quadrilateri a b c d. & a f e d. sono equiangoli, & equilateri, e per tanto sono anchora simili, & eguali, per il che seguita il proposito.



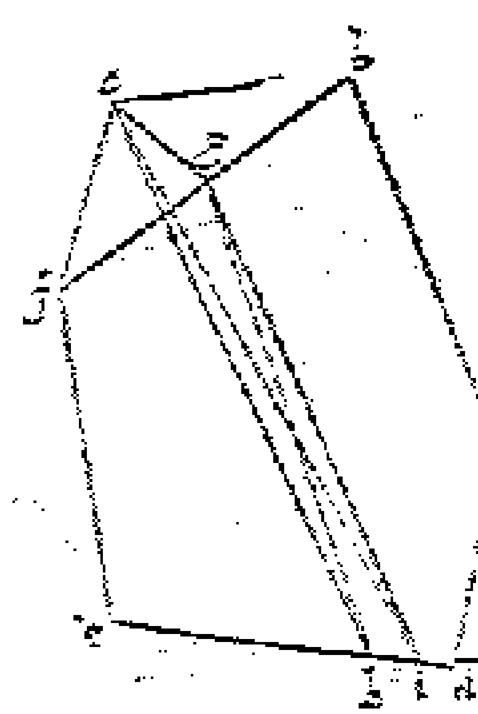
2 OGni dato essagono equilatero, & equiangolo da un ponto dato in uno di lati di quello lo potemmo dividere in due parti eguali. Essempi gratia sia il dato essagono equilatero, & equiangolo a b c d e f. & nel lato. a b. sia dato il ponto. g. volendo dal ponto. g. con una linea retta dividerlo in due parti eguali, se per sorte il detto. g. fusse nel mezzo del lato. a b. tirando da quello una linea al ponto di mezzo del lato. d e. a lui contraposito, & sara esseguito il proposito, cioe che tal linea dividera il detto essagono in due parti eguali, & questo si dimostrara secondo l'ordine detto nella precedente.
Ma se il detto ponto. g. non sara nel mezzo del lato. a b. si puo procedere per piu vie, ma la piu commune e a dividere il detto essagono in due parti eguali dal angolo. a. over dal angolo. b. ma dividendolo dal angolo. a. onde procedendo secondo la regola data nella precedente, trovaremo, che la linea. a d. fara tal effetto, laqual. a d. la divideremo in due parti eguali in ponto. h. & tiraremo la. g h. & quella la produremo in longo per fin che sega il lato. e d. in ponto. i. & cosi la detta linea. g i. dico che divide il detto essagono in due parti eguali, perche il lato. a b. e equidistante al lato. e d. onde l'angolo. d i h. del triangolo. h i d. e eguale al angolo. a g h. del triangolo. a g h. (per esser coalterni) & similmente l'angolo. h d i. sara eguale al angolo. h a g. & similmente li 2 angoli, che sono al. h. (per la decimaquinta del primo di Euclide) sono eguali, e per tanto li detti duoi triangoli. a g h. & d i h. sono simili, & eguali, onde dando communamente a ciascheduno di loro la figura. g h d e f a. di cinque lati, seguira (per commune scientia) che la figura. g i d e f a. di cinque lati sia eguale al quadrilatero. a d e f. & perche il detto quadrilatero. a d e f. e la mita del nostro essagono, seguita che anchora la figura. g i d e f a. di cinque lati sia la mita del medesimo essagono, e pero seguita il proposito.
Per altre vie si poria dimostrar la detta conclusione, ma per al presente voglio che questa basti.



Da notare.

BIsogna notare, che dapoi, che si havera inteso la regola delli duoi seguenti problemi, non solamente sapremo anchora dividere uno dato essagono equilatero, & equiangolo in tre parti eguali da uno di suoi angoli, over da un ponto dato in uno di suoi lati, ma in quante parti ne parera.

3 DA una figura di sei lati non equiangola, equilatera, o non equilatera da uno di suoi angoli, la potremmo dividere con una linea retta in due parti eguali. Sia essempi gratia la figura. a b c d e f. di sei lati non equiangola, o sia equilatera, over non equilatera, volendo dal angolo. a. con una linea retta dividerla in due parti eguali, tiraremo la. f b. & dal detto angolo. a. divideremo il triangolo. a b f. in due parti eguali, onde (procedendo secondo la regola data nella prima del decimoterzo capo) trovaremo che la linea. a g. ne fara tal effetto. Fatto questo dal ponto. g. divideremo la figura. f b c d e. di cinque lati in due parti eguali, onde procedendo secondo la regola data nella quarta del precedente capo, trovaremo che la linea. g h. fara tal effetto, onde (per commune scientia) la figura. a g h d c b. di sei lati, sara eguale alla figura. a g h e f. di cinque lati, tal che ciascheduna sara la mita della nostra figura. a b c d e f. di sei lati, ma perche lo intento nostro e di far tal divisione con una linea retta, e per tanto tiraremo la linea. a h. & dal ponto. g. tiraremo la. g i. equidistante alla. a h. & finalmente tiraremo la. a i. laqual dico che divide la detta nostra figura. a b c d e f. in due parti eguali, perche li duoi triangoli. g i a. & g i h. (per la trentesima settima del primo di Euclide) sono eguali, per esser sopra una medesima basa (che e la. g i.) & fra le due linee. a h. & g i. equi-



diseguali, e per tanto aggiongendo communemente a ciaschedun di quelli, la figura di sei a b c d i g. (per commune sentenza) la figura a i d c h. di cinque lati sarà eguale alla figura g. b c h. di sei lati, ma perche la detta figura a g b d c h. di sei lati è la mità della nostra figura a b c e f. pur di sei lati (come di sopra fu dimostrato) per il che seguita, che anchora la figura a i d c h. di cinque lati sia la mità della medesima figura a b c d e f. che è il proposito.

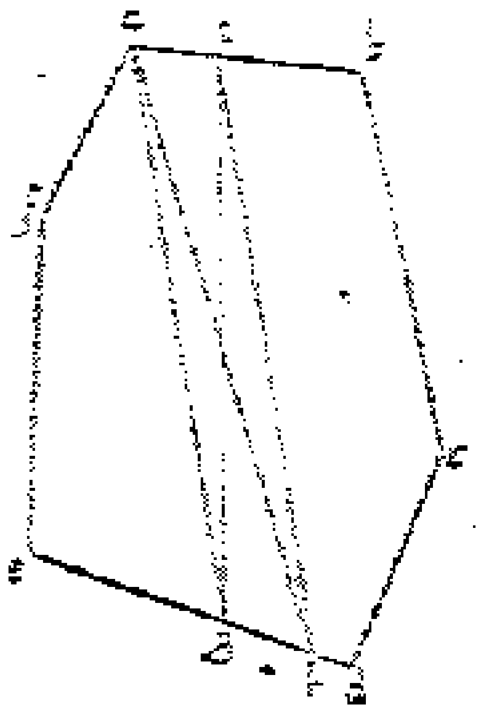
Questa medesima regola ne seruira quando la detta figura fusse equilatera, & non equiangola.

Da notare.

Per abreuiar scrittura bisogna notare, che con la sopra data regola potremo diuidere una figura di sei lati non equiangola, ne manco equilatera, non solamente in tre parti eguali da uno di suoi angoli con linee rette, ma in quante parti ne parera, perche diuidendo il triangolo a b f. in tre parti eguali da l'angolo a. con il diuider la basa b f. in tre parti eguali, & dalli detti tre ponti diuidere poi la figura f b c d e. di cinque lati pur in tre parti eguali, & dapoi dal angolo a. seguir (come di sopra fu fatto) & hauremo l'intento, & cosi volendolo diuidere in piu di tre parti.

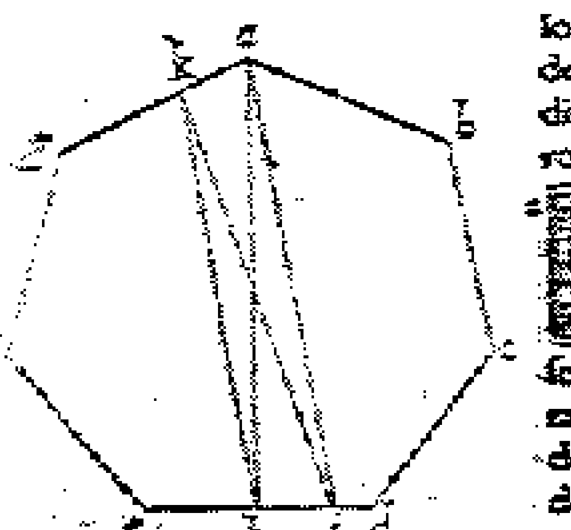
4 DA un ponto dato in uno di lati di una figura di sei lati non equiangola, equilatera, o non equilatera, la potremo diuidere in due parti eguali, con una linea retta, Essempi gratia sia la figura a b c d e f. di sei lati non equiangola, ne manco equilatera, & nel lato e d. sia dato il ponto g. hor volendo dal detto ponto g. diuidere tal figura in due parti eguali con una linea retta, prima la diuideremo in due parti eguali, dal angolo d. ouero dal angolo e. ouero dal angolo contraposito al ponto g. cioe dal angolo a. (perche quasi sempre due di detti angoli ne seruira, come fu detto sopra la quarta del precedente capo) diuidemola adunque dal angolo a. onde procedendo secondo la regola data nella precedente, trouaremo che la linea a h. sara tal effetto, fatto questo tiraremo la g a. & dal ponto h. tiraremo la h i. equidistante alla a g. & finalmente dal ponto g. tiraremo la g i. laqual linea g i. dico che la diuide la detta nostra figura a b c d e f. in due parti eguali, il che si dimostrara secondo l'ordine delle passate, dicendo li detti triangoli h i a. & h i g. sono eguali (per la trentesimasettima del primo di Euclide) e per tanto aggiongendo communemente a ciaschaduno di quelli la figura i h d c b. di cinque lati (per commune sentenza) la figura g i b c d. di cinque lati, sara eguale alla figura h a b c d. pur di cinque lati, & perche la detta figura h a b c d. è la mità della nostra figura a b c d e f. seguita, che anchora la detta figura g i b c d. sia la mità della medesima nostra figura a b c d e f. che è il proposito, & cosi con tal ordine la potrai diuidere, non solamente in tre parti eguali, ma in quante parti ti parera, mediante le regole date.

Vero è che alle volte vi poria occorrere alcune di queste, che nel seguente capo si ha da dire, cioe che si poria occorrer da diuidere una figura di sette, ouer di otto lati, delle quali fin hora non è stato parlato.



Il modo, ouer regola di diuidere una figura di sette lati in parti sotto diuerse conditioni. Cap. XIX.

1 DAto uno eptagono, cioe una figura di sette lati equilatera, & equiangola da uno angolo, facilmente la potremo con una linea retta diuidere in due parti eguali. Essempi gratia sia la figura a b c d e f g. di sette lati equilatera, & equiangola, volendo dal angolo a. diuidere in due parti eguali, diuideremo il lato opposito al angolo a. (cioe il lato e d.) in due parti eguali in ponto h. & tiraremo la a h. laqual linea a h. diuide la detta figura a b c d e f g. in due parti eguali, perche la figura a h d c b. di cinque lati (per la diffinitione delle figure simili) è simile, & eguale all'altra figura a h e f g. (pur di cinque lati) e per tanto seguita il proposito.



2 DA un ponto dato nel lato di una figura di sette lati equilatera, & equiangola la potremo diuidere in due parti eguali. Essempi gratia (per abreuiar figure) sia la medesima figura a b c d e f g. della precedente questione, & nel lato e d. sia dato il ponto i. hor volendo dal detto ponto i. diuidere la detta figura in due parti eguali, se per sorte il detto ponto i. fusse nel mezzo del lato e d. non vi accaderia altro, che tirar una linea retta da quello al angolo a. & saria risolto il problema, ma se'l detto ponto i. non sara nel mezzo del detto lato e d. diuideremo prima la detta figura in due parti eguali dal angolo opposito al detto lato e d. cioe dal angolo a. onde operando secondo la regola data nella precedente, trouaremo che la linea a h. sara tal effetto. Vero è che in piu modi si potria compir il nostro problema.

blema, ma per seguir la regola delle passate, tiraremo la i a. & dal ponto h. tiraremo la h k. equidistante alla a i. & finalmente dal ponto i. tiraremo la i k. laquale dico, che ne divide la data figura a b c d e f g in 2 parti equali (per le ragioni piu volte dette) cioe perche li 2 triangoli a i k. & a i h. sono equali (per la trentesimasettima del primo di Euclide) e pero dando communamente a ciascheduno di quelli, la figura a i d c b. di cinque lati, seguira che la figura i k a b c d. di sei lati, sia equale alla figura a h d c b. di cinque lati, & perche la detta figura a h d c b. di cinque lati e la mita della data nostra figura a b c d e f g. di sette lati, seguita anchora che la detta figura i k a b c d. di sei lati sia la mita della medesima, che e il proposito.

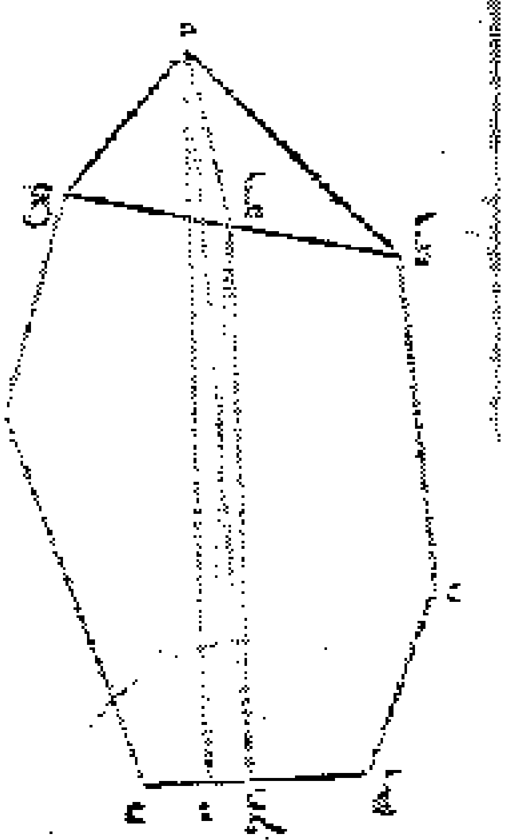
Nelle seguenti si apprendera il modo generale di saper dividere le simili figure, si equilatere, & equiangole, come non equilatere, ne equiangole in tre, & piu parti equali, si da uno di quelli angoli, come da un ponto dato in uno di suoi lati.

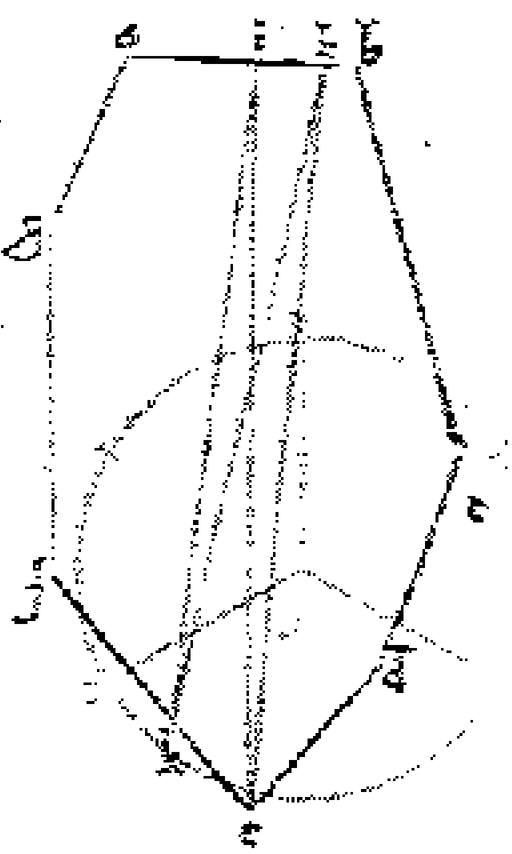
3 DA uno de gli angoli di una figura di sette lati non equiangola, sia poi equilatera, over non equilatera, la potremo dividere in due parti equali con una linea retta. Essempi gratia sia la figura a b c d e f g. di sette lati non equiangola, ne manco equilatera, volendo dal angolo a. dividerla in due parti equali con una linea retta, tiraremo la g b. & dal angolo a. divideremo il triangolo a b g. in due parti equali, onde procedendo secondo la regola data nella prima del decimoterzo capo, trovaremo che la linea a h. fara tal effetto, & fatto questo dal ponto h. divideremo la figura g b c d e f. (di sei lati) in due parti equali, onde procedendo secondo la regola data nella quarta del precedente capo, trovaremo che la linea h i. fara tal effetto. Siche sin hora habbiamo diviso la detta figura a b c d e f g. in due parti equali, con le due linee a h. & h i. ma perche l'intento nostro e di far tal effetto con una sola linea retta, e per tanto tiraremo la a i. & dal ponto h. tiraremo la h k. equidistante alla a i. et finalmente dal detto angolo a. al ponto k. tiraremo la a k. laqual linea a k. dico che ne divide la detta nostra figura a b c d e f g. in due parti equali, & tutto questo si dimostra secondo l'ordine delle passate, dicendo, li duoi triangoli h i a. & h k i. sono fra loro equali (per la 37 del primo di Euclide) onde dando communamente a ciascheduno di quelli, la figura a h k d c b. di sei lati, seguira (per commune scientia) che la figura a k d c b. sia equale alla figura a h i d c b. & perche la detta figura a h i d c b. e la mita della nostra figura a b c d e f g. seguita che anchora la detta figura a k d c b. sia la mita della medesima, che e il proposito. Et con tal regola potressimo dal detto angolo a. divider la detta figura a b c d e f g. in 3, & piu parti equali con linee rette.

4 DA un ponto dato in uno di lati di una figura di sette lati non equiangola, equilatera, overo non equilatera, potremo divider quella in due parti equali. Essempi gratia sia la figura a b c d e f g. di sette lati non equiangola, & nel lato a b. sia dato il ponto h. dalqual volendo con una linea retta dividere la detta figura a b c d e f g. in due parti equali, prima divideremo la detta figura in due parti equali dal angolo opposito al detto lato a b. cioe dal angolo e. onde procedendo per la regola data nella precedente, trovaremo che la linea e i. fara tal effetto, fatto questo tiraremo la h e. & dal ponto i. tiraremo la i k. equidistante alla h e. finalmente tiraremo la h k. laquale dico, che divide la detta nostra figura a b c d e f g. in due parti equali, laqual cosa si dimostra secondo l'ordine delle passate, dicendo che li duoi triangoli h e i. & h e k. esser fra loro equali (per la trentesimasettima del primo di Euclide) onde aggiongendo communamente a ciascheduno di quelli la figura h e d c b (per commune scientia) la figura h k e d c b. sara equale alla figura i e d c b. & perche la detta figura i e d c b. e la mita della nostra figura a b c d e f g. Seguita che anchora la detta figura h k e d c b. sia la mita della medesima, che e il proposito, & cosi con tal regola (se ben la considerarai) potrai dividere una tal figura, non solamente in tre parti equali da un ponto dato in uno di suoi lati (con linee rette) ma anchora in quante parti ti parera.

Sopra di questa materia mi fu proposto un quesito da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodovico ferraro suo creato, nella nostra publica disputa, & fu il 2 quesito delli suoi 31. a me proposti, il qual suo quinto quesito parlava precisamente in questa forma.

Proposito che sia qual si voglia eptagono equilatero, ma non equiangolo, partirlo per mezzo con una retta linea. Et perche fin hora non era stato data regola da essequir un tal problema, & a volerlo risolvere secondo le sopra notate regole generali da noi ritrovate, a mi era necessario a dar prima una regola da essequir tal effetto in una figura di cinque lati non equiangola, & dapoi in un'altra di sei lati, & dapoi con quelle far il medesimo in una tal figura di sette lati (come di sopra si e visto) onde non era possibile a dar tal risolutione figuratamente in stampa, nel termine da loro limitato, qual era di quindeci giorni doppo il ricevere di quelli, e pero non mi curai di star a perder tempo a dar general rissolutione a tal quesito, ma solo a quelli, che con



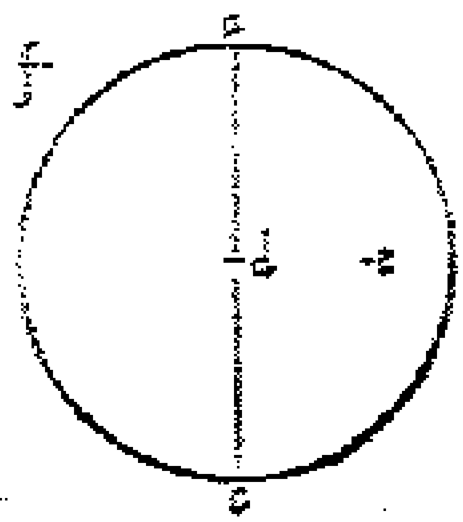


simplice parole (cioe senza formar figura) potea risoluere auanti, che spirasse il termine da loro già limitato, perche sperauo che fusse quello, ogni mia risolutione saria stata nulla. Ma perche dubitaua, che non volessero intendere lo detto quesito secondo, che intesi del suo primo quesito, seguo di questo lo risolsi in parole, per non lasciar tal suo quesito senza risposta.

Da notare.

PEr abreuiar parole, & scrittura, bisogna notar, che con il medesimo ordine potemo diuidere non solamente vna figura di otto lati, si non equiangola, ne equilatera, come equiangola, & similmente vna di noue lati, ma si potria procedere gradatamente in infinito, si da vn ponto dato in vno di suoi lati, come da vno di suoi anguli, perche si vede nelle passate, che con le regole date nel diuidere vn capo tagliato, gradatamente ascendendo trouamo la regola di diuidere generalmente ogni specie di quadrilateri, & da tal regola, trouamo poi la regola di diuidere ogni specie di figura di cinque lati, & da quella di 5 lati trouamo quella di diuidere ogni specie di figura di sei lati, & cosi da quella di sei trouamo quella di sette. Et pero chi ben vi considera da quella di sette potemmo trouar quella di otto, & da quella di otto quella di noue, & cosi discorrendo di mano in mano, e pero voglio che facciamo fine a questa diuisione delle figure rettilinee.

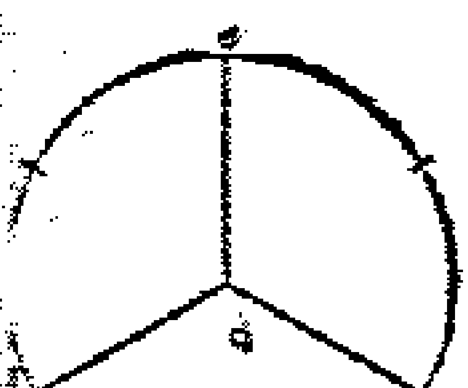
Il modo, ouer regola di diuidere un cerchio in piu parti sotto diuerse conditioni. Cap. XX.



1 DA vno ponto dato nella circonferentia di vn cerchio, ouer di dentro, ouer di fuora di tal cerchio lo potemmo diuidere in due parti equali. Sia essempi gratia il cerchio a b c, il centro delquale sia il ponto d. hor volendo dal ponto a. (dato nella circonferentia) diuider quello in due parti equali, tiraremo dal ponto a. al centro d. la linea a d. & quella prolongaremo direttamente in longo per fin che sega la circonferentia in ponto c. & cosi la detta linea a d c. viene a esser il diametro di tal cerchio (per la diffinitione del diametro) e pero diuide quello in due parti equali, che saria il proposito.

Et per abreuiar figure se'l ponto fusse dato di dentro del cerchio, come saria a dire il ponto e. nel medesimo cerchio. Et volendo da tal ponto e. diuidere il detto cerchio in due parti equali, tiraremo medesimamente dal detto ponto e. al centro d. vna linea retta, & quella prolongaremo dall'una, & l'altra banda per fino alla circonferentia, & quella ne diuiderà il detto cerchio in due parti equali, per la detta diffinitione del cerchio, laqual linea non l'ho tirata per esser di facile apprensione.

Al medesimo modo si procederia, quando che'l ponto fusse dato fuora del cerchio, come saria a dire il ponto f. cioe tiraressimo vna linea retta dal ponto f. al centro d. & quella prolongaressimo per fino alla circonferentia, & cosi tal linea tirata che fusse (per le medesime ragioni) diuiderà il detto cerchio in due parti equali, che per esser tal conclusione da se chiara, altramente non la essemplifico.



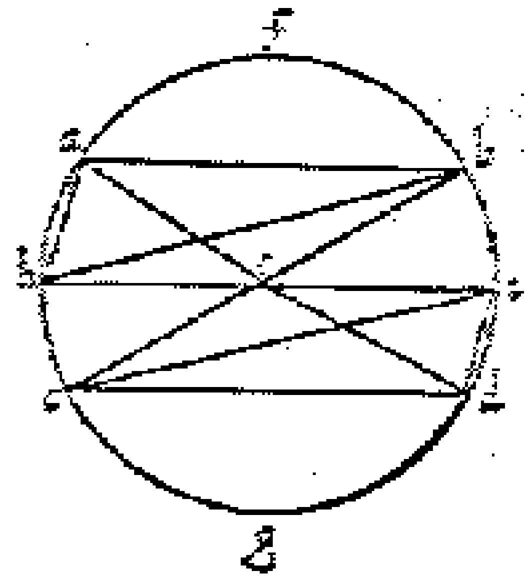
2 ANchora potemmo senza altra conditione diuidere vn cerchio in tre parti equali. Essempi gratia sia il cerchio a b c. il centro delquale sia d. volendo diuidere tal cerchio in tre parti equali, diuideremo la circonferentia di quello in tre parti equali nelli tre ponti a b c. il che facilmente si fa, perche ogniuna di dette terze parti si compone di duoi archi del lato del essagono, e pero ogniuna di dette terze parti vien a esser l'arco sopratendente al lato del triangolo equilatero inscritto nel detto cerchio, e per tanto dal centro d. tiraremo le tre linee d a. d b. & d c. lequali dico, che diuidono il detto cerchio in tre parti equali, lequal parti vengono a essere tre settori d a b. d a c. & d c b. liquali settori (per la vigesima del terzo di Euclide) vengono a esser equali, che è il proposito.

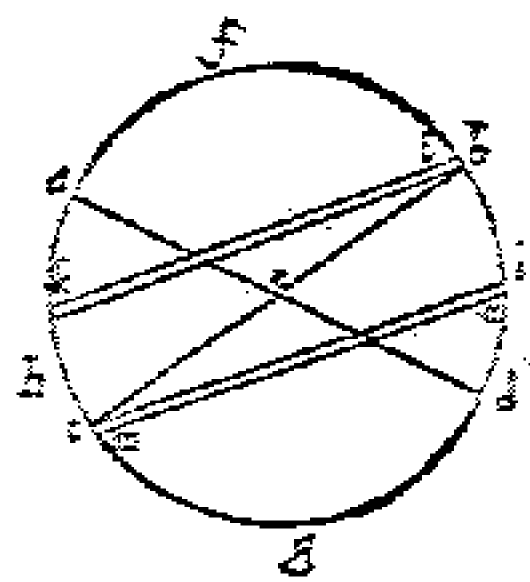
Per non abondar in scrittura, & in figure per il medesimo ordine potremo diuidere vn cerchio, non solamente in quattro, ouero in cinque parti equali, ma in quante parti ne parera, cioe diuidendo la circonferentia in tante parti, quante vorremo far di quello, & dal centro di tal cerchio a ciascheduno di quelli ponti diuidenti la detta circonferentia, tirar vna linea retta, & sara fatto il proposito.

3 FIna hora non habbiamo potuto trouare di diuidere geometricamente vn cerchio in tre parti equali con due linee equidistanti, vero è che tal problema si puo essequire, & concludere mecanicamente, cioe propinquo alla verita, cioe senza errore, che sia di momento. Essempi gratia sia il cerchio a b c d. il centro delquale sia il ponto e.

Hor

Hor volendo diuider tal cerchio naturalmente in tre parti eguali, con due linee rette, prima trouaremo la sua terza parte dal centro.e. onde procedendo secondo la regola data nella precedente, trouaremo tal terza parte esser il settore.e a f b. fatto questo tiraremo la corda.a b.& prolongaremo l'uno, & l'altro delli duoi lati.a e.& b e. per fin che concorreno con la circonferentia nelli duoi ponti.c.& d.& tiraremo la corda.c d.& perche li duoi lati.a e.& b e.del triangolo.a b e.sono eguali alli duoi lati.c e.& d e.del triangolo.e c d. perche tutti vanno dal centro alla circonferentia, & l'angolo.e dell'uno (per la 15 del primo di Euclide) e eguale al angolo.e del l'altro, onde (per la quarta del primo di Euclide) la basa.a b.dell'uno e eguale alla basa.c d.dell'altro, & gli altri angoli, a gli altri angoli, & tutto il triangolo a tutto il triangolo sara eguale, per il che seguita che anchora la corda.a b.sia equidistante alla corda.c d. et che la portione.a f b.sia eguale alla portione.c g d.et (per commune scientia) il settore.e c g d.esser eguale al settore.e a f b.e pero il detto settore.e c g d. vien anchora lui a esser vn'altra terza parte del detto nostro cerchio. E per tanto dal centro.e. tiraremo il diametro.h e i. equidistante a l'una, & l'altra delle due corde, ouer base.a b.& c d.& fatto questo tiraremo le due linee.b h.& c i.lequal due linee dico, che diuidono il cerchio quasi in tre parti eguali, & sono fra loro equidistanti, perche egli e manifesto, che li duoi triangoli.a e b.& a h b.sono fra lor eguali (per la 37 del primo di Euclide) per esser ambiduoi sopra vna medesima basa, che la.a b.& fra le due linee.a b.& h i.equidistanti, onde dando communamente a ciascuno di quelli, la portione.a f b.seguira che la figura cōpresa sotto delle due rette.a h.& h b.& del arco.a f b.esser eguale al settore.a e b f a.& perche il detto settore e la terza parte del cerchio (come di sopra fu dimostrato) e pero anchor la detta figura compresa sotto alle dette due linee rette.a h.& b h.& l'arco.b f a. sara la terza parte del medesimo cerchio. Et cosi (per le medesime ragioni) l'altra figura opposita cōpresa sotto alle due linee rette.d i.& i c.& l'arco.d g c.sara medesimamente il terzo del detto cerchio, e per tanto la portione compresa sotto della corda.b h.& del arco.h a f b. saria tanto piu della terza parte del cerchio, quanto che e quella portioncella cōtenuta sotto alla retta.a h.& al archetto.a h. e pero trouando la superficie di tal portioncella secondo le regole sue (lequai regole in fine replicaremo) & tal superficie collocarla ad angoli retti sopra la corda.h b.dalla banda verso.f. il che facendo la portione compresa sotto il secondo lato di quella, qual supponiamo, che sia.k l.(come nella seconda figura si vede esser fatto) & l'arco.k a f l.sara (naturalmente parlando) la terza parte del cerchio, perche non errara di cosa di momento. Il medesimo facendo nell'altra portione contraposita, supponeremo che la corda.m n.faccia tal effetto, e pero (per la medesima ragione) la portione compresa sotto della corda.m n.& del arco.m g d n. (naturalmente parlando) sara vn'altra terza parte del detto cerchio, per il che la figura cōpresa sotto le due rette.k l.& m n.& li duoi archi.k m.& l n.sara vn'altra terza parte del detto cerchio, & perche le due linee.k l.& m n.sono equidistanti, seguita il proposito.

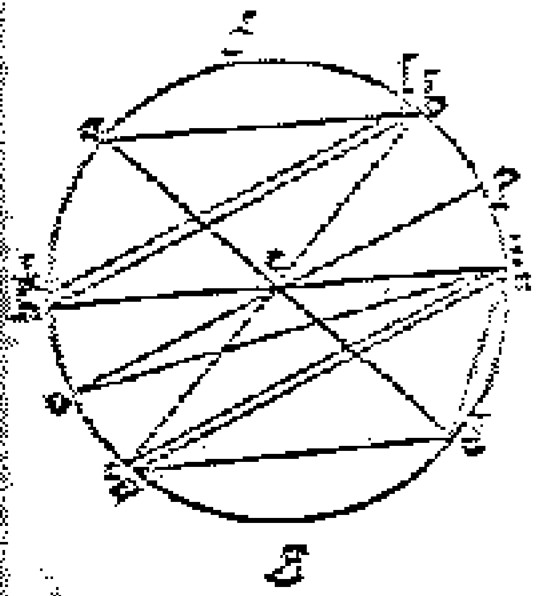




Anchor che (per le regole piu volte dette) credo, che tu sapesti geometricamente trouar la superficie dell'una, & dell'altra di quelle due portioncelle, & collocare l'una di quelle ad angoli retti sopra la linea.h b.verso.f.& l'altra sopra la.c i.verso.g. nondimeno ti voglio replicare sotto breuita tal operatione.

Per trouar geometricamente l'aria della portioncella.a h.della prima figura, trouaremo prima l'aria del settore.e a h. il che faremo (trouando con vna misura) che si possa tortere, & diritarne quanto sia per retta linea la meta del arco.a h.& con quello, & con la mita del diametro del cerchio, formaremo vn rettangolo, & quel rettangolo lo riduremo in vn quadrato secōdo la regola data nella quarta del quarto capo, fatto questo (p la medesima) formaremo vn'altro quadrato eguale al triangolo.e a h.& questo secondo quadrato lo leuaremo del primo (per la regola data nella decima del quinto capo) & il restante lo collocaremo ad angoli retti, sopra la.h b. dalla banda verso.f.& questo faremo (per la regola data sopra la 15 del secondo capo) & questa e quella, che supponeremo esser la superficie rettangola.h b k l. vero e, che per esser rettangola li duoi angoli.k.& l.restaranno alquanto fuora del cerchio, per laqual cosa tal conclusione appresso del mathematico saria reputata per falsa, ma appresso del naturale sara giudicata ottima, per non errar in cosa di momento, & questo che e detto di questa si debbe intendere anchora per l'altra contraposita.

4 Potemmo anchor diuider naturalmente vn cerchio in 4 parti eguali con 3 linee rette. Et sia per gratia sia il cerchio.a b c d.il centro delquale sia il ponto.e. volendolo diuidere naturalmente in 4 parti eguali con 3 linee equidistanti, prima trouaremo la quarta parte della circonferentia, quale sia l'arco.a f b.& tiraremo la.a b. che verra a esser il lato del quadrato inscritto in tal cerchio, & dal centro.e. tiraremo le due linee.e a.& e b. talche il settore.e a f b. verra a esser la quarta parte del detto cerchio, fatto questo dal centro.e. tiraremo la.h e i. equidistante alla.a b.

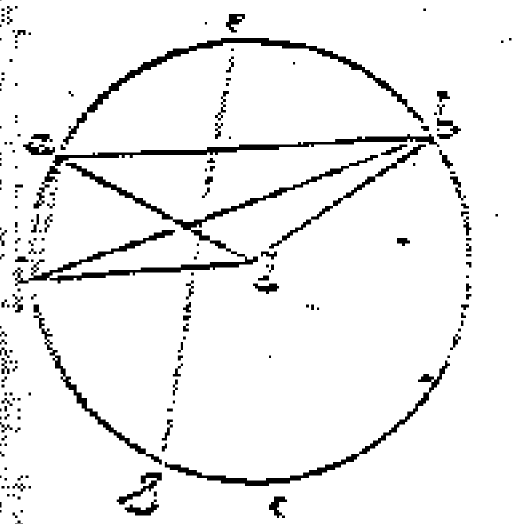


dapoi tiraremo le due linee.b h.&.a h.onde che il triangolo.a b h.(per la 37 del primo di Euclide)sara equale al triangolo.a b e.e per tanto dando communamente a ciascuno di quelli la portione.a b f.(per commune scientia)la figura cõpresa delle due linee rette.h a.&.h b.& del arco a f b.sara equale al settore.e a f b.e pero sara anchora lei tal figura equale alla quarta parte del detto cerchio,similmente allongando la linea.a e.(per fin in.d.& la.b e.per fin in.c(per le medesime ragioni dette nella precedente)il settore.e c g d.sara equale a l'altro settore.e a f b.e pero sara anchora lui vn'altra quarta parte del detto cerchio,& tirando la.c d.quella sara equidistante alla.a b.& similmente tirando le due linee.c i.&.d i.(per le medesime ragioni)la figura cõpresa sotto le dette 2 linee rette.i c.&.i d.& l'arco.d g c.sara equale al detto settore.e c g d.& conseguentemente sara anchora equale alla quarta parte del nostro cerchio, hor se dalla detta figura cõpresa sotto delle 2 rette.h a.h b.& de l'arco.a f b.ne cauaremo l'aria della portioncella compresa sotto della retta.h a.& del arco.h a.secondo la regola data nella precedente, cioe collocando tal aria sopra la retta.h b.dalla banda verso l'arco.a f.qual pongo sia il rettangolo.h k l h.seguira,che la portione.l k a f.(naturalmẽte)sia la quarta parte del nostro cerchio,& per il medesimo modo facendo della portioncella cõtenuta sotto della retta.d i.& del arco.d i.collocandola sopra la retta.c i.verso l'arco.g d.qual supponiamo,che sia il rettãgolo.c i m n.seguita che la portione.m n g d.sia medesimamente vn'altra quarta parte del detto nostro cerchio, e pero la figura cõpresa fra le due rette.k l.&.m n.& li duoi archi.k m.&.l n.vien a esser naturalmente la mita del cerchio,onde diuidendo ciascuno di detti duoi archi.k m.&.l n.in due parti equali nelli duoi ponti.o.&.p.& ciascuna di dette due parti vien a esser la quarta parte del cerchio,e perche le 3 linee.l k.o p.&.m n.sono equidistante seguita,che noi habbiamo diuiso il detto nostro cerchio naturalmẽte in 4 parti equali con le tre linee equidistãti.k l.o p.&.m n.ch'e il proposito.

5 POtremmo dar,ouero assignar geometricamente fra 2 linee equidistanti qual parte si voglia di vn dato cerchio,dometre che tal parte sia menor della mita di quello. Essempi gratia sia il dato cerchio.a b c.il centro del quale sia il ponto.d.volendo assignar geometricamente la terza parte di quello,fra 2 linee equidistãti,prima dal cẽtro.d.secõdo la regola data nella secõda assignaremo il settore.d a e b.equale alla terza parte del detto cerchio, & tiraremo la retta.a b.& dal centro.d.tiraremo la.d f.equidistante alla.a b.& dapoi tiraremo la.b f.onde p le argumentationi fatte nella 3.& 4.la portione.b f a e.sara piu della terza parte del detto cerchio,tanto quanto e l'aria della portiõcella contenuta sotto della retta.f a.& del arco.f a.e per tanto diuideremo l'arco.a e b.in 2 parti equali in põto.e.talche l'arco.a e(in questo caso)sara la sesta parte della circonferentia di tal nostro cerchio,onde segnaremo l'arco.f g.equale al detto arco.a e.et tiraremo la retta.e g.hor dico che la detta.e g.e equidistãte alla retta.f a.che per esser da se chiara,nõ staremo a far dimostratione di tal conclusione,dico anchor che la superficie cõpresa fra le dette 2 linee.a f.&.e g.equidistãti,& li 2 archi.a e.&.f g.equali esser precisamente la 3 parte del detto nostro cerchio,pche l'arco.f a e b.e equale al arco.e a f g.p esser ciascũ di lor cõposti di due seste parti della circonferentia,et del arco.f a.e po la portione cõpresa sotto alla corda.f b.& l'arco.f a e b.e equale alla portione cõpresa sotto alla corda.g e.& a l'arco.g f a e.e p tanto leuando cõmunemente a ciascuna la portioncella,cõpresa sotto alla retta.f a.& al arco.f a.(per cõmuna sciẽtia)li 2 rimanenti seranno equali,delliquali 2 rimanẽti l'uno e la figura cõpresa sotto alle 2 rette.f a.et f b.& l'arco.a e b.laqual figura(se ben ti aricordi)e precisamente la terza parte del cerchio,& l'altro sara la superficie cõpresa fra le 2 linee rette.f a.&.g e.equidistanti,& li 2 archi.a e.&.f g.e pero tal superficie sara anchor lei precisamẽte la terza parte del detto cerchio, ch'e il proposito.

Et cõ questa regola potrai dar,ouer assignar geometricamẽte fra 2 linee equidistãti, qual si voglia altra parte,ouer parti d'vn dato cerchio,che sia,ouer siano menor della mita di tal cerchio, cioe nõ solamẽte potrai dar,ouer assignar la 4,ouer 5 parte d'vn dato cerchio,& cosi discorrẽdo,ma anchor li $\frac{2}{5}$,ouer li $\frac{3}{7}$,et altre parti simili,che siano mẽ della mita del cerchio,pche non e impedita la via di poter dal cẽtro di tal dato cerchio formar vn settore,che cõprenda,ouer abracci li $\frac{2}{5}$, ouer li $\frac{3}{7}$,& altre parti simili della circõferẽtia di tal cerchio,ilqual settor verra a esser quelle medesime parti del dato cerchio, poi tirar tal settore fra 2 linee equidistãti secõdo la regola della precedẽte.

Anchora con la medesima regola si potra geometricamente dare,ouer assignar fra due linee equidistanti in vn dato cerchio vna superficie equale alla superficie di qual si voglia settore rationale,ouero irrationale del detto cerchio,dometre che tal settore sia meno del mezo cerchio, perche dato,che sia il settore.d a e b.anchor che non sappiamo,che parte, ouer parti sia del dato cerchio,con la medesima regola si dimostrara la superficie compresa fra le due linee rette.f a.& g e.equidistanti,& li medesimi duoi archi.a e.&.f g.esser equali al medesimo settore.d a e b.anchor che non sappiamo,che parte,ouer parti sia tal settore del detto cerchio, perche potemmo sempre tirar la corda.a b.di tal settore,& dal centro.d.tirar la.d f.equidistante alla detta.a b.&

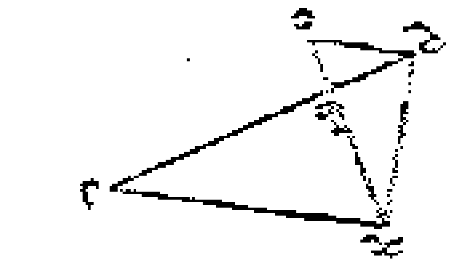


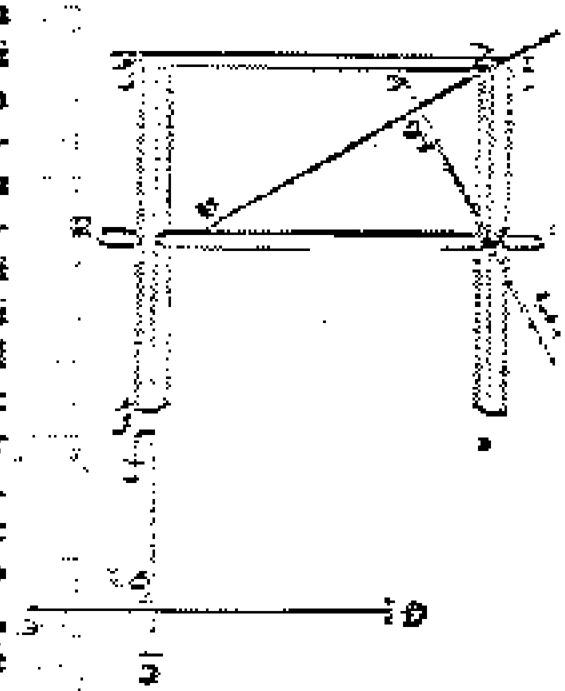
diuider

diuider l'arco a c b in due parti eguali in ponto e, & segnar l'arco f g eguale al arco a e, & tirar le tre linee f a, & f b, & e g, & seguire (come di sopra fu fatto) & haueremo il proposito.

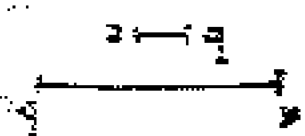
Delli varij modi, ouer regole inuestigate da nostri antichi philosophi da trouare, parte geometricamente, & parte naturalmente a due proposte linee, due medie proportionali in continua proportionalita, per duplicar il cubo. Cap. XXI.

Il modo inuestigato da Platone.

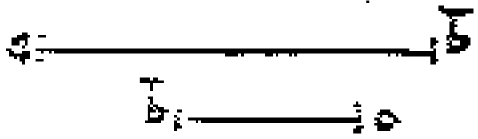




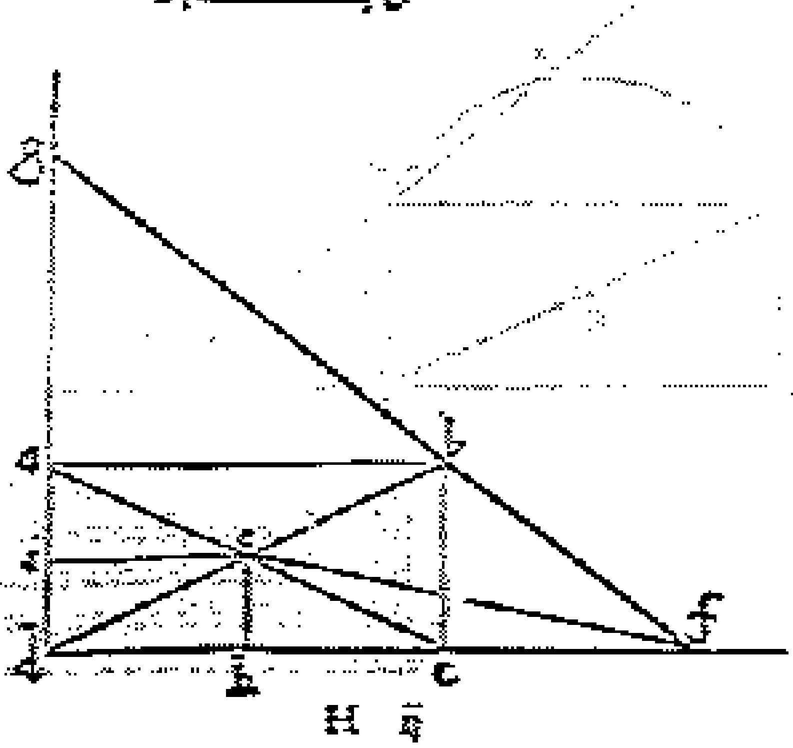
Siano le 2 proposte linee a b, & b c, volendo fra queste due linee trouarui (per il modo inuestigato da Platone) due medie in continua proportionalita, siano congionte ad angolo retto le dette due linee (come piu a basso si vede) formando l'angolo b retto, & siano l'una, & l'altra protratte indiffinitamente in longo la a b, verso e, & la c b, verso f, (come nella seconda figura si vede) fatto questo bisogna hauer vno istromento al modo dello mesolabio, che le due gambe i l, & k [illegible], siano ad angolo retto sopra la basa i k, & la [illegible] m n, sia mobile, talmente che si possa eleuar quanto sia bisogno, ma sia talmente condutto quando che si eleua in suso, sempre si eleui equidistantemente alla basa i k, hor fatto questo platonico istromento, volendo con quello trouar le dette due medie in continua proportionalita fra la a b, & b c, procederai in questo modo, ponerai il ponto c (termine della linea b c) sopra la linea i k, della basa del istromento, talmente che il ponto a (termine della linea a b) tocchi ponctualmente la mobil linea m n, (stante l'angolo b in aria) fra li duoi ponti m, & n, & fatto questo spingerai li detti duoi termini a, & c, (in tal positione) hora verso li duoi ponti n, & k, ouero verso li duoi m, & i, talmente che tu venghi a far capitare la linea b e, sopra l'angolo i, ma con tal conditione, che la linea b f, in quel istante venghi a capitare nel ponto, ouer angolo, doue s'interseghano le due linee i l, & m n, stante pero sempre la m n, equidistante alla i k, accordata adunque questa particolarita (come nella figura appare) dico le due linee b x, & b z, esser quelle due, che cercamo, cioe sono le due medie in continua proportionalita fra le due b a, & b c, perche egli e manifesto, che essendo m n, equidistante al i k, (dal presupposito) sara anchora l'angolo i x n, ouer i x z, retto, adunque il triangolo a x i, e rettangolo, & la perpendicolare x b, che vien dal detto angolo x retto (per il corelario della ottaua del sesto di Euclide) quella sara media proportionale fra le due settioni a b, & b z, della basa, & (per le medesime ragioni) nel triangolo x z c rettangolo, la perpendicolare z b, sara media proportionale fra le due settioni x b, & b c, della basa, adunque si come la a b, alla x b, cosi sara la x b, alla z b, & anchor si, come la x b, alla z b, cosi sara la z b, alla b c, ch'e il proposito. Nota che il ponto i, & il ponto z, sono vn medesimo ponto nel istromento.



Si vede adunque, che la risolutione di tal problema e naturale, per quel procedere a tastoni, ma la probatione, ouer dimostratione e Mathematica, perche la si dimostra rationalmente, & non sensibilmente, & anchora la inuentione di tal operare fu ritrouato per ragion geometrica, & non naturale anchor che geometricamente non si possa totalmente essequire.



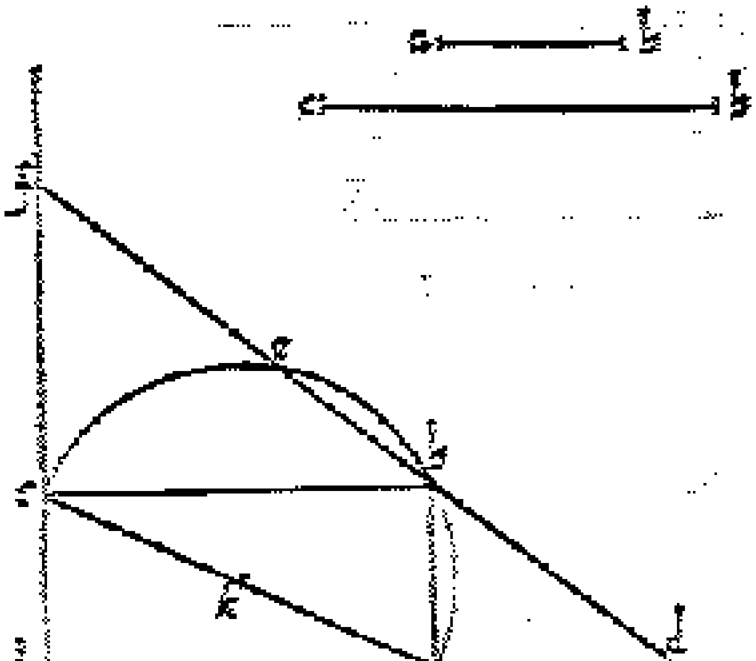
Il modo di Herone nelle introduttioni mechanice.



Siano anchora le proposte due linee rette a b, & b c, alle quali volendo costituire due altre linee rette medie in continua proportionalita, per il modo trouato da Herone, disponerai ambedue quelle, talmente che contenghino l'angolo retto in ponto b, & sia compito il parallelogramo rettangolo b d, & siano tirati li duoi diametri a c, & b d, li quali diametri egli e manifesto, che sono eguali, & che si diuidono fra loro in due parti eguali in ponto e, perche descritto vn cerchio sopra il centro e, secondo la quantita di vno di detti mezi diametri, quel tal cerchio passara per li termini de gli altri, concio sia che il detto parallelogrammo e rettangolo, siano adunque prodotti d c, & d a, per fino al f, & g, & sia intesa vna regola, ouer rega, come saria la f b g mobile, circa a vn chiodo fisso in ponto b, & sia mossa, che la seghi da vna banda la linea a g, & da l'altra la linea c f, ma bisogna girar la detta rega, che la seghi talmente le dette due linee a g. & e f. che tirando dal centro e. due linee alle dette due segationi, saranno due linee equali, hor sia l'una di dette due segationi il ponto g. & l'altra il ponto f. alliquali duoi ponti g. & f. tirando dal ponto e. le due linee e g. & e f. sensibilmente si trovarino esser equali, (come è detto) hor dico le due linee a g. & e f. esser quelle, che si cerca, cioe le 2 medie in continua proportionalita fra le a b. & b c. proposte, & per dimostrar, che cosi sia dal ponto e. sia tirata la e h. perpendicolare alla d c. laquale è manifesto quella segar la detta d c. in 2 parti equali in ponto h. E per tanto perche la d c. è segata in 2 parti equali in ponto h. & a quella vi aggionta direttamente in longo la c f. (per la 6 del secondo di Euclide) il rettangolo contenuto sotto di tutta la d f. & della aggionta c f. col quadrato della c h. sara equale al quadrato della h f. hor de aggiontovi communamente il quadrato della e h. seguira, quello ch'è contenuto sotto la d f. & la c f. insieme con i quadrati della h c. & della e h. esser equale alli quadrati delle due linee h f. & e h. ma li quadrati delle due h f. & h e. sono equali (per la penultima del primo di Euclide) al quadrato della e f. & similmente li quadrati delle due e h. & h c. sono equali al quadrato della e c. Adunque quello, che è contenuto sotto della d f. & f c. con il quadrato della e c. si eguaglia al quadrato della e f. & similmente (tirando la e i. perpendiculare sopra la a d.) si dimostrara, che quello che e contenuto sotto delle due linee d g. & g a. con il quadrato della a e. esser equale al quadrato della e g. & la a e. è equale alla e c. & la e g. alla e f. Adunque quello, ch'è contenuto sotto della d f. & della f c. si eguaglia a quello, che è contenuto sotto della d g. & della a g. & se quello, che e contenuto sotto delli estremi sara equale a quello, che è contenuto sotto alli medij (per la seconda parte della decimasesta del sesto di Euclide) le dette quattro linee saranno proportionali. Adunque si, come e la d f. alla d g. cosi è la a g. alla c f. ma si come la f d. alla d g. cosi e la f c. alla c b. & la b a. alla a g. perche nel triangolo f d g. è dutta la c b. equidistante alla d g. similmente la a b. equidistante alla d f. Adunque si, come la b a. alla a g. cosi è la a g. alla c f. & la c f. alla c b. adunque fra le due date linee a b. & b c. sono state fatte le due medie proportionali a g. & c f. che era il proposito.

Il modo di Philone de Bisantio.

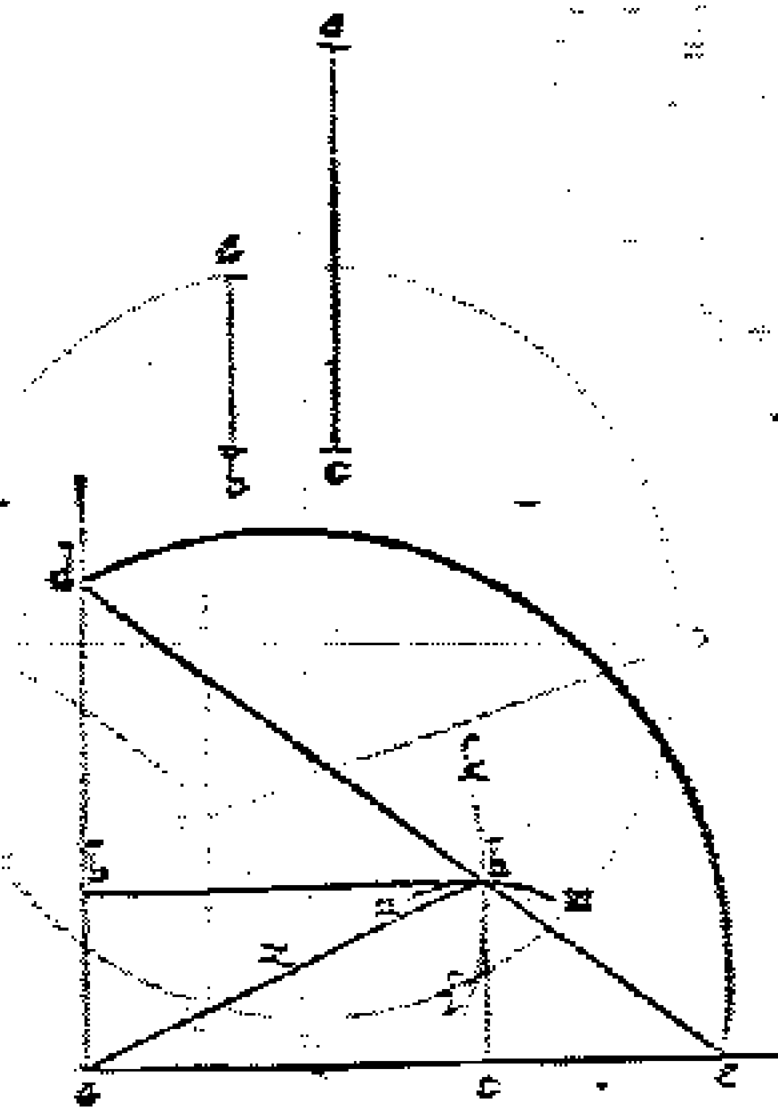
2 Siano anchora le due date rette linee a b. & b c. allequali volendo trovare due medie proportionali in continua proportionalita, per il modo investigato da Philone Bisantino, siano applicate le dette due linee ad angolo retto in ponto b. & vi sia tirata la hipotenusa a c. & sia descritto sopra di quella il semicircolo a b e c. & sia dutta la a d. ad angolo retto sopra la b a. & anchora la c f. alla b c. & sia applicata la regola, overo riga mobile al ponto b. segante la a d. & la c f. & sia girata circa il detto ponto b. per fino a tanto, che la linea b d. sia equale alla linea f e. che è fra la circonferentia del cerchio, & la c f. e per tanto sia intesa la detta regola, esser regulata in tal positione, che la detta b d. sia equale alla detta e f. (come è detto) e per tanto dico le due linee a d. & c f. esser quelle che cercamo, cioe esser medie proportionali in continua proportionalita fra le due proposte a b. & b c. perche essendo intese le due d a. & f c. protratte, & concorrenti in ponto h. E per tanto egli e manifesto quando che la b a. & f h. siano equidistanti, che l'angolo h. e retto, & essendo compito perfettamente il cerchio a b e c. transira per h. Adunque perche la d b. e equale alla e f. seguira che quello, che è contenuto sotto della e d. & d b. e equale a quello, che è contenuto sotto della b f. & f e. Ma quello, che è contenuto sotto della e d. & d b. si eguaglia a quello, che è contenuto sotto della h d. & d a. perche l'uno, & l'altro) per la trentasesima sesta del terzo di Euclide) e equale al quadrato della dutta dal ponto d. contingente, over toccante il detto cerchio. Ma quello, che è contenuto sotto della b f. & f e. si eguaglia a quello, che è contenuto sotto h f. & f c. perche l'uno, & l'altro similmente si eguaglia al quadrato della linea toccante il cerchio dutta dal ponto f. per laqual cosa quello, che e contenuto sotto della h d. & d a. si eguaglia a quello, che è contenuto sotto di h f. & f c. e pero si come, che e della d h. alla h f. cosi è della c f. alla d a. ma si come della h d. alla h f. cosi è della b c. alla c f. h. & della d a. alla a b. perche nel triangolo d h f. è dutta la b c. equidistante alla d h. & anchora la b a. equidistante alla f h. Adunque è si come la b c. alla c f. cosi la c f. alla d a. & la d a. alla a b. che era il proposito.



Il modo

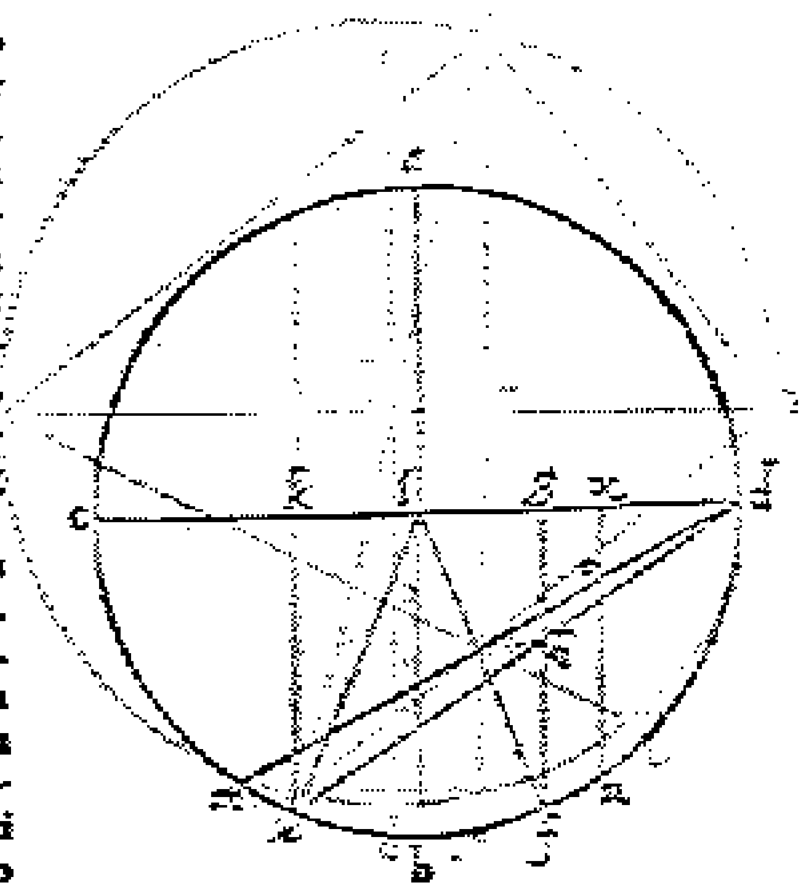
Il modo di Apollonio.

4 Siano anchora le due date rette linee a b. a c. alle quali volendo trovare due medie proportionali in proportionalita continua, per il modo trovato da Apollonio, siano per aßettarsi le dette due linee, che contengano l'angolo retto in ponto a. fatto questo sarà centro il ponto b. & secondo la quantita della linea a c. sia designata quella poca parte di circonferentia k h l. & anchora sia fatto centro il ponto c. & secondo la quantita della a b. sia descritta la parte di circonferentia m h n. laqual sega l'altra k h l. in ponto h. & dapoi siano tirate le due linee h b. & h c. Adunque il quadrilatero b a c h. è parallelogrammo, & rettangolo, del qual la h a è il suo diametro, sia diviso il detto diametro h a. in 2 parti eguali in ponto x. il qual ponto x. sia fatto centro, & sia descritto un cerchio segante le 2 linee a b. & a c. produtte negli duoi ponti d. & e. talmente che li detti 2 ponti d. & e. siano in una medesima retta linea con il ponto h. laqual cosa facilmente sarà fatto con una regola mobile intorno al ponto h. segante le due linee a d. & a e. girata per fino a tanto, che le linee dutte dal ponto x. al li detti duoi ponti d. & e. siano eguale. Perche fatto questo haveremo il proposito, laqual operatione, & figuratione è come quella di Herone, & è manifesta per la medesima dimostratione di Herone.



Il modo di Diocle.

5 Se in un dato cerchio siano tutti i duoi li diametri a b. & c d. seganti se ad angoli retti, & siano separate due parti della circonferentia eguali, da l'una, & dall'altra banda dal ponto b. lequali siano b e. & b f. & dal ponto f. sia dutta una equidistante alla a b. laquale sia la f g. & sia tirata la d e. Dico che fra la c g. & la g h. vi sono le 2 f g. & g d. medie proportionali perche essendo dutto dal ponto e. la linea e k. equidistante alla a b. seguita adonque la e k. esser eguale alla f g. & la k c. alla g d. Et questo si manifesta, dutto dal ponto l. le 2 linee rette l e. & l f. perche li 2 angoli c l e. & d l f. sono eguali (per la vigesima del sesto di Euclide) & quelli del ponto k. & ponto g. sono retti. Adunque, & tutti gli angoli, & tutti li lati del triangolo k l e. sono eguali a quelli del triangolo g l f. cioe ciascuno al suo relativo, per laqual cosa, perche l k. è eguale al l g. adunque il restante c k. sarà eguale al restante g d. perche adonque e si come la d k. alla k e. cosi e la d g. alla g h. & anchora si come la c k. alla k e. cosi è la e k. alla k d. perche la k e. è media proportionale fra le due parti di c k. & k d. Adunque si come la d k. alla k e. cosi è la e k. alla k c. & cosi la d g. alla g h. & la d k. è eguale alla c g. & la e k. alla f g. & la k c. alla g d. adunque si come la c g. alla g f. cosi è la g f. alla g d. & la g d. alla g h.



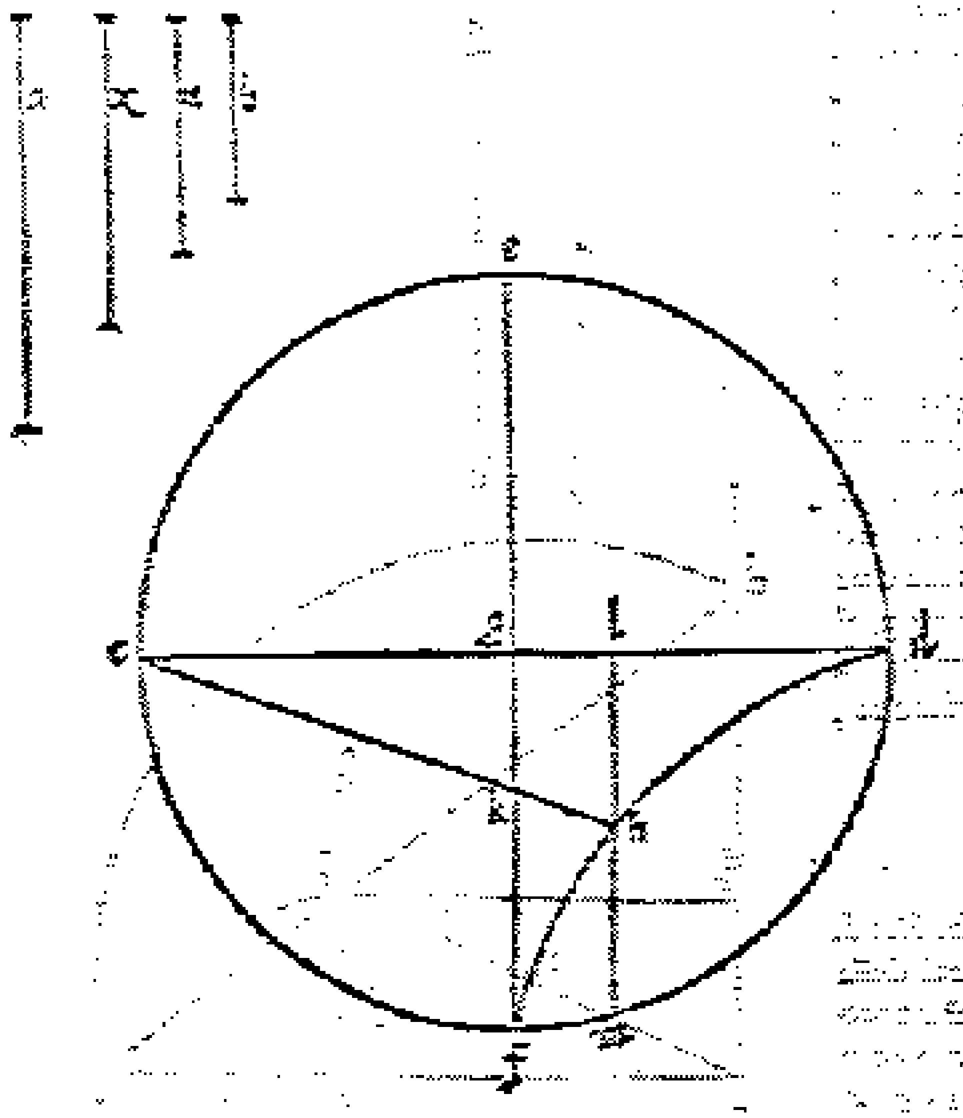
Anchora se da l'una, & l'altra banda dal ponto b. siano tolte eguali circonferentie, ponemo la m b. & la b n. & per il ponto m. sia dutta la m x. equidistante alla a b. & sia tirata la d n. un'altra volta le due linee n x. & x d. saranno medie proportionali fra la c x. & la x o. Et per tanto a questo modo puo esser trovate piu equidistanti continue produtte fra li duoi ponti b. & d. & dalle circonferentie tolte da quella verso il ponto b. ponendone altre tante eguali verso il ponto c. & a tali ponti sarà giongendo, over tirando le linee rette dal ponto d. talmente che facciano similmente, come fanno la d e. & d n. dividendo le paralelle, che sono fra b. & d. secondo quelli ponti, come a dita proposita descrittione sono li ponti o. & h. alliquali applicata la regola tirando le rette linee haveremo una certa linea descritta in cerchio, nellaquale se sarà tolto in quella qual si voglia ponto, & per quello sia dutta una equidistante alla l b. saranno la detta dutta, & quella, che sarà tagliata dal diametro verso il d. medie proportionali fra la linea tagliata dalla medesima, dal diametro

Quinta parte.

tro verso il ponto.c.& la parte di quella contenuta dal ponto in quella segnato al diametro.

Costruitte queste cose cosi. Siano le due date rette linee.a.&.b. alle quali sia dibisogno trouar (per questa regola di Diocles) due medie proportionali, & sia il cerchio, nel quale li duoi diametri.c.d.&.e.f. si seghino ad angoli retti, & sia descritto in tal cerchio la linea curua.d.h.f. per li ponti trouati (come di sopra è stato detto) & sia fatto si come e la.a.alla.b.cosi sia la.e.g.alla.g.x.& tirata la.c.x. & produtta chiuda la detta linea curua in ponto.h. & per il ponto.h. sia dutta la.l.m.equidistante alla.e.f. Adunque (per le ragioni di sopra adutte) fra la.c.l.& la.l.h. sono medie proportionali la.l.m.et la.l.d. Et perche si come la.c.l.alla.l.h. cosi e la.e.g.alla.g.x.& si come la.e.g.alla.g.k.cosi e la.a.alla.b.& se nella medesima proportione di quelle.c.l.l.m.l.d.&.l.h. costituiremo fra la.a.& la.b.le due.n.&.x.quelle trouate, ouero costituite, che siano saranno medie proportionali fra la.a.& la.b.che era da trouare.

Per trouar le due linee.x.&.n. bisogna procedere (per la.12. del sesto di Euclide) trouando prima la.x.alla.a.si come che la.l.m.alla.c.l.& trouata la.x.trouar poi la.n.alla.x.si come è la.l.d.alla.d.l.onde hauendo ben operato, seguira necessariamente, che la.n.alla.b.sia si come della.l.d.alla.l.h.& se per sorte cosi non fusse saria segno tu hauer errato nella operatione mecanica.

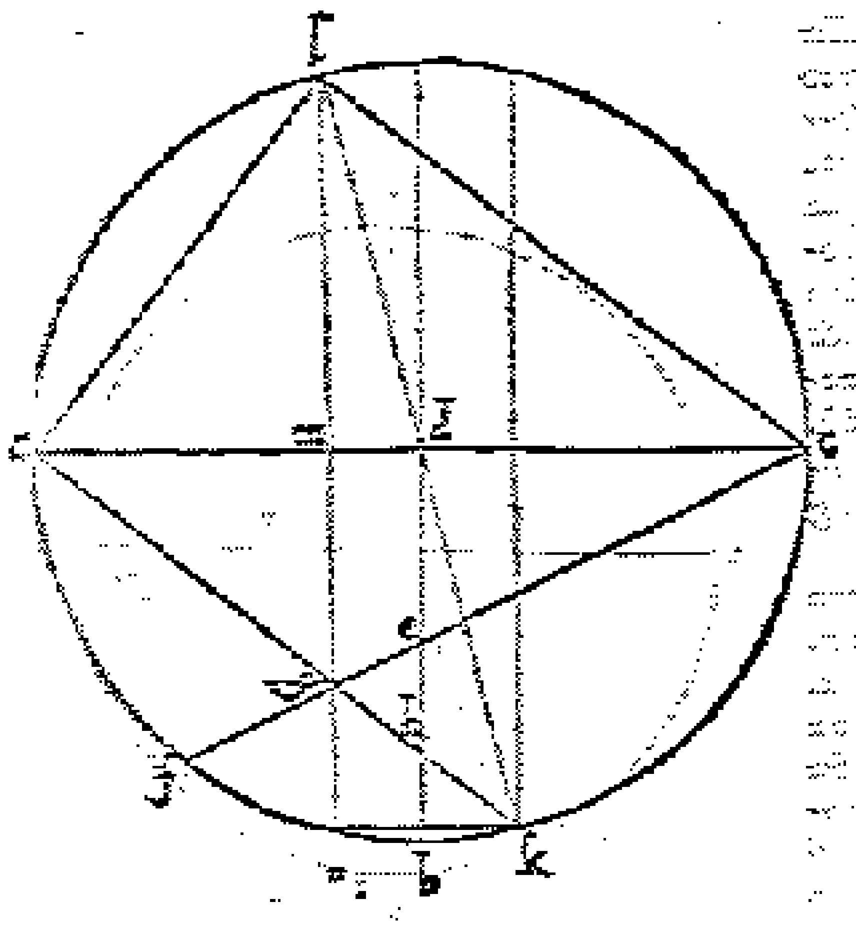


Il modo di Pappo nelle introduttioni mecanice.

PAppo propose di trouare vn cubo che hauesse vna data proportione a vn altro dato cubo, & che queste cose, che occorreua dimostrare tal proportione di questo modo, ne manifesta noi hauer trouato il proposito.

Perche date due rette linee, si di quelle due, che debbono esser medie proportionali, noi trouaremo la seconda, dapoi ancora facilmente trouaremo la terza. Et per tanto sia descritto il semicerchio.a.b.c.& dal centro.d.sia tirata la.d.b.ad angoli retti, & sia girata la regola, ouer rega circa il ponto.a. talmente che vn termine di quella sia circóposto vn certo chiodo in ponto.a.& l'altra parte di quella, come centro circa il chiodo, sia mossa, ouer girata fra li duoi ponti.b.&.c.

Costruitte queste particolarita. Sia proposto da trouare duoi cubi, che habbiano fra loro vna data proportione, & sia fatto la proportione della.b.d.alla.d.e. quale è la data proportione, & sia tirata la.c.e.& quella produtta per fino in.f.hor sia mossa la regola fra il ponto.b.& ponto.c. per fin che la parte di quella interposita fra le due rette.f.e.&.e.b.sia eguale alla retta, che è fra la retta.b.e.& la circonferentia.b.x.c.laqual cosa tentando a trafitto, girando la regola facilmente essequiremo, hor poniamo che tal cosa sia fatta, & che la regola habbia positione poniamo, come la retta.k.talmente che.g.h.&.h.k.siano eguali. Dico che il cubo della linea.d.b.al cubo della.d.h.sia la proposta proportione, cioe quella, che è della.b.d.ouer.d.a.alla.d.e.& per



dimostrar questo, sia inteso il cerchio perfettamente compito, & sia tirata la.k.d.& sia produtta per fino in.l.& sia tirata la.l.g.laquale è equidistante la.b.d.perche la.k.h.e eguale alla.g.h. & la.k.d.alla.d.l. sia tirata la.a.l.& la.l.c.hor perche l'angolo al centro, perche egli e nel mezzo cerchio, & la.l.m.e perpendicolare, adunque si come il quadrato della.l.m.al quadrato della.m.a. (che è della.c.m.alla.m.a.) cosi sara il quadrato della.a.m.al quadrato della.m.g. Adunque

la proportione

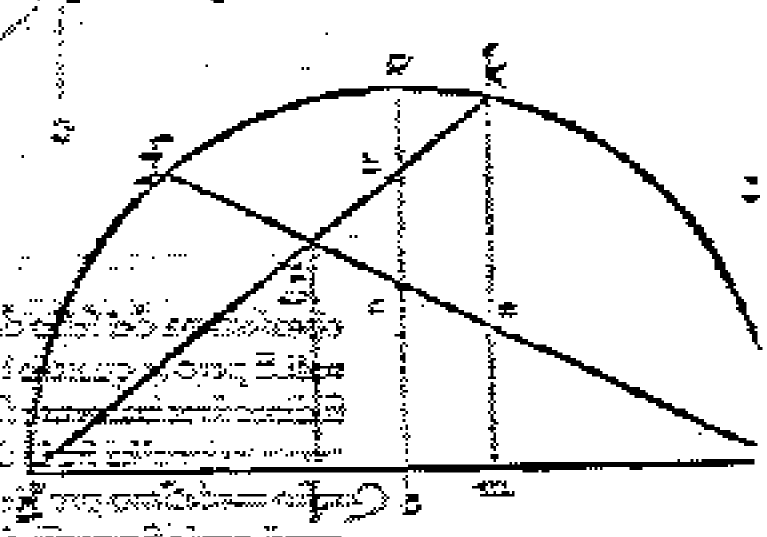
la proportione della a m. alla m g. (posta a commune) la proportione sara composta della proportione della c m. alla m a. & della proportione della a m. alla m g. che la proportione della c m. alla m g. quella medesima è composta della proportione del quadrato della a m. al quadrato della m g. & della proportione della a m. alla m g. che è simile a quella, che ha il cubo della a m. al cubo della m g. Adunque la proportione della c m. alla m g. è simile a quella, che ha il cubo della a m. al cubo della m g. Ma si come la c m. alla m g. cosi è la c d. alla d e. & si come la a m. alla m g. cosi è la a d. alla d h. Adunque si come la b d. alla d e. (che è si come la detta proportione) cosi è il cubo della b d. al cubo della d h. (perche la b d. è equale alla a d.)

Adunque di quelle due, che l'intento nostro era di trovare, medie proportionali, la seconda è sta ta la d h. & cosi se faremo si come la b d. alla d h. cosi la h d. [illegible] la terza.

Bisogna avertire, che il detto Pappo non allega la causa di sopra, dove dice, che si come il quadrato della l m. al quadrato della m a. (che è della c m. alla m a.) cosi sara il quadrato della a m. al quadrato della m g. laqual cosa, over laqual causa si verifica per la dimostratione della precedente, cioe per il modo di Diocle, perche (per la dimostratione da lui adotta) le quattro linee c m. m a. m a. & m g. sono continue proportionali, e pero la proportione della c m. prima, alla m g. quarta è come quella del cubo della a m. al cubo della m g. ma in luogo della m a. che è la seconda delle dette quattro, Pappo vi poneria m l. perche la m l. è equale alla detta m a. il resto è chiaro.

Il modo di Sporo.

7 Siano le due date rette linee a b. & b c. allequali intendiamo di trovar (per la regola data da Sporo) due medie proportionali, dal ponto b. sia dutta la d b e. ad angoli retti sopra la a b. & dal centro b. secondo la quantita della a b. sia descritto il mezzo cerchio d a e. & dal ponto c. al ponto e. sia tirata la linea retta e c. & quella sia produtta per fino al ponto f. & dal ponto d. sia dutta una linea retta, talmente che la g h. sia equale alla h k. & questo si puo fare, & dalli ponti g. & k. siano dutte a perpendicolari alla d e. lequali siano g l. & k m. Perche adunque si come la k h. alla h g. cosi è la m b. alla b l. & la h k. è equale alla h g. adunque la m b. è equale alla b l. per laqual cosa, & la restante m e. è equale alla restante l d. Adunque tutta la d m. è equale a tutta la l e. e pero si come la l e. alla d l. cosi è la l e. alla m e. ma si come la m d. alla d l. cosi è la m K. alla g l. & si come la l e. alla [illegible] cosi è la g l. alla m e. anchora perche si come la d m. alla m k. cosi è [illegible] la K m. alla m e. (perche la K m. è media proportionale fra la d m. [illegible] & la m e.) Adunque si come la d m. alla m e. cosi è il quadrato della [illegible] la d b. (che è il quadrato della a b.) al quadrato della b h. perche la [illegible] d b. è equale alla a b. anchora perche si come la m d. alla d h. cosi è [illegible] b l. e alla e b. anchora si come la m d. alla d b. cosi è la K m. alla h b. & si come la l e. alla e b. cosi è la g l. alla c b. Adunque si come la K m. alla h b. cosi è la g l. alla c b. & permutatamente si come la K m. alla g l. cosi è la h b. alla c b. Ma si come la K m. alla g l. cosi è la m d. alla d l. (che è la d m. alla m e.) che è il quadrato della a b. al quadrato della b h. Adunque si come il quadrato della a b. al quadrato della h b. cosi è la h b. alla b c. Sia trovata la media proportionale delle dette a b. & b c. laqual sia la x. Perche adunque si come il quadrato della a b. al quadrato del la b h. cosi è la h b. alla b c. ma il quadrato della a b. al quadrato della h b. ha la proportione, come della a b. alla b h. duplicata, & la h b. alla b c. ha la proportione, come della h b. alla x. duplicata. Adunque si come la a b. alla b h. cosi è la h b. alla x. ma si come la h b. alla x. cosi è la x. alla b c. adunque la a b. alla b h. & si come la h b. alla x. & la x. alla b c. e cosi è manifesto, che anchor questo modo è simile a quello, che fu detto da Diocle, & da Pappo.

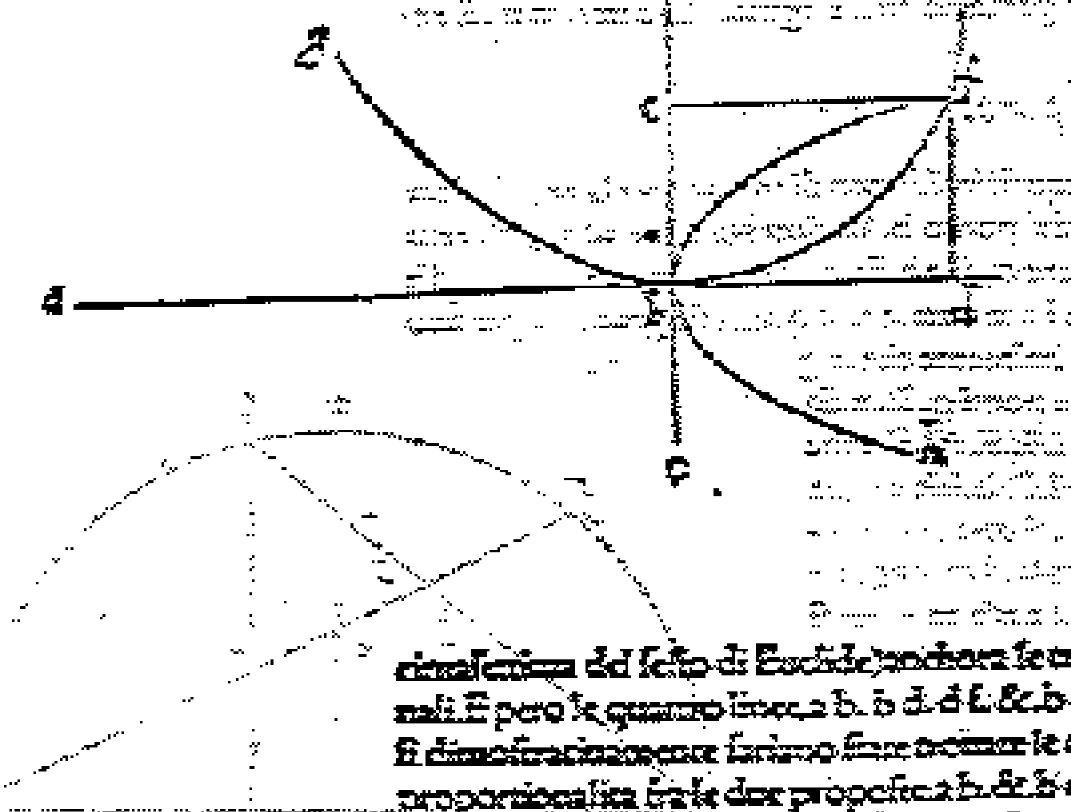


Il modo di Menechmo.

Il modo investigato da Menechmo da trovar due medie continue proportionali, fra due linee proposte, io l'ho trovato talmente confuso, si nel suo longo dire, come nella sua figura, credo (per causa de scrittori, & stampatori) che piu volte dubitai da non poterne cavar alcun costrutto, non dimeno per certe sue conclusioni da lui narrate sopra fine di un certo instrumento trovato da un Maestro meccanico, il quale si puo descrivere la sectione del cono rettangolo, chiamata Parabola, il qual instrumento dice, che è detto Diabete,

& che egli è simile alla lettera Λ. greca) mi ho immaginato tal suo modo, ma la fatica di conseguire tal effetto, consiste nella fabricatione del detto istrumento, e pero non mostrando tal modo da far tal istrumento incognito ogni sua informatione vien a restar frustra, & tamen supponendo tal istrumento di poter designare generalmente ogni specie di parabola, dimostrativamente si essequiria tutte queste specie di problemi in questo modo.

Siano le due date rette linee a b. & b c. congionte ad angolo retto in b. volendo noi trovare fra quelle due medie continue proportionali allongaremo la a b. indeterminatamente verso d. & similmente la c b. verso e. fatto questo col detto nostro material istrumento descriveremo la parabola f b g. del rettangolo cono di tal qualita, che la linea a b. sia la sua linea, allaqual pono tutte le dritte perpendicolarmente al asse, b e. di quella, & dapoi designar anchor la parabola f b h. di tal qualita, che la linea b c. sia la sua linea allaqual le pono tutte le dritte perpendiculari al diametro, overo asse b d. di quella, & perche queste due figure, oltra che s'interseghano fra loro in ponto b. necessariamente s'interseg[h]aranno anchora in un'altro ponto, hor poniamo che s'interseghino anchora in ponto f. dalqual ponto f. tirando la f d. perpendicolarmente sopra il diametro b d. & similmente la f e. perpendicolarmente sopra il diametro b e. hor dico le dette due linee f d. & f e. over le sue contraposite b e. & b d. esser le due ricercate medie continue proportionali fra le due date a b. & b c. perche (come dimostra Apollonio Pergeo nella undecima propositione del suo primo libro) il dutto della a b. nella b e. è equale al quadrato della f e. onde le tre linee a b. e f. & b e. cioe la a b. b d. & d f. (per la decimasettima del sesto di Euclide) sono continue proportionali, similmente perche il dutto della b c. nella b d. (per la medesima undecima di Apollonio Pergeo) è equale al quadrato della f d. e pero (per la medesima decimasettima del sesto di Euclide) anchora le tre linee b d. d f. & b c. sono continue proportionali. E pero le quattro linee a b. b d. d f. & b c. vengono a esser continue proportionali, & cosi dimostrativamente haremo trovate le due linee b d. & d f. overo b e. medie in continua proportionalita fra le due proposte a b. & b c. che è il proposito.

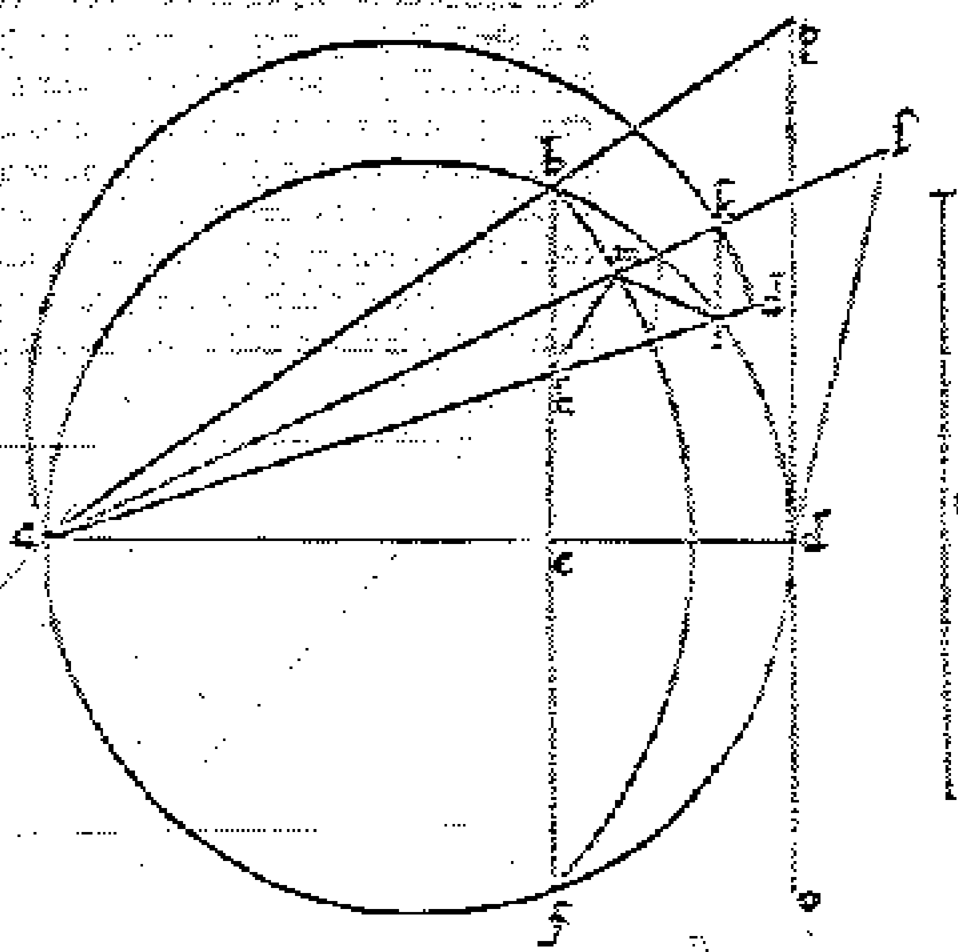


Questo medesimo problema, & altri simili si mandaria a essecutione formando uno istrumento, con il quale si potesse designare ogni specie di hiperbole, & similmente uno, con il quale si potesse designare ogni specie di ellipsi, i quali istrumenti se morte non interrompe i miei disegni mostraremo il modo da costruerli nelli nostri casi reservati in geometria.

La inventione di Archita.

Il modo ingegnoso da Archita, per trovar due medie continue proportionali fra due linee proposte è questo.

Siano le due linee date a d. & c. volendo fra quelle trovar le dette 2 medie continue proportionali, sia descritto sopra la maggiore (qual sia la a d.) il cerchio. a b d f. & sia coattata nel detto cerchio la a b. equale alla c. & sia produtta la detta a b. per fin che la concorra in ponto p. con quella, che tocca il cerchio in ponto d. & sia dutta la b e f. equidistante alla p d o. & sia inteso un mezo Cylindro eretto sopra il mezo cerchio a b d. & sia anchora descritto sopra il diametro a d. un mezo cerchio eretto nel parallelogrammo del Cylindro gia descritto, & cosi questo mezo cerchio essendo circondutto dal ponto d. verso il ponto b. stante fermo il ponto a. (termine del diametro) quel dividera la cilindrica superficie nella sua circonvolutione, & in quella descrivera una certa linea, anchora se stante ferma la linea a d. sara menato intorno al triangolo a p d. di un moto contrario del mezo cerchio, quel fara una superficie conica. E per tanto circonvolta la retta a p. insieme con il ponto b. quella concorrera in un certo ponto con la linea cylindrica, & il ponto b. descrivera un mezo cerchio nella superficie del oni del cono. Hor poniamo che il mezo cerchio mosso in longo del concorso delle linee sia . d K a. & il triangolo nel moto contrario sia questo . d l a. & sia il ponto del detto concorso K. anchora il mezo cerchio descritto per h. sia b m f. & sia la commune settione di questo, & del cerchio b d f a. la b f. & essendo dutto dal ponto K. al piano del mezo cerchio b d a. una perpendicolare, quella cadera nella circonferentia del cerchio, conciosia che il cylindro e eretto, hor sia la K i. & la dutta dal i. alla a. taglia la b f. in ponto h. & la a l. taglia al mezo cerchio b m f. in ponto m. anchora sia congionta k d. m i. m h. adunque perche l'uno, & l'altro di mezi cerchij. d K a. b m f. e eretto sopra il subietto piano, sara la commune settione di quelli . m h. ad angoli retti sopra il piano del cerchio, per laqual cosa, & alla b f. e eretta la medesima m h. Adunque quello, che e contenuto sotto la b h. & h f. (che e quello, che contenuto sotto della h a. & h i.) e eguale al quadrato di m h. E per tanto il triangolo a m i. e simile a l'uno, & l'altro delli duoi m i h. & m a h. & l'angolo i m a. e retto, anchora l'angolo d K a. e retto, adunque K d. & m i. sono equidistanti, & si come la d a. alla a K. (che e la K a. alla a i.) cosi sara la i a. alla a m. (per la similitudine di trigoli, adunque le quattro linee d a. a K. a i. & a m. sono consequentemente proportionali, & a m. e eguale alla c. (per esser eguale alla a b.) E per tanto alle due date rettilinee a d. & c. sono state trovate le due a K. & a i. medie proportionali, che e il proposito.



Dichiaratione del presente Auttore.

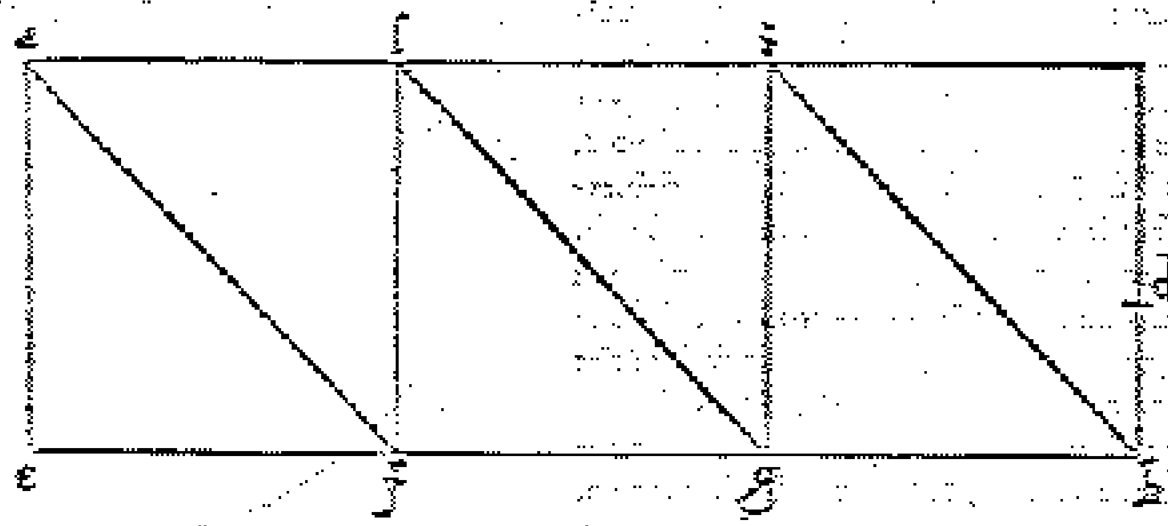
Perche alcuno potria dubitare, che l'angolo a m i. sia retto (per la breve argumentatione adotta dallo inventor Archita) tentando di dichiararla alquanto, per le positioni date di sopra) egli e manifesto l'arco b m f. esser mezo cerchio eretto sopra il cerchio a b d f. posto in piano, & la b h f. vien a esser il suo diametro, adunque la linea m h. qual e perpendicolare sopra il detto diametro b f. adunque la detta m h. (per la nona del sesto di Euclide) tal linea m h. vien a esser media proportionale fra le due parti b h. & h f. e pero il dutto della b h. nella h f. vien a esser eguale al quadrato della detta m h. Et perche le due linee a i. & b f. s'intersegano nel cerchio a b d f. in ponto h. adunque (per la trentesimaquinta del terzo di Euclide) il dutto della a h. nella h i. e eguale al dutto della detta b h. nella h f. e pero seguita che il dutto della detta a h. nella h i. sia medesimamente eguale al quadrato della detta m h. e pero la detta m h. vien a esser anchora media proportionale fra le due parti a h. & h i. onde (per il conversio della ottava del sesto di Euclide, & del correlario di quella) il triangolo a m i. sara rettangolo, & l'angolo m. sara il retto.

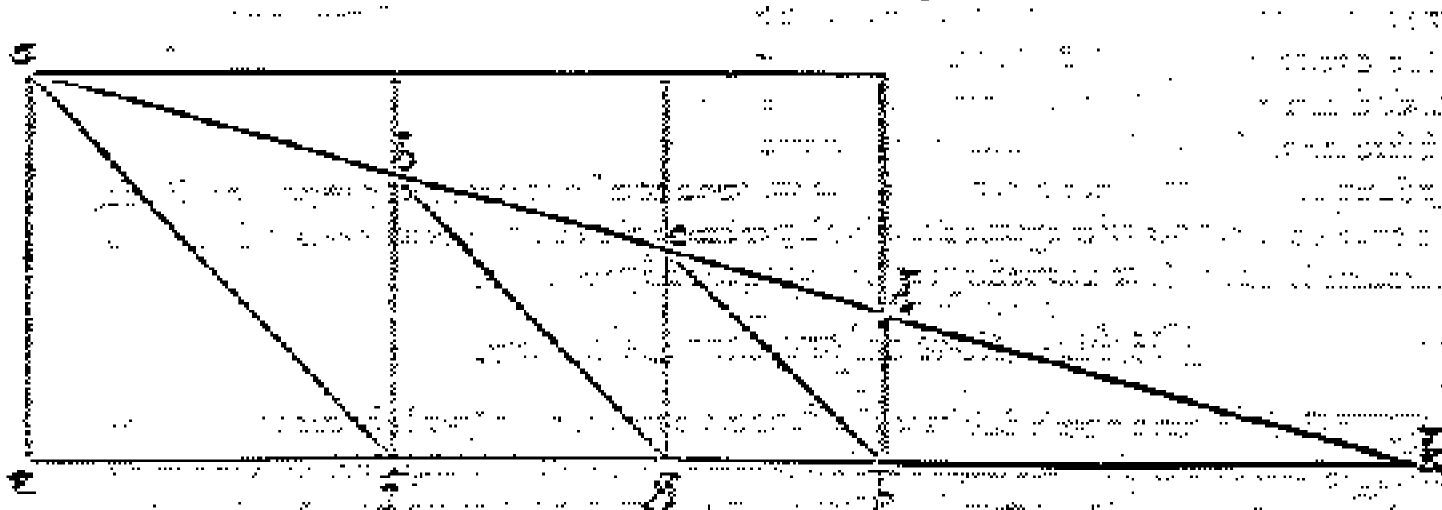
Che l'angolo a K d. sia retto, egli e manifesto (per la trentesima prima del terzo del medesimo Euclide) per esser nel mezo cerchio a K d. il restante e chiaro.

Il modo di Eratosthene.

Eratosthene per trovar due medie continue proportionali fra due linee inequali proposte, procede in questa forma.

Siano le due linee proposte . a e. & . d h. inequali, alle quali sia di bisogno di trovare due medie proportionali, statuiremo la . a e. & . d h. ad angoli retti sopra di alcuna retta linea, come saria a dire sopra la e h. & sopra la e h. siano descritti tre paralellogrammi ordinatamente a f. f l. & i h. & siano tirati in quelli li diametri a f. l g. i h. quali sarano equidistanti. Et stante fermo il paralellogrammo f i. (di mezo) sia urtato lo a f. sopra il detto medio, & lo i h. di sotto (come nella seconda figura appare) per fino a tanto, che li ponti a b c d. siano ridutti in una linea retta, & fatto questo siano dutte per li detti ponti . a b c d. vna linea retta, laquale concorrera con la e h. (produtta) in ponto k. e per tanto si come la a k alla k b. (nelle parallele a e. & f b.) cosi sera la e k alla k f. & nelle parallele a f. b g. si come la f k alla k g. Adunque si come la a k alla k b. cosi e la e k alla k f. & la k f alla k g. similmente perche la b k alla k c (nelle parallele b f. c g.) e si come la f k alla k g. & nelle parallele b g. c h. e si come la g k alla k h. adunque si come la b k alla k c. cosi sera la f k alla k g. & la k g alla k h. ma si come ch'e la f k alla k g. cosi e la e k alla k f. adunque si come la e k alla k f. cosi e la f k alla k g. & la k g alla k h. ma si come la e k alla k f. cosi e la a e alla b f. & si come la f k alla k g. cosi e la b f alla c g. & la c g. alla d h. si per tanto sono trouate alle due proposte linee a e. d h. le due b f. & c g. medie proportionali.





Bisogna auertire, che con questa medesima regola fra due linee date, non solamente potremo trouare due linee medie proportionali in continua proportionalita, ma quante ne parera, cioe volendone trouar tre medie fra le dette due, a e. & d h. dapoi che le hauremo constituite perpendicolarmente sopra la linea e h. & sopra la medesima e h. costituiremo quattro parallelogrammi eguali ordinatamente (si come fu fatto li tre della prima figura) & in ciascheduno tiraremo medesimamente il suo diametro, & stante fermo il secondo gli tiraremo sopra di lui il primo, & di sotto dall'altra banda gli tiraremo sotto il terzo parallelogrammo, & sotto al terzo gli spingeremo il quarto, talmente che li tre ponti, doue s'intersegano li diametri del secondo, terzo, & quarto, con il lato del antepostoo parallelogrammo venghino in retta linea fra il ponto a. & ponto d. (si come delli tre nella seconda figura fu fatto) & si hauera il proposito.

Et cosi volendo trouar quattro linee medie continue proportionali fra due date, formaremo per il medesimo modo 5 parallelogrammi, & con tal ordine potremo trouarne quante ne parera.

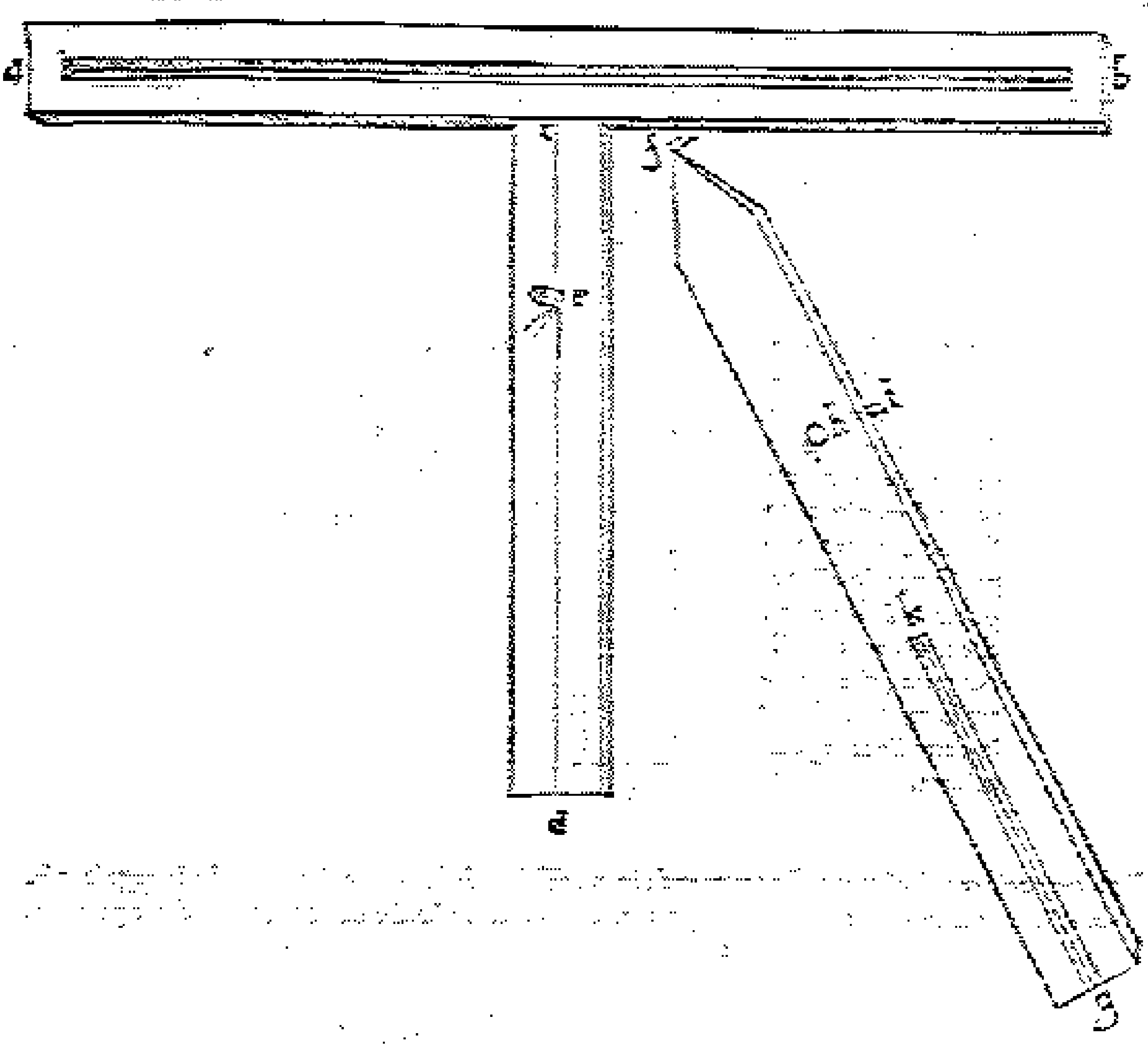
Li detti parallelogrammi si possono formare di lamme sottili di banda di ferro, ouer di ottone, ouero di tauolette sottilissime di legno, ouero di cartone ben lisso alla similitudine, che si fanno le carte, con che si gioca, accio siano agili nel spingerli l'un sotto l'altro, come di sopra fu detto.

Il modo di Nicomede narrato nel libro chiamato di linee conchoidi, ouero conchili.

Dicono alcuni auttori, che Nicomede in vn certo suo libro detto di Conchoidi, descriue la compositione di vn tal istromento, con il quale supplisse a tal necessita, cioe per trouar due linee medie continue proportionali fra due linee date, laqual compositione (anchor che tal auttore sotto breuita la esprima) minutamente narraremo.

Bisogna costruere, ouer formare due regole, ouer reghe, ouer due liste di legno, ouero di alcun metallo

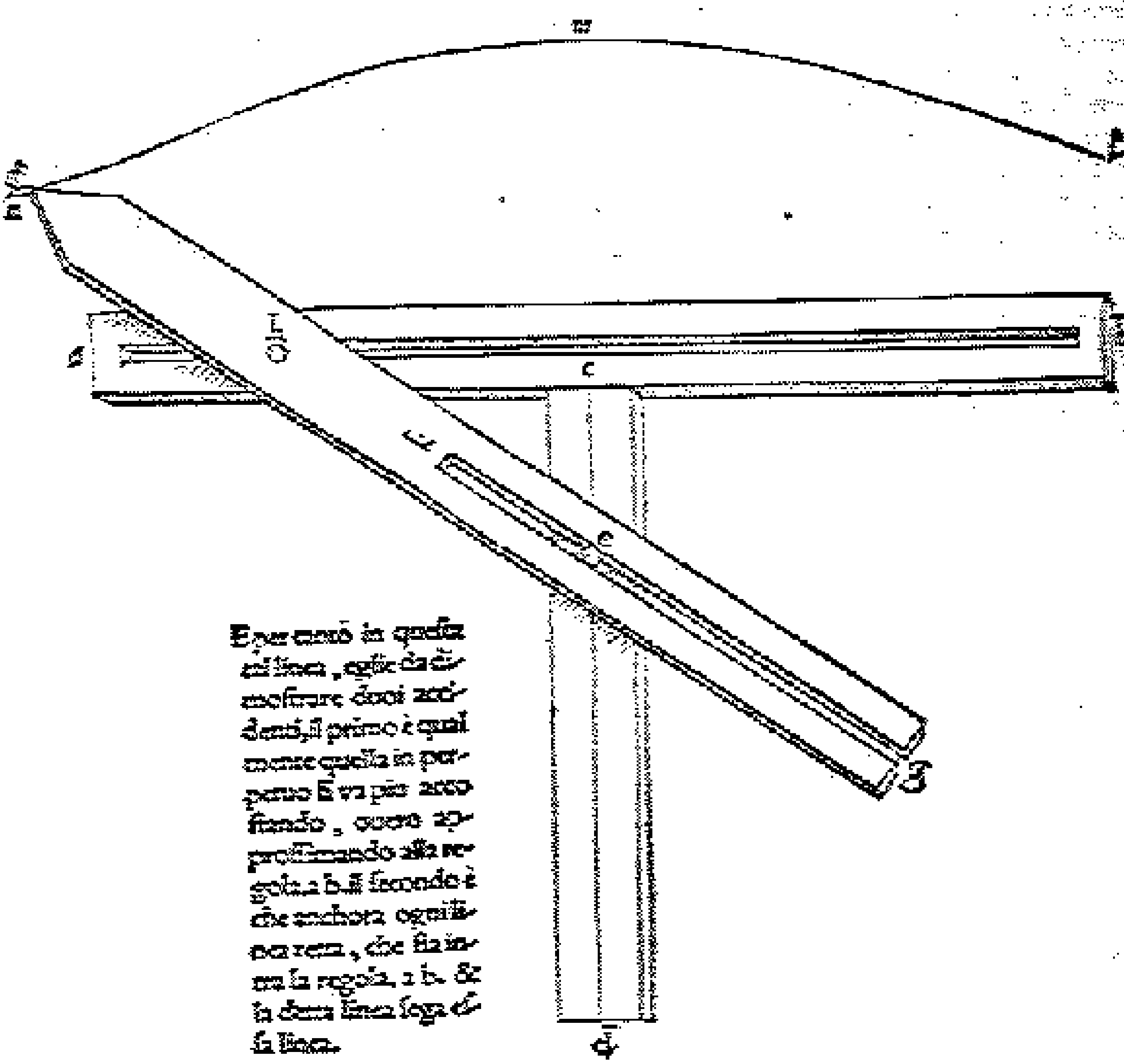
metallo, & quelle con diligentia commettere insieme ad angoli retti, talmente che le superficie di quelle sia vna medesima, come sono la. a b. & la. c d. & nel mezo della larghezza della. a b. sia fatto vn canaletto penetrante dall'altra banda, per il quale possa discorrere vn cylindrico pironcino (come nella figura appare) & nella linea, che diuide per mezo la larghezza della superficie. c d. sia fitto perpendicolarmente il cylindrico pironcino. e. che auanzi tanto di sopra la detta superficie. c d. quanto, che e la grossezza della regola, ouer lista. c d. Fatto questo sia formata anchora vn'altra regola, ouer riga alla similitudine della. f g. della medesima larghezza, & grossezza delle altre due, & longa quanto sara di bisogno, & in questa terza regola sia fitto il cylindrico pironcino. h i. penetrante tanto da l'altra banda quanto che e la grossezza della regola a b. & tanto grosso quanto che e la larghezza di quel canaletto gia fatto nella regola. a b. cioe



che possa discorrere per quello leggiermente. Sia anchora fatto in questa terza regola il canaletto. g K. penetrante da l'altra banda di tal regola, & di tal larghezza, che per quello possa discorrere leggiermente il cylindrico pironcino. e. & sia tanto dal ponto. K. (fin del canaletto) al ponto. h. quanto che e dal ponto. c. al ponto. e. anchora sia accommodato, & fitto nella ponta. f. di questa terza regola, vn qualche stilletto appontito tendente al basso, che sia atto a designare vna linea materiale (come che di sotto meglio si apprendera il bisogno, & la qualita di tal stiletto.

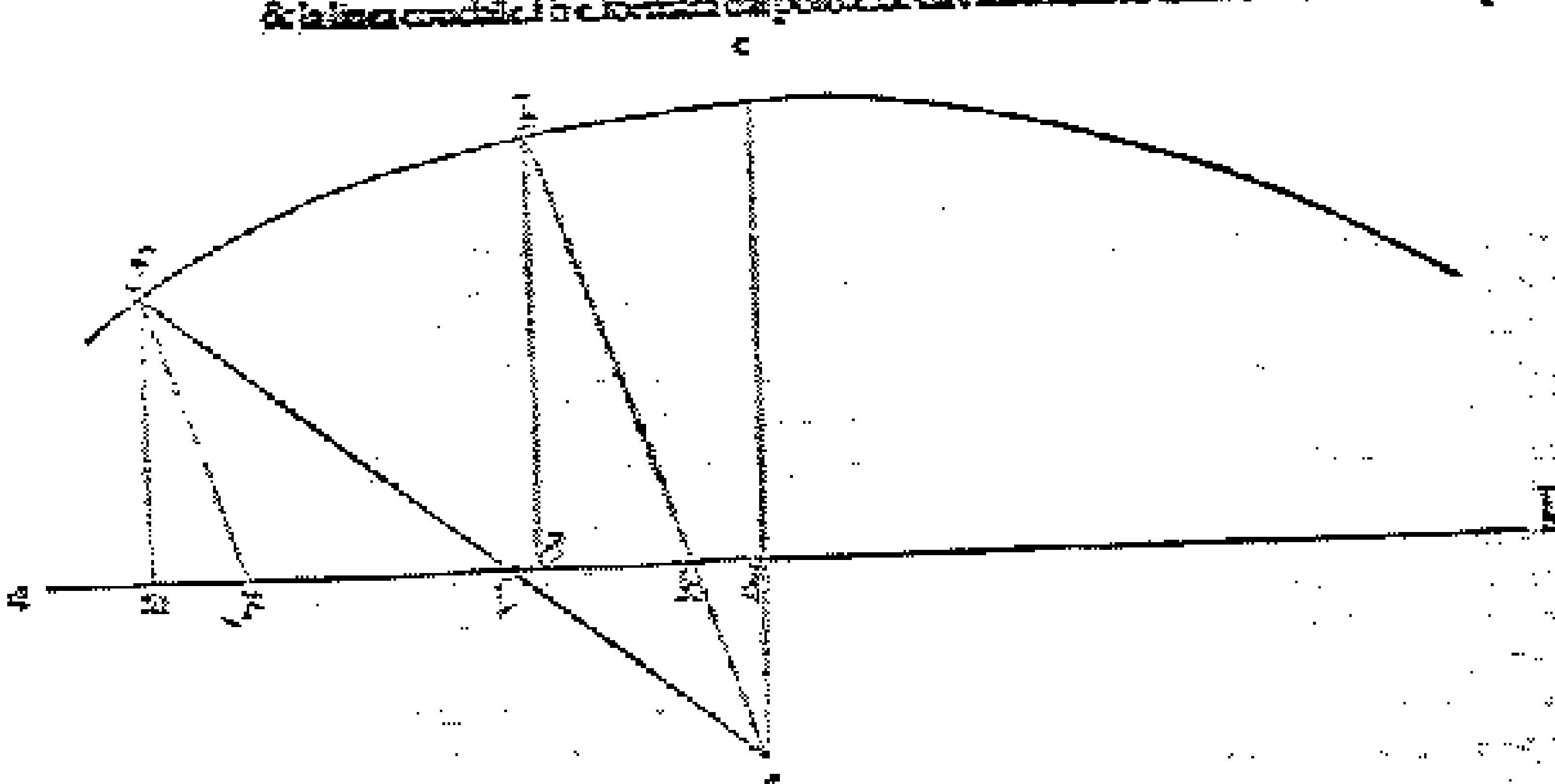
Fatto questo per compir tal stromento assettaremo questa terza regola sopra le due prime, talmente che il cylindrico pironcino. e. entri nel canaletto. K g. & che l'altro cylindrico pironcino h i. entri nel canaletto della regola. a b. (come che nella figura appare) laqual terza regola a tal modo posta prima con la ponta. f. nel ponto. l. & dapoi girandola sopra il centro. e. verso. m. venira a designare col stiletto. f. la linea. l m n. laqual linea dal detto Nicomede e detta linea conchile prima, & l'interuallo di questa tal linea vien a esser. h f. della regola, & il polo il ponto. e.

linea conchile prima.



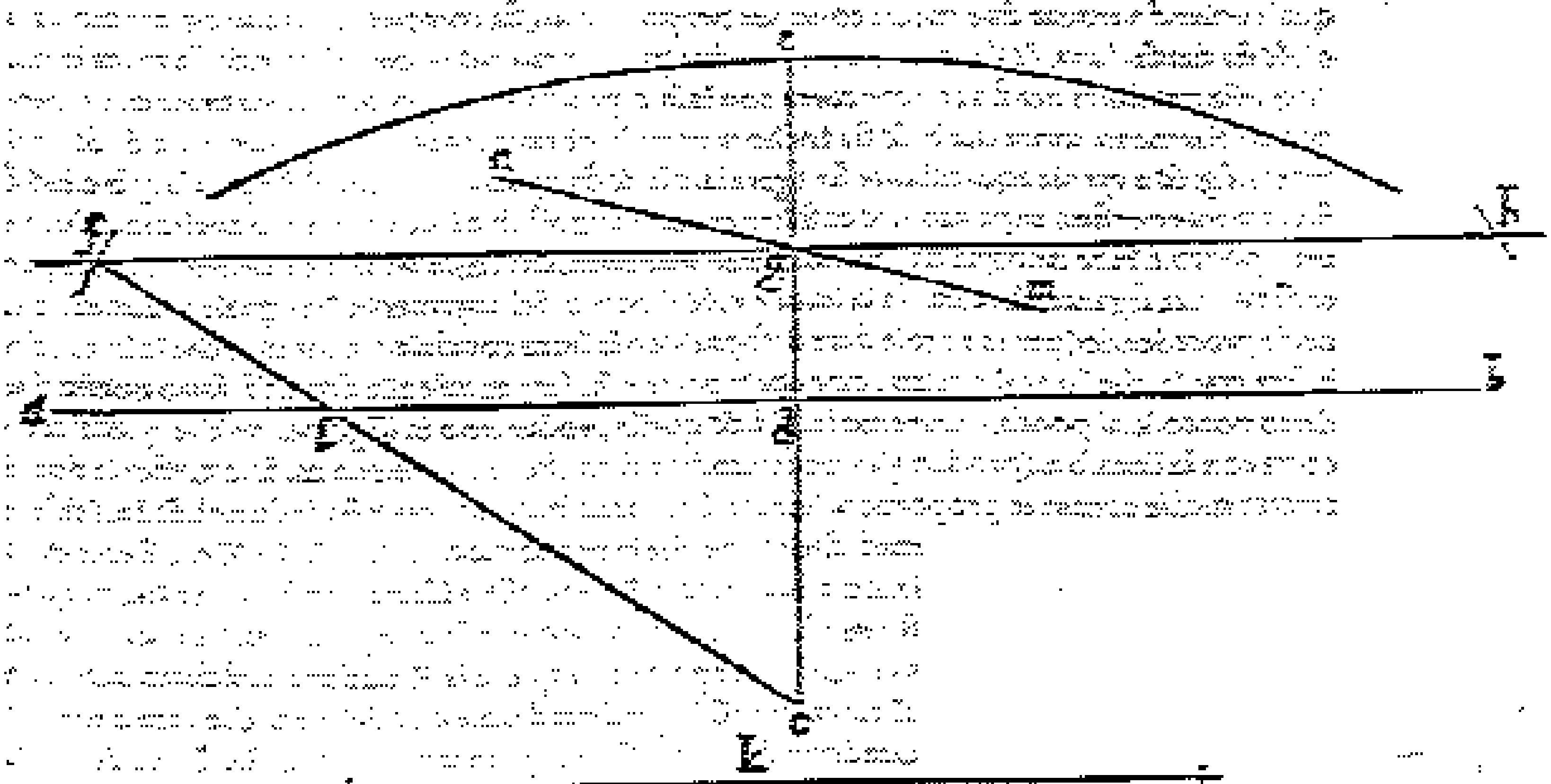
E per tanto in questa tal linea, egli è da dimostrare doi accidenti, il primo è qualmente quella in perpetuo si va piu accostando, overo approssimando alla regola a b. il secondo è che anchora ogni linea retta, che sia infra la regola, a b. & la detta linea sega essa linea.

Il primo accidente facilmente si comprende in quest'altra definitione, intendendo la regola a b. & la linea conchile fu formata dal polo c. & da l'intervallo d e. fisso dentro dal detto ponto c.



le due linee e h. & e f. onde le due parti x h. & l f. sariano eguali (per esser chiusura di quelle eguali allo intervallo d e.) Hor dico, che la perpendicolare f m. è menore della perpendicolare h g. perche conciosia che l'angolo m l f. sia maggiore del angolo l K e. onde si è dimostrato, che va a compimento di duoi retti, cioe l'angolo m l f. del restante angolo m K h. e menore. Per laqual cosa, conciosia che gli angoli, che sono al m. & al g. siano retti, l'angolo contenuto al ponto f. e maggiore del angolo contenuto al ponto h. Et essendo fatto l'angolo m f x. eguale al angolo h. la linea K h. che è eguale alla l f. ha la medesima proportione alla h g. che ha la x f. alla f m. per laqual cosa la l f. alla h g. ha menor proportione, che alla f m. per laqual cosa la h g. è maggiore della f m. che è il primo proposito.

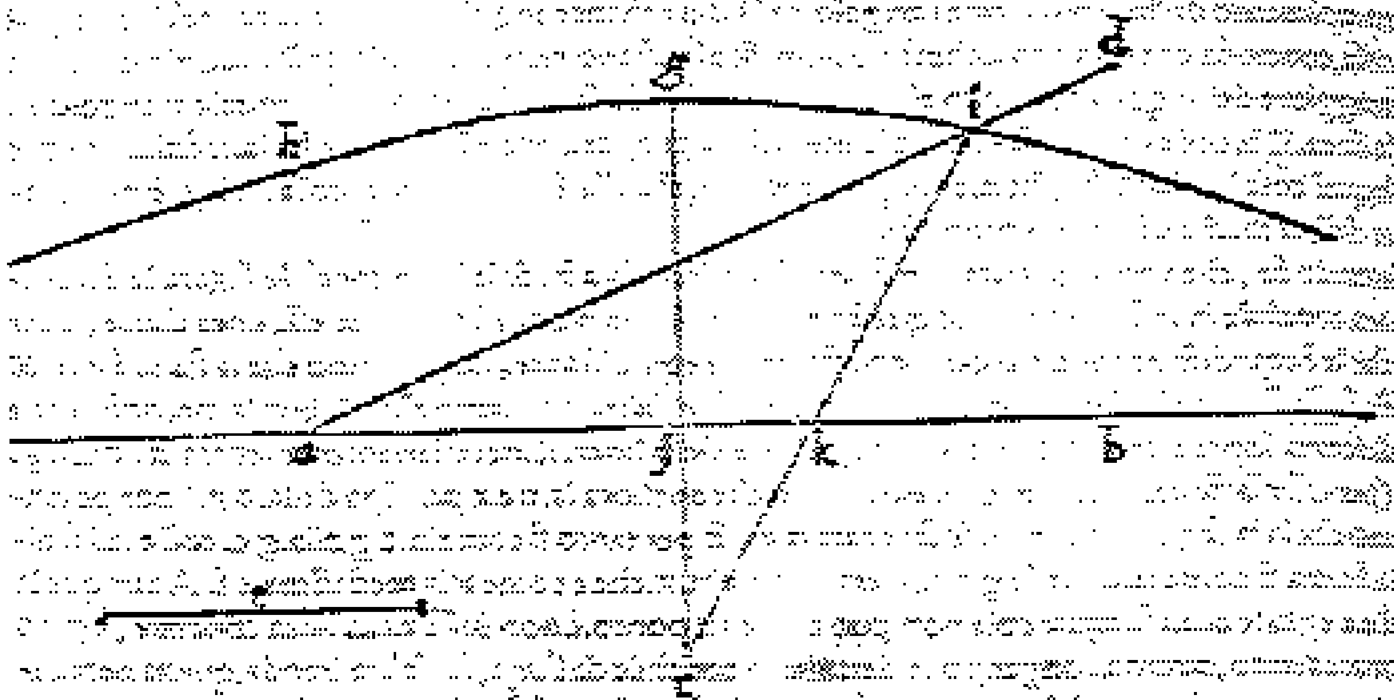
Il secondo sia, che una linea retta in infinito dotta sotto la a b. & la linea conchile segara la detta linea conchile in infinito tirata, & questo anchora si fara manifesto, perche essa linea dotta, over che la e equidistante alla a b. over no, sia prima equidistante, & ponemo che la sia la f g h. & sia fatto si come la d g. alla g c. cosi sia la d e. ad una altra, ponemo alla K. hor la circonferentia descritta sopra il centro c. secondo la quantita della linea K. necessariamente segara la linea f g. (per esser la detta x. piu longa della c g. perche anchora la d e. e piu longa della d g.) hor ponemo che la la seghi in ponto f. & sia tirata la c f. E per tanto si come la d g. alla g c. cosi e la l f. alla f c. con si come la d g. alla g c. cosi era la d e. alla x. che e come alla medesima c f. Adunque la d e. è eguale alla l f. laqual cosa non puo essere sel ponto f. non fusse nella linea conchile, e pero procedendo, overo allongando la detta linea conchile dal l'una, & l'altra banda, quella necessariamente transira per il detto ponto. E pero la detta linea f g h. segara quella.



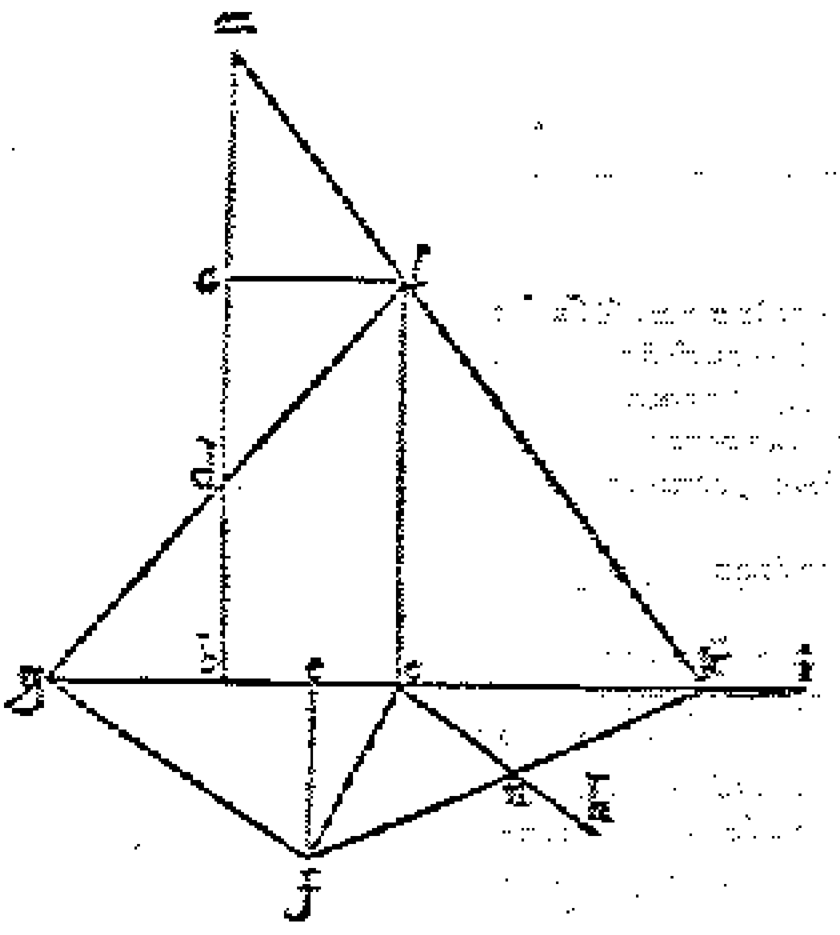
Ma non sia la detta linea dotta equidistante alla a b. ma ponemo che sia, come la n g m. & sia dotta dal ponto g. una linea equidistante alla detta a b. quala ponemo, che sia la medesima f g h. della precedente figura, & perche la detta equidistante f g h. protratta da qual banda si voglia (per le ragioni di sopra adutte) è necessario, che la concorri con la detta linea conchile, per laqual cosa molto piu è necessario, che la detta linea n m. (non equidistante) concorra con la medesima.

Havendo narrati gli accidenti di questo istrumento, la utilita al proposito di quello, in questo modo si dimostrara.

Anchora dato l'angolo a. & di fuora via sia dato il ponto c. & anchora sia data la linea e. ponemo dal detto ponto c. tirare una linea, che seghi la a d. con tal conditione, che la parte di tal linea segante, che fara fra la linea a b. & il ponto del segamento sia eguale alla data linea e. & per essequire tal problema dal ponto c. tiraremo la c f. perpendicolare alla a b. & tal linea c f. prolongaremo per fin in g. talmente che la f g. sia eguale alla data linea e. & cosi dal polo c. secondo lo intervallo f g. & la regola a b. descriveremo la linea conchile prima h g l. adunque quella (per le cose dimostrate) concorrera con la linea a d. in ponto i. e per tanto tirando la c i. seguira la i k. esser equale alla f g. & perche la f g. fu fatta equale alla data linea e. seguira (per comuna scientia) la detta i k. esser equale alla medesima data linea e. che è il proposito.



Dimostrate queste cose, siano date le due rette linee c l. & l a. componente l'angolo retto a l. alle quali volendo trovar due medie continue proportionali, sia compito il parallelogrammo a b c l. & sia divisa l'una, & l'altra a b. & b c. in due parti equali nelli ponti d. & e. & sia tirata la d l. & quella produtta per sin che concorra con la b c. produtta in ponto g. & sia tirata la e f. perpendicularmente sopra la c b. & sia anchora tirata la c f. talmente che sia equale alla a d. & sia tirata la f g. & a quella equidistante sia tirata la c h. & sia produtta, overo allongata la g b c. indiffinitamente per fino in ponto i. & cosi haveremo l'angolo h c i. & haveremo anchora distermin il ponto f. Hor bisogna dal ponto f. tirar una linea, che seghi la linea c i. talmente che la parte di tal linea segante, che sara fra la linea c h. & il ponto del segamento sia equale alla linea c f. onde procedendo (per la regola data di sopra) con la linea concoide, provaremo che la linea f n k. sara quella, che fara tal effetto, cioe che la parte n k. sara equale alla detta c f. fatto questo dal detto ponto k. al ponto l. tiraremo la k l. & quella produremo in longo per sin che quella concorra con la linea b a. (produtta) in ponto m. hor dico che le due linee a m. & c k. esser le due ricercate medie continue proportionali fra le due date a b. & b c. over fra le due c l. & l a. (che sono le medesime) cioe che la proportione della c l. alla k c. e si come del la k c. alla a m. & della a m. alla a l. laqual cosa si dimostra in questo modo. Perche la b c. e divisa in due parti equali in ponto e. & vi habbiamo aggionto a quella la k c. adunque il dutto di b k. in k c. insieme co'l quadrato della e c. & della e f. (che viene a esser il quadrato della c f.) si eguaglia alli quadrati della k e. & della e f. (che viene a esser il quadrato della k f.) & perche si come la m a. alla a b. cosi e la m l. alla k l. & si come la m l. alla k l. cosi e la b c. alla c k. Adunque si come la m a. alla a b. cosi e la b c. alla c k. et la a d. e la mita della a b. & la c g. e doppia della b c. percio, & la l c. doppia alla a d. adunque si come la m a. alla d a. cosi sara la g c. alla k c. ma si come la g c. alla c k. cosi la f n. alla n k. conciosia che la g f. & la c n. siano equidistanti. Adunque componendo, si come la m d. alla d a. cosi e la f k. alla k n. & la d a. e supposta equale alla n k. conciosia che la c f. sia equale alla detta d a. adunque la m d. e equale alla f k. per laqual cosa il quadrato della m d. e eguale al quadrato della f k. ma quello, che e contenuto sotto della b m. & della m a. con il quadrato della d a. e eguale al quadrato della m d. & il quadrato della f k. egli e dimostrato esser eguale a quello, che e contenuto sotto della b k. & della k c. con il quadrato della c f. perche il quadrato della a d. si eguaglia al quadrato della c f. perche la a d. e supposta esser eguale alla c f. adunque quello, che e contenuto sotto della b m. & m a. si eguaglia a quello,



che

che è contenuto sotto della b k. & della e m. adunque si come la m b alla b k. così è la k e alla e m. ma si come la b m alla b k. così è la e k alla e m. adunque si come la k e alla e k così è la e m alla m ma si come la l e alla e K. così è la m alla a l. adunque si come la l e alla e K. così è la e k alla a m. & la a m alla a l. laqual cosa era da dimostrare. Adunque a due date rette linee sono state trovate due medie continue proportionali, come fu proposito di fare.

La particolar propietà di questo problema si trattarà nel secondo libro sopra li corpi.

Il modo, over regola di saper conoscere geometricalmente se due quantità siano commensurabili, overamente non, & se sono commensurabili a saper trovare la lor massima commune misura, & la loro proportione. Cap. XXII.

1 DAte due linee rette potremo geometricamente trovare se sono fra loro commensurabili, overamente non, & se sono commensurabili potremo trovar la lor massima commune misura, & la proportion di quelle. Essempi gratia siano le due linee a b. & c d. volendo trovare se sono commensurabili, overamente non, useremo la regola data da Euclide nella seconda, & terza propositione del suo decimo libro, cioe della a b. ne cavaremo con diligentia una equale alla c d. quante volte potremo, & se per sorte tal sottrattione venisse di ponto senza alcun sopravanzo (come accade nel primo essempio, che sottratta la c d. due volte dalla a b. niente vi sopravanzarà) tai due linee saranno commensurabili, & la loro massima commune misura sarà una linea equale alla c d. laqual misurarà due volte la a b. & una volta sola la c d. per il che si manifesta la proportione della a b. alla c d. esser doppia. Il medesimo si debbe intendare quando che sottratta la menore tre, over piu volte precise della maggiore, cioe che niente vi sopravanzasse, le dette due linee saranno commensurabili, & la loro massima commune misura sarà una linea equale alla menore, & la proportione della maggiore alla menore sarà moltiplice della menore secondo il numero delle volte, che tal linea maggiore contenirà la menore.

Primo essempio.

Ma se per caso sottratta la detta c d. dalla a b. quante volte si puo, & che vi sopravanzasse qualche parte menore della c d. come occorre nel secondo essempio, che sottratta 2 volte la c d. dalla a b. vi avanza la e b. qual è menore della c d. in tal caso sottraremo la detta e b. dalla menore, cioe dalla c d. quante volte sia possibile, & se per caso tal sottramento venisse di ponto, cioe senza alcun sopravanzo (come occorre in questo secondo essempio, che sottratta due volte la detta e b. dalla detta c d. niente vi sopravanza) in tal caso le dette due linee a b. & c d. saranno commensurabili, & la loro massima commune misura sarà la detta e b. laquale in questo caso lei misurarà cinque volte la a b. & due la c d. onde la proportione della a b. alla c d. sarà si come 5 a 2. che sarà dupla sesquialtera.

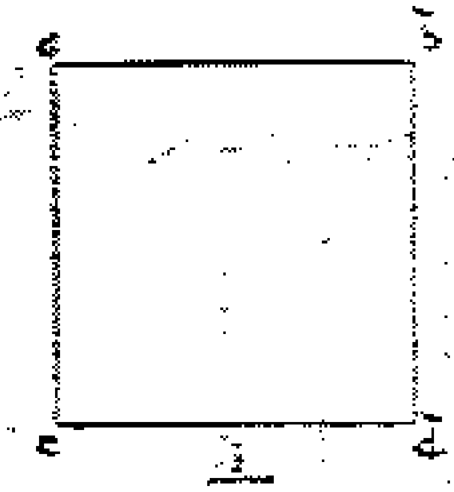
Secondo essempio

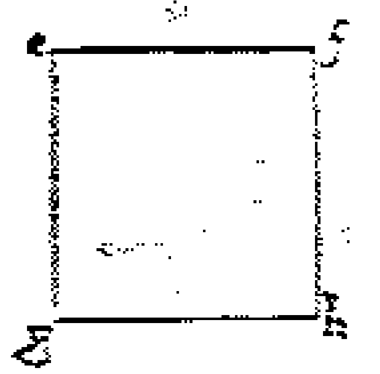
Ma se per sorte sottratta quante volte si puo il primo rimanente e b. dalla c d. vi restasse, over rimanesse qualche parte menore del detto rimanente e b. come accade nel terzo essempio, che sottratta due volte la e b. dalla c d. vi rimane la f d. menore della detta e b. in tal caso sottraremo questo secondo rimanente f d. quante volte sia possibile dal primo, cioe dal e b. & se per sorte tal sottramento venisse di ponto, come che nel terzo essempio accade, che sottratta due volte la detta f d. dalla e b. non vi rimarrà niente. In tal caso anchora la detta a b. sarà commensurabile con la c d. & la loro massima commune misura sarà quel secondo rimanente f d. qual misurarà cinque volte la c d. & dodici volte la a b. e pero la proportione della detta a b. alla c d. sarà si come dodici a cinque, che sarà dupla superbipartiens quintas, cioe che la sarà $2\frac{2}{5}$, & così per abreviar parole se nella sottrattione della f d. (secondo rimanente) dalla e b. (primo rimanente) vi restasse qualche parte menore della f d. tal terzo rimanente sottraressemo quante volte fusse possibile, dal secondo, cioe dalla f d. & se per sorte tal sottrattione venisse di ponto, cioe che niente vi rimanesse tai due linee a b. & c d. saranno commensurabili, & la loro massima commune misura sarà quel terzo rimanente, & la proportione della detta linea a b. alla c d. sarebbe si, come il numero delle volte, che tal terzo rimanente misurasse la a b. al numero delle volte, che misurasse la c d. & così con tal continua sottrattione, ogni volta, che sia trovato un rimanente, che sottratto dal anteriore rimanente quante volte sia possibile, & che tal sottrattione venghi netta, cioe che niente vi rimanga, tai due linee saranno commensurabili, & la loro massima commune misura, sarà quell'ultimo rimanente che misura netamente l'anteriore rimanente, & la proportione dell'una all'altra di dette due linee si notificarà dal numero delle volte, che quell'ultimo rimanente, misurarà la a b. al numero di quelle, che misurarà la c d. & tutto questo si dimostrarà secondo l'ordine, che si dimostra la seconda del settimo di Euclide, & della prima diffinitione del suo decimo libro.

Terzo essempio

Ma se per sorte dalla continua detrattione, over sotrattione fatta in tal modo, non si trovasse alcuno sensibil rimanente, che numeri, over misuri pontalmente, lo antiano rimanente tai due proposte linee saranno necessariamente incommensurabile, & la proportione de l'una all'altra di quelle non sara, come da numero a numero, e pero tal sua proportione sara detta irrationale, & le dette linee saranno dette incommensurabili, & tutto questo si dimostrara secondo l'ordine, che si dimostra la prima del settimo di Euclide, & della seconda parte della prima diffinitione del decimo.

Primo

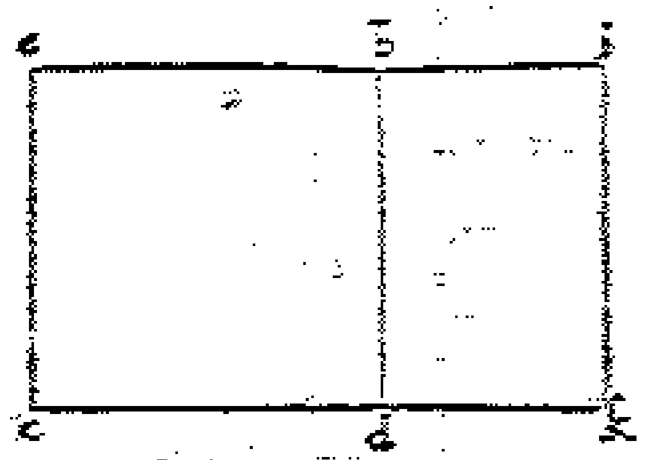


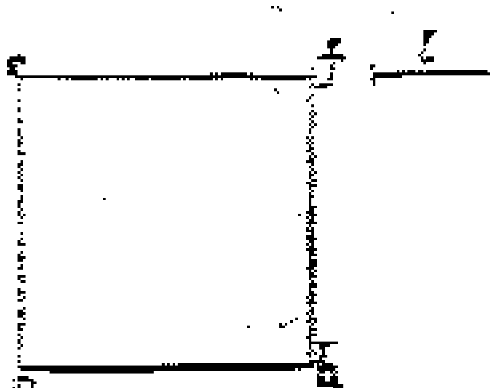


1 Dare due superficie quadrate potremo geometricamente conoscere, over trovare se tai due superficie siano commensurabili, overamente non, & se sono commensurabili potremo trovare la loro massima commune misura, & la proportione di quelle. Sia essempi gratia le due date superficie quadrate a b c d. & e f g h. per trovare, over conoscere praticamente se sono commensurabili, overamente non, prima vederemo se il lato dell'una di dette figure sia commensurabile, con il lato dell'altra, onde procedendo, secondo la regola data nella precedente, trovaremo, che li detti lati saranno commensurabili, & che la loro massima commune misura sara la linea. i. laqual misura il lato a b. cinque volte, & il lato e f. quattro, & quando che li lati di duoi quadrati sono commensurabili in longhezza (per il corelario della nona del decimo di Euclide) sono necessariamente commensurabili anchora in potentia, e pero la superficie quadrata a b c d. sara commensurabile alla superficie quadrata. e f g h. & la loro massima commune misura sara il quadrato della detta linetta. i. il qual quadrato misurara la superficie quadrata a b c d. 25 volte, & la e f g h. 16 volte, e pero la proportione della superficie a b c d. alla superficie e f g h. come 25. a 16. che e il proposito.

Ma se per sorte il lato a b. fusse incommensurabile al lato e f. come che trovaremo occorrere nel secondo essempio, per questo non potremo dire, che tai due superficie siano incommensurabili, ne manco commensurabili perche (per il sopradetto corelario della nona del decimo di Euclide) ponno essere, e non essere. Ma per certificarsi se sono commensurabili, overamente non, sopra il lato b d. sia descritta una superficie rettangola equale al quadrato e f g h. onde procedendo secondo la regola data nella decimaterza del secondo capo, trovaremo quella esser la b i d k. fatto questo vederemo se le due base c d. & d k. sono commensurabili, overamente non, onde procedendo secondo la regola data nella prima di questo capo, trovaremo che sono commensurabili, & che la loro massima commune misura sara equale alla linetta l. laqual linetta l. trovaremo che misura precisamente tre volte la basa c d. & due volte la basa d k. e pertanto la proportione della detta c d. alla detta d k. sara come 3 a 2. cioe sesquialtera, onde (per la prima del sesto di Euclide) la proportione della superficie a d. alla superficie b k. sara pur sesquialtera, e pero saranno commensurabili (per la quinta del decimo di Euclide) & la loro massima commune misura sara una superficie rettangola larga quanto ch'e la linetta l. & longa quanto che e la linea. b d. & perche la detta superficie. b k. fu posta equale al quadrato e h. seguita adunque che la superficie quadrata a d. sia commensurabile alla superficie quadrata e h. & essere sesquialtera a quella, cioe esser un tutto, e mezo di quella, ch'e il proposito.

Secondo essempio.



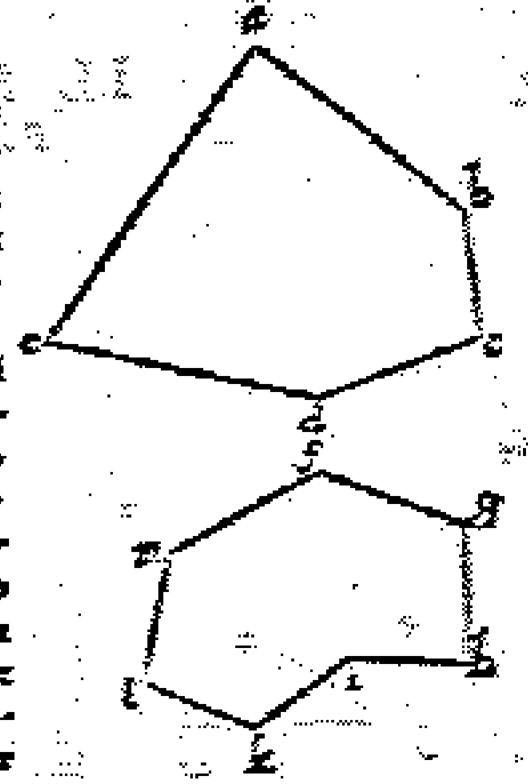


Ma quando che per sorte trovassimo in un simil caso, che la linea, over basa c d. fusse incommensurabile con la basa d k. saressimo certi la superficie quadrata. a d. esser incommensurabile alla superficie quadrata e h. (per la settima del decimo di Euclide) perche tai superficie non haveriano proportione, come da numero a numero, perche se le due base c d. & d k. essendo incommensurabili non haveranno proportione, come da numero a numero (per la detta settima del 10 di Euclide) e pero (per la prima del sesto di Euclide) manco le dette due superficie a d. & b k. haveriano proportione, come da numero a numero, e pero saranno incommensurabili, & la lor proportione sara irrationale, & questo credo che sia bastante senza altro figurato essempio.

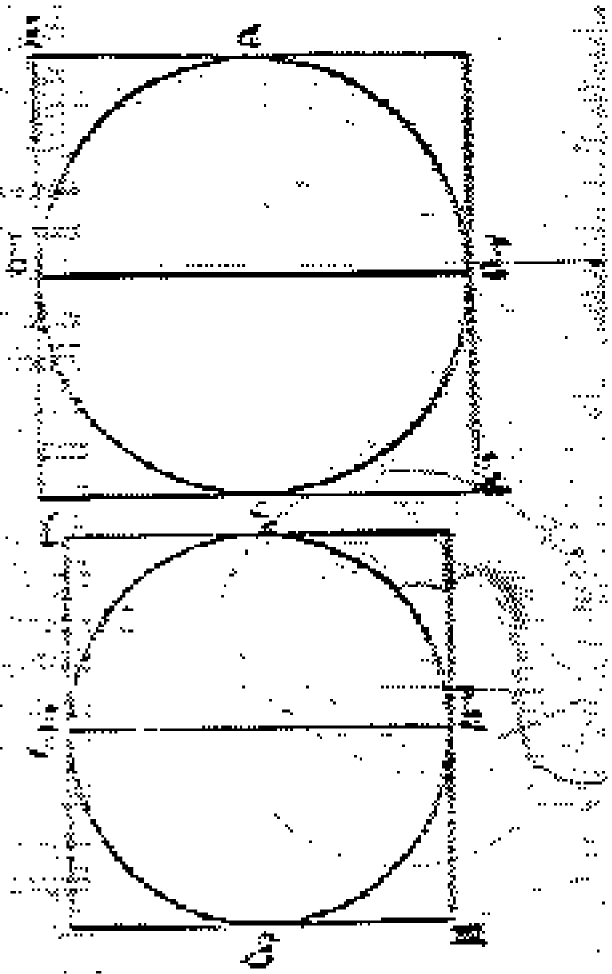
2 Dare due superficie rettilinee potremo geometricamente conoscere, over trovare se tai due superficie sia commensurabili, overamente non, & se sono commensurabili potremo trovare la loro massima commune misura, & la proportione di quelle. Essempi gratia siano le due date superficie rettilinee a b c d e. & f g h i k l m. volendo trovare geometricamente se sono fra loro commensurabili, overamente non, per abbreviar parole, & essempii descriveremo (secondo la regola data nella 5 del quarto capo) duoi quadrati equali alle dette due superficie, & dapoi vederemo (per la precedente) se li detti duoi

quadrati

quadrati faranno commensurabili, overamente non, & se faranno commensurabili, anchora le dette due date superficie rette linee faranno commensurabili, & la massima communa misura misurante li detti duoi quadrati, sara anchora la massima communa misura, misurante le dette due superficie, & similmente la proportione rationale, che sara da l'uno di detti duoi quadrati all'altro, quella medesima relativamente sara dell'una di dette superficie all'altra, & cosi per il contrario se li detti duoi quadrati faranno incommensurabili, anchora le dette due superficie faranno incommensurabili, che è il proposito.



4 Ati duoi cerchii potremo geometricamente conoscere, over trovare se essi duoi cerchii sono commensurabili, over non, & se sono commensurabili potremo trovare, over conoscere la loro massima communa misura, & la proportione di quelli. Essempi gratia sia li duoi dati cerchii. a b c d. & e f g h. volendo geometricamente conoscere se sono commensurabili, overamente non, descriveremo li quadrati di loro diametri, & quel del diametro b d. sia il quadrato i k. & quello del diametro f h. sia il quadrato l m. fatto questo vederemo (secondo la regola data nella seconda) se questi duoi quadrati sono commensurabili, overamente non, & se per sorte saranno commensurabili, anchora li detti duoi cerchii saranno commensurabili, & quella superficie, che sara la massima communa misura misurante li detti duoi quadrati, il cerchio che il suo diametro sara la linea potente in quella tal superficie, sara la massima communa misura misurante li detti duoi cerchii, & la proportione di detti duoi cerchii sara si come quella delli detti duoi quadrati di loro diametri, come che anchora dimostra Euclide nella seconda propositione del suo duodecimo libro.

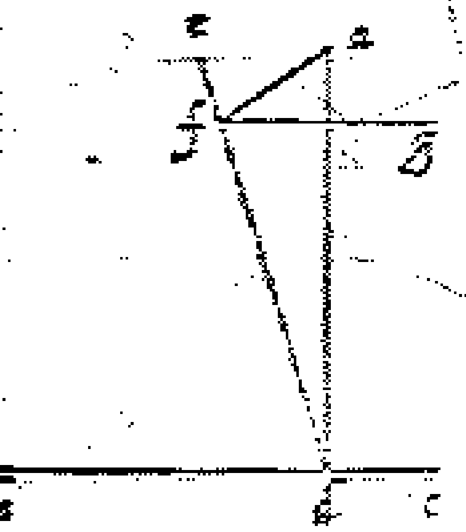


Ma se per sorte li detti duoi quadrati i k. & l m. saranno incommensurabili, medesimamente li detti duoi cerchii saranno incommensurabili, & la proportione, si di duoi cerchii, come di duoi quadrati sara irrationale, ma ben sara una medesima (per la detta seconda del duodecimo di Euclide, & con questa voglio che facciamo fine a questo libro.

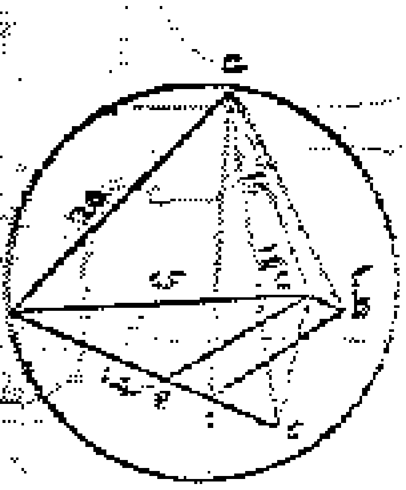
Il fine del primo libro della quinta parte.

IL SECONDO LIBRO DELLA QVINTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI, ET MISVRE. NEL QVAL SI DICHIARA IL MODO, OVER REGOLA DI SAPER MANVALMENTE risoluere varij, & diuersi problemi sopra i corpi.

Il modo, ouer regola da risoluere geometricamente li cinque problemi del vndecimo libro di Euclide. Cap. I.



1 DA vno ponto in aria segnato potemmo condure vna perpendicolare a vna data superficie. Essempi gratia sia il ponto dato di sopra in aria. a. dalquale volendo condure vna perpendicolare alla subgiacente superficie, in quella tal superficie tiraremo la linea. b c. come che ne parera, ma di indifferente quantita, cioe che da l'una, & l'altra banda la possiamo allongare accadendo il bisogno, alla qual linea dal detto ponto. a. (secondo la regola della duodecima del primo di Euclide) tiraremo vna perpendicolare, la qual sia la. a d. & dapoi dal detto ponto. d. in quella superficie nellaquale e da esser tirata la perpendicolare dal ponto. a. tiraremo la linea. d e. che sia per perpendicolare alla detta linea. b c. (come insegna la vndecima del primo di Euclide) finalmente a questa linea. d e. sia dutta vn'altra perpendicolare dal ponto. a. quale sia la. a f. laqual. a f. dico esser quella, che cercamo, cioe perpendicolare alla subgiacente superficie, & per dimostrar questo tiraremo la. f g. equidistante alla. b c. & perche l'uno, & l'altro di duoi angoli. b d a. & b d f. e retto (per la quarta del vndecimo di Euclide) la linea. b d. sara perpendicolare alla superficie, nellaquale e il triangolo. a d f. e pero anchora (per la ottaua del detto vndecimo di Euclide) la linea. g f. sara perpendicolare alla medesima superficie, adunque (per la seconda diffinitione del vndecimo di Euclide) l'angolo. g f a. sara retto, & conciosia cosa, che anchora l'angolo. d f a. sia retto, seguita (per la quarta del vndecimo di Euclide) la linea. a f. esser perpendicolare alla superficie, nellaquale sono le due linee. d f. & f g. che e il proposito.



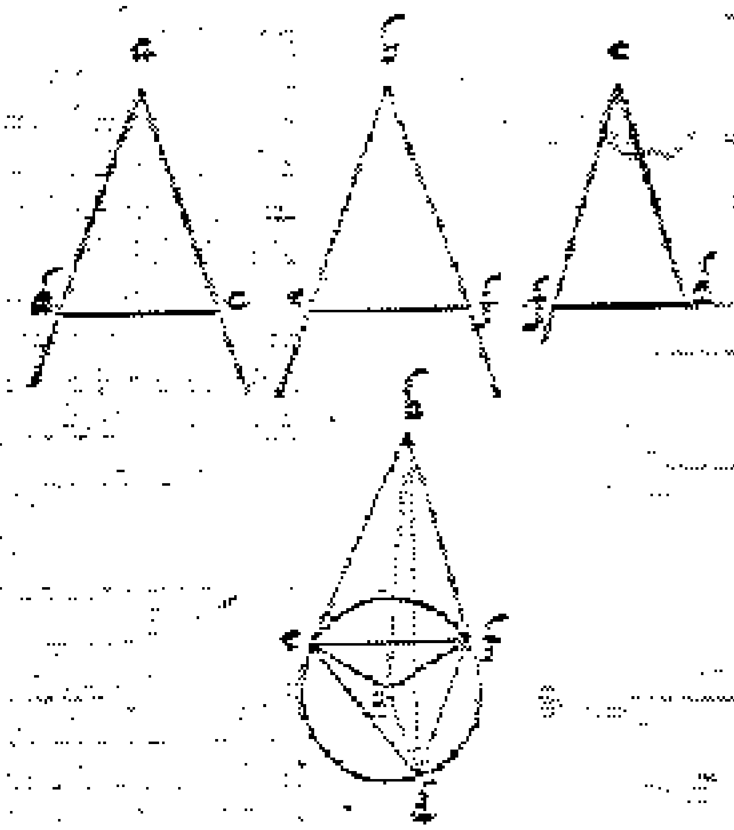
Ma perche la sopradetta figuratione, parera forsi alquanto oscura, cosi astratta da ogni materia sensibile (come costuma Euclide) per far che sia meglio intesa dal pratico geometrico, la voglio replicare praticalmente in vna piramide di lati diuersi. Essempi gratia sia la piramide. a b c d. di lati diuersi, la basa dellaquale e il triangolo. b c d. & la vertice, ouer cima di quella e il ponto. a. hor volendo dal detto ponto. a. in aria elleuato, condure vna perpendicolare alla subgiacente superficie, nellaquale e situata la basa. b c d. per accordar questa operatione con quella detta di sopra bisognaria tirare vna linea nella subgiacente superficie, come ne pare, e per tanto in questo caso supponeremo tal linea esser la. b c. (lato della piramide) & dal ponto. a. condurremo (secondo la regola data nella duodecima del primo di Euclide) la perpendicolare. a i. sopra quella, fatto questo dal ponto. i. tiraremo la. i h. nella subgiacente superficie, perpendicolare sopra il medesimo lato. b c. & finalmente dal detto ponto. a. conducendo vna perpendicolare sopra la detta linea. i h. quella sara anchora perpendicolare alla subgiacente superficie della basa di detta piramide per le ragioni di sopra adutte, che saria il proposito.

Ma accioche tal risolutione sia meglio intesa dal pratico geometrico la voglio replicar con numeri. Hor supponiamo che la detta piramide. a b c d. sia quella, che fu adutta nella decima del quarto capo del secondo libro della quarta parte, dellaquale i lati della sua basa. c d. e. 13. b c. 14. & b d. 15. & delli 3 lati in aria elleuati, il lato. a b. e 20. a c. 18. & a d. 16. per trouar la perpendicolar, o vogliam dir l'asse di tal piramide, prima inuestigaremo la perpendicolar cadente dal ponto. a. sopra il lato. b c. basa del triangolo. a b c. del quale il lato. a b. e 20. a c. 18. & la basa. b c. 14. onde procedendo per le regole date, trouaremo tal perpendicolare. a i. esser R 30 $5\frac{5}{7}$, poi per fermarsi della perpendicolare del triangolo. b c d. (basa di tal piramide) inuestigaremo tal perpendicolare, che per le sue regole trouaremo quella esser la. d e. & esser 12. per numero, fatto questo dal ponto. i. tiraremo la. i h. equidistante alla detta. d e. e pero la detta. i h. venira a esser perpendicolare alla. b c. & per nostra commodita pigliaremo la detta. i h. eguale alla. d e. e pero venira a esser 12. anchor lei, onde tirando con la immaginatione la. a h. laqual. a h. procedendo (per la regola data sopra la predetta decima del quarto capo del secondo libro della quarta parte)

parte) trouaremo quella esser R 255 $\frac{1}{4}$, & cosi haueremo mentalmente formato il triangolo a i h. del quale il lato a i è R 30 5 $\frac{1}{4}$, & il lato i h. è 22. & il lato a h. è R 255 $\frac{1}{4}$, e per tanto la perpendicolare di questo tal triangolo cadente dal angolo a. sopra il lato i h. sara la ricercata assis di tal piramide, e per tanto inuestigando tal perpendicolare, per le sue regole date, trouaremo quella esser R 240 ... & tanto sara la ricercata assis di tal piramide, che è il proposito. Io non ho tirato il detto assis per non confusar la figura.

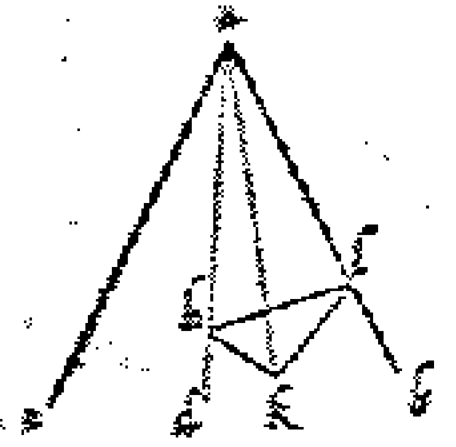
2 DA vno ponto segnato in vna data superficie potremo tirare vna perpendicolare sopra quella. Essempi gratia sia il ponto a. dato in vna piana superficie, volendo da quello elleuare vna linea perpendicolare a tal superficie, Euclide vuole che sia preso vn ponto a nostro piacere in aria, & che da quello sia tirato (secondo la regola data nella precedente) vna perpendicolare a quella tal soggiacente superficie, & se per sorte tal perpendicolare cascasse nel medesimo ponto a. quella saria quella, che noi cerchiamo, e pero saria risolto il problema. Ma se tal perpendicolare non cadera nel ponto a. in tal caso dal ponto a. elleuaremo vna linea equidistante a quella, laquale (per la ottaua del vndecimo di Euclide) sara quella, che cerchiamo, che sara il proposito. Per molte altre vie pratiche si poria esseguir materialmente l'uno, & l'altro di sopradetti duoi problemi, & massime doue che si possa manualmente operare.

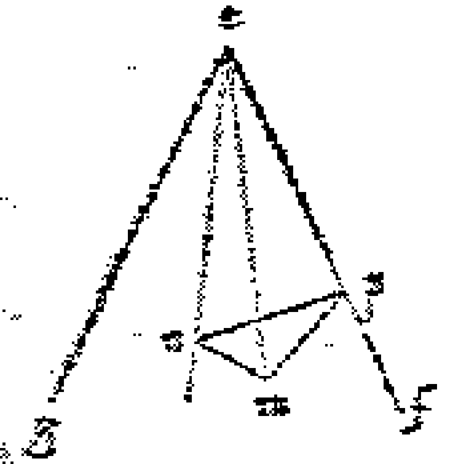
3 PRoposti tre angoli superficiali, delliquali qualunque duoi di quelli tolti insieme siano maggiori del terzo, & tutti tre insieme siano menori di quattro angoli retti, con altri tre a quelli equali, potremo constituir vn'angolo solido. Essempi gratia siano li tre proposti angoli a. b. c. con le conditioni sopra narrate, volendo constituir vno angolo solido con tre altri angoli a quelli equali, prima dalle sei linee contineenti li detti tre angoli, ne segaremo le sei parti a d. a e. b e. b f. c f. & c d. tutte equali fra loro, & tiraremo le tre base d e. e f. & f d. & di tre altre a queste tre base equali, constituiremo il triangolo e f d. il quale circonscriueremo il cerchio e f d. sopra il centro g. & dal detto centro g. tiraremo le linee g d. g e. & g f. lequali conciosia che quelle siano fra loro equali (per la diffinitione del cerchio) fatto questo dal quadrato di vno de quelli sei lati equali (contineenti li detti tre angoli a. b. c.) ne cauaremo (per la regola data nella decima del quinto capo del primo libro) il quadrato della g d. & la linea potente nel restante (qual pongo che sia la g h.) dal ponto g. la elleuaremo (per la precedente) perpendicolare alla superficie del cerchio d e f. & dal ponto h. tiraremo le tre hipotenusse h d. h e. h f. lequali dico contenere tre angoli superficiali equali alli tre proposti, constituenti l'angolo solido in ponto h. perche conciosia che il quadrato della linea a d. sia equale alli duoi quadrati delle due linee d g. & g h. dal presupposito, & il quadrato della linea d h. sia equale alla medesima (per la penultima del primo di Euclide) è necessario la linea a d. esser equale alla linea d h. & per il medesimo modo, anchora la linea a e. alla linea e h. adunque (per la ottaua del primo di Euclide) conciosia che le base siano anchora equali l'angolo a. sara equale al angolo d h e. e similmente l'angolo b. sara equale al angolo e h f. & l'angolo c. al angolo f h d. che sara il proposito.

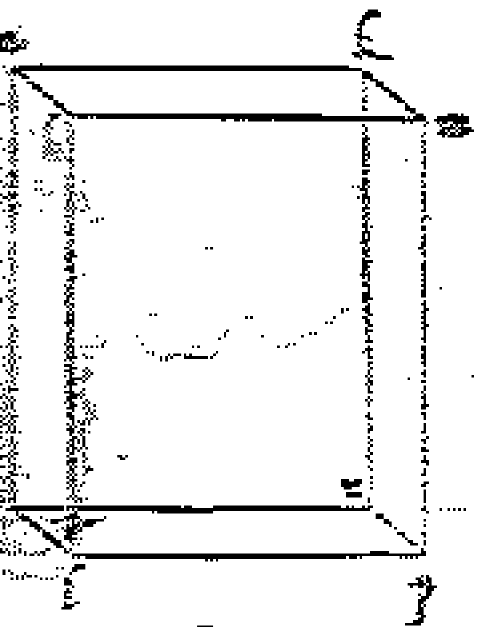


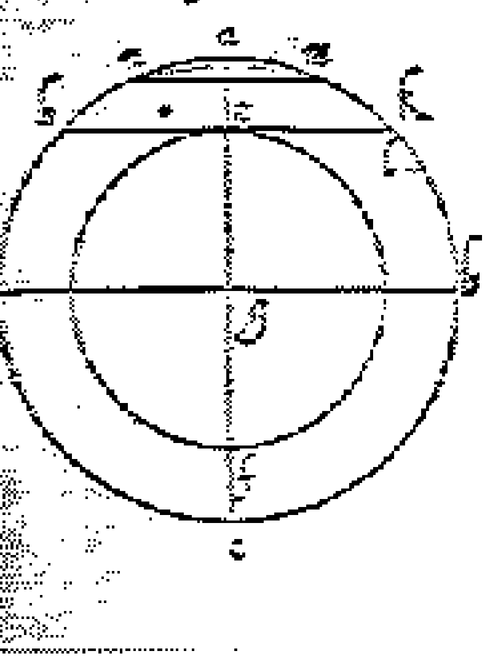
Et quantunque li tre angoli a. b. c. proposti, & similmente le tre base d e. e f. & f d. ponno variar in piu modi, talmente che il triangolo d e f. da quelle formato il centro g. del cerchio, che lo circonscriue non sempre cascara di dentro di tal triangolo, anzi alle volte poria tal centro g. cascar sopra l'uno di lati di tal triangolo, & alle volte poria cascar fuora di tal triangolo, non dimeno caschi, come si voglia, sempre con la medesima regola concluderemo il proposito, perche la piramide h. d e f. h. puo esser di tal qualita, che l'assis h g. puo alle volte cascar sopra vno di lati del triangolo d e f. (sua basa) & tal volta di fuora di tal triangolo, ma caschi come si voglia, sempre le tre linee g d. g e. g f. saranno equali (per la diffinitione del cerchio) e pero anchora le tre hipotenusse h d. h e. & h f. saranno equali tra loro, & alle relecate linee a d. a e. b e. b f. c f. & c d. & le tre base alle tre base delli tre triangoli circondanti la costrutta piramide, & cosi in ogni positione si hauera il proposito.

4 SOpra vn dato ponto di vna data retta linea potremo constituire vno angolo solido equale a vno proposto angolo solido. Essempi gratia sia il proposto angolo solido a. qual sia contenuto dalle tre linee a b. a c. a d. lequali tre linee contengono li tre angoli superficiali, che constituiscono il detto angolo solido, & la proposta linea sia la e f. laquale sia come si voglia, cioe









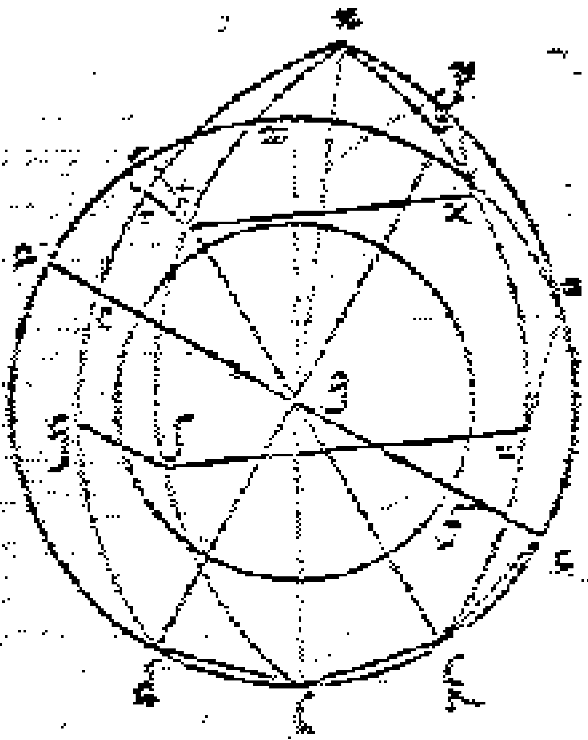
distesa in piano, ouero elleuata in suso, hor volendo nel ponto e. di detta linea e f. costituir vno angolo solido eguale al angolo a. nel ponto e. faremo l'angolo f e g. eguale al angolo b a c. (secondo la regola data nella decima del secondo capo del primo libro) dapoi dalla linea a b. ne tagliaremo la a h. secondo la quantita, che ne parera, & dal ponto h. produremo la perpendicolare h k. alla superficie, nellaquale sono le due linee a b. & a c. (secondo la regola data nella prima di questo) laqual perpendicolare, o cascha fra le due linee a b. & a c. ouer di fuora di quelle, ouero in vna di quelle non importa, ma tiraremo dal ponto a. al ponto k. (del cadimento) la a k. & segnaremo il ponto l. nella a b. doue ne parera, & tiraremo la k l. & l h. fatto questo faremo l'angolo f e m. (nella superficie doue sono le due linee e f. & e g.) eguale al angolo b a k. & la linea e m. eguale alla a k. & dalla linea e f. ne tagliaremo la e p. eguale alla a l. & dal ponto m. dirizaremo la linea m n. (per la seconda di questo) perpendicolar alla superficie, doue sono le due linee e f. & e g. & quella faremo eguale alla h k. & tiraremo le linee e n. n p. & p m. hor dico le tre linee e f. e g. & e n. contener vn angolo solido in ponto e. eguale al proposito angolo a. laqual cosa si dimostra in questo modo, conciosia che (dal presupposito) li duoi lati a k. & k h. del triangolo a k h. siano eguali alli duoi lati e m. & m n. del triangolo e m n. & gli angoli che sono al k. & al m. sono retti (per la diffinitione della linea perpendicolarmente eretta sopra vna superficie) saranno (per la quarta del primo di Euclide) le due linee a h. & e n. eguale, anchora (per la medesima) le due linee a l. & m p. saranno eguali, e pero anchora (per la medesima) la l k. & m p. saranno eguali, conciosia che h l. & k l. siano eguali alle n p. & m p. & gli angoli h k l. & n m p. retti (per la ottaua del primo di Euclide) adunque l'angolo n e p. sara eguale al angolo h a l. anchora (per le medesime ragioni) prouaremo l'angolo n e g. esser eguale al angolo h a c. adunque per tanto e manifesto noi hauer fatto quello, che desiderauamo di fare, & con tal ordine (ponendoui ben cura) potremo costituir il detto angolo solido contenuto da quanti angoli superficiali ne parera.

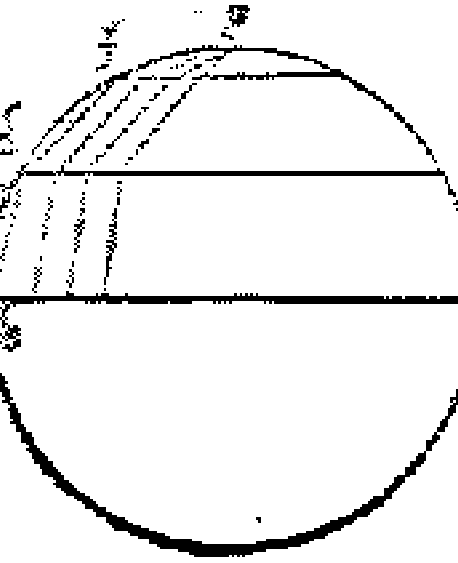
SOpra vna data retta linea potemo costituire vn solido simile a vno dato solido di superficie equidistanti. Essempi gratia sia la data retta linea a b. o sia in piano, ouero sia in alto elleuata, non importa, & sia il dato corpo solido di superficie equidistanti c d. alquale volendo sopra la linea a b. fabricarne vn'altro simile, sopra il ponto a. della detta linea a b. fabricaremo l'angolo solido a. contenuto dalle tre linee a b. a h. & a k. (per la regola data nella precedente) eguale al angolo solido c. & con la regola data da Euclide nella vndecima del suo sesto libro. Faremo che la proportione della c e. alla a b. & della c f. alla a h. & della c g. alla a k. sia vna medesima, fatto questo dalli tre ponti b. h. k. produremo le sei linee b l. equidistante alla a h. & h m. equidistante alla linea a k. & la h l. equidistante alla a b. & la b n. equidistante alla a k. anchora sia tirata la k n. equidistante alla a b. & la k m. equidistante alla a h. & poi siano tirate la m o. equidistante alla h l. & la o l. equidistante alla h m. anchora sia tirata la p o. & sara compito il solido parallelogrammo (cioe di superficie equidistante) a p. il quale dico esser simile al solido c d. & tutto questo (per la diffinitione delle superficie simili) & di corpi simili facilmente si conchiudera il proposito.

Il modo, ouer regola da risoluere geometricamente li duoi problemi del duodecimo di Euclide. Cap. II.

QVando saranno proposti duoi cerchij circondanti sopra vno medesimo centro, potremo descriuer dentro del maggiore vna superficie di molti angoli, & di numero paro di lati eguali, che li lati di quella non tocchino il cerchio menore. Essempi gratia siano li duoi cerchij a b c d. & e f. circondanti a vn comun centro, qual sia g. volendo dentro del maggiore descriuere vna figura di molti angoli equilatera, & di numero paro di lati, talmente che niuno di detti suoi lati tocchi il cerchio menore, qual e il cerchio e f. prima diuideremo l'uno, & l'altro di detti duoi cerchij in quattro parti eguali con li duoi diametri a b. & c d. segando orthogonalmente sopra il centro g. fatto questo dal ponto e. (qual e termine del diametro f e. del menor cerchio) sia tirata da l'una, & l'altra banda vna linea orthogonalmente sopra del detto diametro e f. lequali vadino per fino alla circonferentia del maggior cerchio, lequali siano le e h. & e k. onde (per il corelario della decimasesta del terzo di Euclide) tutta la linea h e k. sara toccante il cerchio menore, fatto questo diuideremo il quadrante a h. in due parti eguali in ponto l. & dapoi diuideremo vn'altra volta l'arco a l. pur in due parti eguali in ponto m. & conciosia che facendo questo piu volte di necessita (per la prima del decimo di Euclide) perueniressimo finalmente a vn'arco, il qual sara menore del arco a k. cioe quando che il detto cerchio menore fusse molto piu maggiore di quello, che nella figura e con tal conditura divisione necessariamente si perveniria a un'arco menore del detto arco (per la detta prima del decimo di Euclide) a x. hor ponimo che in questo caso tal menor arco sia l'arco. a m. fatto questo segaremo l'arco. a n. eguale al arco. a m. & tiraremo finalmente le due linee. a m. & a n. & anchora h. n. m. hor perche l'arco. a x. e eguale al arco. a h. (per la terza del terzo, & quarta del primo, & ventesimaottava del terzo di Euclide) & perche l'arco. a n. e eguale al arco. a m. (per commune scientia) l'arco. n h. sara eguale al arco. m x. adunque le due linee. n m. & h x. sono equidistanti, adunque la linea. n m. non puol toccar il cerchio. e f. per laqual cosa molto piu siamo certi, che la linea. a m. non puol toccar quello, & perche egli e manifesto il cerchio a b c d. esser divisibile per archi eguali al arco. a m. e pero (per la ventesimaottava del terzo di Euclide) insieme e manifesto dentro del detto cerchio, poter esser coaptado continuamente corde eguali alla cordeta. a m. cordante il detto cerchio di molti angoli, per il che anchora e manifesto dentro il cerchio maggiore poter esser inscritto un poligonio (cioe una figura di molti angoli) equilatero, del quale un lato e la linea. a m. & perche la linea. a m. non tocca il cerchio menore, egli e manifesto (per la prima parte della decimaquarta del terzo di Euclide) & per la diffinitione delle linee egualmente distante dal centro del cerchio, che lo inscritto poligonio con alcuno di suoi lati non tocca il cerchio menore, che e il proposito.

2 PRoposte due sphere, che habbiano uno medesimo centro potemo dentro della maggiore di quelle costituir figuralmente un solido di molte base, il quale non tocchi con alcuna delle sue base la superficie della menor sphera, & fatto questo se nella menor sphera, over in qualunque altra sphera sia costituito intelligibilmente un corpo simile, la proportione del corpo di molte base costituito dentro della maggior sphera, al corpo di molte base costituito dentro della menore sphera, overo altra sara si, come la proportione treppiata del diametro della maggior sphera, al diametro della menore, overo d'altra sphera. Essempi gratia siano le due sphere. a b c d. & e f. che habbiano uno medesimo centro, qual sia. g. & sia la maggior di quelle la a b c d. volendo dentro della detta maggiore costituire un corpo di molte base, delle quali non intendiamo, che quelle base siano eguali, over simili, ma che niuna di quelle tocchi la superficie della menor sphera. Prima segaremo l'una & l'altra delle due proposte sphere con una superficie piana, che transisca per il commun centro di quelle, onde (per la diffinitione della sphera, et del cerchio) le commune settioni di questa superficie segante, & delle superficie delle sphere saranno linee contenenti cerchij, siano adunque tai settioni li duoi cerchij. a b c d. & e f. il centro di quali, & delle sphere e stato proposto, che sia il ponto g. divideremo adunque questi duoi cerchij in quattro parti eguali con duoi diametri fra loro segantosi da angoli retti sopra il commun centro. g. i quali diametri siano. a c. & d b. Fatto questo dentro del maggior cerchio (secondo la regola data nella precedente) inscriveremo una figura di molti angoli equilatera, laquale con alcuno di suoi lati non tocchi il menor cerchio, hor ponimo che in questo caso sia sufficiente haverui inscritto una figura di dodici angoli equilatera, talmente che nel quadrante di quel maggior cerchio, ponimo l'arco c d. siano tre lati di tal figura di dodici angoli, i quali tre lati siano le tre corde d h. h x. & x c. lequali conciosia che le sono eguali, anchora (per la prima parte della ventesimaottava del terzo di Euclide) gli archi di quelli saranno eguali, fatto questo dalli duoi ponti h. & x. (che sono le estremita delle corde di mezzo) produremo duoi altri diametri, i quali siano. h m. & x l. & sopra il centro. g. tiraremo la. g n. perpendicolare alla superficie del cerchio. a b c d. & quella slongaremo per fina alla superficie della maggior sphera sopra il ponto. n. & dapoi intenderemo quattro superficie segarle due sphere proposite, delle quali ciaschaduna seghi quelle sopra la linea. g n. & la prima di quelle sopra la linea. g n. & sopra il diametro. d b. la seconda pur sopra la medesima linea. g n. ma sopra il diametro. h m. & la terza pur sopra la linea. g n. ma sopra il diametro. x l. & la quarta pur sopra la linea. g n. ma sopra il diametro. c a. onde (per la diffinitione della sphera, & del cerchio) le settioni di queste superficie, & della superficie della sphera maggiore saranno linee contenenti cerchij, & le parti inferiore fra il ponto. n. & li quattro ponti, che sono. d. h. x. c. saranno quadranti (cioe quarte parti di ciaschaduno di detti quattro cerchij) i quali quadranti sono. d n. h n. x n. & c n. & perche ciaschaduno di questi quattro cerchij e eguale al cerchio. a b c d. perche il diametro di ciaschaduno di quelli e il diametro della maggior sphera, e pero li detti quadranti di quelli sono eguali, per laqual cosa li cinque archi, che sono. d n. h n. x n. c n. & d c. sono eguali, e





per tanto in ciascheduno di questi quattro quadrati di cerchij erretti assettaremo quattro cordette equali, cioe che ciascheduna sia equale a ciascheduna di quelle del cerchio. a b c d. lequali sono li lati di quella figura di dodici lati in questo nel principio inscritta, delliquali dodici lati vno ne e la cordetta d h. & siano le dette cordette del primo cerchio. d q. q r. & r m. & quelle del secondo. h l. s t. & t n. & nel terzo. k u. u x. & x n. & nel quarto siano. o. o p. & p n. & siano protratti li conuisti, congiongendo li capi delle dette cordette, lequali sono. q l. su. uo. & le r t. t x. x p. & cosi vederemo adonque, alla quarta parte della meza maggior sphera superiore (laqual quarta parte e a d n c.) esser inscritto vn corpo di otto base, dellequali le tre, che si congiongono al ponto n. sono triangole, & tutte le altre sono quadrangole, cioe sono doppi capi tagliati, delliquali li duoi capi sono equidistanti, & non equali, & gli altri duoi lati in tutti sono equali, ma non sono equidistanti, & perche tai triangoli, & doppi capi tagliati malamente si possono comprendere nella superior figura per la moltitudine delle linee, e per tanto a una maggior intelligentia ti ho designata quest'altra figura nellaquale tu vedi, che tutte le base che sono fra f. & g. sono triangolari, lequali compito che fusse il detto corpo sariano dodici, il medesimo sariano le altre a quelle opposite, & tutte le altre sariano doppi capi tagliati, talche tutte le base di tal solido, compito che fusse verrebbono a esser 24 triangolari, & 48 doppi capi tagliati, che in tutto sarebbono 72 base, & niuna di queste 72 base toccaria la sphera menore (come dimostra Euclide nella decimaquarta del suo duodecimo libro) & finalmente dimostra, che essendo costrutto vn'altro simil corpo nella menor sphera, ouer in qual si voglia altra sphera, che la proportione dell'uno all'altro sara si, come la proportione treppia del diametro dell'una sphera, al diametro dell'altra.

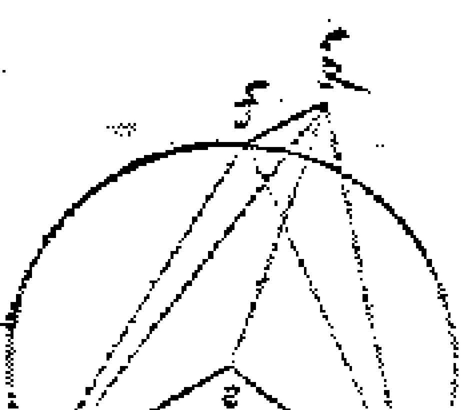
V'altro modo piu alla pratica pertinente di costruere materialmente questo corpo, & molti altri si dara nell'ultimo libro di questa parte.

Questo corpo nella pratica di geometria e detto il corpo di 72 base, & perche tal corpo e molto vago da vedere, da intarsiatori e stato introdotto nelle opere loro, come si puo vedere (insieme con altri corpi) nella Sagrestia di santa Maria Organa in Verona, & come anchora nell'ultimo libro di questa quinta parte (nelquale mostraremo vn modo facilissimo da far li modelli di tutti li corpi geometrici, si regolari, come irregolari) si potra vedere.

Il modo, ouer regola da risoluere li sei problemi del decimoterzo libro

di Euclide, quali sono la fabricatione di cinque corpi regolari. Cap. III.

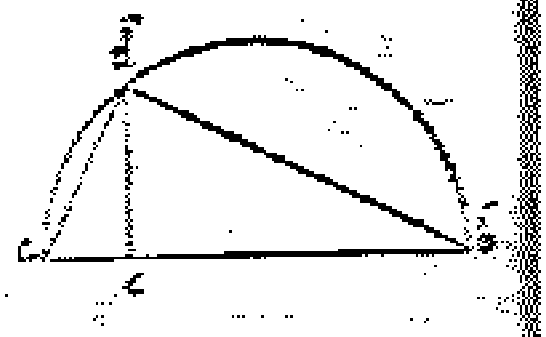
1 POtemo fabricare vna piramide di quattro base triangolare equilatere circonscrittibile da vna assignata sphera, & dimostrare che il diametro di quella sphera hauere proportione sesquialtera potentialmente al lato di essa piramide. Essempi gratia sia la linea a b. il diametro della assignata sphera, volendo fabricare la detta piramide di quattro base triangolari equilatere circonscrittibile da tal sphera, diuideremo la detta linea a b. in ponto. c. talmente che la parte b c. sia doppia alla c a. & sopra tutta la a b. saremo il mezo cerchio. a d b. & dapoi produremo la c d. perpendicolare alla a b. & tiraremo anchora le due linee. d a. & d b. Fatto questo descriueremo il cerchio. f g h. sopra il centro e. talmente che il semidiametro di tal cerchio sia equale alla linea c d. & in quello descriueremo il triangolo. f g h. equilatero, & dal centro. e. (per la regola data nella seconda del primo capo) tiraremo la. e k. perpendicolare alla superficie del cerchio, laqual perpendicolare. e k. la faremo equale alla b c. & dal ponto. k. tiraremo le hipotenuse. k f. k g. k h. & sara compita la detta piramide di quattro base triangolari equilatere, & questa sara circonscrittibile da quella sphera quanto che e la linea a b. & tutto questo dimostra Euclide nella decimaterza del suo decimo terzo libro. Et similmente dimostra, che la proportione del diametro della sphera al lato della fabricata piramide potentialmente esser sesquialtera, cioe se il diametro. a b. fusse 6. la sua potentia saria 36. e per tanto in tal caso la potentia del lato della piramide saria 24. onde il semplice lato veniria a esser R 24. & la perpendicolare, o vogliamo dir l'assis. e k. di tal piramide sarebbe quattro, cioe quanto che e la b c. che sarebbe li duoi terzi della a b. diametro della sphera, & il semidiametro. e f. sara radice 8.

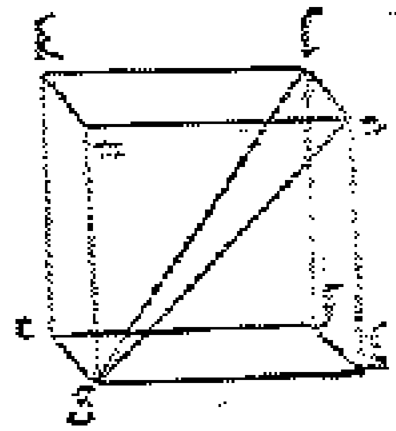


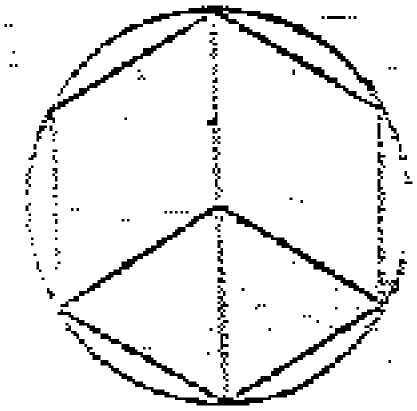
l'assis della sphera 6.
lato del 4 base R 24.
l'assis del 4 base 4.
semidiametro. e f. R 8.

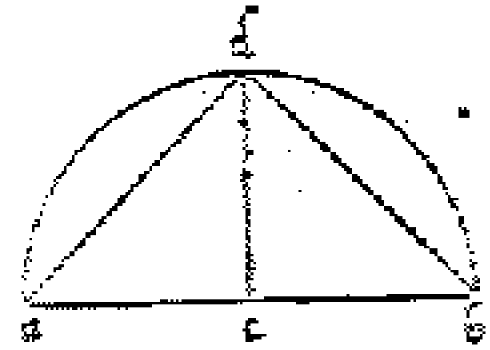
2 POtemo fabricar vn cubo circonscrittibile da vna assignata sphera, & dimostrare che il diametro della medesima sphera esser potentialmente treppio al lato di quel tal cubo. Essempi gratia sia il diametro della assignata sphera la linea a b. volendo fabricare vn cubo circonscrittibile dalla detta sphera, sopra di tal linea a b. faremo il mezo cerchio a d b. & diuideremo il detto diametro a b. in ponto. c. seruando la conditione della precedente, cioe che la parte b c. sia doppia alla parte a c. & sia tirata la linea. c d. perpendicolare alla a b. & sia anchor

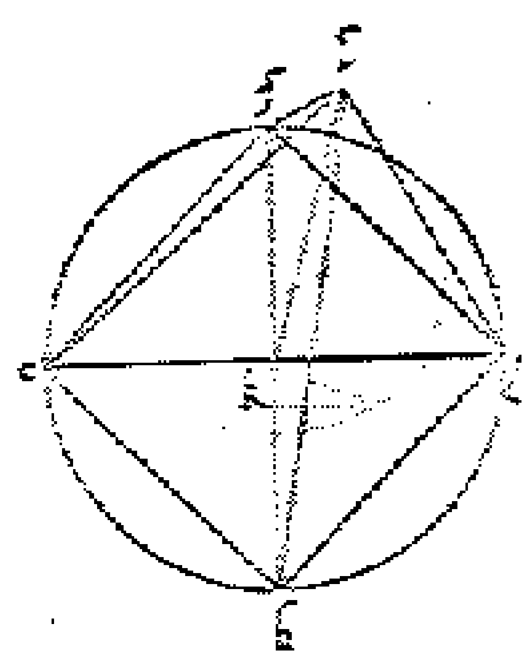
tirata





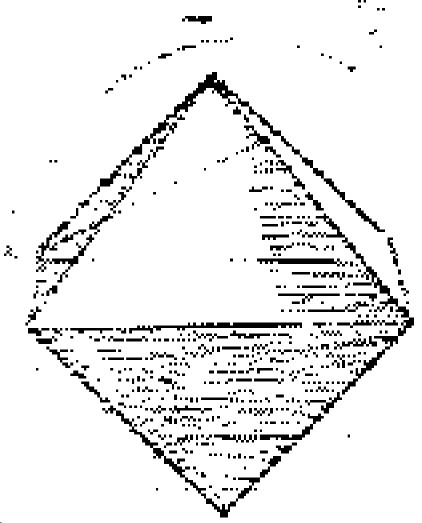


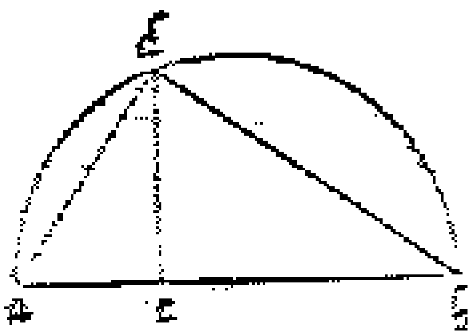


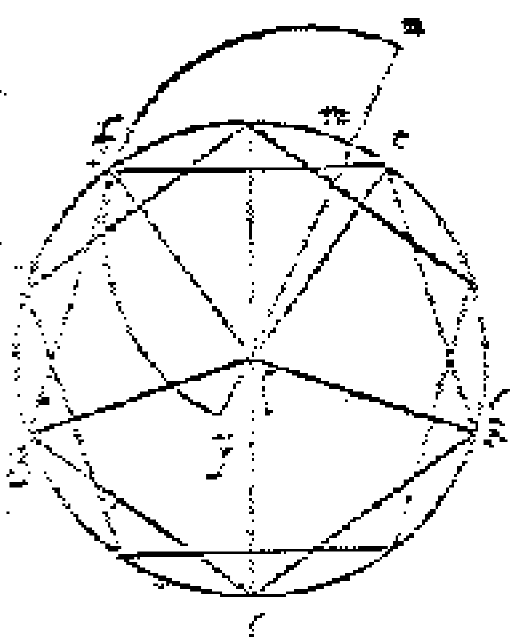


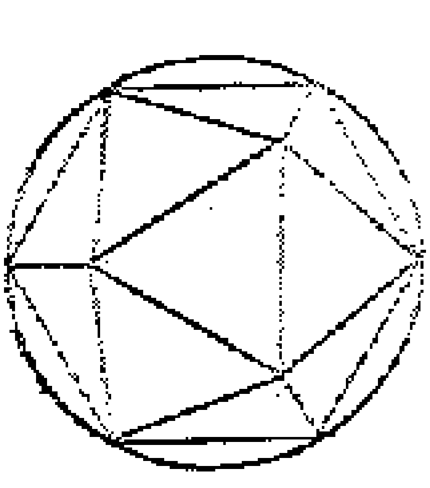
tiramo la d.a. & d b. fatto questo descriueremo vno quadrato, che ciascheduno lato di quello sia eguale alla linea a d. & questo sia il quadrato e f g h. & sopra li quattro angoli, del quale tiraremo (secondo la regola data nella seconda del primo capo) le quattro linee. e K. f l. g m. & h n. perpendiculari alla superficie del detto quadrato, & ciascuna di dette 4 linee faremo eguali alla linea a d. lequali 4 linee saranno (per la sesta del 11. di Euclide) equidistanti fra loro, & gli angoli, che contengono con li lati del quadrato sono retti (per la diffinitione delle linee perpendiculari ad vna superficie) dapoi tiraremo cōgionte con le estremita di queste 4 perpendicolari protraendo le linee. K l. l n. n m. m K. & sara compito il detto cubo contenuto dalle sei superficie quadrate, & tutto questo dimostra Euclide nella 14 quinta del suo 13 libro, laqual dimostratione altramente non adduco per le ragioni nel principio di questa quinta parte dette, & similmente dimostra tal cubo essere circonscrittibile dalla assignata sphera, il cui diametro è la linea a b. & anchora dimostra il diametro della detta sphera essere potentialmente treppio al lato del detto cubo, cioe sel diametro della sphera fusse piedi sei di misura. la potentia di quello saria 36. & la terza parte di 36 saria 12. & tanta saria la potentia del lato del detto cubo, onde il lato di tal cubo verria a esser R 12. & perche il diametro del detto cubo (cioe la linea l g.) è sempre eguale al diametro della sphera che lo circonscriue, cioe alla linea a b. e pero seguita che anchora il diametro del cubo sia potentialmente treppio al lato di tal cubo (come che in altri luoghi habbiamo detto, & praticalmente prouato) perche chi ben vi considera il diametro del quadro. g h m n. qual è la g n. (per la penultima del primo di Euclide) è eguale alli quadrati del li dui lati g m. & m n. del cubo, e pero è doppio a vn solo di detti quadrati, & perche il quadrato della g l. (diametro del cubo) è eguale (per la medesima ragione) alli quadrati delle due linee g n. & l n. & perche il quadrato della g n. è doppio al quadrato della l n. (lato del cubo) e per tanto ambidui li detti quadrati insieme saranno treppi al quadrato del lato del cubo, & perche il quadrato della g n. (diametro del cubo) è eguale ad ambidui li detti quadrati, seguita, che medesimamente il quadrato del detto diametro del cubo sia treppio al quadrato del suo lato, che è il proposito.

3 Possiamo costruire vn corpo di otto base triangolari equilatere circonscrittibile da vna proposta sphera. Et sia manifesto il diametro della detta sphera esser potentialmente doppio al lato di quel tal corpo. Essempi gratia sia il diametro della data sphera la linea a b. volendo componere il detto corpo, che sia da quella circonscrittibile, divideremo la detta a b. in due parti eguali in ponto c. & sopra quella linearemo il mezo cerchio a d b. & produremo la c d. perpendiculare alla detta a b. & congiongeremo il ponto d. con il ponto a. & con b. tirando la linea d a. & d b. fatto questo descriueremo il quadrato e f g h. che ciascheduno lato di quello sia eguale alla linea a d. nelqual quadrato tiraremo li duoi diametri e g. & f h. i quali si segano insieme in ponto K. onde (per la quarta del primo di Euclide) egli è manifesto che l'uno, & l'altro di questi duoi diametri è eguale alla linea a b. cioe al diametro della sphera, conciosia che l'angolo d. sia retto (per la prima parte della trentesima prima del terzo di Euclide) & similmente tutti li suoi quattro angoli e f. g. h. sono retti (per la diffinitione del quadrato) anchora egli è manifesto, che li medesimi duoi diametri e g. & f h. si diuidano fra loro in due parti eguali in ponto K. & tutto questo facilmente si manifesta (dalla quinta del primo, & trentesima seconda, & sesta del medesimo primo di Euclide) adunque sopra il ponto K. tiraremo la linea K l. perpendiculare alla superficie del quadrato, laquale poneremo eguale alla mita del diametro e g. ouero f h. & tiraremo le hipotenuse l e. l f. l g. & l h. onde (per le cose, che sono state poste, & per la penultima del primo di Euclide repetita quattro volte bisognara) ciascheduna di queste hipotenuse saranno eguali fra loro, & anchora eguali alli lati del quadrato, & cosi hauremo vna piramide di quattro base triangolari equilatere costituta sopra il quadrato e f g h. e per tanto di sotto via dal detto quadrato formaremo vn'altra simil piramide, laqual faremo in questo modo, produremo la linea l K. perforando il quadrato e f g h. per fino a tanto, che dall'altra banda la sia quanto, cioe la K l. & congiongeremo la estremita di quella con ciascheduno di quattro angoli del quadrato con altre quattro hipotenuse, & cosi haueremo compito il ricercato corpo di otto base triangolari equilatere, & sara circonscrittibile dalla data sphera, il cui diametro sia la linea a b. & questa geometricamente dimostra Euclide nella decimaquinta del suo decimoterzo libro, & similmente dimostra che il diametro della detta sphera esser potentialmente doppio al lato di tal corpo, cioe se la linea a b. (diametro della sphera) fusse per sorte sei misure, poniamo piedi 6. la sua potentia saria 36 la mita dellaquale saria 18. & tanto saria la potentia del lato del detto corpo, onde il proprio lato di tal corpo verrebbe a esser R 18.









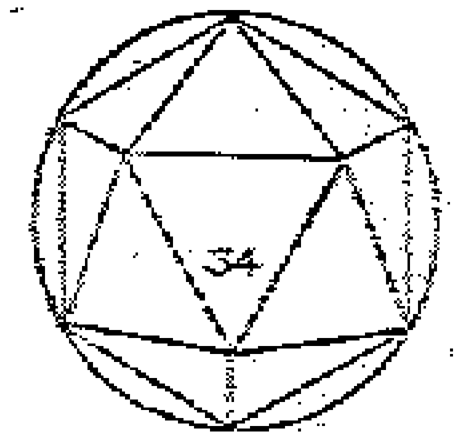
realmente si possono descrivere questi tai corpi in piano, che siano intelligibili, ma chi li vorra perfettamente comprendere, & intendere, bisogna far vno modeletto materialmente fabricato, come dimostraremo nell'vltimo libro della presente quinta parte, nel qual luogo si trouera vn'altro modo pratico di far con gran facilita li modelli di tutte le specie di questi corpi, & di molti suoi dependenti, oltra che si trouara anchora li detti corpi designati di relevo facili da comprendere la sua qualita, & propria forma.

Possiamo fabricare il corpo di vinti base triangolari equilatere, circonscrittibile da vna assignata sphera, che habbia il suo diametro rationale, & sara manifesto il lato del medesimo corpo essere vna linea irrationale, cioe quella che si chiama linea minore. Essempi gratia sia il diametro di vna assignata sphera la linea a b laqual supposta rationale, hor volendo fabricare il detto corpo di vinti base, che sia circonscrittibile dalla detta sphera, diuideremo la detta linea a b in ponto c talmente che la b c sia quadrupla alla a c, & sopra di quella linea faremo il mezo cerchio a d b, & produremo la c d perpendicolare alla a b, & protraremo la linea d a, & la d b, & secondo la quantita della linea d a discriueremo il cerchio e f g h k, sopra il centro l, nel qual cerchio inscriueremo vno penthagono equilatero, qual sia lo annotato dalle medesime lettere, e f g h k, a gli angoli del qual penthagono dal centro l produremo le linee l e, l f, l g, l h, l k, anchora inscriueremo nel medesimo cerchio vn decagono equilatero, & questo faremo in questo modo, diuideremo tutti gli archi di quali li lati del penthagono sono corde, in due parti equali, & dalli ponti di mezo tiraremo linee rette alle estremita di tutti li lati del penthagono inscritto, anchora sopra a ciascheduno delli cinque angoli del penthagono, tiraremo vno catheto, o vogliam dire vna perpendicolare al detto penthagono, & ciascheduno di detti catheti, ouer perpendicolari, faremo equali alla linea a d, dapoi congiongeremo le estremita di questi cinque catheti con cinque linee (lequal linee da greci si chiamano coraussi) & perche li detti cinque catheti (per la sesta del vndecimo di Euclide) sono fra loro equidistanti, & perche sono anchora equali fra loro, seguita (per la 33 del primo Euclide) che li cinque coraussi (cioe quelle cinque linee, che congiongano le loro estremita) siano fra loro equali, & equali alli lati del penthagono, dapoi tiraremo dalla sommita di ciascheduno di detti cinque catheti due hipotenusse alli duoi angoli circonstanti del decagono inscritto, & le estremita di queste dieci hipotenusse, quali descendano, & terminano alli cinque ponti, che sono a ciascheduno de gli angoli di mezo del inscritto decagono, congiongeremo con linee rette, inscriuendo vn'altra volta vn'altro penthagono in esso cerchio, il quale sara anchora equilatero (per la vintesimaquarta del terzo di Euclide) & fatto questo vederemo sensibilmente, che haueremo compito diece triangoli, i lati delliquali sono le diece hipotenusse, & li cinque coraussi, & li cinque lati di questo secondo penthagono inscritto, che questi diece triangoli siano tutti equilateri si dimostra in questo modo.

Perche il mezo diametro del descritto cerchio, con ciascheduno di catheti essendo equale alla linea a d, (dal presupposito) e pero (per il correlario della decimaquinta del quarto di Euclide) ciascheduno di detti catheti sara equale al lato del essagono equilatero inscritto nel cerchio, del quale il mezo diametro e equale alla detta linea a d, & perche (per la penultima del primo di Euclide) ciascheduna delle diece hipotenusse e tanto piu potente del catheto, quanto puo il lato del decagono (per la decima del decimoterzo di Euclide) anchora il lato del penthagono e tanto piu potente del medesimo, quanto puo il medesimo lato del decagono (per commune scientia) ciascheduna di queste hipotenusse sara equale al lato del penthagono. Di coraussi poi anchora e manifesto, che di quelli sono equali alli lati del penthagono. E per tanto tutti li lati di questi diece triangoli, ouer che sono lati del penthagono equilatero (descritto la seconda volta nel cerchio) ouer che sono a quelli equali, adunque li detti triangoli sono equilateri. Oltra di questo sopra il centro l, tiraremo vn'altro catheto equale alli primi, il quale sia l m, & la superiore estremita di quello, che e il ponto m, congiongeremo con ciascheduna estremita de primi, con altri cinque coraussi, & (per la sesta del vndecimo di Euclide) questo central catheto sara equidistante a ciascheduno di catheti angolari, e pero (per la trentesimaterza del primo di Euclide) questi altri cinque coraussi saranno equali alla mita del diametro del cerchio, & (per il correlario della decimaquinta del quarto di Euclide) ciascheduno di quelli e si come il lato dello essagono. Fatto questo aggiongeremo a questo catheto centrale, da l'una, & l'altra banda vna linea equale al lato del decagono, delle quali quella aggionta di sopra sia la m n, & quella aggionta di sotto dal cerchio sia la l p, fatto questo dal ponto n, tiraremo cinque hipotenusse alli cinque superiori angoli di dieci triangoli, che sono nel circuito, & dal ponto p, ne tiraremo altre cinque a gli altri cinque angoli di sotto, & queste 10 hipotenusse saranno equali fra loro, &

alli lati

alli lati del inferior pentagono (per la penultima del primo, & decima del decimoterzo di Euclide) si come delle altre dieci prime fu dimostrato, & così haveremo compito un corpo di vinti base triangolari equilatere, delequale tutti li lati sono eguali alli lati del penthagono, & il diametro di quello è la linea .n p. & di questi vinti triangoli dieci ne restano nel circuito sopra il cerchio, & cinque si elevano di sopra, y quali concorrano al ponto .n. & gli altri cinque restano sono sommersi di sotto dal cerchio, & vanno a terminare insieme al ponto .p.



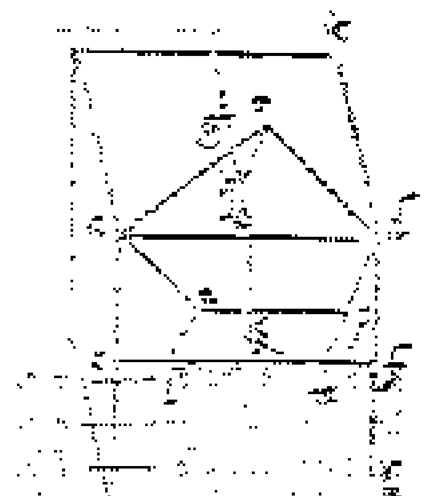
Questo tal corpo sara circonscrittibile dalla proposta sphera, che ha per diametro la linea a b. come che ordinatamente si dimostra sopra la decimasesta del decimoterzo libro di Euclide, & similmente si dimostra, che essendo il diametro della data sphera rationale in longhezza, over solamente in potentia, che necessariamente il lato di tal corpo sara irrationale, & sara quella linea chiamata linea menore, cioe se il diametro della sphera (che è la linea a b.) fusse dodici misure (per la regola pratticale data nella nona del sesto capo del secondo libro della quarta parte) si trovara il lato del detto corpo esser R v. (72 men R 1036 $\frac{4}{5}$, & perche 72 men R 1036 $\frac{4}{5}$ è il quarto residuo, conseguentemente la sua propria radice sara necessariamente la linea menore (come dimostra Euclide nella 94 del suo decimo libro) che cavando la radice di 72 men R 1036 $\frac{4}{5}$ (per la regola data nella seconda parte) trovaremo tal radice essere R v. (36 piu R 1036 $\frac{4}{5}$) men R v. (36 men R 1036 $\frac{4}{5}$, laqual quantita (se ben ti aricordi) è detta linea menore, ma a voler ben intendere questa fabricatione, & l'argumentatione bisogna star piu intento alle parole, che alla figura, vero è che facendo un modelletto di tal corpo secondo la regola pratticale posta nel seguente libro facilmente si apprendera il tutto.

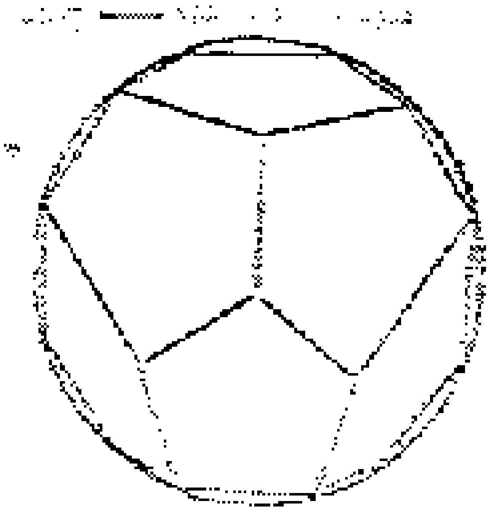
diametro della sphe. 12
lato del. 20. base. R v (36 piu R 1036 $\frac{4}{5}$) men R v (36. men R 1036 $\frac{4}{5}$ linea menore

Correlario.

Anchora da questa operatione è manifesto, che il diametro della sphera (cioe la linea a b.) è quintuplo in potentia al mezzo diametro del cerchio, che circonscrive il detto corpo di vinti base (cioe al mezzo diametro del cerchio .e f g h K.) perche il semidiametro di tal cerchio fu tolto eguale alla linea a d. & il quadrato della a b. è quintuplo al quadrato della detta a d. (per la seconda parte del correlario della ottava del sesto di Euclide, & per il correlario della decimaoctava del medesimo) perche anchora la a b. è quintupla alla a c.

5 Potremo costruere il corpo di dodici base penthagonali equilatere, & equiangole, circonscrittibile da una assignata sphera, che habbia il diametro rationale, & sara palese il lato del medesimo corpo esser quella linea irrationale, che è detta residuo. Essempi gratia sia il diametro della data sphera qual linea si voglia, volendo far el dodici base penthagonali equilatere, & equiangole da quella circonscrittibile, prima faremo il cubo da quella circonscrittibile, onde procedendo secondo la regola data nella seconda di questo capo) poneremo quello esser il cubo, delquale immaginiamo la superficie di sopra esser la a c. & una di quelle di lati esser la a b. & che la linea a d. sia il commun lato a queste due superficie. Hor divideremo li duoi lati oppositi, nella superficie a b. in due parti eguali, cioe il lato d b. in ponto f. & il lato a quel opposito in ponto e. & tiraremo la e f. Anchora divideremo il lato a d. & anchora quello, che gli e opposito nella superficie a c. in due parti eguali, & li ponti delle divisioni siano continuati co una linea retta, la mita della quale sia la g h. & sia il ponto h. il ponto medio della linea a d. similmente sia divisa la e f. in due parti eguali in ponto k. & sia tirata la h k. & fatte queste cose divideremo ciascaduna delle tre linee e k. k f. & g h. secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi nelli tre ponti l. m. q. talmente che le maggior parti di quelle siano. l k. k m. & g q. lequal parti è manifesto esser fra loro eguali, conciosia che le 3 linee divise sono eguali l'una q̃to dall' duoi ponti l. & m. elevaremo le perpendiculari alla superficie a b. delle quali l'una & l'altra saranno eguale alla linea k l. & siano l n. & m p. & similmente dal ponto q. tiraremo la q r. pur perpendicularmente alla superficie a c. & quella poneremo eguale alla g q. dapoi tiraremo le cinque linee a r. r d. n p. & p d. r. formando il penthagono a n p d r. il qual penthagono da Euclide nella decimasettima del suo decimoterzo libro, si dimostra esser equilatero, & equiangolo, & esser tutto in una superficie, & il lato a d. del cubo viene a esser la sua corda penthagonale, e per tanto se con tal regola, & con simil ragioni fabricaremo sopra ciaschaduno de gli altri lati del cubo uno penthagono equilatero, & equiangolo sara compito il detto corpo di dodici superficie, o vuoi dir di dodici base penthagonali equilatere, & equiangole, perche il cubo ha dodici lati, come è manifesto, & ciaschaduno di detti dodici lati in tal fabricatione venira a esser una corda sottotendente a uno de gli angoli del penthagono in ciascheduna di dette dodici base penthagonali. Et tal corpo sara circonscrittibile dalla medesima assignata sphera circonscrivente il detto cubo, & tutto questo dimostra Euclide nella di sopra alle-

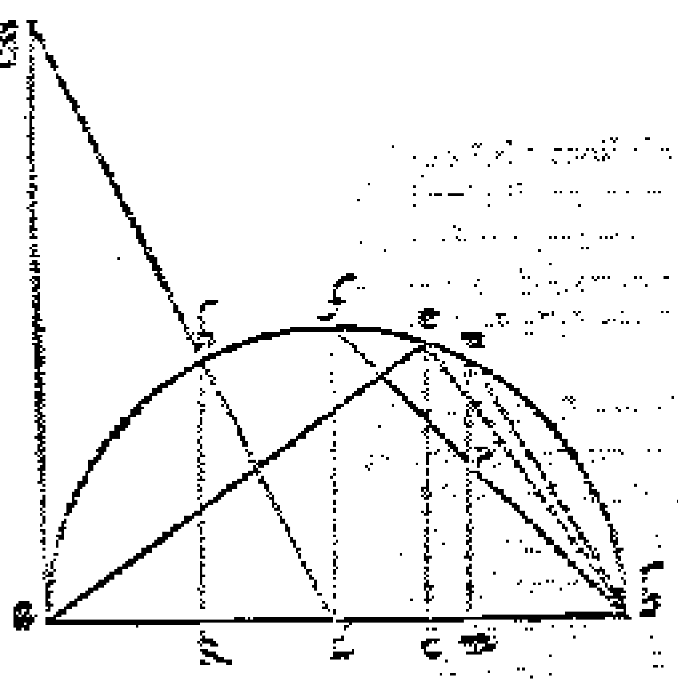




gura decimaseptima del suo decimoterzo libro, & anchora dimostra, che essendo il diametro della sphera rationale in longhezza, over solamente in potentia, che il lato del detto corpo di dodici base sara irrationale, & sara quella linea irrationale chiamata residuo, cioe se per caso il diametro della sphera fusse dodici misure. Egli e manifesto (per le regole date nella decimaseptima del sesto capo, & del secondo libro della quarta parte) che il lato del cubo da quella circonscritto sara ℞ 48. & tanto saria in questo caso il lato. a d. qual dividendolo secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi, trovaremo che la sua maggior parte sara ℞ 60 men radice 12. & tanto sara il lato del detto dodici base pentagonali circonscrittibile dalla data sphera il cui diametro e dodici, il qual lato si vede, che egli e un residuo, come che per il contrario si concluse.

6 Potremo trovare li lati di predetti cinque corpi regolari da una medesima sphera circonscrittibili, & compararli fra loro, dellaqual sphera solamente il diametro a noi sia proposto, cioe per la notitia sola di esso diametro potremo trovarli.

Essempi gratia sia il diametro di una data sphera la linea a b. hor volendo trovar li lati di precedenti cinque corpi regolari circonscrittibili dalla detta sphera, il cui diametro e la linea a b. prima divideremo il detto diametro a b. in ponto c. talmente che la parte a c. sia doppia alla c b. & lo divideremo anchora in due parti equali ponto d. & sopra la detta linea a b. faremo il mezzo circolo a f b. & dalli duoi ponti c. & d. tiraremo le due linee c e. & d f. perpendicolari alla linea a b. & dapoi congiongiremo il ponto e. con li duoi ponti a. & b. tirando le due linee e a. & e b. & similmente congiongiremo il ponto f. con il ponto b. cioe tiraremo la linea f b. Et fatto questo egli e manifesto dalla dimostratione, & operatione della prima del presente capo, che la linea a e. e il lato della figura del quattro base triangolari, & equilatere, & dalla dimostratione della seconda, che la linea e b. e il lato del cubo, & dalla dimostratione della terza, che la f b. e il lato della figura di otto base triangolari, & equilatere. Et per tanto dal ponto a. produremo la linea a g perpendicolare alla a b. & equale alla medesima a b. & tiraremo la linea g d. laqual segara la circonferentia del mezzo cerchio in ponto h. & dapoi tiraremo la linea h k. perpendicolare alla a b. onde tirando poi una linea dal ponto h. al ponto a. quella saria (come dimostra Euclide nella ultima del suo decimoterzo libro) equale al lato del vinti base triangolari equilatere, ma per compararli piu facilmente insieme, segnaremo il ponto m. tanto lontano dal centro d. quanto che e il ponto k. lontano dal medesimo centro d. & tiraremo la m n. perpendicolare alla a b. & cosi tiraremo la n b. quala (come dimostra Euclide nella detta ultima del suo decimoterzo libro) e equale al detto lato del corpo di vinti base triangolari equilatere, hor per trovare il lato del dodici base pentagonali, divideremo la linea e b. (che e il lato del cubo circonscrittibile dalla assignata sphera) secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi in ponto p. talmente che la p b. sia la sua maggior parte. Adunque egli e manifesto (per la dimostratione della precedente) che la detta maggior parte p b. e il lato della figura del dodici base. Et cosi habbiamo trovato li lati di precedenti cinque corpi, per mezzo del diametro della proposta sphera, delliquali il lato del quattro base e la linea a e. & del cubo la linea e b. & del otto base la linea f b. & del vinti base la linea n b. & del dodici base la linea p b. Oltra di questo Euclide dimostra qualmente il lato a e. e maggiore del lato f b. & il lato f b. e maggiore del lato e b. & il lato e b. e maggiore del n b. & il lato n b. esser maggiore del lato p b.



lato del 4. base — a e.
lato del cubo — e b.
lato del 8. base — f b.
lato del 20. base — n b.
lato del 12. base — p b.

Come non possino esser piu delli sopradetti cinque corpi regolari.

7 Conveniente cosa mi pare di dimostrare la causa, come che li corpi regolari, cioe di lati & base equilatere, & equiangole no possino esser piu di sopra narrati cinque. Dico adunque che alla constitutione di uno angolo solido vi e necessario almeno tre angoli piani (come dimostra Euclide nella vigesima prima del suo undecimo libro) perche di duoi angoli piani no si puo formare un angolo solido, & oltra di questo egli e necessario, che la summa di tutti quelli angoli, con liquali pretendemo di formare un angolo solido, sia men de di quattro angoli retti, & tutto questo dimostra Euclide nella detta vigesima prima del suo undecimo libro. Per che adunque li tre angoli di uno essagono equilatero, & equiangolo (per la 32 del primo di Euclide) sono equali a quattro angoli retti, non e possibile a poter (con

tre angoli

tre angoli del detto essagono) formare vno angolo solido, e pero non è possibile a poter formare vn corpo contenuto de piu base essagonale equilatere, & equiangole, ne manco è possibile a poterlo formare, che sia contenuto da base settagonale, ouer ottogonale, ouer de piu angoli, equilatere, & equiangole, per che li 3 angoli del settagono, ouer ottagono, ouer de piu angoli, sono maggiori de 4 angoli retti, (per la 32 del primo di Euclide) e pero (per la 21 del 11 di Euclide) e impossibile a formar vn angolo solido, e per tanto è impossibile a poter formare vn corpo contenuto da base settagonale, ouer ottagonale, ouer de piu angoli equilatere, & equiangole, Ma perche li 3 angoli del penthagono equilatero, & equiangolo, sono menori di 4 angoli retti e pero con li 3 angoli del detto penthagono si puo formare vn angolo solido, ma cō 4 ouer piu angoli del detto penthagono non e possibile di formare angolo solido, E pero solamente vn corpo contenuto da base penthagonale equilatere, & equiangole si puo formare, il quale è quello che è detto il corpo de 12 base penthagonale, nel quale li angoli di penthagoni a 3 a 3 formano tutti li angoli solidi di tal corpo. Similmente perche li 3 angoli di vn quadrato sono menori di quattro angoli retti, si puo formare vn angolo solido, Ma nō gia con li quattro angoli ouer piu del detto quadrato e possibile di formare angolo solido, perche li detti quattro angoli del quadrato sono precisamente equali a quattro angoli retti, & li piu de quattro faranno anchora piu di quattro angoli retti, E per tanto vn sol corpo si puo formare che sia contenuto da base quadrate, & questo è quello che di sopra hauemo chiamato cubo contenuto da 6 superficie quadrate, E perche li sei angoli delli triangoli equilateri son precisamente equali a 4 angoli retti (per la detta 32 del primo di Euclide,) E per tanto con 6 angoli del triangolo equilatero, ouer con piu de 6 non è possibile di formar angolo solido, ma con men da 6 bene è possibile di formar vn angolo solido, cioe con cinque & con quattro & con tre angoli del detto triangolo equilatero si puo formar vn angolo solido, perche in ogni positione sono menori de quattro angoli retti, & questa è la causa che si puo formare tre specie de corpi contenuti da base triangolari equilatere, l'uno di quali è di 4 base, cioe la pyramide di quattro base triangolari equilatere, della quale ogni suo angolo solido e contenuto da tre angoli piani del triangolo equilatero. L'altro è il corpo de otto base triangolari equilatere, del quale ogni suo angolo solido e contenuto da quattro angoli piani del triangolo equilatero, L'altro è il corpo de 20 base triangolari equilatere, del qual corpo ogni suo angolo solido e contenuto da cinque angoli piani del triangolo equilatero, & perche de 6 angoli piani del detto triangolo equilatero (come di sopra è stato detto) non si puo formar angolo solido, per esser equali a quattro angoli retti e pero seguita li corpi regolari cioe de base equilatere, & equiangole esser impossibile esser piu di detti cinque. E pero il diuin Platone meritamēte nel suo timeo li detti cinque corpi regolari attribui per figura alli cinque corpi simplici, (come in altro luoco habbiamo detto) cioe terra, acqua, aria, fuoco, & quinta essentia.

Della forma, & dispositioni delle superficie, lati, angoli, si piani,
come solidi contenuti li sopra detti cinque corpi regolari.

IL corpo di quattro base, è formato da quattro base triangolari equilatere, & da 6 linee, ouer lati, & da 12 angoli piani, & da quattro angoli solidi.

Il cubo è formato da 6 base quadrate, & da 12 linee, ouer lati, & da 24 angoli piani, & da otto angoli solidi.

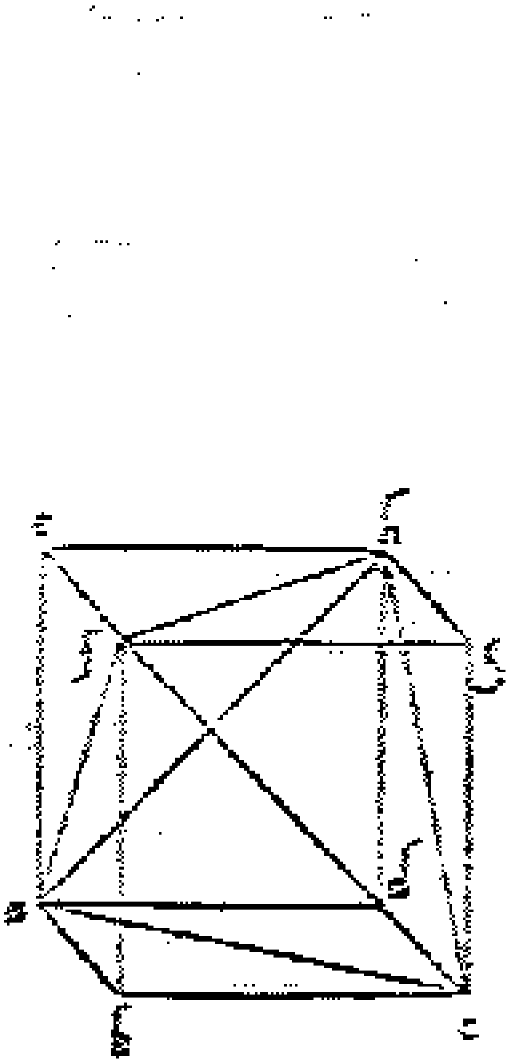
L'otto base è formato da otto base triangolari equilateri, & da dodici linee ouer lati, & da 24 angoli piani, & da 6 angoli solidi.

Il 20 base è formato da 20 base triangolari equilatere, & da 30 linee, ouer lati equali, & da 60 angoli piani, & da dodici angoli solidi.

Il 12 base è formato da 12 base penthagonale equilatere, & equiangole, & da 30 linee, ouer lati equali, & da 60 angoli piani, & da 20 angoli solidi.

Il modo ouer regola de risoluere geometricamente li dodici problemi
del 15 di Euclide, che sono la inscrittion di cinque corpi regolari l'uno in l'altro con due altre inscrittioni dal presente Autore ritrouate, che dal campano & altri erano state giudicate impossibile. Cap. IIII.

A Voler ben intendere le seguente inscrittioni di cinque corpi regolari l'uno in l'altro & l'altro in l'uno, bisogna hauer li modelli materialmente fatti di detti cinque corpi, & sopra de quelli con diligentia considerare quello che nelle seguente propositioni si narra.



1 Dentro a uno proposito cubo potemo inscrivere il corpo di .4. base triangulari equilatere. Sia essempi gratia il cubo, del quale la sua basa sia il quadrato a b c d. & la suprema superficie sia il quadrato. e f g h. volendo in tal cubo inscrivere il detto corpo di .4. base, in la detta basa, & in la superficie suprema di quello tiraremo li duoi diametri, de quali l'uno contingi le due estremita infime di duoi lati perpendiculari, & l'altro contingi le supreme delli altri duoi, & l'uno de questi sia il diametro. a c. & l'altro sia il diametro h f. & fatto questo, dalli duoi ponti h. & f. che terminano lo diametro della superficie suprema tiraremo, ypotheticamente duoi, & duoi diametri, che dividano le .4. superficie laterale, delli quali li duoi siano h a. & h c. & li altri duoi siano f a. & f c. & fatto questo, in atto over confusamente vedaremo dalle .6. linee diagonale, che dividono le .6. superficie del cubo, esser perfettamente fatta la piramide di .4. base triangolare, la quale per la diffinitione e manifesto esser inscritta nel detto cubo, & le base di quella esser equilatere, impero che, (per la quarta propositione del primo di Euclide) tutte quelle .6. diagonale sono fra loro equale che e il proposito.

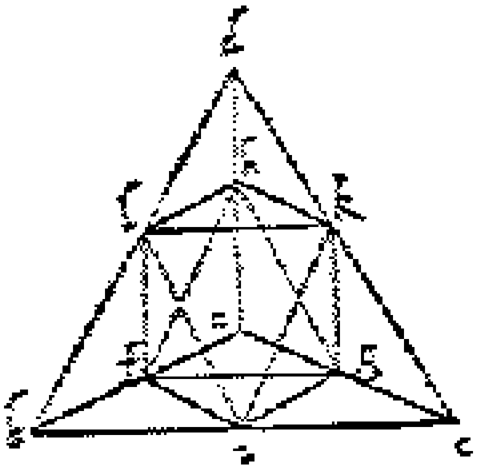
2 Dentro a un dato corpo di .4. base triangolari equilatere potemo describere un corpo di .8. base triangolari equilatere. Essempi gratia sia il detto dato corpo di .4. base triangolari equilatere. a b c d. volendo in tal corpo includere, il corpo di .8. base dividaremo ciascaduno di .6. lati di tal piramide in due parti equali, cioe a b in ponto. e. & a c in ponto. g. & a d in ponto. h. & b c in ponto. f. & c d. in ponto. k. & b d. in ponto. l. & fatto questo, continuaremo li detti ponti di mezo di ciascaduno di detti lati, con li ponti di mezo di ciascaduno delli altri duoi lati con li quali esso contien angolo superficiale, cioe continuaremo il ponto. e. col ponto. g. & con. h. & con. f. & con. l. & similmente il ponto. k. con li medesimi g h f l. & cosi con il ponto. g. con. h. f. l. & fatto questo vedaremo il perfetto corpo de .8. base triangolare contenuto da quelle .12. linee che congiongeno li detti ponti di mezo di lati della data piramide & queste .8. base (per la quarta propositione del primo di Euclide repetita quatre volte bisognando) e manifesto esser equilatere, anchora e manifesto (per la diffinitione esser inscritto nella proposta piramide il come fu proposito di fare.

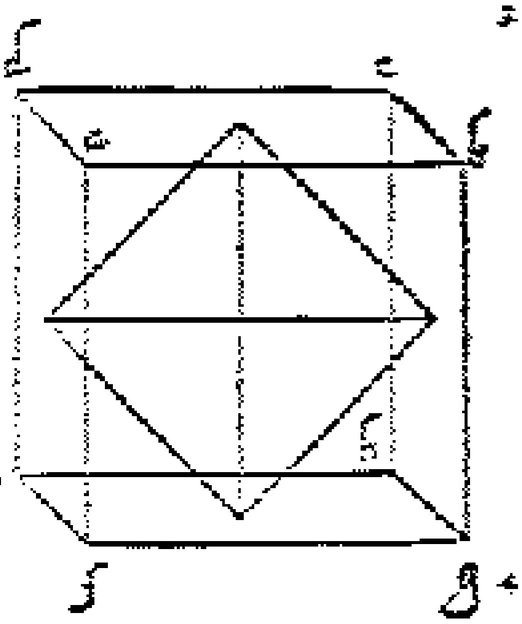
3 Dentro a uno assignato cubo potemo costituire il corpo di .8. base triangolari equilatere. Sia essempi gratia il dato cubo a b c d. & e f g h i. volendo in quel formare il detto corpo de .8. base, primamente inscriveremo in quello (secondo la regola data nella prima di questo) la pyramide di .4. base triangolari equilatere & da poi dentro di tal pyramide (per la precedente) inscriveremo il detto .8. base, & fatto questo, sara anchora inscritto quello che volemo, per che (per l'argumentatione della prima di questo capo) tutti li lati di essa pyramide inscritta e manifesto esser diagonali delle base del cubo, & per l'argumentatione della precedente, e manifesto tutti li .6. angoli del .8. base esistenti in essa pyramide esser nelli ponti di mezo di lati di essa pyramide, Per la qual cosa e manifesto tutte le ponte di tutti .6. angoli solidi di tal otto base esser nelli centri delle .6. base del proposito cubo, come nella figura appare, nella qual non ho voluto inscriverli altramente il .4. base per non la offuscare & per mostrare, che tal inscritto ne se puo fare anchora senza inscriverli il detto .4. base trovando li centri delle .6. base del cubo, & quelli continuar con .12. linee rette le quale formano li .12. lati di tal .8. base, che e quel che e proposito.

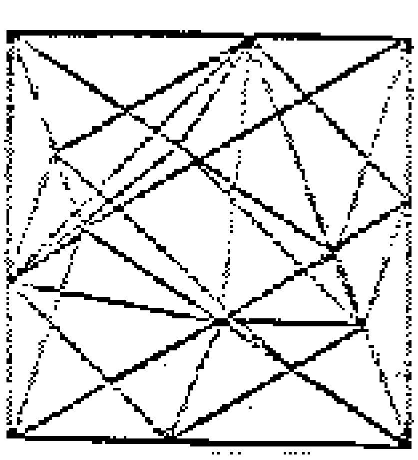
4 Dentro a un dato corpo di .8. base triangolari, & equilateri potimo fabricar un cubo, Et per essequir tal problema secondo la regola data da Euclide bisogna che trovamo li centri di quelli .8. triangoli che circondano il detto corpo per la quinta del quarto di Euclide) & da poi che haueremo trovati quelli, li continuaremo con .12. linee in questo modo, che il centro di ciaschun de quelli triangoli lo coppularemo per linee rette con il centro di quelli tri triangoli, che terminano alli lati di quello, Ma la figura di questo problema non e molto atta de depingere chiaramente in piano, & pero bisogna haver un modello materiale dil detto corpo de .8. base, over che bisogna vedere con l'occhio della mente quello, che con parole dicemo, & partendo poi quel tal in atto, over in opera, il che facendo vedaremo le .12. linee, che in tal modo continuano li centri di questi triangoli con tener un cubo, come che speculativamente dimostra Euclide sopra la .4. propositione del suo .15. libro.

La sopra scritta inscrittione del cubo nel .8. base, secondo la regola di Euclide pareria oppositione, per che il cubo inscritto secondo tal regola non saria il maggiore, che inscriver si puo in tal corpo de otto base, & in tal sorte de problemi a me mi pare, che sempre se intenda, & si debba intendere il maggiore che capir vi possa, Hor per inscriverui il detto maggiore che capir vi possa dividaremo ciascuno di quattro lati superiori del detto .8. base, & similmente ciascuno di quattro lati di sotto in due tai parti inequali, talmente che la parte maggiore sia doppia in potentia alla minore, & che le parti maggiori delli lati superiori vadino

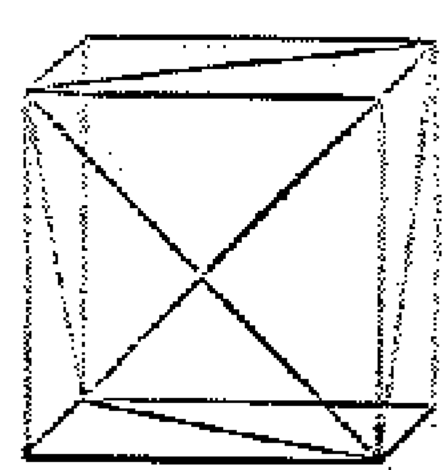
verso



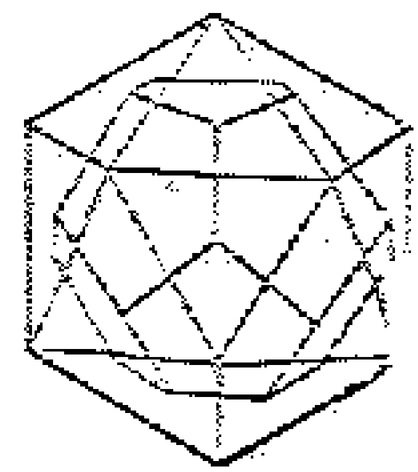




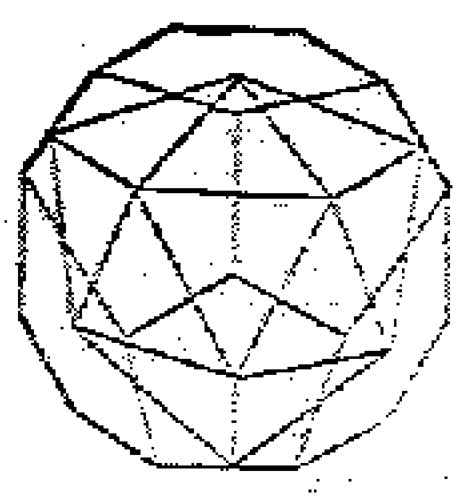
verso il ponto, over angolo solido supremo del detto .8. base, & li ponti maggiori delli lati di sotto restino verso il ponto, over angolo solido sotto giacente del detto otto base, fatto questo congiongiremo ciascaduno delli ponti superiori con il suo opposito delli inferiori con vna linea retta, & da poi congiongiremo anchora cadauno di detti quattro ponti superiori con il ponto che gli dalla destra, & anchora con quello che gli dalla sinistra nella parte superiore, & fatto questo, congiongiremo similmente quelli quattro della parte inferiore & cosi trouaremo che le dette dodici linee congiongenti li detti ponti, hauerano formato vn cubo, il che hauendo tal corpo di otto base materialmente fatto sara cosa facile a dimostrare che lo incluso corpo sia cubo, & che sia anchora maggiore di quello inscritto secondo la regola data da Euclide di sopra adduta che è il proposito.

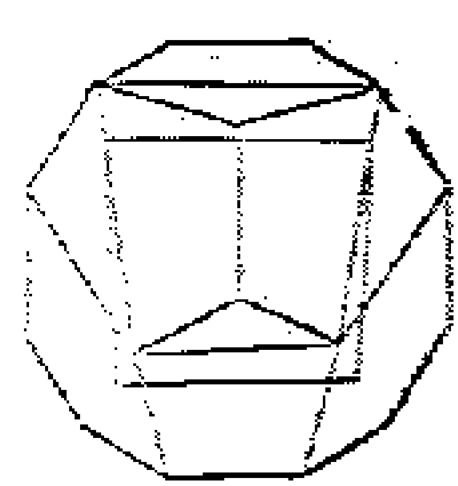


5 IN vno dato corpo di 8. base triangolari, & equilatere, gli potemo inscriuere vna pyramide di quattro base triangolari equilatere, & per far questo nel detto corpo di 8. base (secondo li precetti della precedente) inscriueremo vn cubo, & in el detto cubo inscritto inscriueremo la pyramide di quattro base che si propone (secondo la regola data nella prima di questo capo) & haueremo risolto il problema, perche li angoli di questa piramide se appoggiano nelli angoli del cubo, (si come nella detta prima di questo capo si manifesta) e pero tutti li angoli viengono a appoggiarse nella superficie del detto otto base, al qual proponemo de inscriuere, onde per la diffinitione è manifesto il proposito.

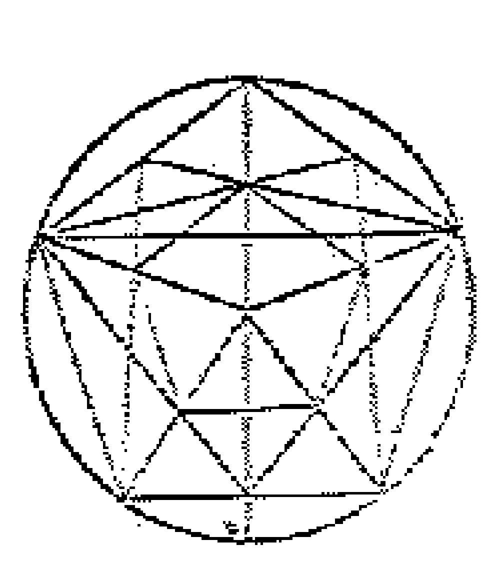


6 DEntro a vno dato corpo di vinti base equilatere si puo componere singularmente vn corpo di dodici base penthagonali di lati & angoli eguali, & per risoluere tal problema egli è manifesto li vinti triangoli del detto corpo hauer sessanta angoli superficiali & per che alla costitutione di cadauno angolo solido del detto 20. base, gli concorreno cinque angoli superficiali, si come si manifesta nella formatione di quello, e pero è manifesto tal corpo esser formato da dodici angoli solidi (come nella vltima del precedente capo fu determinato), & per tanto trouaremo li centri di tutti li detti vinti triangoli & quelli tal centri continuaremo con trenta linee rette, cioe congiongiremo cadaun centro con linee rette con tutti quelli centri, che gli sono intorno con li quali communica il lato, & cosi quando hauerremo fatto questo vederemo da quelle trenta linee esser costituito dodici pentagoni oppositi alli dodici angoli solidi del detto 20. base & tutti li detti dodici sopra la sesta del 15. libro di Euclide se dimostra esser equilateri, & equiangoli, e pero hauerremo il proposito.



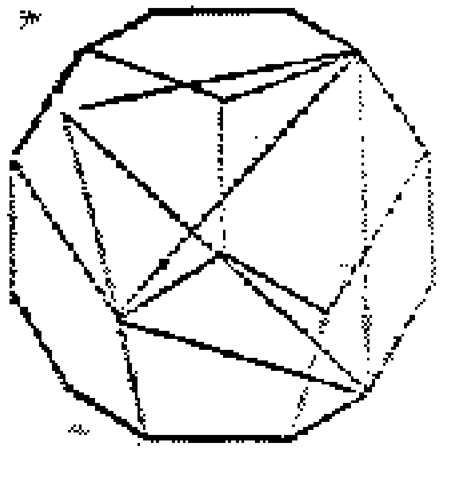


7 SE in vno proposito corpo di dodici base penthagonale equilatere, & equiangole voremo formare il vinti base, trouaremo il centro delli sui dodici penthagoni, che lo compongano, & quelli con trenta linee fra loro congiongiremo, le quai trenta linee in quello causarano 20. triangoli & 12. angoli solidi ogniuno costituito da cinque angoli superficiali di detti triangoli, delli quali le lor ponte terminarano nelli detti dodici centri di pentagoni, & similmente queste tai trenta linee componerano il detto corpo de vinti base, & quelle tai linee hauendo il detto dodici base materialmente fatto facilmente si dimostrara esser eguali che sara il proposito.



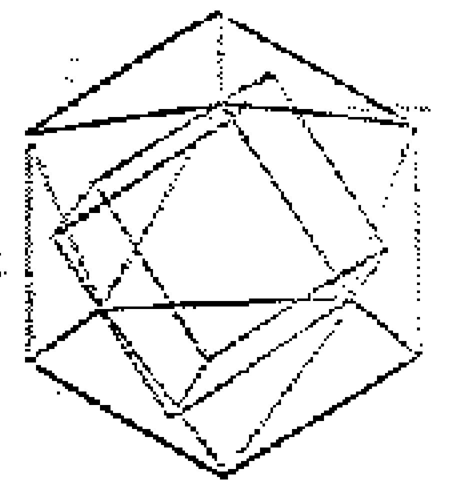
8 SImilmente volendo in vno proposito corpo di dodici base penthagonale, equilatere, & equiangoli fabricar vn cubo, tal problema facilmente potremo esseguire, con ciosia che il detto dodici base se formi sopra li dodici lati del cubo (come se manifesta nella costrution di quello) e per tanto se a ciascaduna delle sue dodici base pentagonale (secondo l'ordine della sua costruttione) tiraremo dodici corde penthagonale senza dubbio trouaremo hauer formato 6. superficie quadrangole equilatere formante il detto cubo & ciascaduna di quelle sara opposita dui angoli solidi del detto dodici base, & il tutto se dimostra nella ottaua del 15. di Euclide.

9 VOlendo anchora nel corpo di dodici base penthagonale formare il corpo di otto base triangolari equilatere prima inscriueremo il cubo, secondo la regola data nella precedente, fatto questo ciascaduno di quelli 6. lati del dodici base, che sopra stanno alli 6. superficie dello inscritto cubo diuideremo in due parti eguali, & quelli 6. ponti medii continuaremo fra loro con dodici linee rette, le quale veniranno a causare 6. angoli solidi, contenuti ciascaduno de loro da quattro angoli superficiali, delli otto triangoli del detto 8 base inscritto, & tutto questo se dimostra nella 9. del 15. di Euclide.

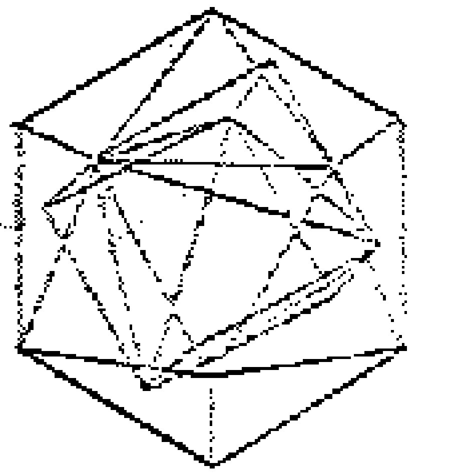


10 Nelhora volendo nel corpo di dodici base pentagonali equilatere, & equiangole formare il corpo di quattro base triangolari equilatere, prima inscriueremo in quello (per la ottaua) vn cubo, & dapoi nel detto cubo inscriueremo (per la prima di questo capo) la detta piramide di quattro base triangolari equilatere, & fatto questo apparera chiaramente il nostro proposito concluso, perche li quattro angoli solidi di quattro base si appoggiano a quattro angoli solidi del cubo, & tutti gli angoli solidi del cubo si posano ne gli angoli solidi del detto dodici base penthagonali, e pero seguira il proposito, qual hauendo vn modello materiale del detto dodici base sensibilmente si apprendera il tutto.

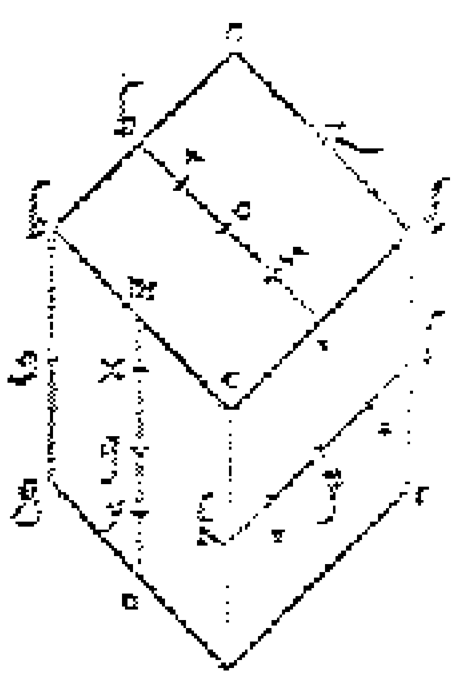
11 In vno proposito corpo di vinti base triangolari, & equilatere, volendo fabricar vn cubo, prima inscriueremo nel detto vinti base vn dodici base (secondo la regola data nella sesta di questo capo) & dapoi nel detto dodici base, formaremo (per la ottaua) vn cubo, il qual cubo (per le ragioni addutte nella sesta) è manifesto, che tutti gli angoli solidi del dodici base cascano sopra li centri delli vinti triangoli del vinti base, & gli angoli solidi del cubo sono ne gli angoli del dodici base, e per tanto gli angoli del cubo vengono a essere nelli centri delle base del detto corpo di vinti base, e pero seguira il proposito.



12 In vno dato corpo di vinti base, volendoui constituire la piramide di quattro base triangolari equilatere, prima (per la precedente) vi inscriueremo vn cubo, & nel detto cubo (per la prima di questo) formaremo la piramide, & fatto questo non si hara da dubitare, che noi non habbiamo satisfatto al proposito, & questa è la duodecima, & vltima delle inscrittioni date da Euclide nel decimoquinto libro di corpi regolari. Et quantunque Euclide non habbia a noi assignato, saluo che le sopradette dodici inscrittioni, & conseguentemente alla sopradetta duodecima si affermi (con varie ragioni) non potere esser piu di dette dodici. Nondimeno due altre ne ho ritrouate (come che in fine di Euclide da me tradutto appare.) La prima è a descriuere in vno proposito cubo, il corpo di vinti base. La seconda è a inscriuere nel vinti base il corpo di otto base, laqual inscrittione dal Campano è al sommamente negata (come che in esso Euclide appare) laqual sua openione da frate Luca è sta confirmata, hor venendo alla prima, dico.



13 In vno proposito cubo egliè possibile a constituire vno corpo di vinti triangoli equilateri. Sia essempi gratia il cubo a f. nelquale volendo inscriuere il corpo di vinti base, diuideremo li duoi lati a b. & c d. (della superficie superiore) in due parti equali, nelli duoi ponti h. & i. il medesimo faremo de gli altri duoi lati a quelli oppositi, & equidistanti della superficie sottogiacente, qual è la basa del detto cubo, & quelli congiongiremo con due linee rette, l'una dellequali è la linea h i. & l'altra a lei equidistante vien a restar occulta, & coperta dal cubo. Fatto questo diuideremo anchora li duoi lati d e. & c f. & similmente gli altri duoi a quelli oppositi, & equidistanti pur in due parti equali, & li congiongiremo pur medesimamente con due linee rette, dellequali l'una sia la linea K L. l'altra vien a restar occultata dal detto cubo. Similmente faremo delli duoi lati b c. & g f. tirando la linea m n. & il medesimo faremo nella superficie a quella opposita, laqual superficie è occultata dal cubo, per esser di dietro a quello, fatto questo diuideremo ciascheduna delle tre linee h i. K L. & m n. in due parti equali nelli ponti o. p. q. il medesimo faremo delle altre tre occulte, a quelle opposite, & ciascheduna di queste mita diuideremo secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, nelli ponti r s t u x y. talmente che la maggior parte di ciascheduna di quelle siano verso il ponto medio, cioe che la maggior parte della h o. sia la r o. & della o i. sia la o s. & cosi sia il medesimo delle altre tre, che sono occulte, & fatto questo congiongiremo ciascheduno di questi ponti diuidenti con ciascheduno di circostanti con linee rette, cioe dal ponto s. tiraremo quattro linee, la prima sara dal s. al x. la seconda dal s. al t. la terza dal s. al u. la quarta sara dal s. al ponto occulto della linea, che termina nel ponto x. & il medesimo faremo con il ponto r. cioe tiraremo le linee r x. r t. & r u. al ponto della linea occulta, qual termina nel ponto y. & cosi procederemo in tutti gli altri, lequal linee non le ho volute tirare, perche causariano confusione, ma immaginaremo, che siano tirate, & facendo questo con l'occhio mentale si vedera inscritto nel detto cubo vna figura corporea contenuta da vinti triangoli, dellequali vno ne sara sotto a ciascheduno di lati del cubo. Essempi gratia il triangolo u t y. sottogiace al lato c f. & il triangolo s t u. sottogiace al lato c d. & cosi si trouara sotto a ciascheduno de gli altri lati, & per esser li lati del cubo 12. seguita adunque che li triangoli sotto giacenti alli lati del cubo esser 12. gli altri 8. (che manca andar a 20.) sotto giaceno a gli otto angoli solidi del detto cubo, l'uno di quali sara il triangolo s x t. & cosi si trouara sotto giacere a ciascheduno de gli altri angoli solidi del detto cubo. Adunque lo inscritto corpo sara contenuto da vinti triangoli



goli. Hor resta a dimostrar, che siano equilateri, laqual cosa facilmente si dimostra in questo modo. Immaginiamo che sia tirata vna linea dal ponto .t. al ponto .i. laquale (per la seconda diffinitione del .11. di Euclide) contenira angolo retto con la linea .s i. (per esser la .s i. perpendicolare alla superficie .d f.) adunque il quadrato della .f t. (lato del triangolo dello inscritto corpo) sara eguale (per la penultima del primo di Euclide) alli duoi quadrati delle due linee .t i. & .s i. & perche la detta linea .t i. e eguale alla linea, che fusse tirata dal .u. al .i. il che si manifesta (per la quarta del primo di Euclide) tirando vna linea dal .i. al .p. Seguita adunque (per commune scientia) che le due linee .f t. & .f u. (lati del triangolo) esser fra loro eguali. Et perche il quadrato della linea .f t. e eguale alli duoi quadrati delle due linee .t i. & .s i. & il quadrato della .t i. (per la penultima del primo di Euclide) e eguale alli duoi quadrati delle due linee .t p. & .p i. seguita che il quadrato della .t f. sia eguale alli tre quadrati delle tre linee .f i. t p. & .p i. & perche la .p i. e eguale alla .p K. (diuisa) & la .p t. e la maggior parte di quella, & la .f i. e eguale alla menor parte, & perche il quadrato di tutta la .p K. ouer .p i. insieme con il quadrato della .f i. (sua menor parte) e treppio (per la quinta del decimoterzo di Euclide) al quadrato della .t p. (sua maggior parte) giontoui a tal summa il quadrato della detta .t p. (sua maggior parte) tal summa di detti tre quadrati sara quadrupla al quadrato della detta .t p. (maggior parte) adunque (per commune scientia) la linea .t f. (lato del triangolo) sara quadrupla in potentia alla .t p. Et perche anchor tutta la .t u. (per la quarta del secondo di Euclide) e medesimamente quadrupla in potentia alla medesima .t p. seguita (per commune scientia) la .t f. esser eguale alla .t u. & di sopra fu dimostrato, che la .f t. era eguale alla .f u. adunque il triangolo .f t u. sara equilatero, & per il medesimo modo si dimostrara di tutti gli altri, che sono sotto a ciascun de gli altri lati del detto cubo, & perche li lati di quelli otto triangoli, che sono sotto a gli angoli del cubo, sono communi con quelli, che stanno sotto alli lati, seguita che anchora loro siano equilateri, che e il proposito, & questa inscrittione fu da me trouata alli 21 di decembre (che fu il giorno di san Tomaso 1532 in Venetia) con laqual inscrittione il giorno seguente trouai l'altra seconda, cioe che.

14 E possibile in vn corpo di vinti base a inscriuere il corpo di otto base. Perche egli e manifesto (per il conuerso della inscrittione di sopra adutta) esser possibile di circonscriuere vn cubo a ogni proposto corpo di vinti base, nelqual mediante si inscriuera il detto otto base, questo medesimo, che di sopra fu inscritto nel cubo, cetra del quale immaginaremo, che gli sia circonscritto il medesimo cubo .a f. Et perche in ciaschaduna delle sei superficie del detto cubo vi sta riposto vno lato del detto corpo di vinti base, deliquali l'vno n'e la linea .t f. della figura precedente, l'altro .i x y. l'altro .i i a. u. gli altri sono a questi tre opposti, & perche li ponti .o. q. p. & similmente gli altri tre a quelli opposti diuidono ciaschaduno di detti lati in due parti eguali, & sono anchora centri delle medesime superficie del cubo, congiongendo adunque ciaschaduno di detti centri con ciaschaduno di quattro circostanti, con linee rette (come si fece nella terza, cioe nella inscrittione del otto base nel cubo, per il secondo modo detto in fine della detta terza) & si manifestara il proposito, cioe che il corpo di otto base che sara inscritto nel detto cubo sara medesimamente inscritto nel vinti base, & perche il lato del cubo (detto di sopra) e eguale a tutta linea .l K. & la detta .l K. e doppia alla .p K. (diuisa) diuidendo adunque la detta .l K. ouero il lato del cubo, secondo la medesima proportione hauente il mezo, & duoi estremi, la sua maggior parte sara medesimamente doppia alla .p t. & perche il lato del vinti base inscritto (cioe la .t u.) e anchora doppio alla medesima .t p. ne seguita lo sottoscritto correlario.

Correlario.

Dalle cose dimostrate si manifesta, che diuiso il lato del cubo secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, la sua maggior parte sara eguale al lato di vinti base inscritto nel medesimo cubo.

Anchora perche nella costruttione del corpo di dodici base penthagonali fu fatto manifesto, che la corda penthagonica di vna delle dodici base di tal corpo era eguale al lato del cubo inscritto nel detto corpo di dodici base, & perche a diuider la detta corda penthagonica secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, la sua maggior parte e sempre eguale al lato del penthagono seguita quest'altro sottoscritto correlario.

Correlario.

Anchora dalle cose dimostrate nella costruttione del dodici base si manifesta, che diuidendo il lato del cubo secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi, la sua maggior parte sara sempre eguale al lato del 12. base circonscritto al detto cubo, & per il precedente correlario e manifesto anchora che tal maggior parte e eguale al lato del 20. base inscritto nel detto cubo, e pero il lato del corpo di 12. base circonscritto a un cubo e sempre eguale al lato del 20. base inscritto nel medesimo cubo.

Da questa nostra inventione si puo formare de sottilissime questioni con numeri.

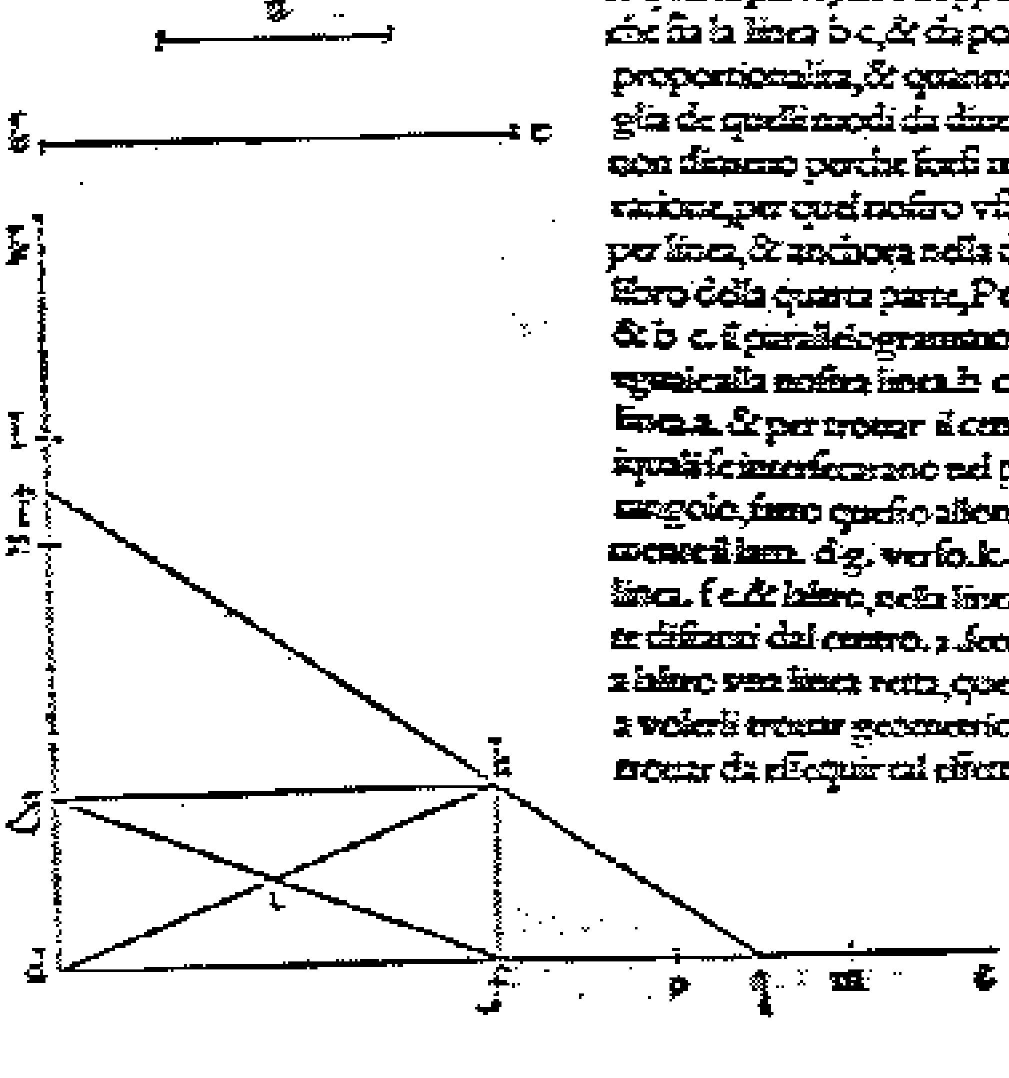
15 IN qual si voglia di cinque corpi regolari egli e possibile de descriverui la sphera, essempi gratia, nel terzo capo fu fatto manifesto, qualmente ciascaduno di sopradetti 5. corpi esser inscrittibile nella sphera, hora mostraremo il contrario, cioe che in ciascaduno de quelli potemo inscrivere la sphera, & per far questo, protraremo mentalmente dal centro della circonscritta sphera una perpendicolare a tutte le base di qual si voglia de quelli, le qual perpendicolari caderanno necessariamente nelli centri di quelli cerchii che circonscriveranno esse base, & conciosia che tutti li cerchii che circonscriveranno quelle siano eguali, Anchora le dette perpendicolari saranno eguali, adunque se sopra il centro della sphera (che circonscrive) descriveremo un cerchio secondo la quantita di una di quelle, & lamita di tal cerchio circonduceremo, per fin a tanto, che quel ritorni al luoco dove cominciassimo a circondurlo, Et per che quello necessariamente transita per le stremita di tutte le dette perpendicolari, e per tanto la sphera descritta dalla circonvolutione di tal mezzo cerchio per la 16. del terzo di Euclide toccara tutte le base del assignato corpo in quelli ponti dove cadeno le sopra dette perpendicolari, perche la sphera non puo toccar piu delle base di quel corpo, di quello che tocca il mezzo cerchio circondutto, per la qual cosa e manifesto il proposito.

Il modo di saper risolvere manualmente con il compasso, & rega varij problemi non posti da Euclide. Cap. V.

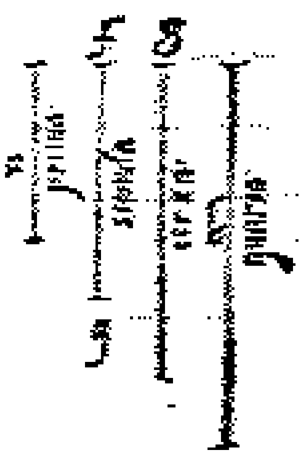
Come se multiplica over cresce un corpo in la propria forma.

ANchor che sopra la quinta del sesto capo del primo libro della quarta parte se mostrasse il modo, over regola di multiplicar il cubo sotto brevita, non dimeno in questo luoco intendo di mostrare a multiplicare generalmente ogni corpo regolare, & altri.

1 Dico adunque che egli e possibile di dupplicare qual si voglia corpo regolare del quale solamente ne sia proposto il lato di quello essempi gratia sia la linea a. il lato de qual si voglia di cinque corpi regolari, volendo trovare il lato di uno altro simile, che gli sia doppio di quantita corporea, in questa procederemo, precisamente, come fu fatto nella dupplicatione del cubo, sopra la detta 5. del sesto capo, del primo libro della quarta parte) cioe dupplicaremo la detta linea. a. il qual dupplicamento ponemo, che sia la linea b c, & da poi fra queste due linea. a. & b c. trovaremo due medie in continua proportionalita, & quantunque tal problema lo potessimo essequire, per qual si voglia de quelli modi da diversi philosophi investigati registrati nel 11. capo del 1. libro non dimeno perche forsi tu li hai scordati te voglio replicare particolarmente tal operatione, per quel nostro ultimo modo, che fu addutto nella estratione della radice cuba per linea, & anchora nella detta dupplicatione del cubo nel detto sesto capo del primo libro della quarta parte, Per essequire adunque tal effetto, faremo di dette due linea. a. & b c. il parallelogrammo rettangolo. d f g h. talmente che la sua longhezza d f. sia equivalente alla nostra linea b c. & che la sua larghezza g d. over. f h. sia eguale alla nostra linea. a. & per trovar il centro di tal rettangolo tiraremo li dui diametri. g f. & d h. li quali se interseccaranno nel ponto. l. & il detto ponto. l. venira a esser il centro di tal rettangolo, fatto questo allongaremo il lato d f. verso. e. de indefinita quantita, & similmente il lato. d g. verso. k. & fatto questo, cercaremo di trovar dui ponti luno nella linea. f e. & laltro, nella linea. g k. di tal conditione, prima che ambidui siano egualmente distanti dal centro. l. secondariamente, che siano talmente situati, che tirando da luno a laltro una linea retta, quella transita precisamente. per il ponto. h. liquali dui ponti a volerli trovar geometricamente, cioe con modi demostrativi, sin hora non si e potuto trovar da essequir tal effetto, ma solamente a tastone, come costumano li naturali, (come piu volte e stato detto) cioe pigliando il compasso, & facendo centro il ponto. l. & con laltro piede mobile di tal compasso, cercar di signar un ponto sopra la linea g k. & un altro senza variar la prima sopra la linea. f e. li quali dui ponti siano di tal qualita (come di sopra e stato detto) che



che tirando vna linea retta da l'uno a l'altro, quella transisca precisamente per il ponto detto h. & per trouar questi duoi ponti bisogna procedere (come detto) a tastone, cioe sperimentar con diuerse apperture il compasso, hor stringendolo hora allargandolo secondo il bisogno per fin a tanto che tirando la detta linea da l'uno a l'altro, quella transisca precisamente per il detto ponto h. Hor poniamo che li duoi primi ponti siano n. & o. ma perche tirando la detta linea retta (senza colore) dal n. al o. quella transirebbe piu di sotto dal detto ponto h. e pero allargaremo alquanto il nostro compasso, & figuraremo gli altri duoi l. & m. ma perche tirādo la detta linea (non apparente) dal detto ponto l. al ponto m. quella transirebbe alquanto di sopra dal detto ponto h. e pero stringeremo alquanto il detto nostro compasso & figuraremo duoi altri ponti quali siano p. & q. & perche a tirar la detta linea non apparente dal detto ponto p. al ponto q. quella transita precisamēte per il detto ponto h. la tiraremo adunque con inchiostro, come sensibelmente si vede, hor fatto questo dico le due linee g p. & f q. esser le ricercate linee medie in continua proportionalita fra le due a. & b. e o p. dir meglio fra le due d f. & f h. a quelle eguali, Ma pche questo fu dimostrato sopra la estrattione della radice cuba, & anchora sopra la duplicatione del cubo nō voglio star a replicar tal demostratione, ma mi e parso di replicar quiui la operatione p esser piu facil conditione hauer p quello che sia da trattare, anchor che alli acuti ingegni parera esser cosa superflua, tal mia replicatione, ma il tutto ho fatto p quelli, che hāno poca memoria.

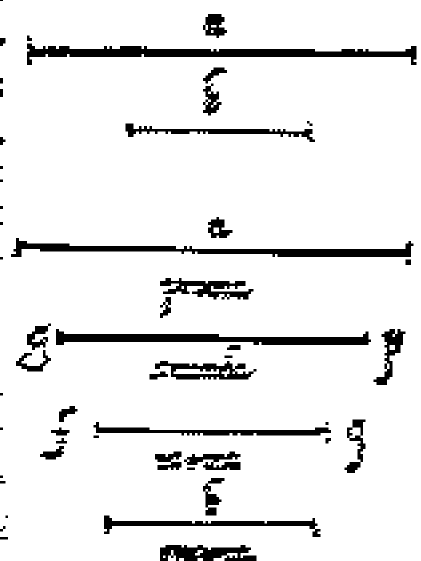


Hor per venir alla conclusione di questa nostra operatione, dico che la linea f q. (consequente alla prima) sara il lato del ricercato corpo regolare, doppio al proposito corpo del quale la linea a. e il suo lato, cioe se la linea a. sara lato d'un corpo di. 4. base triangolari equilatere, Fabricando vn'altro corpo simile, cioe di. 4. base, talmente che il lato di quello sia eguale alla detta linea. f q. tal corpo sara doppio al primo & questo che hauemo detto del corpo di. 4. base, seguira in qual si voglia delli altri corpi regolari simili & la demostratione di tal conclusione si fa secondo che fu fatta quella del cubo sopra la. 5. del. 4. capo del primo libro della quarta parte, cioe per la 11. diffinitione del. 5. & per il corrolario della 14. del 12. di Euclide, che in sostantia inferisce, che essendo quattro linee continue proportionali la proportione della prima alla. 4. sara si come quella del solido descritto sopra della prima al solido simile, descritto sopra alla seconda & similmente essendo tutti duoi cauati da due simile sphere, perche adunque la proportione della prima linea, la quale e la a. alla. 4. la qual e la b. e. e subdupla, seguita che il corpo descritto sopra la detta linea a. prima, sia subdoppio al corpo simile descritto sopra la linea f q. seconda, e pero il corpo descritto sopra la linea f q. sara doppio al corpo simile descritto sopra la detta linea a. che e il proposito.

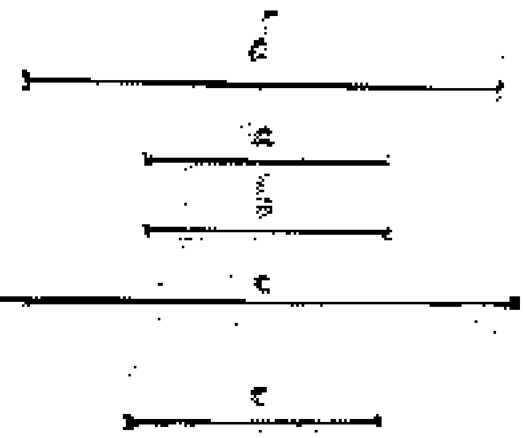
Hor per abbreuiar scrittura, & essempli volendo formare vno corpo regolare treppio, ouer quadruppio, ouer in qual si voglia altra multiplicita a qual si voglia altro simile che il lato di quello fusse la detta linea a. si douerebbe pigliare la b. treppia, ouer quadruppia, alla detta linea a. & da poi procedere si come hauemo fatto di sopra. Et bisogna notar che non solamēte si puo formar il detto corpo multiplice in qual si voglia specie di multiplicita al proposito corpo il cui lato sia la linea a. ma in ogni specie di proportione si irrationale come rationale, che a voler essemplificar particularmente il tutto saria cosa longa.

Come si parte ouer sminuisse un corpo regolare in forma propria.

ANchora egli e possibile a formare vno di detti corpi regolari che sia la mita di vno altro simile proposito, il cui lato sia per la linea a. (in margine posta) procederemo per per il medesimo ordine, ma pigliaremo la linea b e. che sia la mita della linea a. & dapoi trouaremo le due linee medie in continua proportionalita onde procedendo secondo la data regola trouaremo che la g p. sara la seconda (supponendo la a. per prima) & la f q. sara la terza (supponendo la b. per quarta) & cosi il corpo formato sopra la seconda (cioe sopra quella che e consequente alla a.) sara la mita di quello fabricato sopra la prima, cioe sopra la a. & quello che e detto della mita si debbe intendere del terzo, & quarto, & de ogni altra parte, ouer parti & de ogni specie di proportione, vero e che bisogna auertire che nel multiplicar, ouer accrescere vn corpo, sempre la piu corta linea, delle due trouate medie proportionali sara la seconda delle. 4. continue, cioe sara la nostra ricercata, & nel diuidere, ouer diminuir vn corpo sempre la piu longa delle dette due medie proportionali sara la detta seconda delle. 4. continue, cioe sara la nostra ricercata, come in questa, & nella precedente appare. Et tutto questo che si e detto di corpi regolari se verifica anchora nella sphera, cioe volendo formar vna sphera in qual si voglia proportione a vna sphera proposta il cui diametro ne fusse noto se procederebbe con il dato diametro secondo che di sopra se e fatto del lato a. & la seconda



linea, delle .4. continue proportionali, saria il diametro della ricercata sphera, & con questa regola sia da me ritrouati quelli diametri de diuerse specie di balle di artegliaria registrate nel secondo libro di nostri quesiti, & inuentioni diuerse per mezo di vno diametro a me proposto.

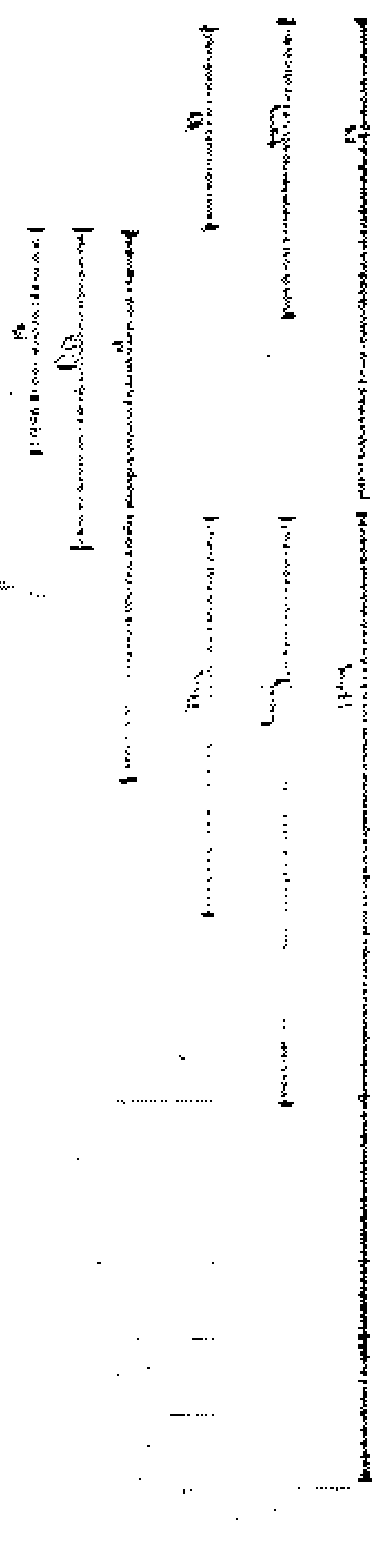


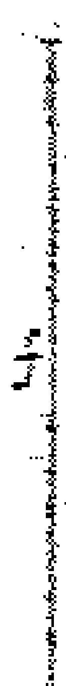
Come si puo multiplicare ouer crescere un solido rettangolo nella propria forma.

I solidi rettangoli sono contenuti (come piu volte è stato detto) sotto delle .3. linee che comprendano l'angolo retto solido, le quai .3. linee se sono tutte equali tal solido e detto cubo, ma se le sono inequali tal corpo è detto da noi generalmente solido rettangolo, ouer corpo rettangolo, vero e che se tal corpo hauera due delle dette .3. linee equali tal corpo se dira corpo, ouer solido de due linee, ouer misurationi equale, & se hauera tutte .3. le dette linee inequali, sara detto corpo, ouer solido di .3. linee ouer misurationi inequali, dico adunque che

3 Glie possibile di dopplicare vn solido rettangolo de due misurationi equale essempi gratia sia vn solido rettangolo, del quale le .3. linee che comprendono l'angolo retto solido di quello sono le a.b.c. delle quali le due a.& b. sono equali & la.c.e maggiore di ciaschuna di quelle. Questo tal solido (che ben considera) e simile a vna colona quadrata, hor volendo dopplicare questo tal corpo in forma propria, cioe formarne vn'altro simile a quello, & doppio di tal corpora, dopplicaremo vna delle due linee equali hor dopplicamo la a. & sia tal dopplato la linea.d. hor fra la linea.a. & la.d. trouaremo due medie proportionale, onde procedendo secondo l'ordine della precedente trouaremo la seconda de tai due linee, cioe la conseguente alla a. (supponendo pero la a. per prima) esser equale alla linea.e.& tanto douera esser ciaschedun di duoi lati equali del ricercato corpo, cioe tanto douera esser per lato il quadrato della sua basa, hor per trouar quanto douera esser l'altezza di tal ricercato corpo, similmente fra la linea.c. (altezza del proposto corpo) & il doppio di quella trouaremo pur due medie proportionale in continua proportionalita, onde procedendo secondo la regola data nella precedente trouaremo, la seconda (supponendo la c. per prima) esser equale alla.f. hor dico che il solido rettangolo formato sopra vna basa quadrata, che sia per lato quanto e la linea.e.& che l'altezza di tal solido sia equale alla linea.f. questo sara doppio al primo solido proposto, perche li solidi simili hanno la proportione tripplicata a quella, che di vn lato di l'uno al suo relatiuo lato di l'altro, cioe come del cubo del lato di l'uno al cubo del suo relatiuo lato de l'altro, & perche il cubo del lato.e.al cubo del suo relatiuo lato a.e doppio, & similmente del cubo della altezza f. al cubo della altezza.c. e pur doppio seguita che'l solido rettangolo che hauera per basa il quadrato della linea.e.& per altezza la linea.f.sia doppio al solido, che hauera per basa il quadrato della linea.a.& per altezza la linea.c.che e il proposto, & con questa medesima regola non solamente se potria moltiplicare il detto solido rettangolo (& ciascun simile) in ogni specie di multiplicita, & similmente partirlo, ouer diuiderlo, ouer sminuirlo in ogni specie di diuisione, ma ancora in ogni specie di proportione, secondo le regole che nel precedente problema e stato detto, Io non ripongo essempio sopra il sminuire vn tal corpo, perche credo che lo essempio adutto nella precedente debbia bastare.

4 Ancora potremo dopplicare vn solido rettangolo di .3. misurationi inequali, Sia essempi gratia vn solido rettangolo, che la sua longhezza sia equale alla linea.a.& larghezza ouer grossezza alla linea.b.& la altezza alla linea.c. Hor volendo fabricar vn'altro simile, che sia doppio a quello, prima signaremo la linea.d. doppia alla linea.a.& fra queste due linee a.& d. trouaremo due medie proportionali in continua proportionalita, onde procedendo per la regola data nella prima di questo capo, trouaremo, che la seconda (intendendo pero la.a. per prima) esser equale alla.e fatto questo signaremo la linea.f. doppia alla.b.& fra le dette due linee.b f. trouaremo pur due medie proportionali in continua proportionalita, onde operando secondo la regola data nella prima di questo capo trouaremo, la conseguente alla.b.esser equale alla linea.g. similmente signaremo la linea.h. doppia alla.c.& fra le dette due.c.& .h.trouaremo pur due medie proportionali, secondo il solito, onde (procedendo secondo la prima di questo capo) trouaremo la conseguente alla.c.esser equale alla linea.i. hor dico che il solido rettangolo contenuto sotto alle dette .3. linee.e. g. i. esser doppio al nostro primo contenuto sotto alle .3. linee a b c, & questo se dimostra secondo che si dimostra





dimostrata la precedente, e pero seguita il proposito, & con tal regola non solamente se potra multiplicare, over dividere, per che numero ne parira, ma se potra formare in ogni specie di proportione secondo la regola detta nelle passate.

Hor per abbreviar parole, & essempi con questa medesima regola (che ben la considera) si puo multiplicare, & dividere ogni specie di colona laterata, & un cylindro, & ogni altro corpo in forma propria, nel cylindro se operaria con il diametro, over con il semidiametro del cerchio della sua basa, & con l'altezza di quello, & il medesimo si operaria con il cono, & nelli altri corpi laterali se operaria con lati relativi, che il tutto non si puo essemplificare.

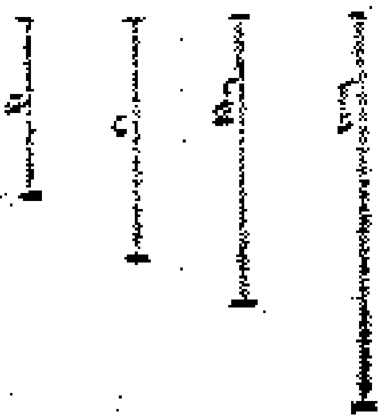
Il modo, over regola di saper tramutar e vario, & diverse specie di corpi da una forma in un'altra. Cap. VI.

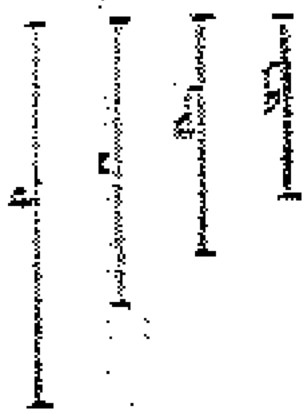
1 Volendo tramutare un solido rettangolo de due misurationi equali (come saria a dire una colonna quadrata) in un cubo, cioe far un cubo a quello equale, fra l'altezza di tal corpo, & il lato della sua basa quadrata, bisogna trovar due linee medie in continua proportionalita, (secondo la regola data nella prima di questo capo) & se l'altezza di tal solido sara maggiore del lato del quadrato della sua basa, la menor linea delle due trovate medie proportionali, sara il lato del ricercato cubo, ma se per sorte l'altezza di tal solido sara minore del lato del quadrato della sua basa, la maggior linea delle dette due trovate medie proportionali, sara il lato del cubo, che cercamo, Essempi gratia sia un solido rettangolo di due misurationi equali, (come saria a dire una colonna quadra) che il lato della sua basa quadrata sia equale alla linea a. & la sua altezza sia equale alla linea b. volendo noi tramutare tal solido in un cubo, cioe, formare un cubo, che sia equale a tal solido, fra le due linee a. & b. bisogna trovare due medie continue proportionali, onde procedendo secondo la regola data nella prima di questo capo, trovaremo quelle esser equale alle due c. & d. & perche l'altezza b. e maggiore della a. (lato della basa) dico che il cubo della minore delle due medie trovate, (qual e la linea c.) sara equale al proposito solido, Perche egli e manifesto, (per la 36. del 11 di Euclide) che la proportione del cubo della linea a. (prima) al cubo della linea c. (seconda) e treppia a quella proportione che e dalla semplice a. alla semplice c. & perche anchora la proportione della semplice a. (prima) alla semplice b. (quarta) e per treppia (per la 11 diffinitione del quinto di Euclide) a quella che e dalla semplice a. (prima) alla semplice c. (seconda) e per tanto se imaginaremo il proposito solido diviso in piano secondo della sua altezza, longhezza, cioe tal solido se suppone sopra una delle sue superficie laterale longa quanto che e la linea b. & larga quanto che e la linea a. come in margine si vede, cioe tal superficie a b. veniria a esser basa di tal nostro solido & l'altezza di tal solido veniria a esser quanto e la medesima linea a. hor se a tal superficie giongeremo in dietro il quadrato della linea a. & sopra quello intendendo il cubo della linea

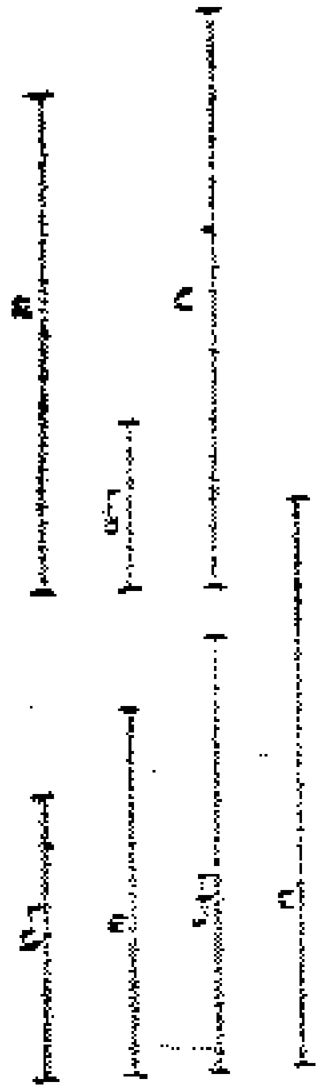
2 a. qual tal cubo sara equalmente alto al nostro solido atteso che l'uno e l'altro sopra la detta basa a b. & perche (per la prima del sesto di Euclide) la proportione del quadrato de a. alla superficie a b. sara si come la linea a. alla linea b. Et perche la proportione del detto quadrato de a. alla detta superficie a b. sara (per la 25. del 11 libro di Euclide) si come la proportione di doi solidi de superficie equidistanti che siano constituiti sopra le medesime doe base equalmente alti, Et per tanto (per la 11 del quinto di Euclide) la proportione del cubo constituito sopra il quadrato di a. al nostro solido constituito sopra la superficie a b. sara, si come la proportione della linea a. alla linea b. Et perche di sopra dimostrassimo, che la proportione del detto cubo della linea a. al cubo della linea c. era medesimamente si come della detta linea a. alla detta linea b. e, pero seguita (per la seconda parte della 9. del quinto di Euclide) che il cubo della linea c. sia equale al detto nostro solido, che e il proposito. Io non ho voluto designare il detto solido sopra la basa, over superficie a b. ne manco il cubo sopra il quadrato della linea a. per non offuscar la figura.

Ma se per sorte l'altezza del proposito solido fusse menore del lato del quadrato della sua basa quadrata, Essempi gratia s'el lato della sua basa fusse la linea a. de questa seconda figura in margine posta & che l'altezza di tal solido fusse solamente quanto che e la linea b. le sue due medie continue proportionali trovate secondo la detta prima di questo capo (se trovara esser equale alle due linee c. & d. & cosi in tal caso il cubo della maggior linea delle dette due trovate medie continue proportionali, (che saria per la linea c.) sara equale al detto solido proposito, la qual cosa se dimostrara secondo l'ordine dell'altra.

2 Anchora volendo tramutare uno solido rettangolo di tre misurationi inequali, in un cubo, trovaremo la linea potente nella basa di quello, e da poi procederemo si come nella precedente cioe trovando le due medie continue proportionali fra tal



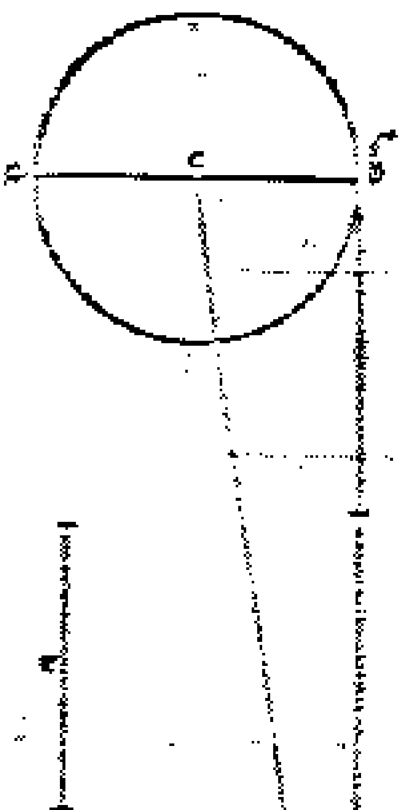




linea, & l'altezza di quello, & il cubo della seconda de tai .4. linee sara eguale al detto solido, Essempi gratia sia un solido longo quanto che e la linea. a. & largo, over grosso quanto che e la linea. b. & alto quanto che e la linea. c. volendo mo trovare il lato di un cubo eguale a tal solido, prima trovaremo una linea potente nel rettangolo contenuto sotto delle due linee. a. & b. cioe trovaremo la media proportionale fra le dette due. a. & b. onde procedendo secondo la regola data sopra la prima del .11. capo del primo libro, trovaremo quella esser eguale alla linea. d. Fatto questo fra la detta linea. d. & l'altezza. c. bisogna trovar per due medie continue proportionali, onde procedendo secondo la regola, trovaremo quelle esser le due linee. e. & f. hor dico che il cubo della seconda (cioe della. e.) sara eguale al detto nostro solido, & tutto questo se dimostrara secondo l'ordine della precedente, e pero seguita il proposito. Et con tal regola se potra formare un cubo eguale a qual si voglia specie di colonna laterale, cioe trovādo prima una linea potente nella sua basa, (sia tal basa triangolare, over penthagonale, o di qual si voglia altra figura rettilinea,) & da poi fra tal linea, & la altezza di tal colonna trovar le due medie proportionali, & cosi il cubo della seconda delle dette quattro linee sara eguale alla detta colonna, intendendo pero per la prima linea, la potente nella basa.

Anchora per abbondar scrittura & essempi volēdo formar un cubo eguale a un cylindro (detto d'alcuni colonna rotonda) bisogna trovare una linea potente nel cerchio della sua basa circulare, il che non e altro che il lato d'un quadrato eguale a tal cerchio, & da poi fra tal linea, (over lato di tal quadrato) & l'altezza di tal cylindro, over colonna, trovar per due medie continue proportionali & cosi il cubo della seconda de dette .4. linee sara eguale a tal cylindro, over colonna rotonda secondo la propinquita, perche se sopra tal quadrato formaremo una colonna quadra de la medesima altezza del detto cylindro, tal colonna quadra, sara eguale al detto cylindro & sara anchora eguale al detto cubo trovato da Archimede, & tutto questo se dimostrara secondo l'ordine della precedente.

3 ANchor che credo che tu saprai trovare (per le regole piu volte dette) la linea potente in una superficie circolare, nō dimeno a bona cautella te voglio replicare tal problema, secondo la regola trovata da Archimede. Sia essempi gratia il cerchio a. b. d. cui diametro sia la linea. a. b. & il centro di quello sia il ponto. c. hor volendo (per la regola di Archimede) trovar una linea, che il quadrato di quella, sia eguale alla superficie di tal cerchio, tiraremo la. b d. perpendicolare sopra la. a. b. & longa tre volte tanto, e un settimo della detta. a. b. (diametro del cerchio,) onde la detta. b. d. venira a esser eguale alla circonferentia del detto cerchio, e per tanto tirando la linea. c. d. il triangolo. c. b. d. sara eguale al detto cerchio, per che il dutto della. c. b. (mita del diametro) ne la mita della basa. b. d. ne da l'aria del detto triangolo, & perche la mita della detta. b. d. e quanto che la mita della circonferentia, seguita che il detto triangolo rettangolo sia eguale al detto cerchio, hor bisogna trovare una linea potente in tal triangolo, cioe che il quadrato di tal linea sia eguale a tal triangolo, Onde procedendo secondo la regola data nella quinta del .4. capo del primo libro, cioe trovar una media proportionale fra la. c. b. & la mita della. b. d. il che facēdo trovaremo quella esser eguale alla linea. e. & cosi la detta linea. e. sara la potente nel detto cerchio.



4 VOlendo anchora tramutare qual si voglia pyramide in un cubo, cioe formare un cubo eguale a tal pyramide, Prima trovaremo una linea potente nella basa di tal pyramide, & fatto questo fra tal linea & la terza parte dell'altezza di detta pyramide, trovaremo per due medie continue proportionali, & il cubo della seconda tai quattro linee sara eguale alla detta pyramide. Essempi gratia sia una data pyramide (poniamo quadrata) che il lato del quadrato della sua basa sia eguale alla linea. a. & l'altezza di tal pyramide sia eguale alla linea. b. hor volendo tramutare tal pyramide in un cubo, over formar un cubo eguale a quella, in questo caso la detta linea. a. sara la linea potente in tal sua basa quadrata, E per tanto toremo il terzo della linea. b. qual sia la linea. c. & cosi fra le due linee. a. & c. trovaremo due medie continue proportionali, onde procedendo secondo la regola trovaremo quelle esser eguale alle due. d. & e. hor dico che il cubo della seconda (cioe della. d.) sara eguale alla detta pyramide la qual cosa se dimostrara secondo li argumenti della prima di questo, perche ogni pyramide e il terzo della sua colonna, e pero pigliamo solamente el terzo tal l'altezza, onde tal pyramide vien a esser tramutata prima in u de

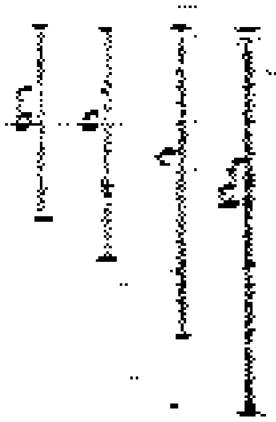
colonna quadra, che il lato della basa di tal colonna vien pur a esser la medesima linea. d. & la sua altezza vien a esser equale alla linea. c. cioe al terzo della. a. e pero per le cose dette nelle passate il cubo della linea. d. vien a esser equale alla detta colonna quadra, & consequentemente alla detta pyramide.

Ma se la basa della proposta pyramide non sara quadra, ma che sia triangolare, over pentagonale, over di qual si voglia altra forma in tal caso bisogna prima (come detto) trovar la linea potente in tal basa, cioe trovar vna linea, che il quadrato di quella, sia equale a tal basa (per la regola data nella sesta del quarto capo del primo libro) & da poi fra tal linea & il terzo della altezza di tal pyramide, trovar le dette due medie continue proportionali, & cosi il cubo della seconda (per le ragioni dette) sara equale alla detta pyramide.

Il medesimo si operara in vna pyramide tonda (chiamata cono) cioe trovaremo la linea potente nel cerchio della sua basa secondo la regola detta nella precedente sopra il cylindro, over colonna rotonda, & cosi fra la detta linea, & il terzo della altezza di tal cono trovar per le due medie proportionali, & cosi il cubo della seconda sara equale al detto cono.

Il modo di saper tramutare un cubo in qual si voglia specie di colonna della qual ne sia data la linea potente nella sua basa.

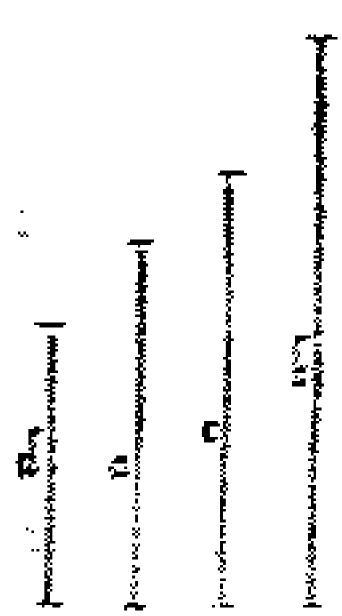
5 VOlendo tramutare vn cubo, in qual si voglia specie di colonna laterata, over tonda della qual colonna ne sia nota la linea potente nella sua basa, prima egli e manifesto (per le cose dimostrate) che la detta linea potente nella basa, sara la prima di. 4. linee proportionali, & il lato del dato cubo sara la seconda di dette quattro linee, Onde trovando poi la terza, & da poi la quarta (per la regola data nella seconda & terza del vndecimo capo del primo libro) & cosi la quarta linea sara l'altezza della ricercata colonna equale al detto cubo, Essempi gratia ponemo che sia vn cubo, che il lato di quello sia equale alla linea. a. volendo tramutare tal cubo in vna colonna di vna basa quadrata, & volendo, che il lato di tal basa sia equale alla linea. b. laqual linea. b. in questo caso vien a esser la potente in tal basa, hor (per le cose dimostrate) siamo certi che la linea. b. sara la prima, & la. a. sara la seconda de. 4. linee continue proportionali, e per tanto bisogna trovar la terza, & anchora la quarta di dette quattro linee, onde operando secondo la regola data nella detta seconda & terza del vndecimo capo del primo libro trovaremo quelle esser equale alle. c. & d. hor dico che l'altezza di tal colonna quadrata si dovera fare equale alla quarta linea, cioe alla. d. la qual cosa si manifesta per il suo converso, e pero non vi accade altra dimostratione.



Ma se la basa della colonna nella quale desideremo di tramutare il detto cubo non sara quadrata, ma di vn'altra data specie di figura rettilinea, over circulare in tal caso bisogna prima trovare la linea potente in tal proposta basa secondo la regola di sopra piu volte detta, & trovata tal linea procedere, come di sopra e stato detto, & trovata quanto debbe esser l'altezza di tal colonna, onde essendo fabricata sopra quella data specie di basa, la sua colonna di tal trovata altezza, quella sara equale al detto nostro cubo, per che le colonne equalmente alte, & sopra base equale (anchor che tal base fussino de figura diverse) sono fra loro equale (come se verifica per li correlarii della ottava del. 12. di Euclide) e pero seguira il proposito.

Il modo di tramutare un cubo in qual si voglia specie di colonna, della quale ne sia proposta la sua altezza.

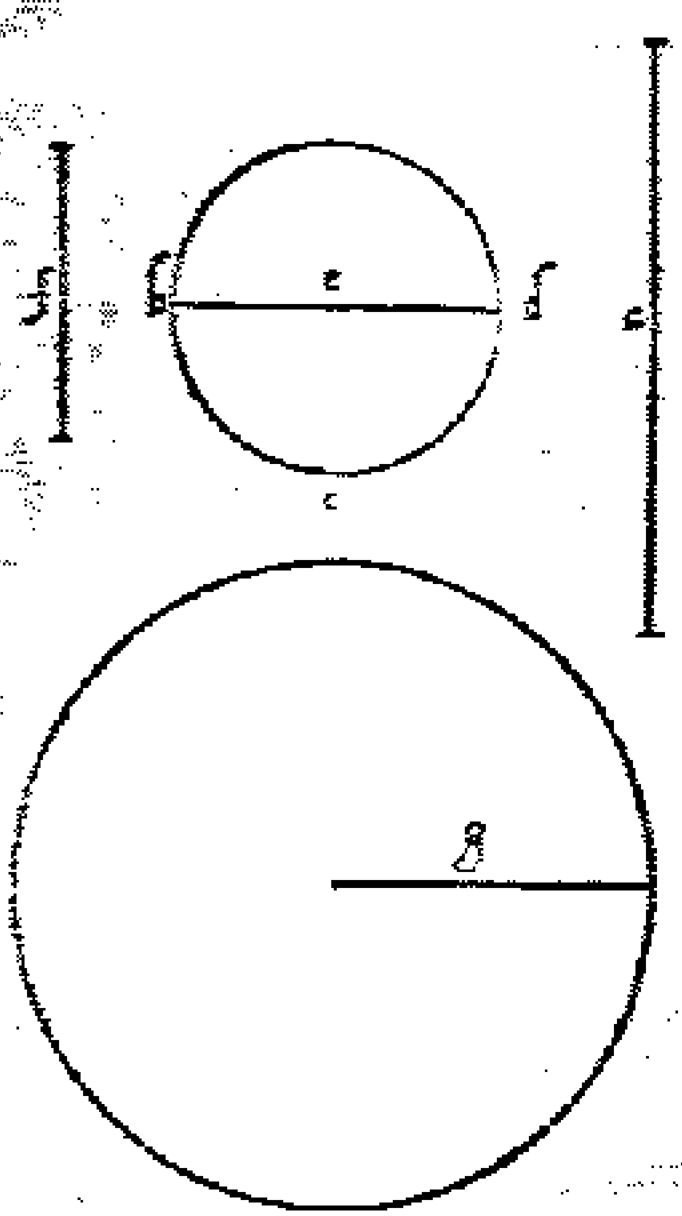
6 VOlendo anchora tramutare vn cubo in qual si voglia specie di colonna laterata, over tonda, della quale ne sia proposta la sua altezza, Egli e manifesto dalle cose dimostrate, che il lato del proposto cubo sara la seconda linea di quattro continue proportionali, & la altezza della colonna che intendemo di fabricare sara la quarta di tai quattro linee, onde, trovando la prima linea di dette quattro quella sara la potente nella basa di quella specie di colonna che intendemo di fare equale al detto cubo, Essempi gratia ponemo che sia vn cubo, il cui lato sia equale alla linea. a. volendo tramutar tal cubo (ponemo) in vna colonna quadrata alta quanto che e la linea. b. fra le dette due linee. a. & b. bisogna trovare vna media proportionale, onde procedendo secondo la regola data nella prima del. 11. capo del primo libro, trovaremo quella esser equale alla linea. c. fatto questo, bisogna trovar la prima, onde procedendo secondo la regola data nella terza del detto. 11. capo del primo libro, trovaremo quella esser equale alla linea. d. & cosi la linea. d. sara la potente nella basa di tal colonna, ma perche intendemo di far tal colonna quadrata tal linea. d. venira a esser il lato della sua basa quadrata, e pero formando il quadrato di tal linea. d. & sopra di quello formando vna



vna colonna alta quanto che è la linea.b. tal colonna sara eguale al nostro cubo proposto, & tutto questo se dimostrara per il suo conuerso.

Ma se la detta colonna, che intenderemo de fabricare eguale a tal cubo, nō fusse di basa quadrata, ma fusse triangolare, ouer pentagonale, ouer di qual si voglia altra specie de figura rettilinea, in tal caso procedaremo pur precisamente, come di sopra hauemo fatto della quadrata, & cosi la sopra detta linea.d. sara la potente in tal specie di basa, e pero bisognara poi (per la regola data nella 7. del 11. capo del primo libro) formare vna superficie rettilinea simile a quella specie di basa, ma eguale al quadrato della detta linea.d. & formata tal superficie, formando poi sopra di quella la sua colonna alta quanto che è la linea.b. tal colōna sara eguale al cubo della linea.a. che sara il proposito, & tutto questo è manifesto per le anciane propositioni.

Ma se tal colonna che intenderemo di fabricar eguale a detto cubo, fusse tonda in tal caso bisognaria formar vn cerchio che fusse eguale al quadrato della detta linea.d. & sopra di tal cerchio formandoui la sua colonna tonda alta quanto che è la linea.b. & hauemo il proposito.



Il modo de designar un cerchio eguale a un proposto quadrato.

7 PEr designar vn cerchio eguale a vno proposto quadrato, secondo la regola propinqua di Archimede, bisogna essequir tal problema, per positione, describendo vn cerchio a nostro piacere, & da poi trouar vna linea (per la regola data nella terza di questo) che il quadrato di tal linea sia eguale a tal cerchio & se per sorte tal linea fusse eguale al lato del proposto quadrato, saria risolto il problema, perche il cerchio da noi (a sorte) designato saria eguale al proposto quadrato, ma se tal linea trouata nō sara eguale al lato del proposto quadrato, ne trouaremo vna eguale con proportione, Essempi gratia sia il lato d'un proposto quadrato la linea.a. volendo designar vn cerchio eguale a tal quadrato (intendendo sempre secondo la regola propinqua di Archimede) prima designaremo vn cerchio di che grandezza ne parera hor sia il cerchio.b c d. il diametro del quale sia la.b d. & il centro il ponto.e. fatto questo bisogna trouare la linea potente in tal cerchio, cioe che il quadrato di quella sia eguale a quello, onde procedendo secōdo la regola data nella terza di questo capo, trouaremo tal linea esser eguale alla.f. hor se p sorte questa linea.f. fusse eguale alla.a. saria risolto il problema, perche il detto cerchio saria eguale al quadrato della linea.a. Ma perche sensibilmente vedemo la detta linea.f. esser molto menore della detta linea.a. e pero il detto cerchio.b c d. sara molto menore di quello, che cercamo, per trouar adunque lo eguale, egli è manifesto che tal proportione, qual ha la linea.f. al semidiametro del detto cerchio.b c d. cioe alla.e d. tale hauera la linea.a. al semidiametro del cerchio eguale al suo quadrato, E pero bisogna trouar vna linea cosi proportionata alla detta.a. si come che è la.e d. alla.f. onde procedendo secondo la regola data nella terza del 11. capo del primo libro, trouaremo tal linea esser eguale alla linea.g. e per tanto describendo vn cerchio secondo la quantita della detta linea.g. qual tal cerchio sara eguale al quadrato della linea.a. che è il proposito.

Il modo di tramutare un dato cubo in qual si voglia specie de pyramide della quale ne sia proposta la linea potente nella basa, ouer la sua altezza.

8 VOlendo tramutare vn cubo in qual si voglia specie de pyramide, della quale ne sia data la linea potente nella basa di quella prima trouaremo l'altezza della colonna eguale a quel tal cubo, secondo la regola data nella quinta & trouata tal altezza, la treplicaremo & lo adcumulatto sara eguale a l'altezza della pyramide eguale al detto cubo, & questo se intende in ogni specie de pyramide, ouer cono, & perche nel resto se procede come nella detta quinta è stato detto delle specie delle colonne, non voglio sopra cio adur altramente essempio.

9 SImelmente volēdo tramutare vn cubo in qual si voglia specie de pyramide della quale ne sia limitata la sua altezza prima pigliaremo il terzo di tal altezza, il qual terzo venira a esser l'altezza di vna colonna eguale alla detta pyramide de forma fogea.

sopra la medesima basa della pyramide, & pero con l'altezza di tal colonna & con il lato del cubo trouaremo la linea potente nella basa di tal colonna (secondo la regola data nella .6.) laqual linea trouata che sia, sara anchora la potente nella basa della pyramide, che proponemo di fabricare, eguale al detto cubo, nel resto si procede secondo le regole date nella detta sesta delle colonne, che per esser di facile apprensione non adduco altro essempio.

Il modo di tramutare una colonna longa in una corta, ouer una corta in una longa, & similmente una pyramide.

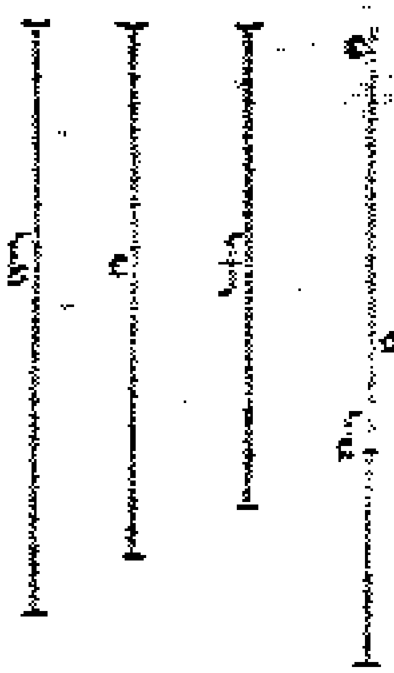
20 Volendo tramutare una proposta colonna in un'altra di menore, ouer maggiore altezza, cioe formarne un'altra di menor, ouer maggior altezza, prima formaremo un cubo eguale alla proposta colonna (secondo la regola data nella prima di questo) & da poi tramutaremo il detto cubo in una colonna, di quella proposta (secondo la regola data nella sesta) & hauremo lo intento.

Et con il medesimo ordine potremo tramutare qual si voglia data specie di pyramide in un'altra di maggiore, ouer menor altezza.

Similmente con la medesima regola potremo tramutare qual si voglia specie di colonna, ouer pyramide in un'altra di quella medesima altezza, ma di menor, ouer maggior basa.

Il modo da tramutare una sphera in un cubo.

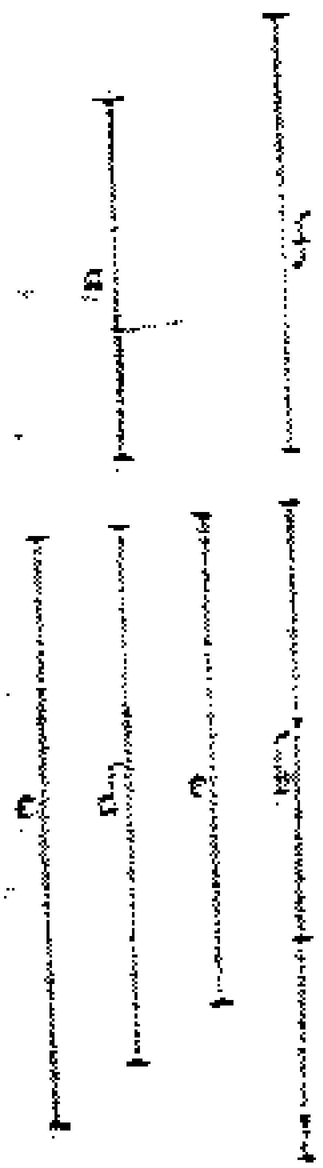
21 Volendo tramutare una data sphera in un cubo, prima trouaremo la linea potente nel maggior cerchio di tal sphera, & fra tal linea, & li duoi termi del diametro della sphera, trouaremo due linee medie in continua proportionalita secondo la regola piu volte detta, & cosi il cubo della seconda di dette .2. linee sara eguale alla data sphera (secondo la regola propinqua di Archimede.) Essempi gratia, ponemo che il diametro della data sphera sia quello che e la linea .a. & perche tal linea .a. vien a esser anchora diametro del maggior cerchio di detta sphera, & perche il cilindro, che habbia per basa il maggior cerchio della sphera, & altezza eguale al diametro della detta sphera (per il correlario della .32. del .1. di Archimede registrata nel terzo lib. della .4. parte) e sesquialtero alla detta sphera, E pero il cilindro colonna sopra il cerchio, il cui diametro sia la linea .a. & che l'altezza di quello sia eguale solamente alli duoi termi della detta linea .a. sara eguale alla detta sphera, e per tanto tramutando tal cilindro in un cubo (secondo la regola data sopra la .1. di questo capo) tal cubo sara eguale alla detta sphera, & per sarme meglio intender voglio distender particolarmente questa operatione, prima bisogna trouare la linea potente nel maggior cerchio della sphera il cui diametro viene essere la detta linea .a. onde operando secondo la regola data nella .2. di questo, trouaremo tal linea esser eguale alla .b. tanto questo pigliaremo, ouer che figuraremo li duoi termi della detta linea .a. quali siano la .c d. Et perche il cilindro, che la linea potente nella sua basa e la linea .b. & altezza di questo eguale alla linea .c d. (per le ragioni adutte) sara eguali alla detta sphera tramutando adunque tal cilindro in un cubo, non vi e dubbio che tal cubo sara eguale alla data sphera, per tirar adunque tal cilindro in un cubo, penso che tu ti debba aricordare che fra le due linee .a. & c d. bisogna trouarui le due medie continue proportionali, onde procedendo secondo la regola, trouaremo quelle esser eguali alle due .e. & .f. & cosi il cubo della seconda, cioe della .e. sara eguale alla detta sphera che e il proposito.



Il modo da tramutar un dato cubo in una sphera.

22 IL Cardinale di Cusa propone di voler tramutare un cubo in una sphera, & per essequire tal problema, dice che si debbe redure la superficie quadrata del cubo in un cerchio, & che quel tal cerchio sara il maggiore della sphera, laqual sua conclusione e falsa, perche se tal sua conclusione fusse vera seguiria, che la linea potente nel maggior cerchio della sphera fusse il lato del cubo eguale alla sphera, onde la linea .b. della precedente secondo lui saria il lato del cubo eguale alla sphera, & nella detta precedente hauemo approuato che il cubo della .e. (& non della .a.) esser eguale alla detta sphera. Errori del Cardinale di Cusa.

Ma per risoluere ueramente un tal problema bisogna procedere per positione ponendo una sphera a nostro piacere, & da poi tramutar questa in un cubo (secondo la regola data nella precedente.) & se per sorte tal cubo fusse eguale al nostro primo proposito saria risolto il problema, ma non essendo a questo eguale, bisogna procedere con proportione. Essempi gratia, sia il lato d'un dato cubo la linea .a. volendo tramutar tal cubo in una sphera, cioe trouar il diametro di una sphera, che



sia eguale al cubo della detta linea. a. poneremo vn diametro di vna sphera a nostro parere, qual pongo sia la linea. b. fatto questo bisogna tuo trouare il lato del cubo che sia eguale alla detta sphera il cui diametro sia la detta linea. b. Onde procedendo precisamente secondo la regola data nella precedente trouaremo la linea potente nel maggior cerchio della detta sphera esser eguale alla linea. c. & le due medie continue proportionali fra la linea. c. et li doi terzi della linea. b. esser eguali alle due. d. & e. & per tanto (per le cose dette nella precedente) il cubo della seconda, cioe della linea. d. sara eguale alla sphera il cui diametro è la linea. b. hor se per sorte la detta linea. d. fusse eguale alla linea. a. saria risolto il problema, perche la detta sphera che hauesse il diametro eguale alla linea. b. saria eguale medesimamente al cubo della linea. a. Ma perche sensibilmente si vede, che la detta linea. d. è maggiore della detta linea. a. e per necessariamente il diametro. b. sara maggiore proportionalmente del diametro della sphera, che sia eguale al cubo della. a. & nella medesima proportione, che è dalla linea. d. alla linea. a. E per tanto bisogna trouare vn consequente alla. b. in tal proportione, come che è dalla. d. alla. a. ouer dar vn consequente alla. a. si come che è la. b. alla. d. onde procedendo secondo la regola data nella terza del vndecimo capo del primo Libro, trouaremo tal consequente esser eguale alla linea. f. & cosi la sphera fabricata talmente, che il suo diametro sia eguale alla linea. f. sara eguale al cubo della data linea. a. che è il proposito.

Il modo, ouer regola di saper summare duoi, ouer piu corpi insieme. Cap. VII.

1 Volendo summare insieme duoi dati cubi, cioe formar vn altro cubo che sia eguale a quelli duoi, se per sorte li detti duoi dati cubi fussero eguali fra loro bastaria a duplicarne vno de quelli, secondo la regola data per duplicar il cubo, & saria risolto il problema, Ma se li detti duoi dati cubi saranno inequali trasmutaremo il menore in vna colonna quadra di altezza eguale alla altezza del maggior cubo, & la basa quadrata di tal colonna summaremo con la basa quadrata del maggior cubo (secondo la regola data sopra la sesta del quarto capo del primo libro,) & sopra tal terza basa gli fabricaremo vna colonna quadrata della medesima altezza del detto maggior cubo, & cosi tal vltima colonna sara eguale alli predetti duoi solidi egualmente alti, & consequentemente alli duoi cubi proposti, onde tirando poi tal vltima colonna in vn cubo, (secondo le regole date) sara risolto il problema, cioe che tal vltimo cubo fabricato sara eguale alli detti duoi prima proposti, la qual cosa per esser da se chiara, per mezzo delle precedenti conclusioni, non adduco altro essempio.

2 Similmente volendo summar insieme piu cubi, cioe formarne vno, che fusse eguale a tutti quelli, se per sorte tai cubi fussero tutti eguali, fra loro bastaria a multiplicarne vno per il numero de tutti & saria risolto il problema, cioe se fussero ponamo cinque cubi eguali, & volendone formare vno che fusse eguale a quelli cinque, dico che bastaria a quintuplare vno de quelli secondo la regola data sopra il duplar il cubo, & sara risolto il problema.

Ma se li detti cubi saranno inegualii tra loro bisogna trasmutare tutti li menori in tante colonne quadrate, ciascaduna alta alla altezza del maggior cubo, & cosi hauaremo poi cinque colonne quadrate egualmente alte (perche ogni cubo è vna colonna quadra, ma ogni colonna quadra non è cubo) fatto questo bisogna di tutte quelle cinque base quadrate, farne vna sola, cioe far vno quadrato, che sia eguale a quelli cinque (secondo la regola data sopra la detta sesta del quarto capo del primo libro) & sopra di tal basa formandoui vna colonna quadrata, di quella medesima altezza, che sono quelle cinque, tal colonna (per le cose dimostrate sopra la vndecima del duodecimo di Euclide) sara eguale alle predette cinque, per esser la sua basa eguale alle cinque base di quelle, & di quella medesima altezza. E per tanto trasmutando questa sola colonna in vn cubo secondo le regole date, sara risolto il problema.

3 Anchora con la sopra narrata regola potemo summar insieme piu colonne, & formarne vna di che qualita ne parera eguale a quelle, Essempli gratia, se le dette colonne fussino egualmente alte bastara a summar tutte le sue base insieme, cioe formarne vna sola eguale a tutte quelle (secondo le regole date sopra la sesta del 4. cap. del. 1. lib.) & sopra a tal basa (fatta di che forma ne parera) formarui vna colonna di la medesima altezza delle altre, & cosi (per le cose dimostrate sopra la. 11. del. 12. di Euc.) tal colonna sara eguale a tutte quelle altre.

Ma se le dette colonne saranno de diuerse altezze, & qualita, in tal caso bisogna ridurle tutte di vna medesima altezza (secondo la regola data nella decima) & da poi procedere, come di sopra, & parendoti di trasmutar quella vltima in vn cubo lo potrai fare per le regole date.

4 Similmente volendo formar insieme piu pyramide, cioe formarne una eguale a tutte quelle, se tal pyramide saranno tutte di una medesima altezza basta a formare tutte le sue basi insieme, cioe formar una basa eguale a tutte quelle (per la regola data sopra la sesta del 4. capo del primo libro) & cosi sopra tal basa formando una pyramide di che qualita ne parera, pur che sia di quella medesima altezza delle altre, sara eguale a tutte quelle, & parendoti de tirar quella ultima in un cubo lo potrai fare (per le regole date.) Ma se per sorte le dette pyramide saranno de diverse altezze bisogna tirarli tutte di una equal altezza, & da poi procedere, come di sopra.

5 Volendo anchora formar insieme due, over piu sphere, cioe formarne un'altra, che sia eguale a tutte quelle, se per sorte tal sphere saranno eguali fra loro, basta a multiplicar una di quelle per il numero di tutte, secondo la regola data sopra il multiplicar di corpi, & sara risolto il problema, ma se le dette sphere saranno inequale, bisogna trasmutare ciascaduna di quelle in un cubo (secondo la regola data nella 12. del precedente capo) & da poi formar tutti quelli cubi insieme (secondo la regola data nella prima, & seconda di questo, & sara risolto il problema.

Il modo, over regola di saper sottrare uno corpo di un'altro maggiore, & dar il resto in la medesima forma. Cap. VIII.

1 Quando proposto duoi cubi inequali, & volendo del maggiore cavarne uno eguale al menore, & del restante formarne un cubo. Prima trasmutaremo il menor cubo in una colonna quadra, che sia di altezza eguale al maggior cubo (secondo la regola data) fatto questo, cavaremo il quadrato della basa della detta colonna del quadrato della basa del maggior cubo (secondo la regola data nella sesta del 4. capo del primo libro) & sopra il quadrato del restante formaremo una colonna quadra di altezza eguale al maggior cubo, & tal colonna formata sara eguale al restante del maggior cubo trattone il menore, & tutto questo se approvara per le cose dimostrate sopra la undecima del 12. di Euclide. Onde trasmutando poi tal colonna in un cubo seguira il proposito.

2 Volendo anchora sottrare una colonna di menor aria corporale, di un'altra di maggiore, se tai due colonne saranno equalmente alte, basta a sottrare la basa menore della maggiore secondo le regole date sopra la sesta del 4. capo del primo libro, & sopra il restante, (tirato in qual forma si voglia) fabricandovi una colonna della medesima altezza delle altre, haveremo il proposito (per la undecima del 12. di Euclide,) Ma se per sorte tal due colonne saranno de diverse altezze trasmutaremo quella de menor, alla altezza della maggiore, over quella della maggiore alla altezza della menore, & da poi seguiremo, come di sopra, & per abbreviar parole, & scrittura, il medesimo se osservara in sottrare una pyramide di menor aria da un'altra di maggiore.

3 Anchora volendo sottrare una sphera minore da un'altra maggiore, & del restante formarne una sphera, prima trasmutaremo l'una e l'altra sphera in un cubo (secondo la regola data nella undecima del 5. capo,) & da poi sottraremo il menor cubo del maggior, & del restante ne formaremo un cubo (secondo la regola data nella prima di questo capo) & quel tal cubo lo trasmutaremo in una sphera (secondo la regola data nella duodecima del sesto capo, & haveremo il proposito, & con questa daremo fine a questo secondo Libro.

Il fine del secondo Libro della quinta parte.

LIBRO TERZO DELLA QVINTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI, ET MISVRE, DE NICOLO TARTAGLIA.

ARistotile nel prologo della Metaphisica, afferma esser conueniente, in qual si voglia arte, trouare (oltra il commun senso) qualche cosa de admiratione, non solamente per alcuna vtilita delle cose trouate, ma per mostrarsi intelligente, & differente da gli altri, per laqual sua sententia, me misi vn giorno (per non star ocioso) a tentare se possibel fusse di poter risolvere con qual si voglia apritura di compasso, proposta dal aduersario, la 26. propositione del sesto di Euclide, cioe quella doue propone da designare vna superficie simile a vna data superficie rettilinea, & a vn'altra proposta eguale, la qual cosa non solamente in breue me certificai esser possibile, ma anchora trouai esser possibile da risoluere, (con tal conditione) tutti gli altri suoi problemi geometrici da operar in piano, eccettuando pero quelli doue che interuiene da descriuere, ouer da designare vn terminato cerchio, (come si propone nella, quarta, quinta, ottaua, nona, terzadecima, & quartadecima propositione del suo quarto libro, & similmente nella 25. & 33. del terzo) perche in effetto non e possibile di poter descriuere vn limitato cerchio saluo con quella sola apritura di compasso alui conueniente, & non con altra, come occorre nelle dette propositioni, si che da questi tal sorte de problemi in fuora, tutti li altri suoi geometrici, (da designar in piano) trouai esser possibile da essequire con la predetta conditione, cioe con qual si voglia apritura di compasso proposta dal aduersario, con le qual inventioni infiniti altri problemi non posti da Euclide si possono con la medesima conditione risoluere, Onde me a parso da dechiarire tal mia inventione in questo primo capo, per due cause, prima per non occultar tal mio secreto a gli speculatiui & curiosi ingegni, secondariamente, p far conoscere qualmente niuno di mei quesiti 31. in tal materia proposti a Hieronimo Cardano & a Lodouico suo creato (nella nostra publica disputa) esser stato risolto.

Hor per far che tal mia inuentione sia meglio intesa, insieme con li detti suoi errori voglio prima mostrare quante siano li problemi geometrici da risoluere in piano col compasso, di ciascun libro di Euclide da me in volgar tradutto.

Quante siano le propositioni di ciascun libro di Euclide, Et quante di quelle siano problemi da risoluere con il compasso. Capo primo.

nel 1. libro sono propositioni geometrici 48. nelle quali sono problemi 14.

nel 2. libro sono propositioni geometrici 15. nelle quali sono problemi 4.

nel 3. libro sono propositioni geometrici 37. nelle quali sono problemi 6.

nel 4. libro sono propositioni geometrici 16. nelle quali sono problemi 16.

nel 5. libro sono propositioni geometrici 34. nelle quali sono problemi 0.

nel 6. libro sono propositioni geometrici 33. nelle quali sono problemi 10.

nel 7. libro sono propositioni arithmetici 41. nelle quali sono problemi 5.

nel 8. libro sono propositioni arithmetici 26. nelle quali sono problemi 2.

nel 9. libro sono propositioni arithmetice 39. nelle quali sono problemi 0.

nel 10. libro sono propositioni geometrici 119. nelle quali sono problemi 23.

nel 11. libro sono propositioni geometrici 42. nelle quali sono problemi 5. cioe vno da operar in piano, & quattro nelli corpi.

nel 12. libro sono propositioni geometrici 15. nelle quali sono problemi 2. da operar in li corpi.

nel 13. libro sono propositioni geometrici 18. nelle quali sono problemi 6. cioe vna da operar in piano, & cinque da operar in corpi.

nel 14. libro sono propositioni geometrici 10. nelli quali sono problemi 0.

nel 15. libro sono propositioni geometrici 13. nelle quali sono problemi 13. da operar in corpi.

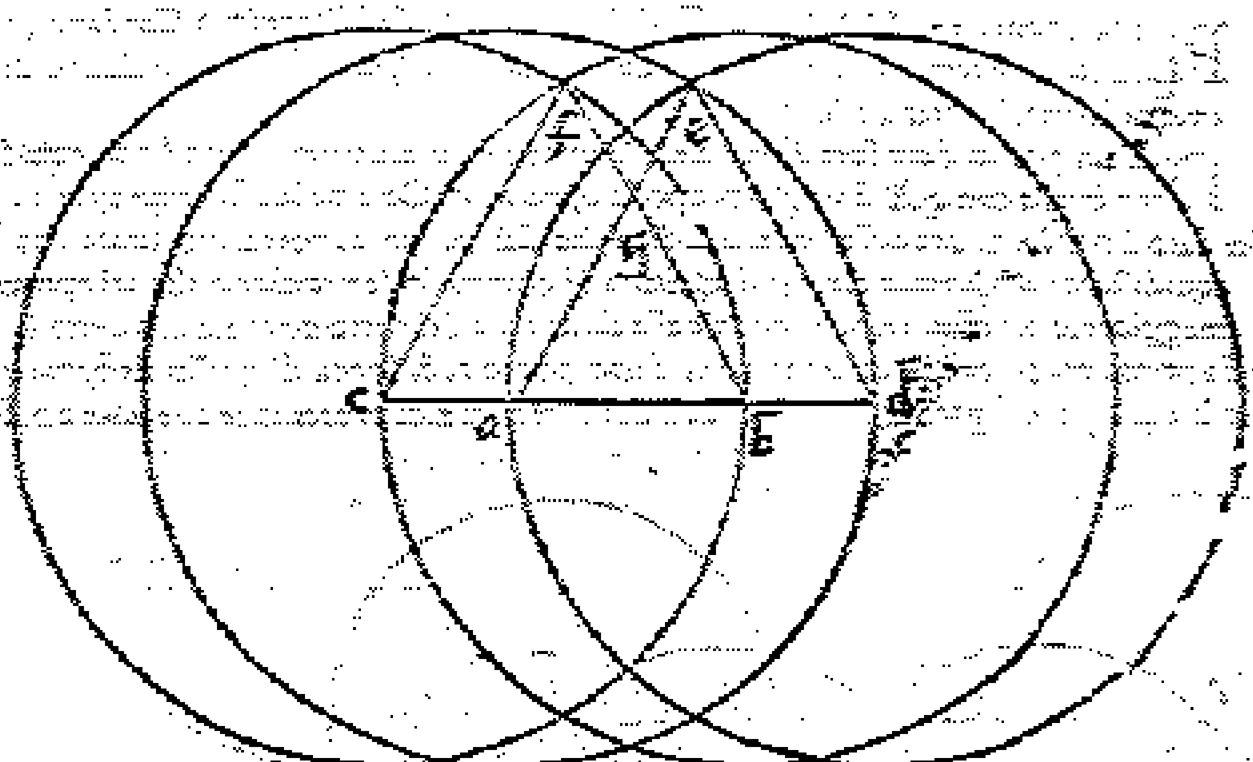
In tutti li 15. libri di Euclide sono propositioni 514. fra Geometrici, & Arithmetici, delle quali sono problemi 105. fra Geometrici & Arithmetici, Li problemi geometrici sono in tutto 98.

dell

delle quali 7 ne sono da operar in piano, & 2 per li corpi, Delle 75. da operar in piano 67 se possono risoluere, con qual si voglia apritura di compasso proposta dal auersario, & 8 nō e possibile di poterli risoluere realmente con tal conditione per le ragioni di sopra adutte.

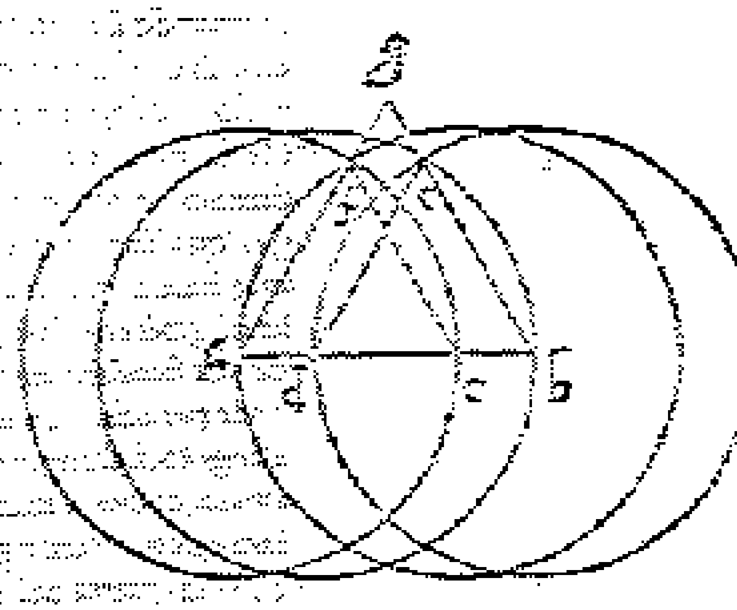
Propositione prima del primo di Euclide.

SOpra vna data retta linea possiamo descriuere vn triangolo equilatero in ogni apritura di compasso proposta dal auersario, Essempi gratia sia la proposta retta linea a b. Dico che sopra di quella potemmo descriuere vn triangolo equilatero in ogni proposta apritura di compasso perche se la data apritura di compasso sara equale alla detta linea a b. per la prima del primo de Euclide seguiremo tal operatione, Ma se la detta apritura sara maggiore della detta linea a b. sopra le due estremita a. & b. descriueremo duoi cerchii secondo la quantita della detta apritura di compasso come nella infrascritta figuratione

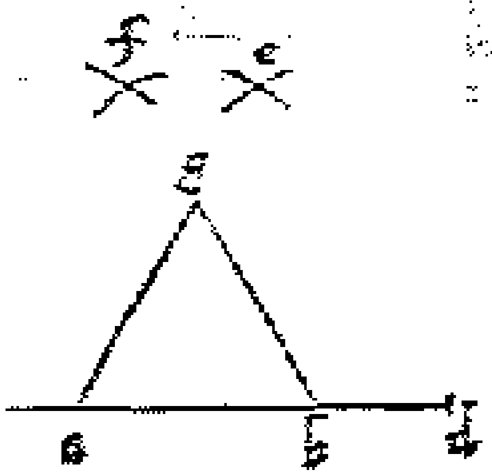


appare poi allongaremo la detta linea da luna a l'altra parte per fina che seghi, ouer concorra alla circonferentia in li duoi ponti c. & d. poi sopra la parte a d. gia descriueremo, el triangolo a e d. equilatero per la dottrina della prima del primo di Euclide (cioe facendo vn altro cerchio sopra el centro, ouer ponto d. secondo la sua apritura il medemo farai sopra la parte c b. facendo il ponto c. centro, & descriuendo il detto triangolo equilatero c f b. del quale el lato f b. se sega con el lato e a del altro triangolo in ponto g. hor dico che el triangolo g a b. e equilatero perche li duoi angoli a. & b. (del detto triangolo g a b.) sono equali, anzi sono quelli istessi del li altri triangoli equilateri c f b. & a e d. onde (per la 32. del primo di Euclide ouer ȳ la 4. del 6.) il triangolo g a b. sara simile a cadauno de detti duoi triangoli equilateri adonque e equilatero, che il proposito.

Ma se per caso la apritura del proposto compasso fusse menore della data linea a b. procederemo per ordine nella passata, cioe sopra le due estremita a. & b. descriueremo duoi cerchii secondo la data apritura, come di sotto appare li quali segano la linea a b. in li duoi pōti c. & d. poi sopra le due parte d b. & a c. descriueremo duoi triangoli equilateri (per la detta prima del primo di Euclide) quali siano d e b. & a f c. poi allongaremo li duoi lati b e. & a f. fin che concorrino in ponto g. costituendo el triangolo g a b. qual per li ragioni assignati nell'altra operatione) sara simile a cadauno delli altri duoi equilateri per il che sara equilatero che e il proposito, il medemo seguira quando che la apritura del compasso fusse menore, ouer equale alla mita della detta linea a b.



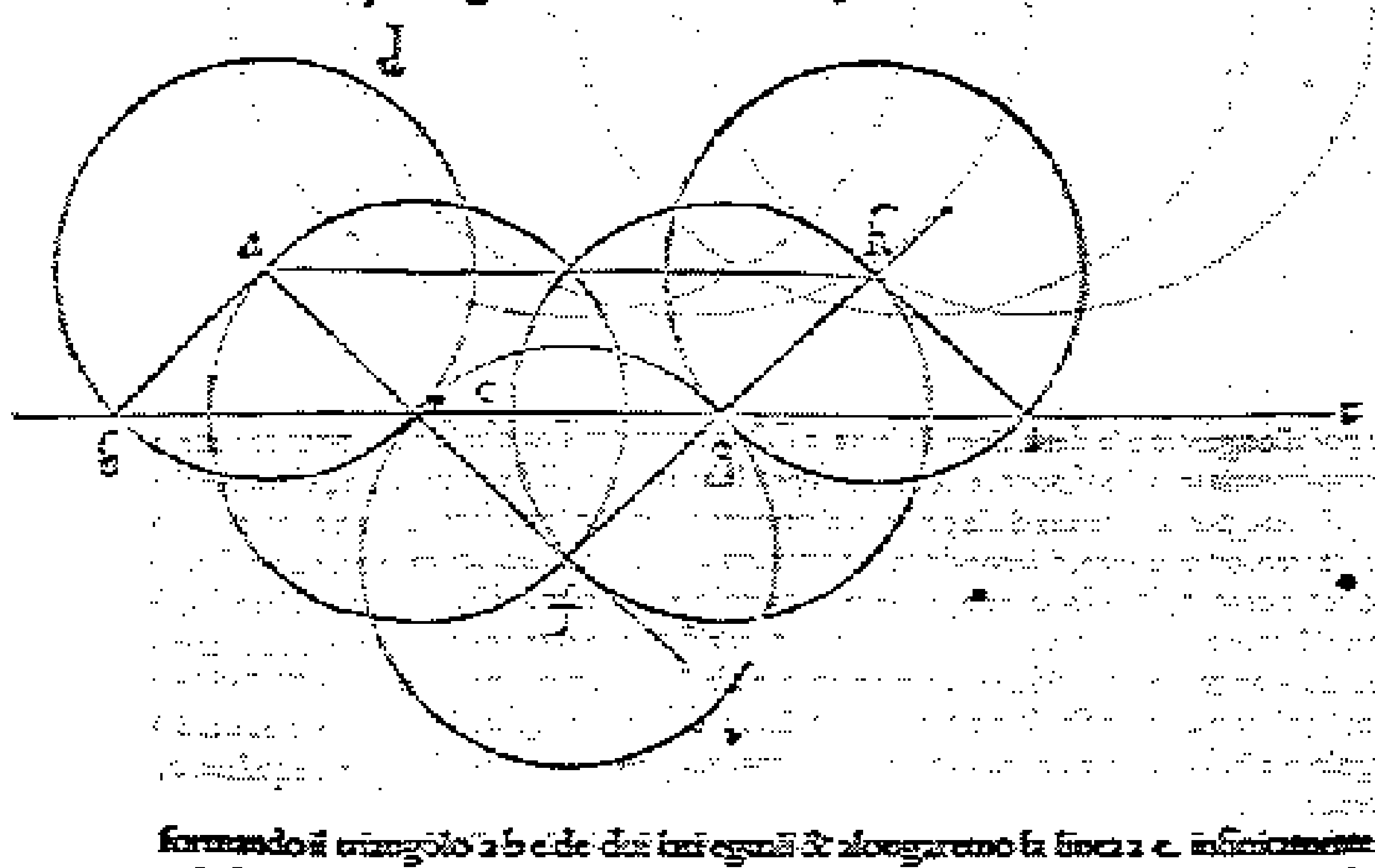
Bisogna notare qualmente, che al puro pratico naturale (qual nō si cura di far la dimostratione geometrica della sua operatione) non gli e necessario a dessignar integralmente quelli cerchii dessignati nelle sopra notate ope tnioni altri lineamenti, ma a lui gli basta solamente nella prima operatione, a signar il ponto.c. tanto lontano (in retta linea) dal ponto.b. quanto sarà lapritura del suo compasso, & similmente il ponto.d. lontano dal ponto.a. & da poi sopra li duoi ponti.b.& c. con il nostro compasso signar la intersecatione.f.& similmente sopra li altri duoi ponti.a. & d. signar la intersecatione.e.& fatto questo tirar due linee senza colore, l'una dal ponto.a.al ponto.e.& l'altra dal ponto.b.al ponto.f.le quai due linee se intersecaranno in ponto.g.dal qual ponto.g.tirando poi le due linee colorate (cioe con inchiostro) g a.& g b. hauerai il proposito, cioe hauerai designato il triangolo.g a b. qual (essendo fatto diligenza nel operare) lo trouarai alla proua materiale, (qual è la speriencia) esser equilatero, ma volendo far la construttione geometrica bisogna procedere, come di sopra te ho mostrato, il medesimo potrai abbreuiar li detti cerchii, & molti altri lineamenti non solamente nella seconda operatione se ben la considerarai, ma in tutti li altri problemi, che seguiranno si come che nel primo libro te mostrai.



1 PRopositione.31.del primo di Euclide non tocca da Hieronimo Cardano, ne da Lodouico Ferraro suo creato, senza la quale non puo esser risolto alcuno di me 17 quesiti in tal materia a lor proposti.

2 DA un ponto dato fora d'una data linea retta potremo tirare una linea equidistante a quella con qual si voglia proposta apritura di Compasso, Essempi gratia.

Sia dato il ponto.a.fora della linea.b c.dico che dal ponto.a.potremo tirare una linea equidistante alla linea.b c.in ogni apritura di compasso, le necessario che tal apritura sia maggiore, ouer minore, ouer eguale alla differencia del detto ponto.a.alla detta linea.b c.hor sia prima maggiore, faremo centro el detto ponto.a.& sopra di quello designaremo il cerchio b c d. il quale segara la detta linea in li dui ponti.b.& c.& tiraremo le due linee.a b.& a c.

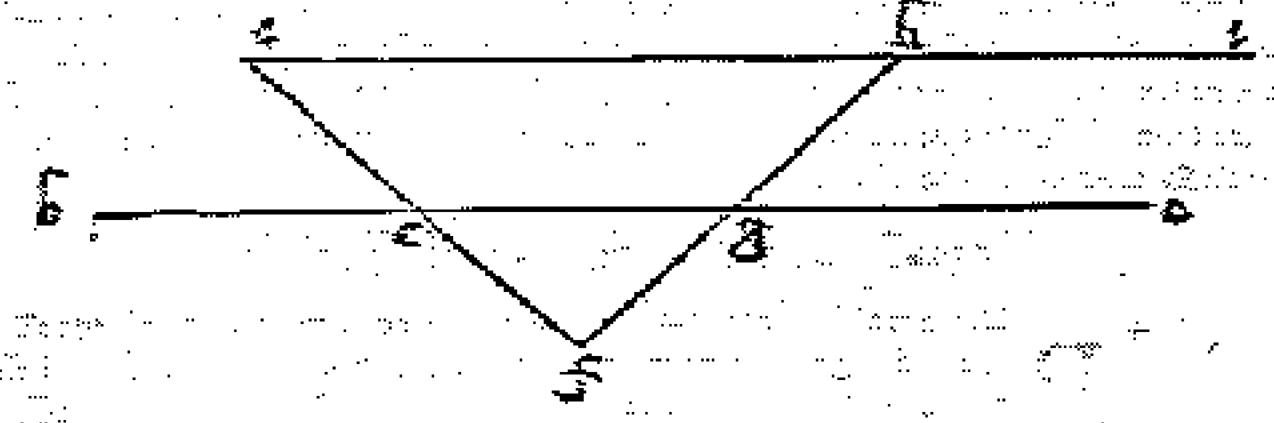


formando il triangolo a b c de dui lati eguali & alongaremo la linea a c. infinitamente verso c.& di quella ne tagliaremo la parte c f. eguali alla a c.(cioe secondo la apritura del nostro compasso) & sopra il centro f. descriuero il cerchio.e g.el qual segara la data linea.b c. in li dui ponti.e.& g.poi tiraremo la linea.f g.& quella alongaremo infinitamente verso.g.& di quella medemamente ne tagliaremo la parte.g h.eguale alla f g.& sopra il centro.h.descriueremo il cerchio g i k.il qual segara la linea.a b.in li dui ponti.g.& i.poi tiraremo la linea.h i.formando el triangolo.g h i.el quale sara simile,& eguale al triangolo.b a c.perche l'uno e l'altro è simile al triangolo.c f g.perche l'angolo.c.di l'uno è eguale al angolo.c.di l'altro (per la 15.del primo di Euclide) & similmente li dui angoli.b.& g.sono eguali al detto angolo.c.per la 5.del primo di Euclide per esser li triangoli isoceli cioe de dui lati eguali, anchora per la 32.del primo di Euclide l'angolo.f.al angolo.a.sara eguale, adonque (per la quarta del 6.di Euclide) saranno simili, & eguali, & per le medeme argumentationi seguira del triangolo.g h i.adonque el triangolo.h g i. sara eguale al triangolo.a b c.& sopra una medema linea, & da una medema parte, adonque (per la quarta del 2.di Euclide) sono fra linee equidistante tirando adonque dal ponto.a.al

ponto.

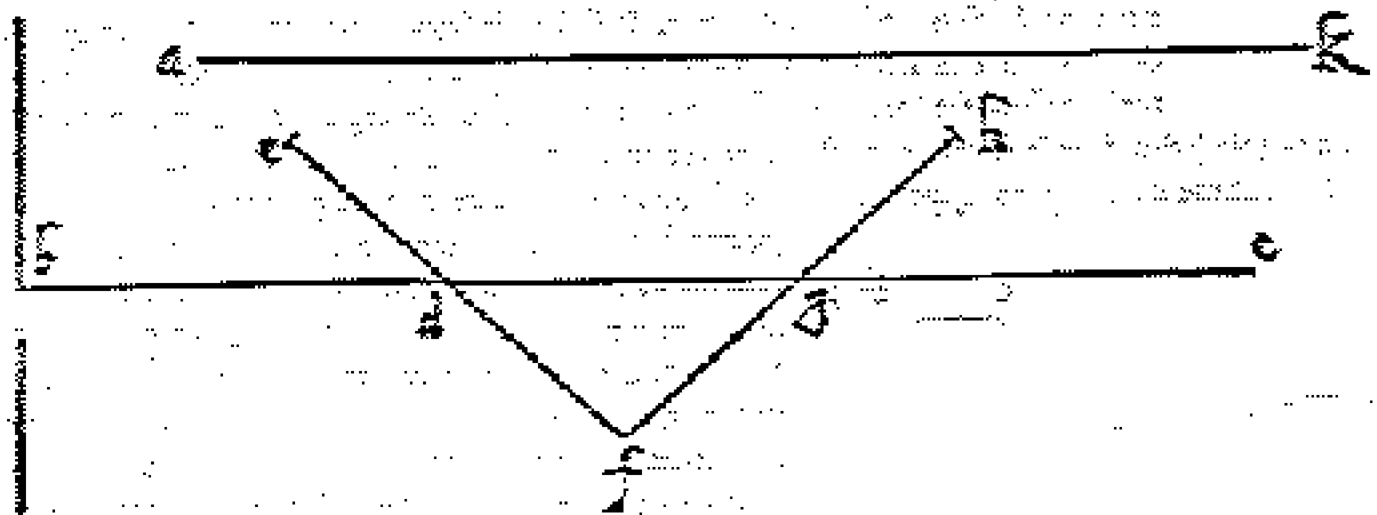
posto .h. la linea a h. quella sara equidistante alla detta linea. b c. che è il proposito primo. Anchora si potria simplicemente le due linee a e f. & f g. h. secondo il detto ordine, & congiongere li dui ponti. h. & a. tirando la linea a h. quella se prouara esser equidistante alla. e g. (per la seconda del. 6. di Euclide) perche la. e g. diuide li duoi lati. f a. & f h. del triangolo. a f h. proportionalmente, cioe in due parti eguali, che è pur il proposito, & questo secondo modo è piu espediente del primo.

Nota che volendo esseguir simplicemente tal problema in qualche tua pratical operatione, cioe senza far la demostratione mathematica di tal tua operatione, non ti accade a far quelli. 4. cerchij, ma basta a poner il piede del tuo compasso nel ponto a. & con l'altro piede trouar la linea. b c. in ponto. e. & tirar la. a e. non colorata, & quella allongarla per fin in. f. talmente che la. e f. sia eguale alla. a e. cioe alla apritura del tuo compasso, e dapoi fermar vn piede del tuo compas-



so in ponto. f. & con l'altro trouar la linea. b c. in ponto. g. & da poi tirar la. f g. (senza colore) & quella allongarla per fin in. h. talmente che la. g h. sia eguale alla. f g. cioe alla apritura del tuo compasso, & fatto questo dal ponto. a. al ponto. h. tirando la colorata linea. a h. quella sara equidistante alla detta linea. b c. (per la seconda del. 6. di Euclide) si che tal conclusione realmente non si puo negare, anchor che non ne siano descritti li detti quattro cerchij.

Ma se per sorte l'appritura del compasso non sara maggiore della detta differentia del detto ponto. a. alla linea. b c. come in quest'altra terza figura appare, figuraremo vn'altro ponto, (qual sia il ponto. e.) che la distantia di quello alla linea. b c. sia men de l'apertura del nostro compasso, & figuraremo la. d e. eguale alla appritura del cōpasso, & da poi procederemo come nella precedente, cioe allongar la. e d. per fin in. f. talmente che la. d f. sia eguale alla. e d. & trouar tuo la. f g. con il nostro compasso & similmente la. g h. secondo la regola detta di sopra, & da poi tiraremo vna linea senza colore dal ponto. e. al ponto. h. la quale (per le ragion dette di sopra)



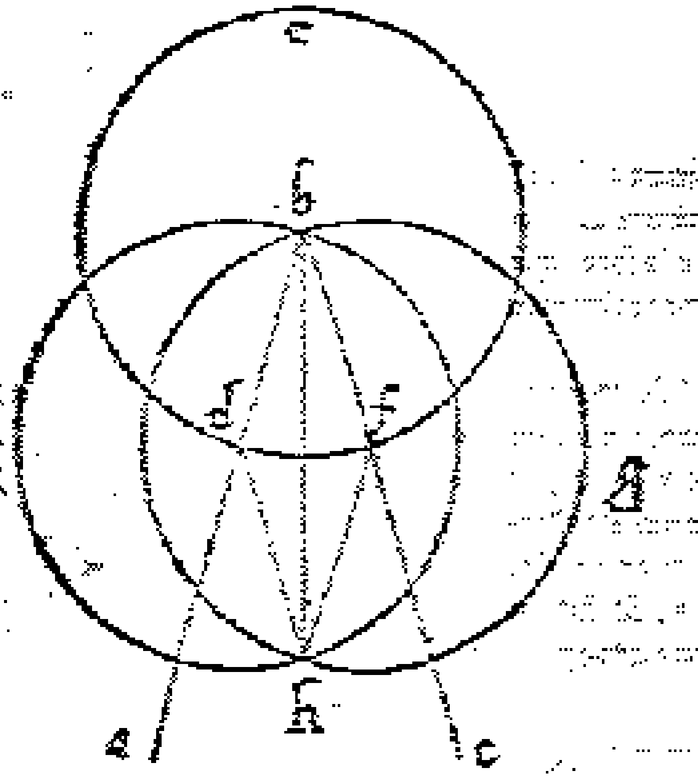
sara equidistante alla detta. b c. & se l'apritura del nostro compasso sara maggiore della differentia del ponto. a. alla non colorata linea. e h. dal detto ponto. a. (secondo la regola detta di sopra) tirarai la linea. a k. equidistante alla detta non colorata linea. e h. onde la detta linea. a k. (per la trentesima del primo di Euclide) sara anchora equidistante alla detta linea. b c. che sara il proposito. Ma se la distantia del ponto. a. alla linea non colorata. e h. fusse maggiore della apritura del compasso tu te gli andaresti accostando con il medesimo ordine, cioe tirando vn'altra linea non colorata di sopra della. e h. equidistante alla detta. e h. da vn'altro ponto similmente posto di sopra da quella, & cosi potrai procedere in infinito per fin che tu te approssimarai con vna al detto ponto. a. che la differentia sara minore della appritura del tuo compasso.

Propositione nona del primo di Euclide.

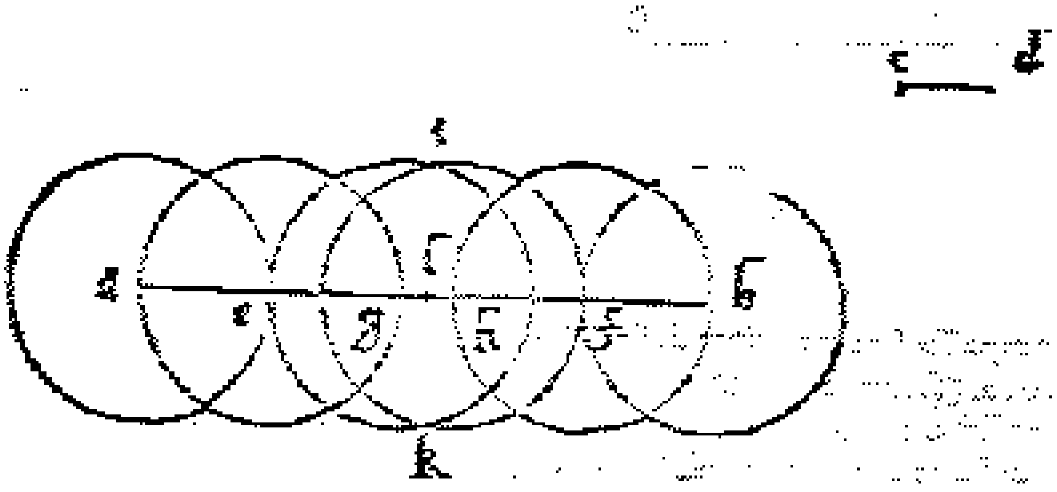
5 Potemmo dividere vn dato angolo rettilineo in due parti eguali in ogni proposta apritura di compasso, Essempi gratia.

Sia il dato angolo. b. dico che il potremo dividere in due parti eguali in ogni proposta apritura di compasso, & per far questo faremo centro el ponto. b. & sopra quello descriveremo vn cerchio secondo la data apritura, el qual segara le due linee b a. & b c. in li dui ponti. d. & f. (& se per caso el non li segasse, se li slongaria fina alla circonferentia) poi sopra li dui ponti. d. & f. descrivero dui altri cerchi, liquali se intersegaranno in ponto h. & anchora in ponto. b. poi tiraremo la linea. b h. laqual dividera lo detto angolo in due parti eguali, e per dimostrar tal cosa tu tirarai dal ponto. h. le due linee. h d. & h f. lequali saranno eguali per che vengeno dal centro alla circonferentia di cerchi eguali, adonque per la ottava del primo di Euclide langolo. h b f. sara eguale a langolo. h b d. che e il proposito. Anchora questa si poria risolvere senza dessignar quelli tre cerchi, il modo da far tal effetto lo havemo dato nella sesta del secondo capo del primo libro.

Propositione decima del primo di Euclide.



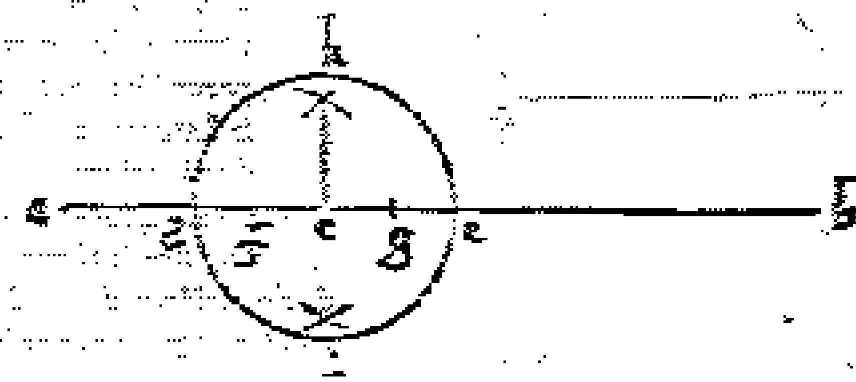
4 Potemmo dividere vna proposta linea retta in due parti eguali con qual si voglia apertura di compasso proposta dal aversario. Essempi gratia, sia la data linea. a b. & l'apertura del nostro compasso ponemo che sia quanto la. c d. hor volendo con tal apertura dividere la detta linea. a b. in due parti eguali. Se per sorte la apritura del detto nostro compasso fara maggiore della mita della data linea tal problema dissolveremo secondo la regola data sopra la .v. del .x. capo del primo libro, ma se per sorte tal apertura sara menore della mita della data linea, come che nella presente figura accade tal problema si poo essequir in dui modi delli quali l'uno e generale, qual serve per dividere non solamente vna linea in due parti eguali, ma in quanti parti eguali si voglia, & questo e quello che fu dechiarito sopra la quinta, & sesta del duodecimo capo del primo libro (per dividere quella linea in quante parti si voglia con qual si voglia apertura di compasso,) e pero chi desiderara di intender quel modo ricorra a quel luoco. L'altro qual e speciale per questo problema, & non per altri e di questa sorte faremo centro l'una, & l'altra stremita della data linea. a b. & sopra ciascaduna di quelle dessignaremo vn cerchio con il nostro compasso, liquali dui cerchii l'uno sega la detta. a b. in ponto. e. & l'altro la sega in ponto. f. & sopra questi dui ponti. e. & f. dessignaremo per dui altri cerchii. liquali se per sorte se intersegassero fra loro potressimo con le due sue intersegationi (secondo la commune regola) dividere la detta linea in due parti eguali, ma ponissimo che non se intersegano fra loro, come nella figura appare, ma che l'uno seghi la linea. a b. in ponto. g. & l'altro in ponto. h. Onde descrivendo anchora dui altri cerchii sopra li detti dui ponti. g. & h. quelli se intersegaranno nelli dui ponti. i. & k. e pero giungendo alle dette due intersegation la nostra regola dividere mo la. g h. in due parti eguali in ponto. l. & cosi (per commune scientia) haveremo divisa la detta linea. a b. in due parti eguali in ponto. l. perche il diametro. a g. e eguale al diametro. b h. & la. g l. alla. h l. che e il proposito. Nota che in quanto alla pura pratica non e necessario a dessignar li detti cerchii, ma bastaria in questo caso a far caminar dui passi il nostro compasso da l'una, & dui altri da l'altra banda alla detta linea, li quali fariano li dui passi. a e. & e g. dalla banda dal. a. & li dui. b f. & f h. dalla banda dal. b. & finalmente dividere la differentia. g h. in due parti eguali (secondo il solito con l'aiuto delle due intersecationi. i. & k.) in ponto. l. Et se per sorte li dui cerchii descritti sopra li dui ponti. g. & h. non se intersegassero fra loro, ma che se toccassero solamente sopra la detta linea in tal caso il ponto del toccamento (per commune scientia) saria quello, che divideria la detta linea in due parti eguali.



Propositione undecima del primo di Euclide.

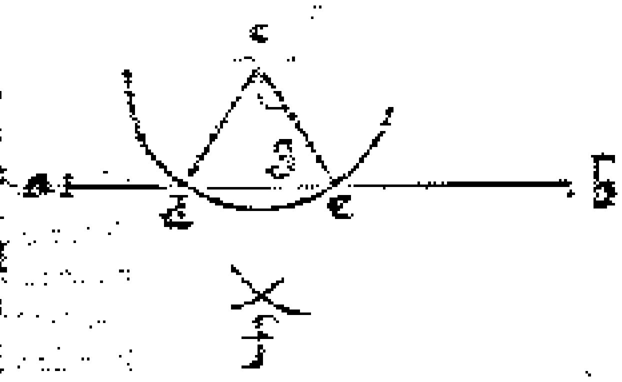
5 DA un ponto dato in una linea retta poremmo dimenare una perpendicolare sopra quella senza movere il compasso di qual si voglia apritura proposta. Essempi gratia.

Sia la data retta linea. a b. nella quale sia dato il ponto. c. dico che dal ponto. c. poremmo dimenare una perpendicolare a essa. a b. senza movere il compasso di qual si voglia appritura proposta, & per far questo sopra il ponto. c. descriveremo un cerchio secondo l'apertura del nostro compasso qual segara la detta linea. a b. nelli duoi ponti. e. & d. poi divideremo ciascuno di duoi mezi diametri. c e. & c d. in due parti equali secondo la regola data sopra la. 8. del. 2. capo del primo libro, nelli duoi ponti. f. & g. & dapoi faremo centri li detti duoi ponti. f. & g. & con il nostro compasso figuraremo le due intersegationi. h. & i. producendo la. h c. quella sara perpendicolare sopra la detta linea. a b. in ponto. c. laqual conclusione designando tutti li cerchij colorati operati in tal conclusione, & tirando anchora una linea dal ponto. h. al ponto. f. & un'altra dal medesimo ponto. h. al ponto. g. facilmente (per la ottava del primo di Euclide) se dimostrara cosi esser, liquali cerchij, & linee non ho voluto designar colorate, per non offuscar la figura conclusione.

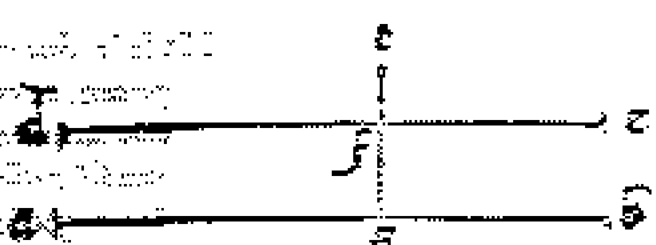


Propositione duodecima del primo di Euclide falsamente conclusa dal Cardano per no haver dato regola da risolvere la. 9. del. 2. di Euclide da me data nella. 2. di questo della qual si serve nella sua resolutione.

6 AUna data retta linea de indefinita quantita, da un ponto dato fuora di quella poremmo condure una linea perpendicolare, co qual si voglia apertura di compasso. Essempi gratia. Sia la data linea. a b. & il ponto dato fuora di quella sia. c. volendo dal ponto. c. condure una perpendicolare sopra quella, se l'apertura proposta del nostro compasso fara maggiore della distantia che e dal ponto. c. alla detta linea a b. tal problema risolveremo per la regola data sopra la. 9. del. 2. capo del primo libro, cioe designaremo sopra il ponto. c. un cerchio secondo la apertura del nostro compasso, qual se intersegara in duoi luochi con la linea a b. come faria a dir nelli duoi ponti. d. & e. da poi, facendo centro l'uno, & l'altro di detti duoi ponti. d. & e. designaremo la intersecatione. f. & cosi gionzeremo la nostra rega alli detti duoi ponti. c. & f. & secondo l'ordine di quella tiraremo la linea. c g. la quale sara perpendicolare sopra la. a b. Ma volendo risolvere tal problema secondo la regola di Euclide, prima dal ponto. c. tiraremo le due linee. c d. & c e. & fatto questo, divideremo l'angolo. e c d. in due parti equali secondo la regola della quarta con la linea. c g. laqual linea. c g. veniria per a esser perpendiculare sopra la. a b. perche intenderemo li duoi triangoli. c g d. & c g e. & perche li duoi lati. c g. & c d. del triangolo. c g d. sono equali alli duoi lati. c g. & c e. del triangolo. c g e. perche le due linee. c d. & c e. vengono dal centro. c. alla circonferentia, & lo lato. c g. e commune a l'uno & l'altro di detti triangoli, & l'angolo. c. de l'uno e equale al angolo. c. de l'altro. Onde (per la quarta del primo di Euclide) la basa. g d. sara equale alla basa. g e. & l'angolo. c g d. di l'uno sara equale al angolo. c g e. de l'altro, e per tanto (per la decima diffinitione del primo di Euclide) l'uno e l'altro di detti angoli sara retto, & (per la nona) la linea. c g. sara perpendicolare sopra la linea. a b. che e il proposito.



Ma se per sorte l'apertura del nostro compasso sara menore della distantia del detto ponto. c. alla linea a b. come in questa altra figuratione appare, in tal caso, di sopra alla. a b. tiraremo la. d e. equidistante alla. a b. da un ponto tolto a nostro piacer men distante dalla. a b. della larghezza, over apertura del nostro compasso, & fatto questo essendo l'apertura del nostro compasso maggiore della distantia del ponto. c. alla detta linea. d e. tiraremo dal detto ponto. c. (secondo la regola detta di sopra) la linea. c f. perpendicolare sopra la. d e. laqual perpendicolare. c f. allongandola per fin in. g. sara anchora la. c g. perpendicolare sopra la. a b. che fara il proposito & con tal regola se andara procedendo quanto che il detto ponto. c. fusse molto piu lontano dalla data linea. a b.

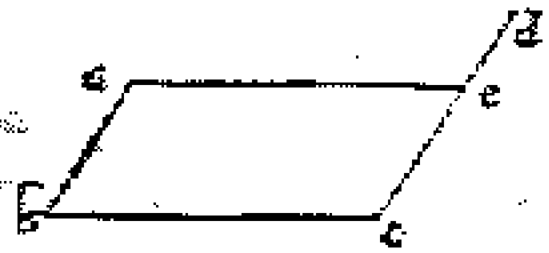


Propositione seconda del primo di Euclide.

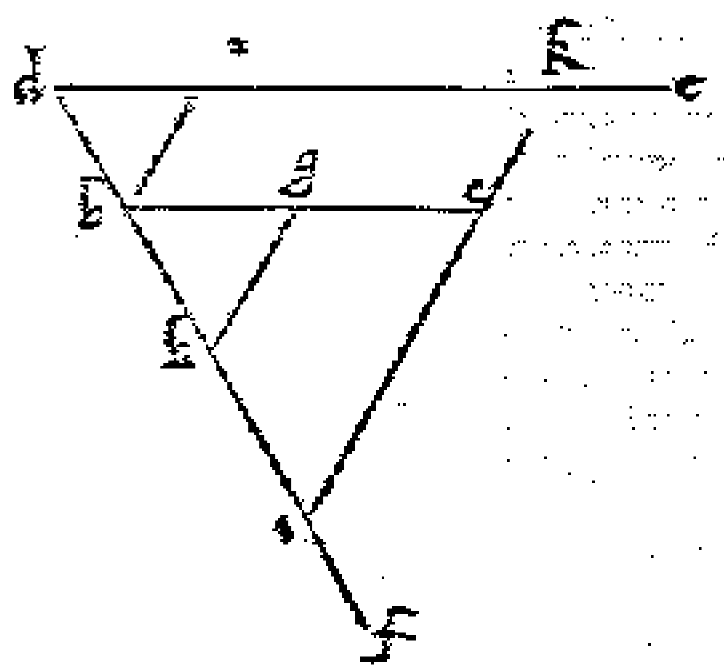
7 DA un ponto dato fora d'una proposta linea poremmo tirare una linea equale alla detta

linea proposta senza mouere il compasso di qualunque proposta apritura, questa è la seconda del primo di Euclide, Essempi gratia.

Sia el ponto. a. & la data linea. b c. Dico che potemo dal ponto. a. tirare vna linea eguale alla. b c. senza mouere il compasso di qual si voglia apritura proposta, & questo potemo far in duoi modi, il primo è questo, congiongeremo il ponto. a. con l'una delle estremità della linea. b c.(poniamo col ponto. b.) tirando la linea. a b. & dal ponto. c. tiraremo (per la precedente) la linea. c d. equidistante alla. a b. poi dal ponto. a. ne tiraremo vn'altra (pur per la precedente) equidistante alla data. b c. & questa la alongaremo per fin che la se congionga con la. c d. in ponto. e. laqual linea. a e. dico che (per la. 34. del. 1. di Euclide) è eguale alla. b c. che è il proposito.



Il secondo è questo, da poi che haueremo tirata la linea. a b. sopra di quella (per la prima di questo) gli designaremo il triangolo equilatero. a d b. & alongaremo li duoi lati. d a. & d b. indefinitamente verso. e. & f. e da poi secondo l'apertura del nostro compasso segnaremo le due linee. b g. & b h. eguali, & tiraremo la. h g. fatto questo dal ponto. c. (per la precedente) la. c i. equidistante alla. h g. laqual se intersegara con la. d f. in ponto. i. onde la. b i. venera a esser eguale al. b c. (per esser li duoi triangoli. b g h. & b c i. simili, & de duoi lati eguali, fatto questo dal ponto. i. (per la precedente) tiraremo la. i k. equidistante alla. b a. laqual se intersegara con la. d e. in ponto. k. formando il triangolo. d i k. equilatero, (per esser simile al triangolo. d a b.) e pero tutta la. d k. sara eguale a tutta la. d i. onde leuando da l'una il lato. d a. & da l'altra il lato. d b. (che sono eguali) per commune sententia la restante. a k. sara eguale alla restante. b i. & perche di sopra fu dimostrato, che la. b c. era medesimamente eguale alla detta. b i. seguita (per commune sententia) che la. a k. sia eguale alla data linea. b c. & cosi dal dato ponto. a. hauemo tirata la linea. a k. eguale alla data linea. b c. che è il proposito, & quantunque questa seconda regola sia piu longa della prima, non dimeno la è piu generale, perche la ne seruira anchora quando che il ponto dato fusse directamente nella data linea protratta, ouer nella istessa data linea.



Propositione terza del primo di Euclide.

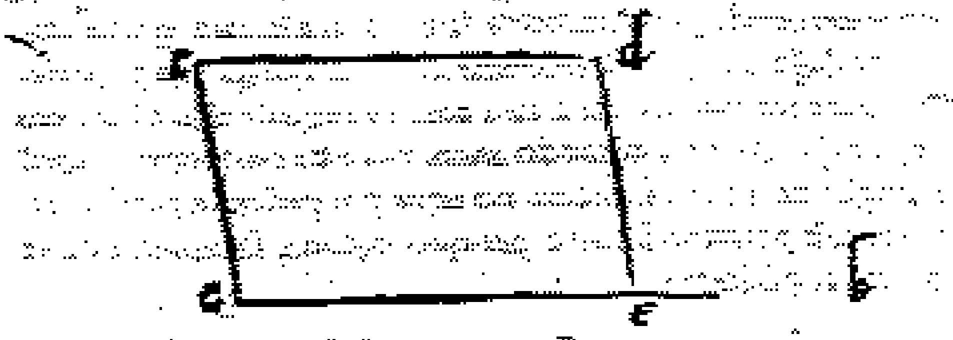
3 Proposte due linee rette inequale dalla maggiore ne potemo segare vna parte eguale alla minore senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta, Essempi gratia per li molti modi, che tai due linee ponno esser situate, e per tanto

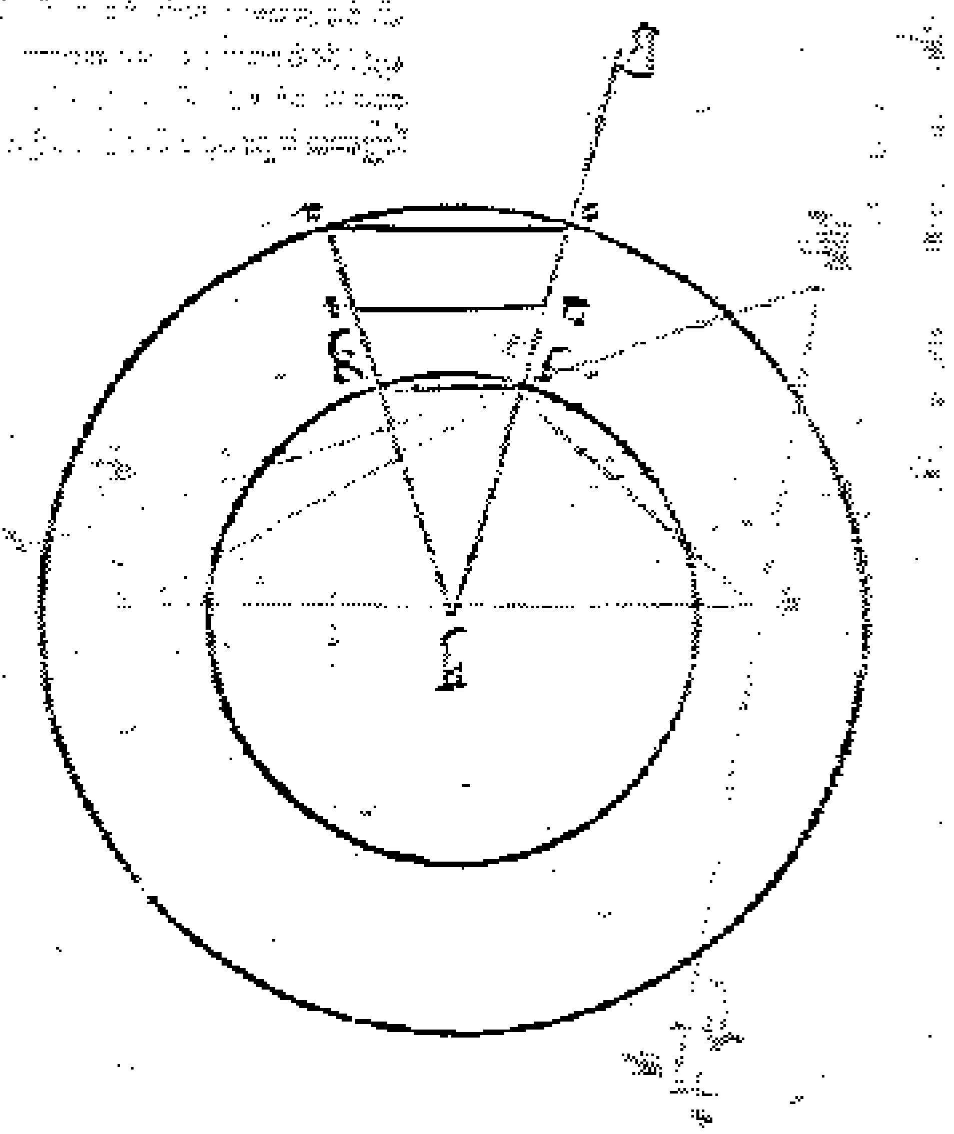
Siano le due linee inequali. a b. & c d. & sia la. a b. maggiore, & siano prima equidistante, dico che dalla. a b. ne potemo tagliarne vna parte eguale alla. c d. senza variar il compasso di qual si voglia apritura proposta, & per far questo congiongeremo le due estremità di queste due linee insieme tirando la linea. c a. poi dal ponto. d. tiraremo vna linea equidistante alla. c a. (per il modo dato nella seconda) qual sia la linea. d e. laquale se intersegara con la linea. a b. in ponto. e. hor dico che la parte. a e. è eguale alla. c d. (per la. 34. del primo di Euclide) Nota quando che fusse de bisogno di tagliar la detta. c d. menore dalla banda verso il ponto. b. in tal caso congiongeressimo il ponto. d. con il ponto. b. con vna linea tirata dal. d. al. b. & dal ponto. c. tiraressimo vna linea equidistante alla detta. d b. laquale taglieria dalla. a b. dalla banda verso. b. vna parte eguale alla detta. c d. menore per la detta. 34. del primo di Euclide.

Secondo modo.

Ma se le due linee per caso fusser congionte angolarmente come le due. g h. & h i. faremo il ponto. h. centro, & secondo l'apritura del nostro compasso descriueremo vn cerchio, & se el semidiametro fusse per caso eguale alla menor linea al primo colpo saria essequido il proposito, ma se'l fusse menore, come il cerchio. k l. qual segara le dette due linee in li duoi ponti. k. & l. fatto questo tiraremo la linea. k l. & dapoi dal ponto. i. tiraremo anchora la. i m. equidistante alla. k l. & fatto questo hauueremo essequito il proposito, perche la. h m. (per la seconda del sesto di Euclide) sara eguale alla. i h. ma se'l semidiametro sara maggiore el detto cerchio segara solamente la maggiore, ouer niuna, non dimeno alongaremo l'una ouer ambedue, fina alla circonferentia segando quella, & dalli duoi ponti doue segano (quali pongo. siano. n o.) tiraremo la. n o. poi dal medesimo ponto. i. tiraremo la. i m. equidistante alla. n o. & hauueremo concluso il proposito.

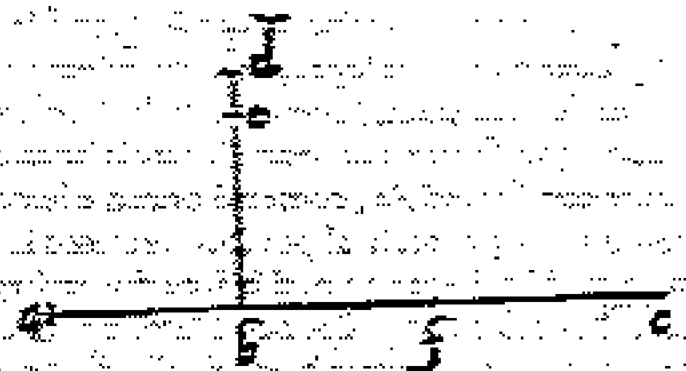
Terzo





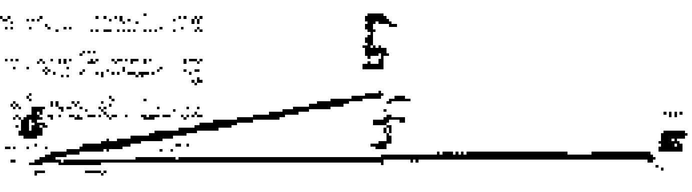
Terzo modo.

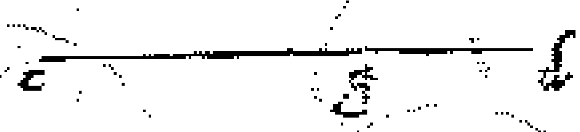
Ma quando le dette due linee fussero directamente congionte alla similitudine delle due linee. a b. b c. dal ponto. b. (per la quinta di questo) dutremo la linea. b d. perpendiculare sopra la. a c. & de indefinita quantita, & dalla detta. b d. per lo secondo modo, posto in questa, ne taglieremo la parte. b e. eguale alla. a b. & per lo medemo modo dalla. b c. ne taglieremo la parte. b f. eguale alla. b e. onde per commune scientia la detta. b f. sara anchora eguale alla detta. a b. che è il proposito.



Quarto modo.

Ma quando che le dette due linee non fussero ne equidistante ne congionte angularmente, ne similmente congionte in diretto, come che è le due sottoscritte. a b. & c d. Dal ponto. a. tiraremo la linea. a e. equidistante alla. c d. (per la seconda) de indefinita quantita, & da quella per lo secondo modo di questa ne taglieremo la. a f. egual alla. a b. & da poi per el primo modo dalla. c d. ne taglieremo la parte. c g. egual alla. a f. onde per commune scientia, la detta. c g. sara eguale alla detta. a b. che è il proposito.



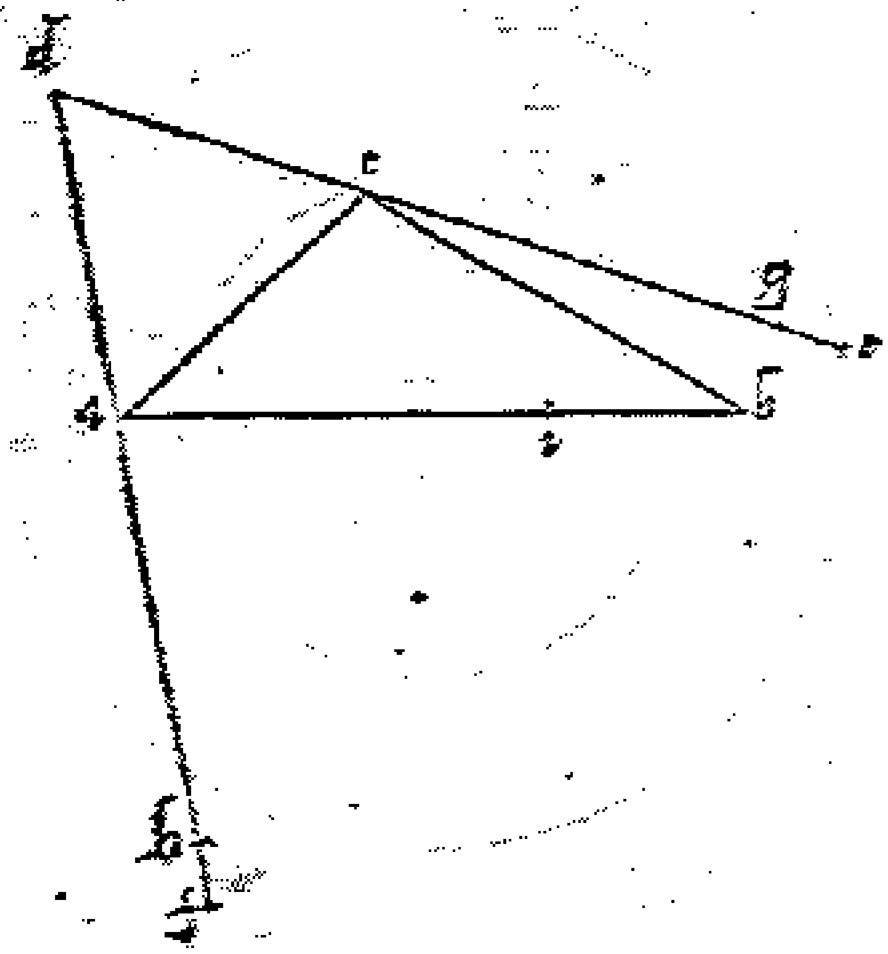


Quinto modo.

Ma quando le dette due linee fussero rettamente in diretto, ma non congionte, si come che le due sottoscritte. a b. & c d. dal ponto. b. (per la quinta) deduremo la perpendiculare. b e. de indefinita quantita, & da quella ne taglieremo (per el secondo modo) la parte. b f. eguale alla. a b. similmente dal ponto. c. (per la medesima) deduremo la perpendiculare. c g. & dal ponto. f. tiraremo la. f h. equidistante alla. b c. da poi dalla linea. c d. (per lo secondo modo di questa) ne taglieremo la parte. c i. eguale alla. c h. laquale sara anchora eguale alla. b f. & consequentemente alla. a b. che è il proposito.

Sesto modo.

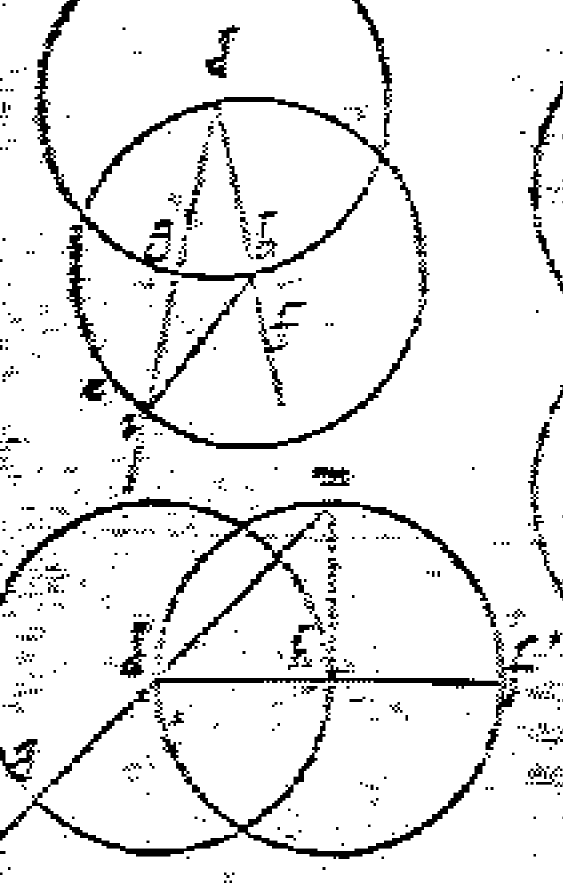
Ma quando le dette due linee fussero congionte angularmente, si come la. a b. & b c. che'l fusse necessario dalla. a b. dalla banda verso. a. a tagliarne una parte eguale alla. b c. (come che occorrera sopra la quintadecima) in tal caso tiraremo la. c a. & sopra di quella (per la prima di questo) gli descriveremo el triangolo equilatero. d a c. & protraremo li duoi lati. d c. & d a. indefinitamente verso. c & [illegible] fatto questo dalla c e. (per il secondo modo di questa) ne taglieremo la. c g. eguale alla. c b. fatto questo dal ponto. g. tiraremo una linea equidistante alla. a c. laqual [illegible] per non [illegible] la figura quella fegara la. a f. in ponto. h. onde la. d g. fara eguale alla. d h. (per la fimilitudine di duoi triangoli. d a c. & d g h. equilateri, onde per commune fcientia la. a h. fara eguale alla. e g. & confeguentemente alla. c b. hor dalla. a b. (per il fecondo modo di quefta) ne taglieremo la. a i. eguale alla. a h. la quale. a i. per commune fcientia fara anchora eguale alla. c b. e pero feguira il propofito. Bifogna notare, che quefto vltimo modo anchor che fia piu longo di qual fi voglia delli altri, nondimeno egli e piu generale perche tutti li altri fi potriano foluere per quefto, come facilmente da te potrai confiderare.

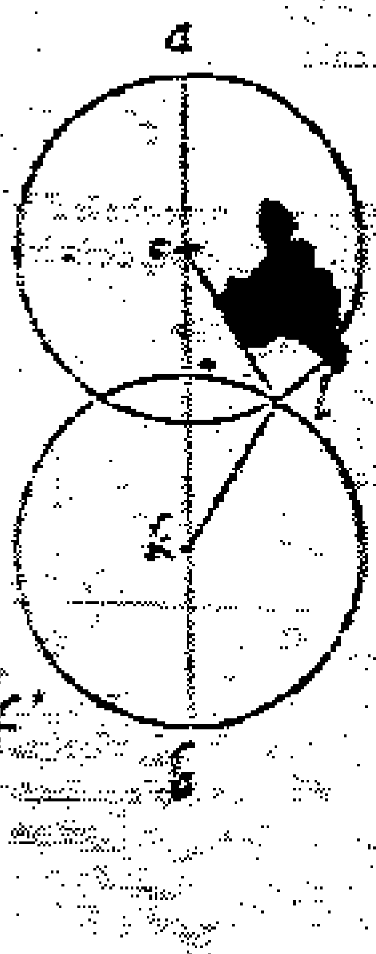


Propofitione vente fima terza del pri. di Euclide.

9 A Qualunque ponto dato in vna propofita linea retta, potemmo coftituirgli vno angolo eguale a qualunque dato angolo rettilineo fenza mouere il compaffo di qual fi voglia apritura propofita. Effempi gratia.

Sia la data linea. a b. & il ponto dato in quella fia. c. & il propofito angolo. e d f. dico che al ponto. c. potemmo coftituirgli vn angolo eguale al angolo. e d f. fenza variar il compaffo di qual fi voglia apritura propofita, & per far quefto fopra il ponto. d. defcriueremo vn cerchio fecondo l'apritura del noftro compaffo, il qual cerchio ouer che fegara le due linee. d e. & d f. ouer non, fegarle fega, poniamo in ponto. g. & h. fopra l'uno de detti ponti (poniamo in. h.) defcriueremo vn altro cerchio, il qual fegara, ouer potra fegare la linea. d g. protratta, ouer non, fegandola, come nel primo effempio appare in ponto. i. dal ponto. h. al ponto. i. tiraremo la linea. h i. & fara coftituido el triangolo. d h i. de due lati eguali alla apritura del noftro compaffo, cioe il lato. d h. & il lato. i h. fatto quefto dalla linea. b c. (partiale) ne taglieremo la parte. c k. eguale alla. d i. (per il modo dato in la quarta) poi fopra li dui ponti. c. & k. gli defcriueremo dui cerchij fecondo l'apritura detta del noftro compaffo, li quali fe interfegaranno fra loro in ponto. l. fatto quefto dal ponto. l. tiraremo le linee. l c. & l k. & fara coftituito il triangolo. l c k. egualede lati al triangolo. d i h. onde per la ottaua del primo di Euclide, l'angolo. l c k. fara eguale al angolo. h d i. (dato) che e il propofito, & quando il primo cerchio defcritto fopra el ponto. d. non fegaffe le due linee. d f. & d e. quelle fe allongaranno (per la feconda petitione del primo di Euclide) per fin che fegaffeno la circonferentia di quello.





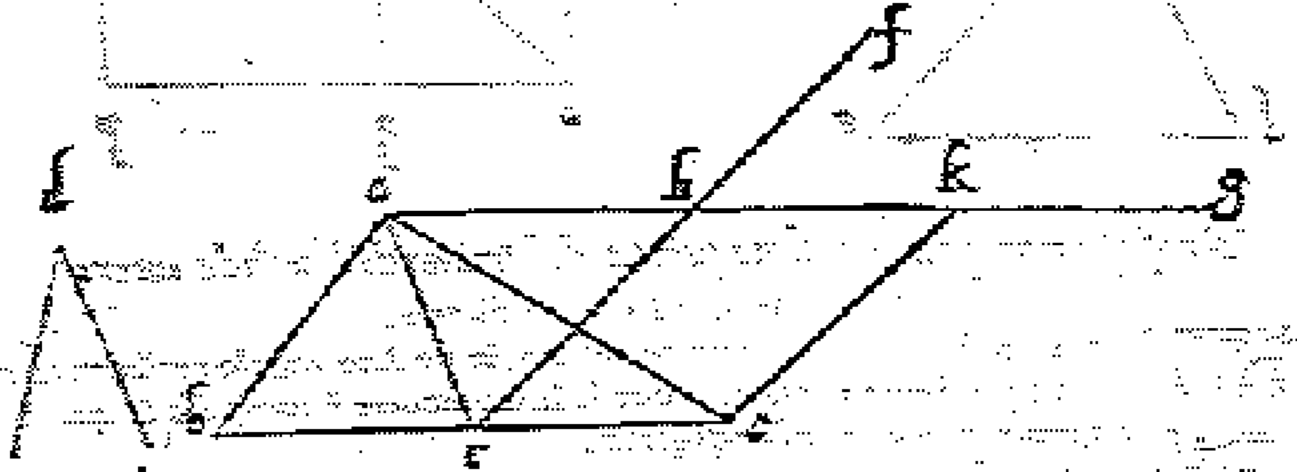
Ma quando che il fecondo cerchio defcritto fopra al centro. h. non poteffe in conto alcuno fegare la linea. d e. (per effer l'angolo. d. ottufo) procederemo in quefto modo, allongaremo la linea. d e. dalla parte verfo. d. per fina che fegaffe la circonferentia del detto cerchio in ponto. m. e caufato l'angolo. m d h. acuto, fatto quefto al dato ponto. c. coftituiremo vn angolo verfo la parte. a. eguale al detto angolo. m d h. acuto (come in quefta feconda figuratione appare) procedendo (come di fopra fu fatto) qual ponto fia l'angolo. n c a. hor dico che l'angolo. n c b. eftrinfico fara anchora eguale al angolo. g d h. eftrinfico del triangolo. d m h. per la decimaterza del primo di Euclide, che e il propofito.

Propofitione quarantefimafeconda del primo di Euclide, no tocca dal Campano, ma occultamente lecita.

10 P Otemmo coftituire vno paralellogrammo eguale a vno triangolo dato, in vno angolo eguale a vno angolo propofito fenza mouere il compaffo di qual fi voglia apritura propofita. Effempi gratia.

Sia d

Sia il dato triangolo. a b c. il dato angolo. d. dico che potemo constituire vno paralellogram-
mo (cioe vna figura de lati equidistanti) equale al dato triangolo. a b c. in vno angolo egua-
le al angolo. d. & per far questo (per la quarta di questo) divido la. b c. in due parti equali
in ponto. e. poi al ponto. e. (per la precedente) gli constituisco l'angolo. f e c. equale al angolo
d. poi dal ponto. a. tiro la linea. a g. (per la seconda di questo) equidistante alla basa. b c. la
quale segara la linea. f e in ponto. h. finalmente dal ponto. c. (per la medema seconda di que-
sto) tirarò vna equidistante alla. f h e. per fin che la segarà. g h. in ponto. k. constituendo, over
compiendo el paralellogrammo. h e c k. il quale sara equale al triangolo. a b c perche tirando la. a e.
el detto paralellogrammo. h e k c. (per la. 41. del primo di Euclide) sara doppio al triangolo.
a e c. & medesimamente il triangolo. a b c. (per la prima del sesto di Euclide) sara doppio al
medesimo triangolo. a e c. e pero (per commune sententia) il detto paralellogrammo. h e k c.
e equale al triangolo. a b c. & anchora sara constituido nel angolo. h e c. equal al angolo. d. di-
to, che è il proposito.

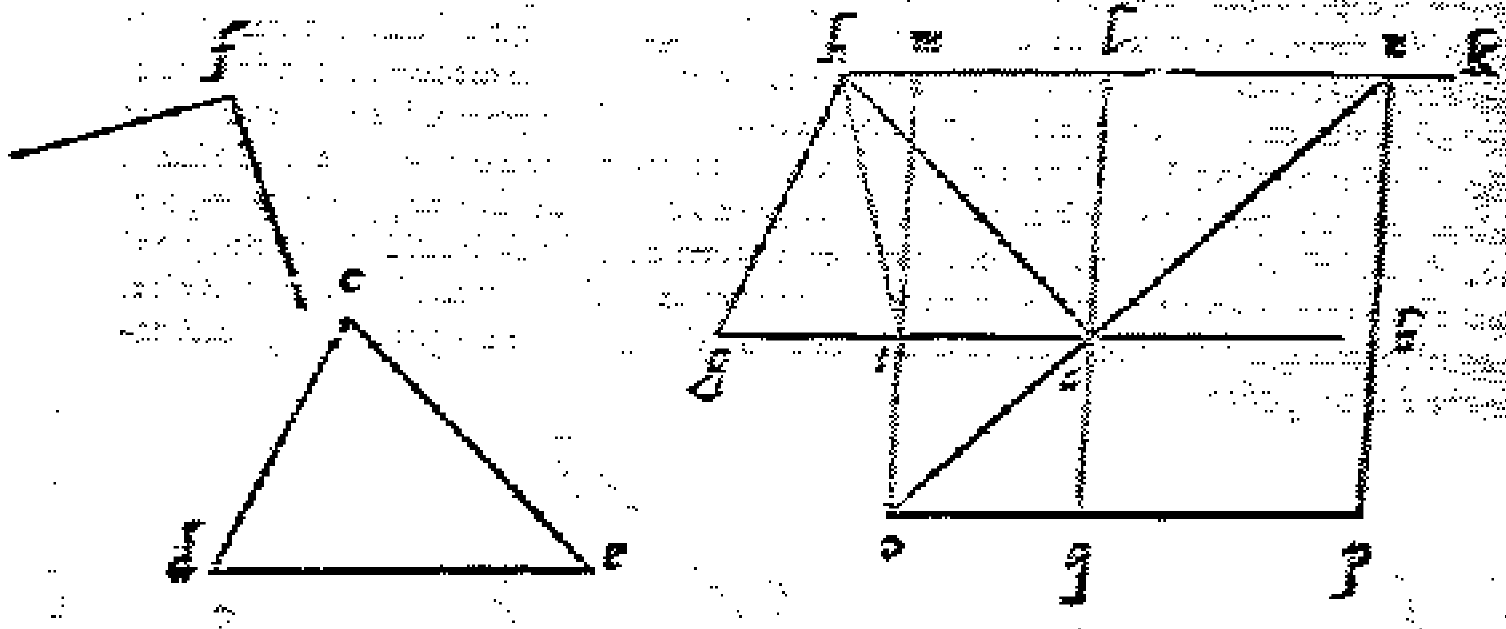


Propositione quarantesimaquarta del primo di Euclide

non posta dal Cardano.

22 Sopra vna proposta linea retta potemmo constituir vno paralellogrammo equale a
vno triangolo dato, & in vno angolo equale a vno angolo dato senza mouere
il compasso, di qual si voglia apertura proposta, Essempi gratia.
Sia la data retta linea. a b. & il dato triangolo. c d e. & il dato angolo. f. dico che so-
pra la linea. a b. potemmo constituire vna superficie de lati equidistanti equale al triangolo. c d e.
& in vno angolo equale al angolo. f. & per far questo allongaremo la linea. a b. verso. a. talmen-
te che di quella ne potemo tagliare la parte. a g. equale alla basi. c d. poi nelli dui ponti. a. & g.
gli constituiremo li dui angoli. g a h. & a g h. equali alli dui angoli. c. & d. (del triangolo. d c e.)
cadauno al suo relativo (procedendo come in la nona di questo fu mostrato) il che fatto il
triangolo. g h a. verra a esser equale, e simile al triangolo. d e c. & fatto questo diuideremo la
basa. g a. in due parti equali (per la quarta di questo) in ponto. i. & (per la seconda di questo)
protraremo la. h k. equidistante alla. g b. & nel ponto. a. formaremo l'angolo. g a l. equale al
dato angolo. f. & tiraremo la. i m. equidistante alla. a l. (per la seconda di questo) onde (per la
41. del primo di Euclide,) il paralellogrammo. m i a l. sara doppio al triangolo. i h a. & con-
seguentemente sara equale a tutto il triangolo. g h a. cioe al triangolo. c d e. proposto, fatto que-
sto tiraremo la linea. b n. (per la. 2. di questo) equidistante alla. a l. constituendo il paralellogrammo
i a n b. anchora produremo il diametro. n a. il quale allongaremo per fin a tanto che quel con
corra con la linea. m i. (anchora lei protratta) in ponto. o. & dal ponto. o. tiraremo (per la. 2. di
questo) la. o p. equidistante alla. i b. & produremo la linea. n b. per fin che la se interseghi con la
o p. in ponto. p. & similmente allongaremo la. l a. per fin che la concorra con la. o p. in ponto. q.
& sara constituito il paralellogrammo. m n o p. onde il detto gran paralellogrammo. m n o p. sara di
uiso in li. 4. paralellogrammi. m i a l. l a b n. i o a q. & a q b p. delli quali li duoi. l a n b. & i o a q.
sono a torno al diametro. n o. li altri duoi. m i l a. & a q b p. sono detti supplementi, li quali
(per la. 43. del primo di Euclide) sono equali. Et perche il triangolo. c d e. come di sopra fu di
mostrato, si è anchora lui equale al supplemento. m i l a. (per commune sententia) sara equale
anchora al'altro supplemento. a q b p. qual è constituito sopra la data linea. a b. Et perche l'an-
golo. b a q. (per la quintadecima del primo di Euclide) è equale al angolo. i a l. & al dato an-
golo. f. è equale al medesimo angolo. i a l. (perche così fu fatto in principio) onde (per la pri-
ma concettione di Euclide) seguita che l'angolo. q a b. sia equale al dato angolo. f. E per tanto

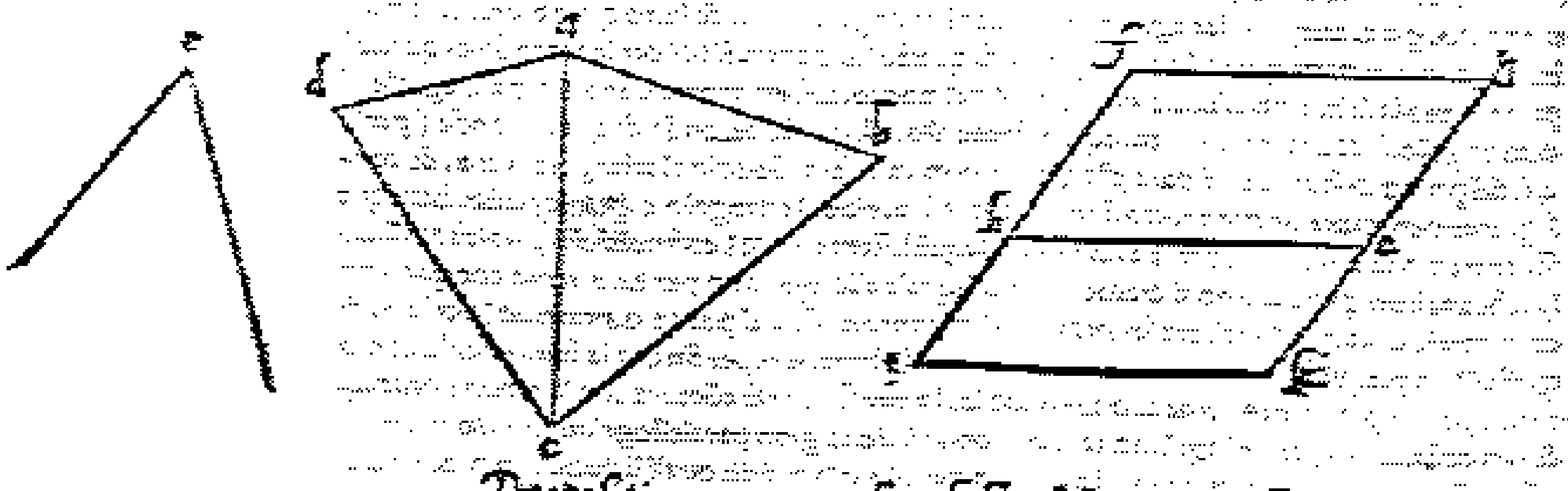
sopra la data linea. a b. haveremo costituito il paralellogrammo. a q b p. eguale al dato triangolo. c d e. & l'uno & l'altro di duoi angoli a. & p. contraposti sono eguali al dato angolo. come fu proposto di fare.



Propositione quarantesimaquinta del primo di Euclide interpretata dal Cardano con l'errore.

22 POtremo costruire uno paralellogrammo, in un dato angolo rettilineo eguale a qual si voglia figura rettilinea proposta senza mutare il compasso di qual si voglia apritura proposta. Essempi gratia.

Sia la data figura rettilinea. a b c d. & il dato angolo. e. Dico che potemmo costruire uno paralellogrammo in uno angolo eguale a l'angolo. e. & che sia eguale alla figura. a b c d. & per far questo divideremo il detto rettilineo in triangoli tirando la diagonale. a c. (per la decima) descriveremo il paralellogrammo. f g h c. eguale al triangolo. a b c. in el dato angolo. e poi sopra la linea. h c. gli descriveremo per l'ordine dato nella precedente il paralellogrammo. h i k c. eguale a l'altro triangolo. a d c. in el medesmo angolo. e. e sara fornita la figura. f g i k. la quale per quelli medesimi argumenti adutti sopra la quarantesimaquarta del primo di Euclide, se dimostrara esser paralellogrammo, & anchora ciascuno delli duoi angoli. i. & g. esser eguali al dato angolo. e. che e il proposito. & se il dato rettilineo fusse stato de cinque lati, lo haveressimo resolto in tre triangoli, e cosi sopra el lato. i k. haveressimo con li medesmi modi fabricato un'altro paralellogrammo (in el dato angolo. e.) eguale a quel terzo triangolo, & cosi discorrendo quando fusse de piu lati.



Propositione quarantesimasesta del primo di Euclide ignorata dal Cardano.

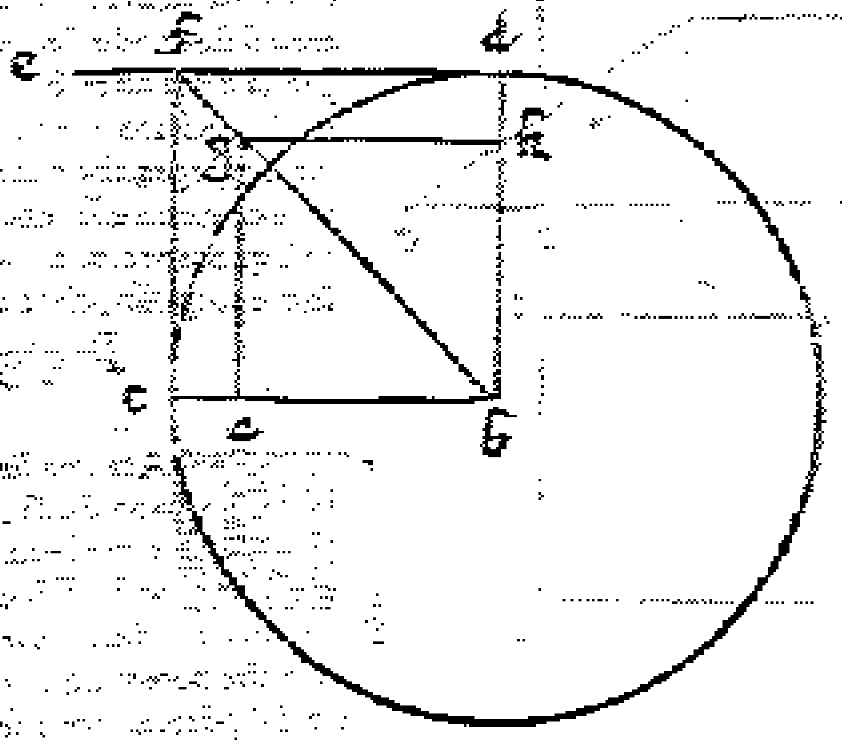
23 SOpra a qualunque data retta linea potemmo descrivere un quadrato senza alterare il compasso di qual si voglia apritura proposta. Essempi gratia.

Sia la data linea a b. dico, che sopra di quella potemo descrivere uno quadrato senza mutare il compasso di qual si voglia appritura proposta, e per far questo sopra l'una delle due estremita gli descriveremo un cerchio secondo la data appritura de compasso, lo semidiametro del quale, over che sara maggiore

maggiore

maggiore della linea a b, over minore, over eguale, hor sia prima maggiore, & sia descritto sopra la circonferentia b. allongarò la detta linea a b. verso a. fin alla circonferentia in ponto c. poi dal ponto b. (per la 5. de questo) dirizzaremo la linea b d perpendicolare alla a b. poi dal ponto d. (per la seconda di questo) tiraremo la linea d e. equidistante alla c b. poi dal ponto c. (per la medesima) tiraremo la c f. equidistante alla b d. la quale se intersegarà con la d e. in ponto f. & sarà formato el quadrangolo f d b c. el qual (per la 34. del primo di Euclide) è manifesto esser quadrato, & ciascuno suo lato esser eguale alla c b. semidiametro del descritto cerchio, fatto questo tiraremo il suo diametro f b. poi dal ponto a. tiraremo la linea a g equidistante alla b d. (per la 2. di questo) per fin che la se intersegarà con el diametro del quadrato in ponto g. poi dal ponto g. tiro similmente una equidistante alla a b. (pur per la 2. di questo) fin che quella concorra nel lato d b. qual sia la g h. & fatto questo haveremo constituido sopra la data linea a b. la figura a g h b. la quale per esser a torno del diametro f b. del gran quadrato sarà anchora lei quadrata (per lo corelario della 4. del 2. di Euclide) che è il proposito.

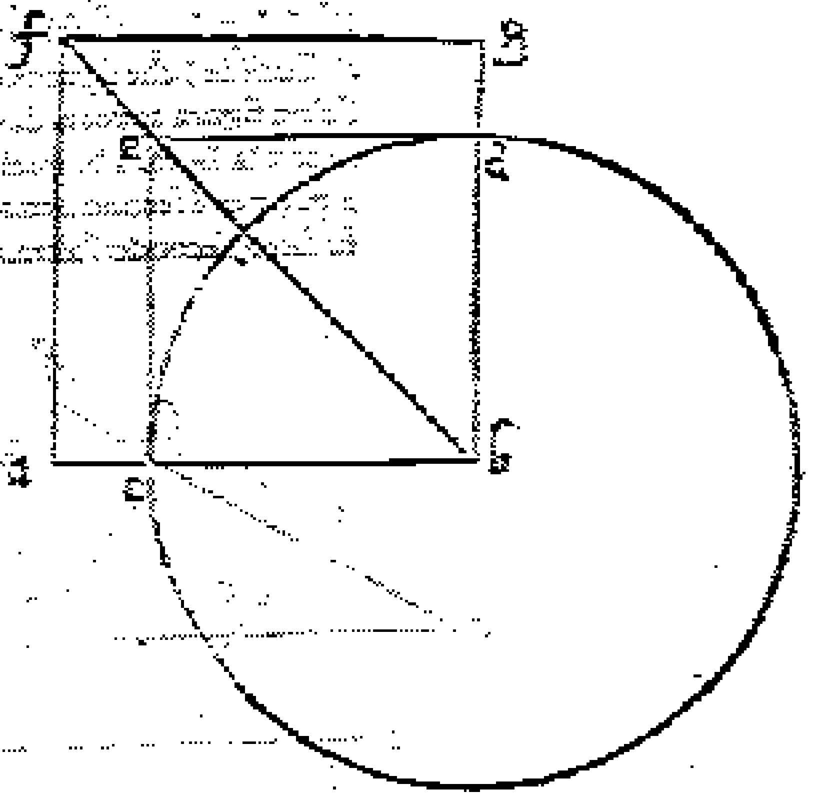
Ma se per caso la data linea a b. fusse più longa della apertura del nostro compasso, procederemo pur per il medesimo ordine, cioè sopra il ponto b. descriveremo un cerchio secondo la detta apertura qual segarà la detta linea a b. in ponto c. poi sopra il ponto b. dirizzaremo la b d. (per la 5. di questo) perpendicolare alla a b. & dal ponto d. (per la 2. di questo) tiraremo una equidistante alla a b. & vn'altra dal ponto c. equidistante alla b d. per fin che ambedue se intersecano in ponto e. onde el quadrilatero c b d e (per la detta 34. del primo di Euclide) sarà quadrato, poderemo el diametro b e. & quello prolongaremo per fin che concorra con una linea tirata dal ponto a. (per la 2. di questo) equidistante alla b d. in ponto f. & dal ponto f. tiraremo (per la detta 2. di questo) una equidistante alla a b. per fin che quella concorra con la b d. (prolongata) in ponto g. & fatto questo sarà formato il quadrilatero a b f g. il quale, per il corelario della 4. del 2. di Euclide sarà quadrato, & ciascuno de suoi lati eguale alla data linea a b. che è il proposito, per molte altre vie se poria essequir questo problema.

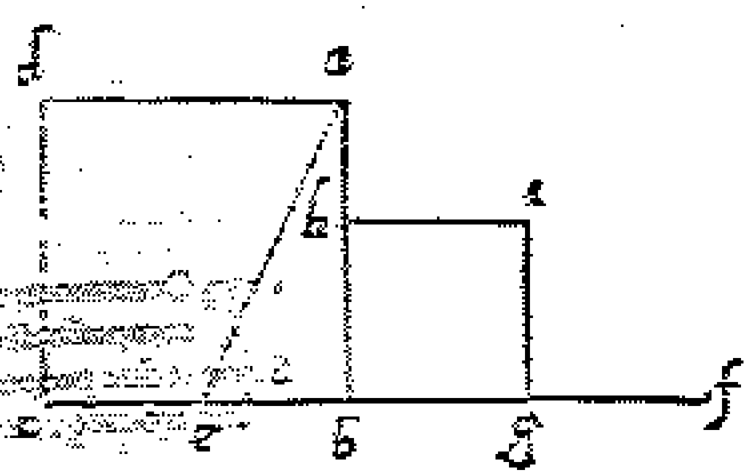


Propositione undecima del secondo di Euclide non tocca dal Cardano.

14 POssiamo dividere una data linea retta talmente che il rettangolo contenuto sotto di tutta la linea & di una di le sue parti sia eguale al quadrato de l'altra parte, senza movere il compasso di qual si voglia apertura proposta, Essempigratia.

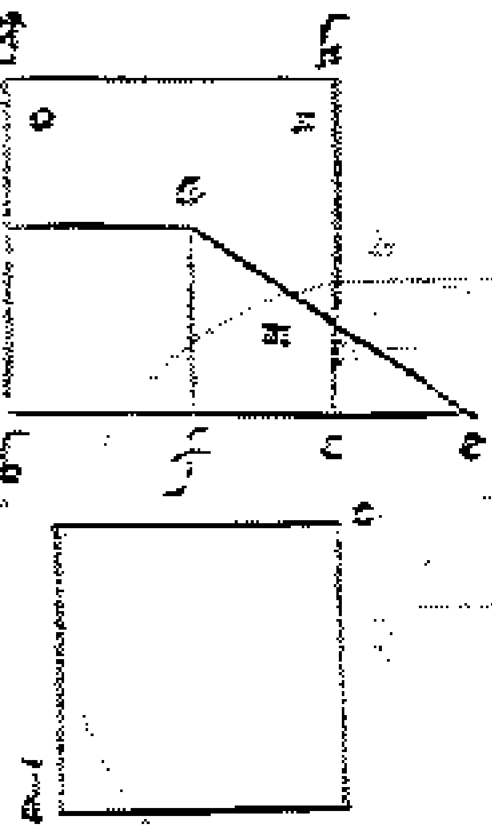
Sia la data linea retta a b. dico che possiamo dividere la detta linea a b. talmente che il rettangolo contenuto sotto di tutta la linea, & della sua menor parte sarà eguale al quadrato della maggior parte. Et per far questo procederemo in questo modo sopra la detta linea a b. gli descriveremo un quadrato a b c d. per lo modo dato in la precedente da poi divideremo lo lato c b. in due parti eguali in ponto e. (per lo modo dato in la 4. di questo) poi tiraremo la linea a e. da poi allongaremo in diretto la linea e b. indiffinitamente verso b. ponendo per fina al f. & di tutta la linea e f. ne tagliaremo la parte e g. eguale alla e a. (per il modo dato in la 2. parte della 8. di questo) da poi sopra la parte b g. (per la precedente) gli descriveremo il quadrato b g h i. & la linea a b. sarà divisa in ponto h. secondo che desideravamo, & questo se dimostrarà per il medemo modo che se fa la 11. del 2. di Euc. la qual sua dimostratione a replicarla in questo loco mi par cosa vergognosa per le ragioni adutte nel principio del 1. lib.





Propositione 14. del secondo di Eucl. non intesa dal Cardano.

15 PRoposti duoi quadrati, come si voglia, il modo de quelli possiamo descriver un quadrato eguale a l'altro, con quel si voglia apertura di compasso proposta, E.G. Siano li duoi proposti quadrati a b. & c d. volendo a torno al quadrato a b. descriver un gno

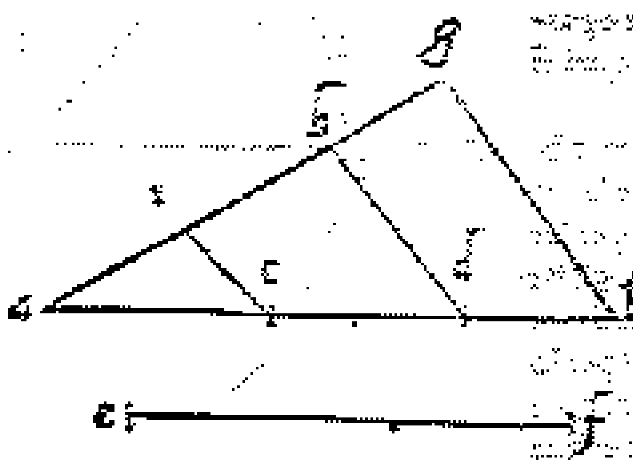


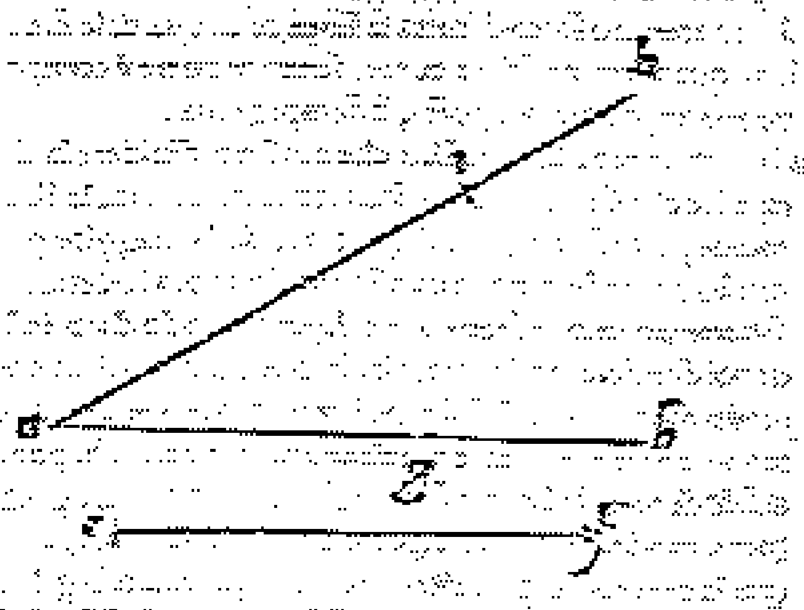
mente, che sia eguale a l'altro quadrato .c.d. allongaremo indefinitamente il lato .b.e. del quadrato .a.b. direttamente, & di quello (per la ottaua di questo) ne tagliaremo una parte eguale al lato del quadrato .c.d. & sia questa la .f.e. cioe, che .f.e. sia eguale a uno di lati del quadrato .c.d. & dal ponto .e. tiraremo la linea .e.a. & sara constituito il triangolo .a.f.e. rettangolo (per esser langolo .a.f.e. retto,) & perche il quadrato della .a.e. (per la penultima del primo di Euclide) e tanto quanto li duoi quadrati delle due linee .a.f. & .f.e. Et il quadrato della .f.e. e eguale al quadrato .c.d. & il quadrato della .a.f. e eguale al quadrato .a.b. adunque il quadrato della .a.e. sie eguale alli detti duoi quadrati .a.b. & .c.d. e per tanto, dalla linea .b.e. (per quel istesso modo della ottaua di questo) ne tagliaremo la linea .b.e. eguale alla linea .a.e. & sopra la detta linea .b.e. (per la decimaterza di questo) gli descriueremo il quadrato .b.e.h.g. il qual quadrato vien a esser eguale alli detti duoi quadrati .a.b. & .c.d. ma il detto quadrato .b.e.h.g. sopra abonda il quadrato .a.b. nel gnomone .m.n.o. e per tanto il detto gnomone .m.n.o. vien a esser eguale al quadrato .c.d. adunque attorno al quadrato .a.b. hauemo descritto il gnomone .m.n.o. eguale a l'altro quadrato .c.d. senza alterar la proposta apertura del nostro compasso, che e il proposito.

Propositione decimaterza del sesto di Euclide non posta dal Cardano.

26 DAta una linea retta diuisa in parti, & un'altra non diuisa. Poteremo diuider la non diuisa, ouer una a quella eguale in tante parte quanto e la diuisa & in quella medema proportione senza mouere il compasso da qual si voglia apertura proposta, Essempi gratia.

Sia la linea .a.b. diuisa in tre parti eguali, ouer diseguale .a.c. .c.d. & .d.b. Et sia la linea .e.f. non diuisa, dico, che poteremo diuidere la .e.f. in tre parti nel proportione, come la .a.b. & per far questo dal ponto .a. (per la settima di questo) tiraremo una linea eguale alla detta .e.f. laqual cadera, ouer fora della linea .a.b. ouer sopra a quella. Cada prima fora, come fa la .a.g. congiongeremo li duoi ponti .g. & .b. tirando la .g.b. poi da li duoi ponti .d. & .c. tiraremo le due linee .d.h. & .c.i. equidistante alla .g.b. (per la seconda di questo,) le quali diuideranno la linea .a.g. in tre parti .a.i. .i.h. & .h.g. le quali sono in quella medema proportione delle altre tre (per la seconda del sesto di Euclide) che il proposito, ma quando la detta linea .a.g. cadesse in la medema .a.b. come in l'altra figura appare, dal ponto .a. tiraremo absolutamente una linea retta congionta angolarmente con la linea .a.b. qual sia la .a.h. hor de la linea .a.h. ne tagliaremo la parte .a.i. eguale alla .a.g. (per il secondo modo della ottaua di questo) poi diuideremo la detta .a.i. (come di sopra fu fatto) secondo l'altra .a.g. che il secondo proposito.

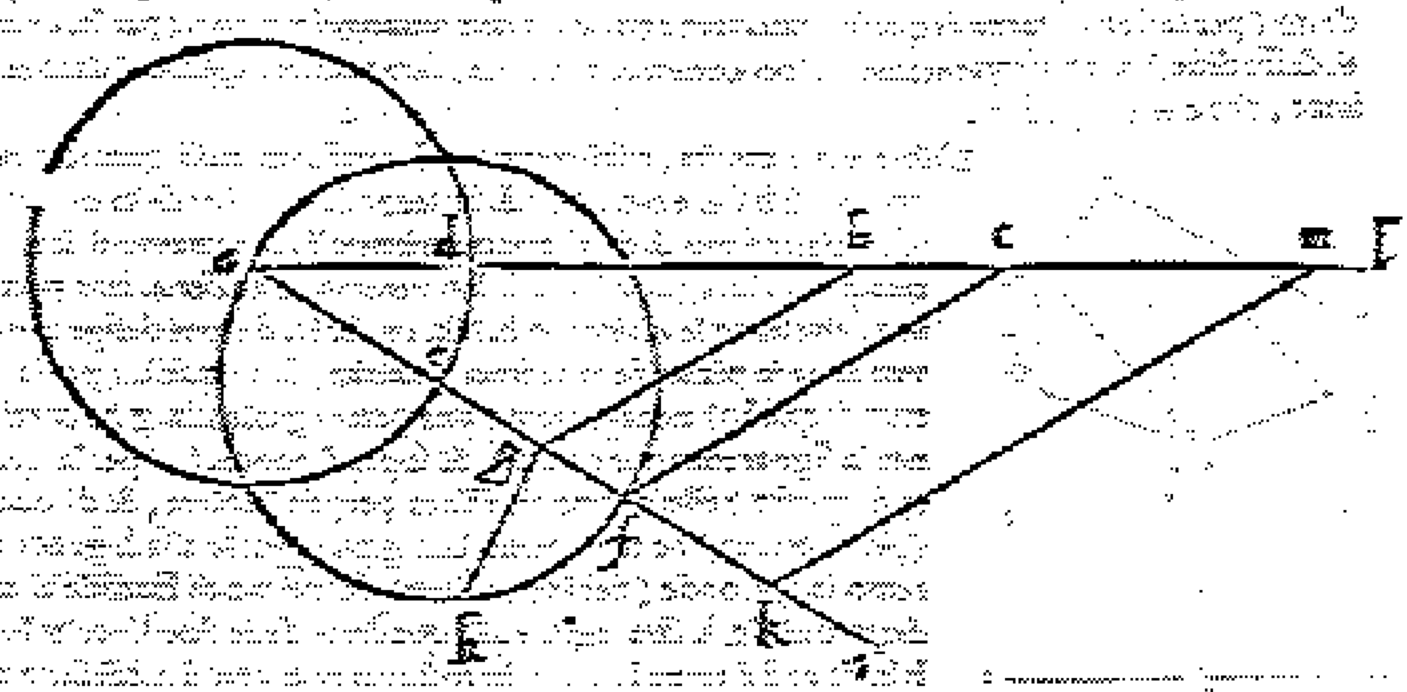




Propositione nona del sesto di Euclide tentata, ma non risolta dal Cardano.

27 POteremo trouare una media proportionale fra due proposte linee rette senza mouere il compasso di qual si voglia apertura proposta, Essempi gratia.

Siano le due proposte linee rette .a.b. & .b.c. congionte direttamente in longo. Dico che poteremo trouare una media proportionale fra esse linee senza mouere il compasso di qual si voglia apertura appritura proposta, & per far questo sopra il centro. a. descriuo vn cerchio secondo l'apritura del mio compasso, la circonferentia del quale, ouer che segara in alcuna parte la linea. a c. ouer in niuna, hor ponemo prima che quella sia segata in ponto. d. hor dal centro. a. tiro vna linea contenente angolo con la linea. a c. & quella alongo fina alla circonferentia, quale sia la. a e. e sopra el ponto. e. descriuo vn'altro cerchio col mio compasso, & allongo la. a e. per fina alla circonferentia di quello in ponto. f. onde tutta la. a f. vera a esser diametro di questo secondo cerchio, hora diuido questo diametro. a f. secondo l'ordine della diuisione de la. a c. (per il modo dimostrato in la precedente) & sia il ponto della diuisione il ponto. g. hor dal ponto. g. elleuo vna linea perpendicolare sopra la. a f. (per la quinta di questo) quale sia la. g h. la alongaro fina alla circonferentia del cerchio, & quella. g h. vera a esser media proportionale fra la. a g. & la. g f. (per la nona del sesto di Euclide) hor allongando infinitamente la. a f. ponemo per fina in. i. & de la linea. f i. taglieremo la parte. f k. equale alla. g h. (per la ottaua di questo) poi finalmente allongo indiffinitamente la. a c. verso. c. ponemo per fina in ponto. l. da poi dal ponto. k. tiro la. k m. (per la seconda di questo) equidistante alla. f c. (per fina che segara la. b l. in ponto. m. hor dico che la. c m. è finalmente media proportionale fra le due parti. a b. & b c. si come che è anchora la. f k. fra le due. a g. & g f. la qual cosa per la seconda del sesto, e per la equa proportionalita chiaro appare per il medesimo modo se procederia quando che la circonferentia del primo cerchio non segasse la data linea. a c. cioe quando che la detta. a c. fusse menore della apertura del nostro compasso.



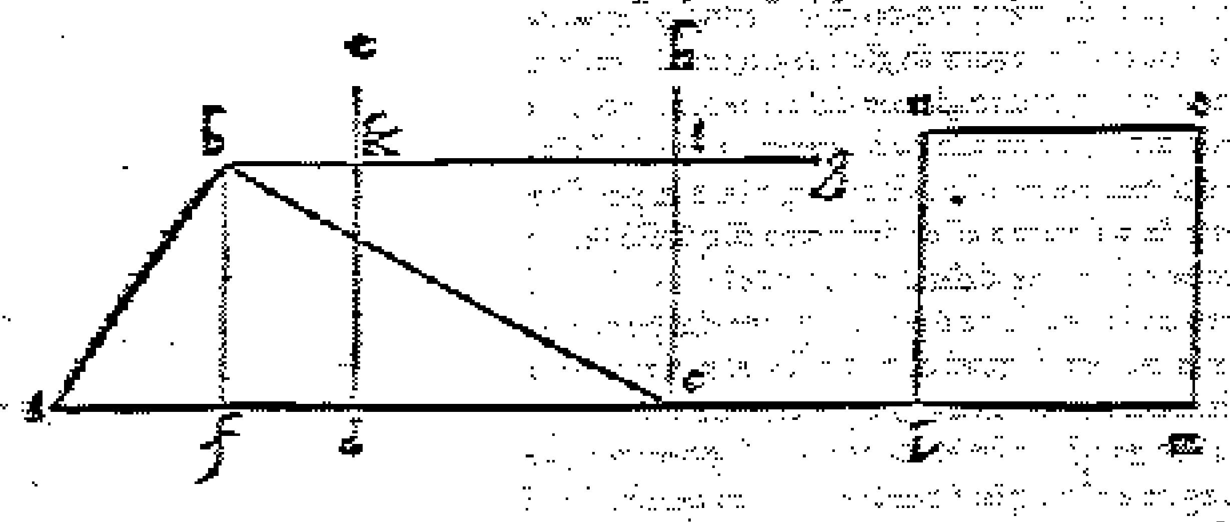
Ma se le due linee. a b. & b c. non fussero congionte in directo, ma separate, se ne alongaria vna in infinito, & dalla parte alongata ne tagliaria vna parte equale a l'altra linea (per il terzo modo della. 2. di questo) da poi segaria, come di sopra è stato fatto.

Propositione decimaquinta del secondo di Euclide

non intesa dal Cardano.

15 POssemo descriuere vn quadrato equale a qual si voglia triangolo rettilineo senza mouere il compasso de qual si voglia appritura proposta, Essempi gratia.

Sia el dato triangolo. a b c. volendo descriuere vn quadrato, equal a quello, senza mouere il compasso, di qual si voglia appritura proposta, diuideremo la basa. a c. in due parti equali, in ponto. d. (per li modi dati nella quarta di questo) poi dal ponto. d. elleuaremo la perpendicolare. d e. (per la quinta di questo) & dal ponto. b. produremo la perpendicolar. b f. (per la. 6. di questo) sopra la. a c. & dal ponto. b. (per la seconda di questo) tiraremo la. b g. equidistante alla. a c. finalmente per la medesima tiraremo dal ponto. c. la. c h. equidistante alla. d e. ouer perpendicolare alla. a c. laqual segara la. b g. in ponto. i. & la. d e. segara la medesima in ponto. k. contenendo el paralellogrammo. d k i c. el quale (per la quarantesimaprima del primo di Euclide) sara equale al detto triangolo, & se per caso tal paralellogrammo fusse equilatero saria solto tal problema, ma non essendo equilatero, alongaremo lo lato. d c. in infinito, & di quello ne tagliaremo la parte. c l. equale al. i c. (per il secondo modo dato nella ottaua di questo) hor trouando vna media proportionale fra la parte. d c. & la parte. c l. (per la precedente) quale ponia-

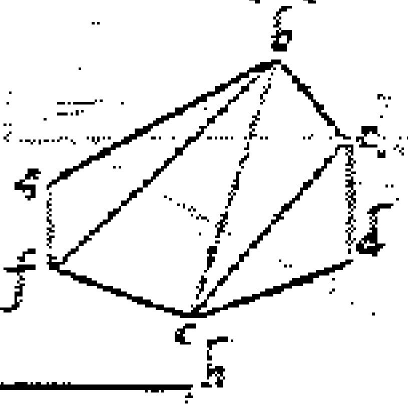


mo sia la .l m. hor se sopra a quella descriveremo (per la decimaterza di questo) il quadrato l m n o. qual (per la nona del .6. di Euclide) sara eguale al rettangolo d i. & consequentemente al dato triangolo b a c. che si proposto.

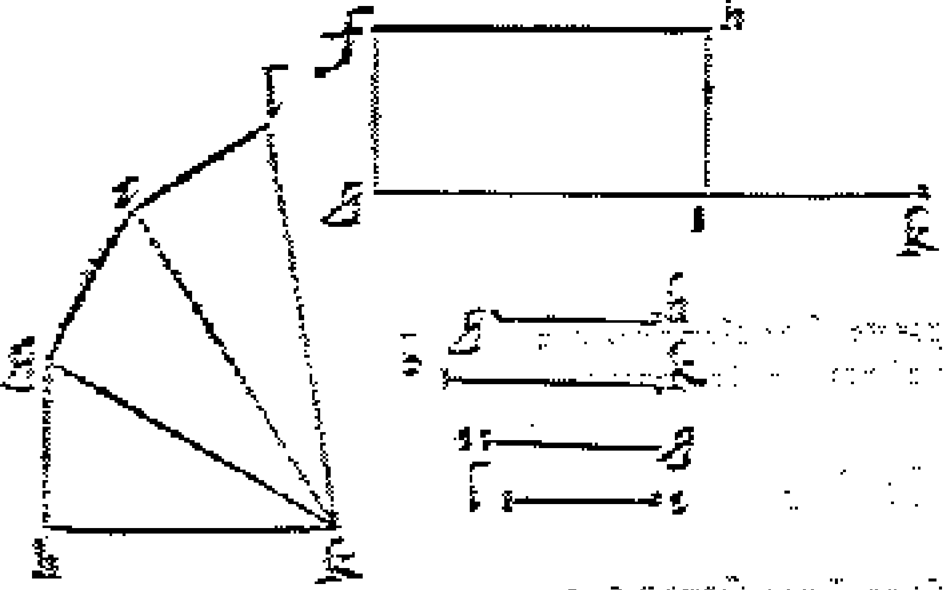
Propositione ultima del secondo di Euclide non tocca dal Cardano.

19 Doveremo descrivere un quadrato eguale a qual si voglia rettilineo proposito senza movere il compasso di qual si voglia apritura proposta. Essempi gratia.

Sia el proposito rettilineo la figura. a b c d e f. volendo descrivere un quadrato eguale al detto rettilineo, senza movere il compasso di qual si voglia appritura proposta se puo procedere per due, l'una è questa, descriveremo prima uno parallelogrammo rettangolo eguale al detto rettilineo (per el modo dato in la duodecima di questo) qual ponismo che sia el rettangolo f g h i. & fra li dui lati g i. & i h. troveremo la media proportionale (per li modi dati in la decimasesta di questo) quale ponismo, che sia la .i k. descrivendo adonque sopra la .i k. un quadrato (per la decimaterza di questo) qual sara eguale al dato rettangolo g h i. (per la .17. del .6. di Euclide) & consequentemente (per commune scientia) sara anchora eguale al dato rettilineo, che è il proposito.



L'altra via è questa, risolveremo tal rettilineo nelli quattro triangoli. a b f. b f e. e b c. & e c d. & secondo l'ordine della precedente, a ciascaduno di detti quattro triangoli, troveremo il lato del quadrato a lui eguale, li quali lati veniranno a esser 4. hor ponimo, che siano le .4. linee. g h. h k. i g. & l i. da poi designaremo una linea in piano de indefinita quantita, & di quella (per la terza di questo) ne taglieremo una parte eguale alla. g h. & tal linea la signaremo per per. k h. & sopra il ponto. h. (per la quinta di questo) eleveremo una linea perpendiculare, & di quella (per la ottava) ne taglieremo la .h g. per eguale alla .h g. & tiraremo la .g k. onde (per la penultima del primo di Euclide) il quadrato della. g k. sara eguale alli quadrati delle due linee. g h. & h k. & cosi il terzo lato .i g. lo costituiremo con il medesimo ordine perpendiculare sopra la .g k. in ponto. g. (come nella figura appare) & tiraremo la. i k. & cosi il quadrato della detta .i k. sara eguale alli quadrati delle tre linee. g h. h k. & i g. Similmente costituiremo il quarto lato, over linea. l i. perpendiculare sopra la .i k. in ponto. i. & tiraremo la. l k. & cosi finalmente il quadrato della linea. l k. sara eguale alla proposta figura rettilinea. a b c d e f. che è il nostro proposito. Questa resolutione nõ è differente da quella aduta sopra la visima del secondo di Euclide, salvo che di quella di Euclide si procede largo modo per li altri anciani problemi di Euclide & in questa bisogna procedere per li nostri problemi gia dimostrati in questo poterassi essequire con qual si voglia proposta apertura di compasso.



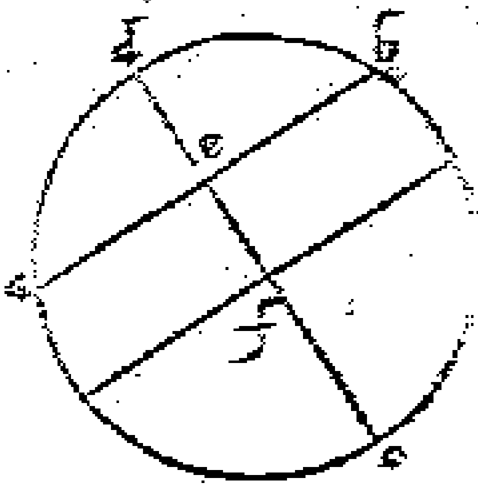
Corrolario.

Da questa se manifesta come che egli è possibile di formare uno quadrato eguale a dui, over piu quadrati proposti con qual si voglia apertura di compasso data dal aversario.

Propositione prima del terzo di Euclide non posta dal Cardano.

20 Doveremo ritrovar il centro d'ogni proposito cerchio senza movere il compasso di qual si voglia appritura proposta, Essempi gratia.

Sia el dato cerchio. a b c. dico che poteremo ritrovar il suo centro senza movere il compasso di qual si voglia appritura proposta, & per far questo tiro in quello la linea. a b. cacsi come si voglia, & quella la divido in due parti eguali orthogonalmente (per la 4 di questo) con la linea. d c. in ponto. e. & perche questa. d c. passa per il cẽtro del detto cerchio (per chio (per il corrolario della prima del terzo di Euclide.) e pero diuido similmente la linea. d e. (per la medesima quarta di questo,) in due parti eguali in ponto f. & il ponto. f. (per le argumentationi della prima del terzo di Euclide) se prouara esser il centro del cerchio detto, che e il proposito.

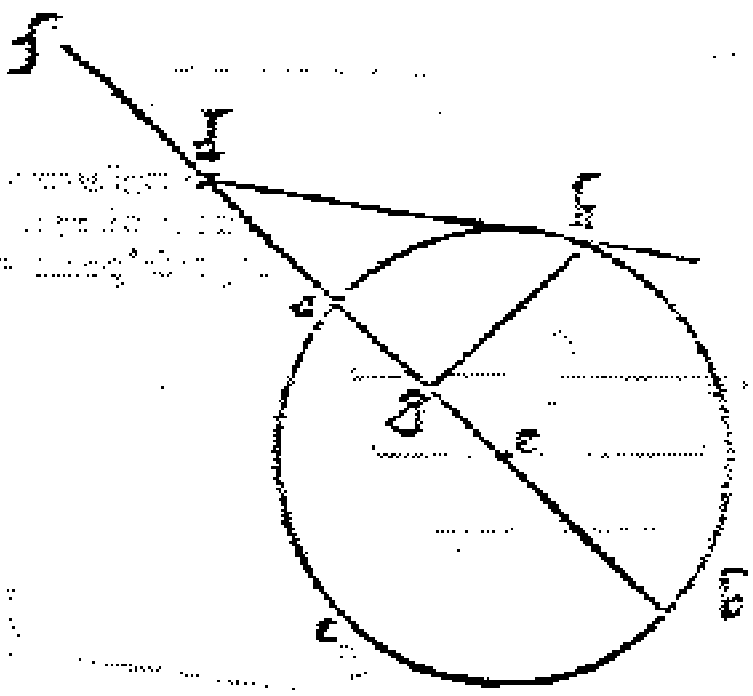


Propositione decimasettima del terzo di Euclide, tentata ma non risolta

dal Cardano, & questo fu il mio primo quesito di 31. a lor proposti, e pero resta irresoluto.

21 POtremmo da vn ponto signato fora d'un dato cerchio condure vna linea retta contingente, ouer toccante il dato cerchio senza mouere il compasso di qual si voglia apertura proposta, Essempi gratia.

Sia il dato cerchio. a b c. & il dato ponto. d. dico che dal ponto. d. potemmo condure vna linea retta contingente il detto cerchio, senza mouere il compasso di qual si voglia apertura proposta, & per far questo congiongo el ponto. d. con il centro del cerchio qual pongo sia. e. (trouato per li modi dati in la precedente) cioe tiro la linea. d e. & longo questa per fina alla opposita circonferentia in ponto. b. poi alla linea. b d. gli agiongo la linea. d f. equale alla. d a. & in tal due parti proportionale, come le due. d b. & d f. diuido anchora lo diametro. b a. cioe diuido lo diametro. a b. talmente in ponto. g. che la proportione della parte. b g. alla parte. g a. sia si come la. b d. alla. d f. (per li modi dati in la 19. di questo) hor ponimo dal ponto della diuisione sia il detto ponto. g. dal qual leuo vna linea perpendicolare alla. a b. & questa alongo per fina alla circonferentia del cerchio qual pongo sia la. g h. hor dal ponto. d. tiro la linea. d h. la qual per la trentesimaquarta del primo de Apolonio Pergeo sara contingente al cerchio che e il proposito. Questo fu da me proposto a Hieronimo Cardano medico Milanese, & a Lodouico ferraro suo creato nella nostra publica disputa, & fu il mio primo Quesito delli 31. a lui proposti, Et con questa medesima si potra esseguire il medesimo, da vn ponto dato in qual si voglia diametro protratto di vna settione, cioe tirar da quello vna linea retta toccante la detta figura, & similmente nelle altre due settioni conice, cioe alla Parabola, & alla hyperbole.



Propositione trentesima del terzo di Euclide

non posta dal Cardano.

22 POtremmo diuider vno dato arco in due parti equali, con qual si voglia apertura di compasso, Essempi gratia.

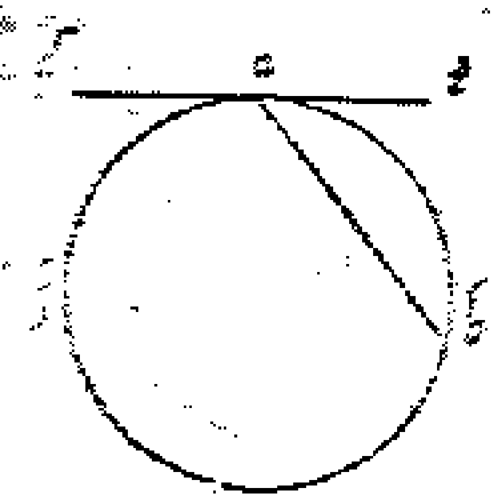
Sia il dato arco, ouer circonferentia. a b c. e volendola diuidere in due parti equali, tiraremo la corda. a c. & quella diuideremo (per la quarta di questo) in due parti equali in ponto. d. & dal ponto. d. tiraremo (per la quinta di questo) la. d b. perpendicolare alla. a c. laqual perpendicolare. d b. dico che diuide il dato arco. a b c. in due parti equali in ponto. b. perche tirando le due linee. b a. & b c. quelle (per la quarta del primo di Euclide) saranno equale, e pero (per la ottaua del terzo di Euclide) l'arco. a b. sara equale al arco. b c. che e il proposito.

Propositione trentesimaquarta del terzo di Euclide,

lasciata con silentio dal Cardano.

23 DA vno dato cerchio potremmo tagliare vna portione recipiente vn angolo equale a vn angolo dato rettilineo, con qual si voglia apertura proposta di compasso. Sia essempi gratia il dato cerchio. a b. & e. il dato angolo rettilineo volendo dal cerchio. a b. segare vna portione, laquale riceua vno angolo equale al angolo. c. produremo la linea. d a e. (per la vndecima di questo) che tocchi il dato cerchio in ponto. a. dal qual ponto. a. produremo la linea. a b. nel detto cerchio (per la nona di questo) continente con la linea. a e. l'angolo. e a b. equale al angolo. c. onde la portione. a f b. (per la trentesimaseconda del terzo di Euclide) sara recipiente vn angolo equale al angolo. e a b. & perche l'angolo. e a b. supposto equale al angolo. c. e per tanto, la detta portione. a f b. (per commune sententia) sara recipiente vn angolo equale al angolo. c. che e il proposito.

Dui problemi restano insolubili per questa nostra inuentione, nel terzo libro di Euclide, cioe che non si possono essequire con ogni proposta apertura di compasso, l'uno di quali e la sua propositione 25. & l'altro e la propositione 33. del terzo libro (come in principio fu detto) per esser impossibile di poter compir vn cerchio di vna data portione, con qual si voglia apertu-

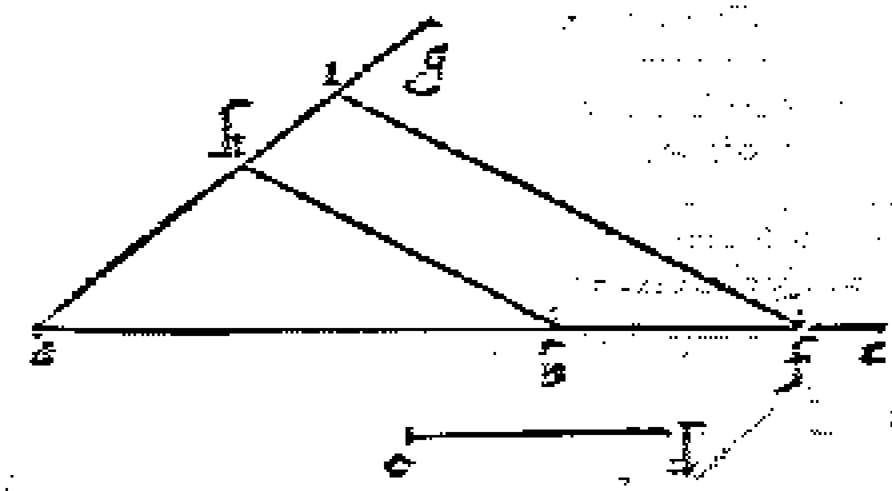


ra di compasso, & finalmente di poter descrivere sopra una data linea, una portion di cerchio recipiente un angolo eguale a un angolo dato rettilineo, per esser tai cerchi terminate.

Propositione decima del sesto di Euclide non tocca dal Cardano.

24 A Due date rettilinee potemmo trovar una terza a quelle continua proportionale con qual si voglia apertura di compasso, Essempi gratia.

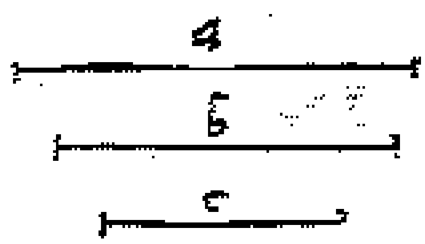
Siano le due date linee. a b. & c d. volendo trovarui una terza continua proportionale, senza alterar il nostro compasso di qual si voglia apertura proposta, allongaremo la. a b. indefinitamente verso. c. & dalla. b c. (per le regole date nella ottava di questo) ne tagliaremo la parte. b f. eguale alla. c d. fatto questo dal ponto. a. tiraremo la. a g. angularmente de indefinita quantita & dalla detta. a g. (per la detta 8. di questo) ne tagliaremo la. a h. pur eguale alla. c d. da poi tiraremo la. h b. & dal ponto. f. (per la seconda di questo) tiraremo la. f i. equidistante alla. h b. & cosi la linea. h i. sara quella che cercamo, cioe la terza continua proportionale alle due date. a b. & b c. perche la proportione della. a b. alla. b f. (per la seconda del sesto di Euclide) è si come quella della. a h. alla. h i. & perche la. b f. come la. a h. fu tolta eguale alla. c d. e pero per la seconda parte del quinto di Euclide la proportione della. a b. alla. c d. quella medesima sara della. c d. alla. h i. che e il proposito.

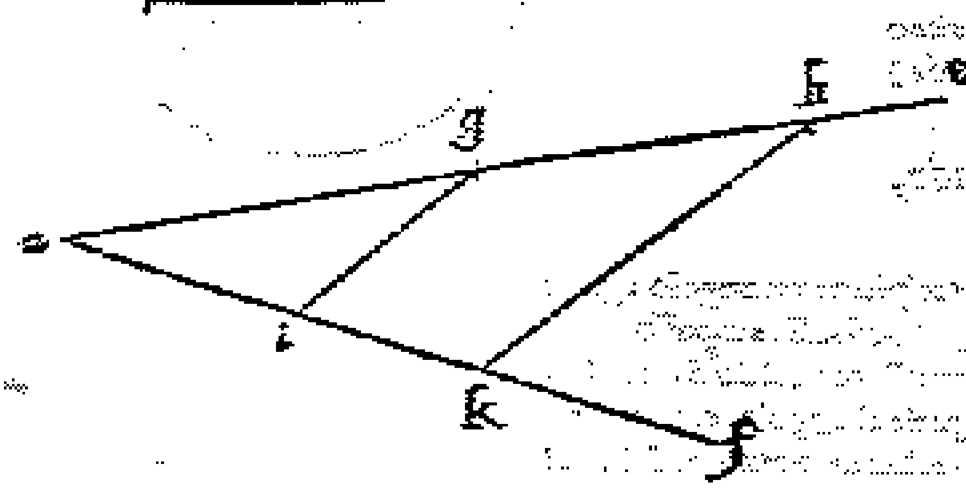


Propositione undecima del sesto di Euclide non tocca dal Cardano.

25 A Tre date rette linee potemmo trovare una quarta proportionale senza alterar il compasso di qual si voglia apertura proposta, Essempi gratia.

Siano le tre date rette linee. a b. & c. volendo a quelle tre linee trovar una quarta proportionale, congiongeremo due linee de indefinita quantita angolarmente, quale pongo siano le due. d e. & d f. congionte nel ponto. d. hor dalla linea. d e. (per la ottava di questo) ne tagliaremo la. d g. eguale alla linea. a. & del residuo. g e. ne tagliaremo la. g h. eguale alla. b. & dalla. d f. (per la medesima 8. di questo) ne tagliaremo la. d i. eguale alla terza linea, cioe alla. c. & dal ponto. g. al ponto. i. tiraremo la. g i. & da poi dal ponto. h. (per la seconda di questo) tiraremo la. h k. equidistante alla. g i. & cosi la. i k. sara quella quarta linea proportionale, che cercamo, perche (per la 2. del 6. di Euclide) la proportion della. d g. alla. g h. quella medesima è della. d i. alla. i k. ma perche la. d g. e eguale alla. a. & la. g h. alla. b. & la. d i. alla. c. seguita, che la proportione, che è dalla. a. alla. b. quella medesima è dalla. c. alla. i k. che è il proposito. Bisogna advertire (come che anchora sopra di Euclide per me fu detto) che le dette tre linee ponno esser, & non esser continue proportionale, ma siano, come si voglia si debbe procedere per la medesima regola.





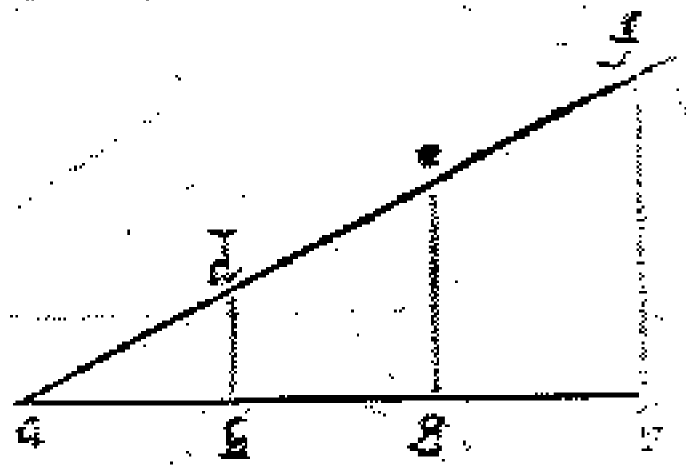
Propositione duodecima del sesto di Euclide, interlassata con silentio dal Cardano.

26 D A una assignata linea retta potemmo assignare una ordinata parte, con qual si voglia proposta apertura di compasso, Essempi gratia.

Sia la data retta linea. a b. volendo di tal linea assignare una parte aliquota, come saria a dire il terzo senza alterar il compasso di qual si voglia apertura proposta. Tal atto si puo essequire, per due vie, l'una è simile a quella data da Euclide sopra la duodecima del sesto, cioe, tiraremo dal ponto. a. la linea. a e. angolarmente (cioe, come si voglia) & de indefinita quantita, & de quella ne segnaremo con il nostro compasso le tre parti. a d. d e. & e f. & tiraremo la. f b. & dal ponto. e. (per la seconda di questo) tiraremo la. e g. equidistante alla. f b. & cosi la. b g. sara la terza parte della. a b. (per la seconda del sesto di Euclide) & che tirasse anchora la. d h. equidistante alla medesima. f b. saria divisa la detta. a b. in le tre parti. a h. h g. & g b. lequali per la detta seconda, del sesto di Euclide se dimostrarano esser eguali fra loro.

Il secondo

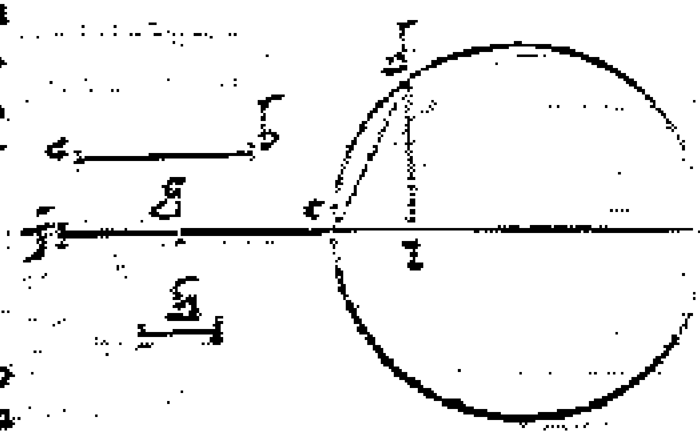
Il secondo modo da esseguir tal effetto è quello modo generale che fu narrato sopra la quinta & sesta del duodecimo capo del primo libro, per dividere una linea retta in quante parti equali si voglia, con ogni proposta apertura di compasso, il qual modo superchio saria a replicarlo in questo luoco, e però se te l'hai scordato da lui recorri.



Propositione prima del quarto di Euclide, tentata ma non risolta dal Cardano.

27 IN uno dato cerchio potemmo coattare, e voglian dire assettare una linea retta equale a una data retta linea, che non sia maggiore del diametro del dato cerchio senza alterar il compasso de qual si voglia apritura proposta, Essempi gratia.

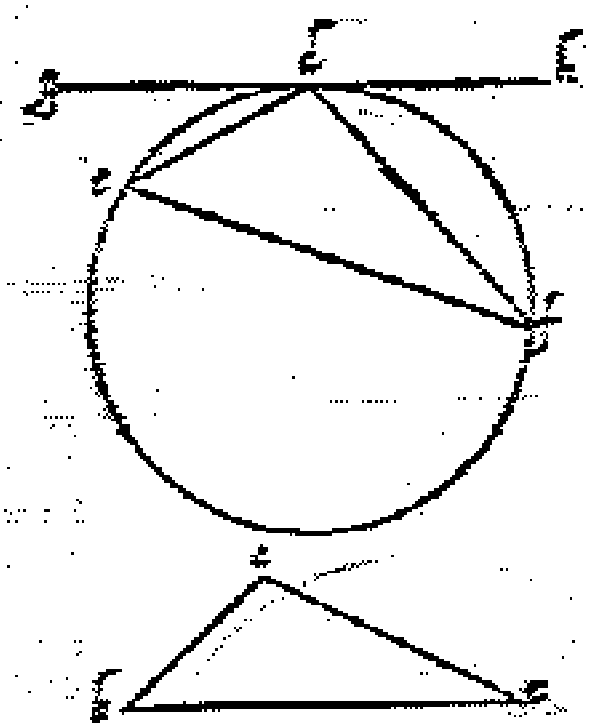
Sia la data linea .a b. & il dato cerchio .c d e. volendo assettare una linea equale alla .a b. nel detto cerchio .c d e. con qual si voglia apritura di compasso, allongaremo la linea, over diametro (trovato prima il centro per la 19. di questo) del detto cerchio indefinitamente verso .f. & da quella (per la 8. di questo) ne tagliaremo la .g c. equale alla .a b. da poi alle due linee .c e. & .c g. gli trovaremo (per la 24. di questo) una terza in continua proportionalita, qual pongo che sia la .h. hor dalla linea .c e. ne tagliaremo la .c i. equale alla .h. (per la ottava di questo) da poi dal ponto .i. levaremo la perpendicolare .i d. (per la quinta di questo) fatto questo tiraremo la .c d. laqual dico esser equale alla .a b. (per il correlario della ottava del .6. di Euclide) & è assettata nel detto cerchio, che è il proposito.



Propositione seconda del quarto di Euclide, passata con silentio dal Cardano.

28 DEntro a uno dato cerchio potemmo collocare uno triangolo equiangolo a uno triangolo assignato, con ogni data apritura di compasso, Essempi gratia.

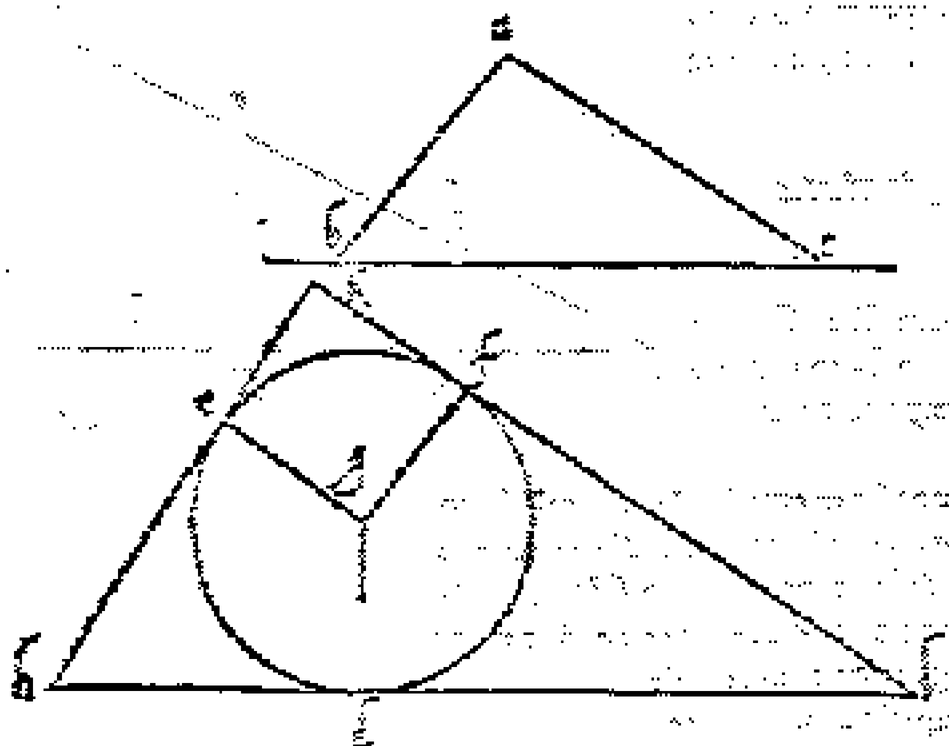
Sia lo assignato triangolo .a b c. & lo dato cerchio .d e f. volendo dentro a tal cerchio collocare uno triangolo equiangolo al triangolo .a b c. produremo (per la seconda di questo) la linea .g d h. toccante il cerchio in ponto .d. sopra il qual ponto .d. faremo l'angolo .h d f. (per la nona di questo) equale al angolo .b. del nostro triangolo dato, & similmente faremo l'angolo .g d e. (per la medesima) equale al angolo .c. dapoi tiraremo la linea .e f. & sara formato il triangolo .d e f. qual (per la trentesimasecunda del terzo di Euclide) sara equiangolo al dato triangolo .a b c. che è il proposito.



Propositione terza del quarto di Euclide non pigiata dal Cardano.

29 INtorno a un dato cerchio potemmo descrivere un triangolo equiangolo a un triangolo dato con qual si voglia apritura di compasso, Essempi gratia.

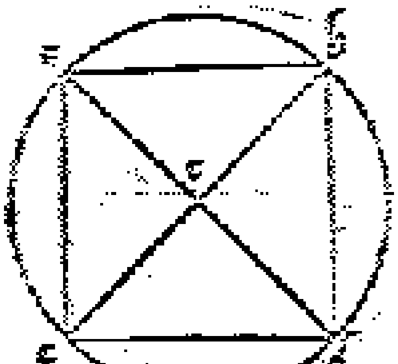
Sia lo dato triangolo .a b c. & lo assignato cerchio .d e f. il centro del quale sia il ponto .g. volendo intorno a questo cerchio descrivere uno triangolo equiangolo al triangolo .a b c. con qual si voglia apritura di compasso produremo la basa .b c. da l'una & l'altra banda, accioche siano fatti li duoi angoli estrinseci, & dal centro .g. produremo la linea .g d. per fin alla circonferentia, & constituiremo l'angolo .d g e. (ducendo la linea .g e.) equale al angolo .b. estrinseco (per la nona di questo) & similmente l'angolo .d g f. (ducendo la linea .g f.) equal al angolo .c. estrinseco, & dalli ponti .d. e. f. produremo da l'una, & l'altra parte le linee orthogonalmente, lequali (per il correlario della decimasesta del terzo di Euclide) saranno toccanti il cerchio, lequali linee toccanti produremo da ciascuna parte



per fin a tanto, che concorreranno in li ponti. h g k, & cosi sara formato il triangolo. k h l. in torno al dato cerchio, il quale triangolo. k h l. (per la trentadua seconda, & decimaterza del primo di Euclide) sara equiangolo al dato triangolo. a b c. che e il proposito.

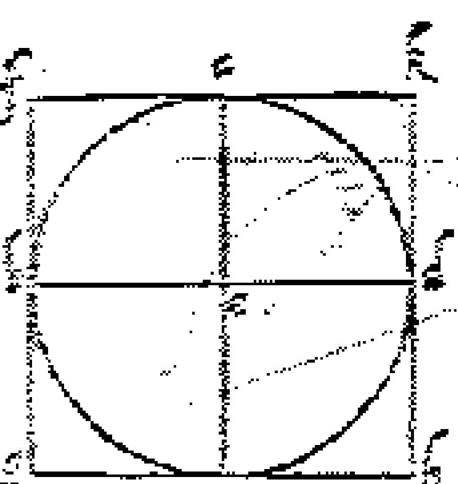
Propositione sesta del quarto di Euclide non tocca dal Cardano.

50 IN uno dato cerchio potemo scriuere un quadrato, con qual si voglia apritura proposta di compasso, Essempi gratia.
Sia il dato cerchio. a b c d. il centro del quale sia il ponto. e. volendo dentro di esso cerchio descriuere un quadrato tiraremo il diametro. a c. & dal centro. e. (per la quinta di questo) tiraremo l'altro diametro. b d. orthogonalmente sopra lo. a c. cioe che ambidui si seghino perpendicolarmente sopra il centro. e. & de questi duoi diametri congiongeremo le stremita tirando le linee. a b. b c. c d. & d a. le quali dico formar il ricercato quadrato (per la diffinitione del cerchio, & per la quarta del primo & 22. del 3. di Euclide che e il proposito.



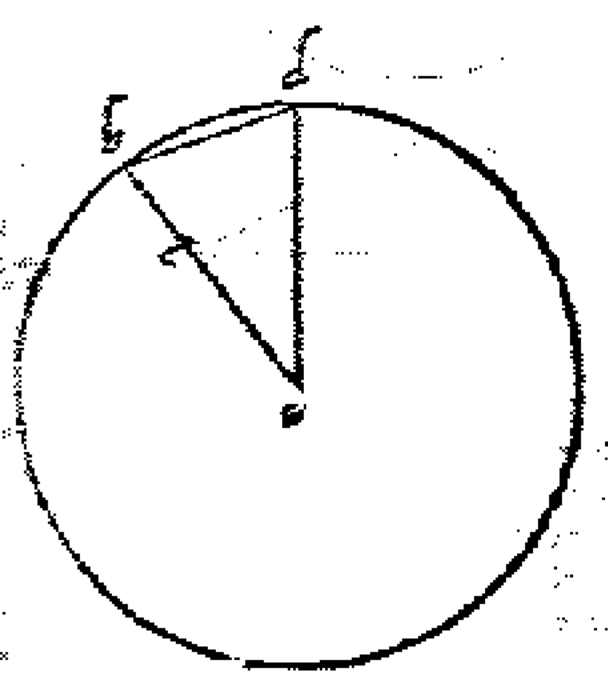
Propositione settima del quarto di Euclide, non posta dal Cardano.

51 CIrca a un dato cerchio potemo descriuere un quadrato, con ogni data apritura di compasso, Essempi gratia.
Sia il dato cerchio. a b c d. il centro del quale e il ponto. e. volendo d'intorno a questo cerchio descriuere un quadrato, con qual si voglia apritura di compasso proposta, tiraremo in lui (si come nella precedente) li duoi diametri. a c. & b d. segandosi fra loro orthogonalmente sopra il centro. e. alle stremita delle quali condurremo in fora, & l'altra parte (per la quinta di questo) le linee perpendicolarmente sopra quelle per fin a tanto che quelle concorrino insieme, & siano li ponti del concorso. f g h k. onde (per il corrolario della decimasesta del terzo di Euclide) ciascaduna di quelle sara toccante il cerchio, & per li medesimi argumenti adotti sopra la settima del quarto di Euclide se dimostrara tal quadrilatero. f g h k. esser quadrato, & circonscritto al dato cerchio, che e il proposito.



Propositione decima del quarto di Euclide tentata, ma non risolta dal Cardano.

52 POtemo designar con qual si voglia data apritura di compasso un triangolo di duoi lati equali, del quale l'uno, & l'altro di duoi angoli, che sono sopra la basa, sia doppio a l'altro, & per far questo pigliaremo una linea longa quanto che e l'apritura del nostro compasso, quale pongo sia la. a b. & questa la divideremo (per la decimaquarta di questo) talmente in ponto. c. che il rettangolo contenuto sotto di tutta la linea, & della parte. b c. sia equale al quadrato de l'altra sua parte. a c. (il che non vuol inferir altro che dividere tal linea secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi in ponto. c.) fatto questo, faremo centro il ponto. a. & secondo la quantita di tal linea. a b. (quale e equale alla apritura del nostro compasso) descriueremo il cerchio. b d e. & dentro da quello (per la vigesimaterza di questo) assettaremo la linea. b d. equale alla parte. a c. & dapoi produremo la. d a. & sara descritto il triangolo. a b d. qual dico esser tal qual e sta proposto, & tutto questo se dimostra per quelli medesimi argumenti con li quali se dimostra la decima del quarto di Euclide, che saper da se, cosi me pareva replicare tal sua demostratione.

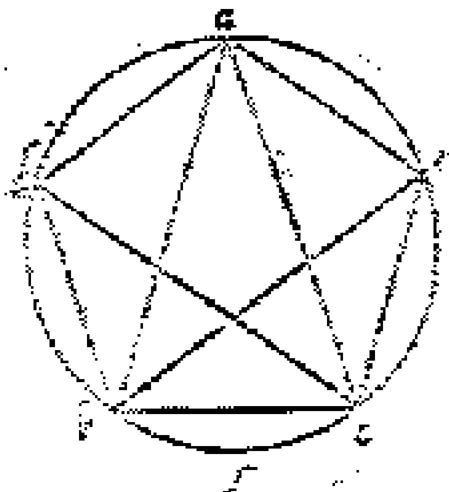


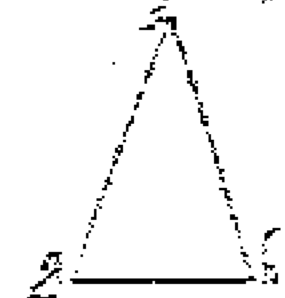
Propositione undecima del quarto di Euclide, non tocca dal Cardano.

53 IN uno dato cerchio potemo descriuere un penthagono equilatero, & equiangolo, con qual si voglia proposta apritura di compasso, Essempi gratia.

Sia il dato

Sia il dato cerchio. a b c. volendo dentro di quello descriuere vno pentagono equilatero, & equiangolo, con qual si voglia data apritura di compasso, designaremo prima vno triangolo secondo la regola data nella precedente, il qual sia. f g h. che habbia ciascuno di duoi angoli che sono sopra la basa. g h. doppio a l'altro, cioe al angolo. f. & da poi (per la vndecima di questo) nel dato cerchio. a b c. descriueremo il triangolo. a c b. equiangolo al triangolo. f g h. & sara l'uno, et l'altro di duoi angoli. a b c. & a c b. doppio al angolo. c a b. Diuidendo adunque l'uno, et l'altro di quelli in due parti equali (per la terza di questo) ducendo le due linee. c d. & b e. (per la 26. del 3. di Euclide) li cinque archi in li quali li cinque ponti. a d b c e. diuideno il cerchio saranno equali fra loro, adunque per le linee rette continuate da quelli cinque ponti, le quali sono. a d. d b. b c. c e. & e a. sara il pentagono. a d b c e. inscritto nel dato cerchio nel qual e sta proposto (per la vndecima del terzo di Euclide.)

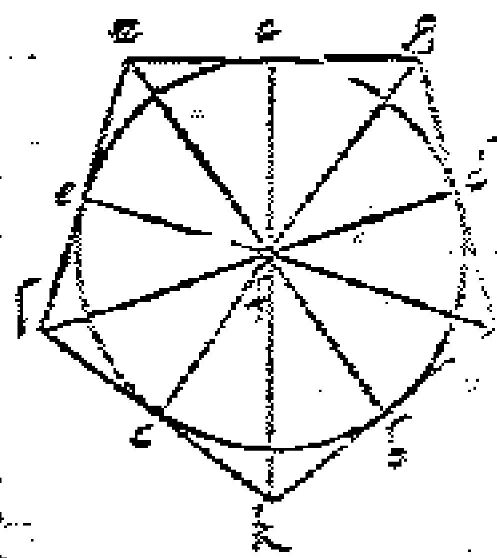




Propositione duodecima del quarto di Euclide passata con silentio dal Cardano.

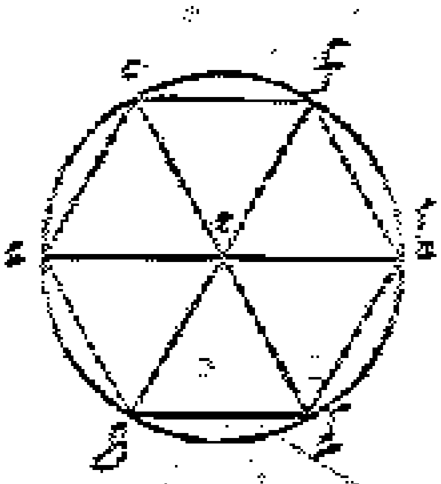
34 Circa a vno dato cerchio potemo descriuere vn penthagono equilatero, & equiangolo, senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposita.

Sia essempi gratia il proposto cerchio. a b c. il centro del quale sia il ponto. f. volendo circa di lui descriuere vn penthagono, con qual si voglia apritura di compasso proposita, sopra la circonferentia di quello, secondo la dottrina della precedente, notaremo li cinque ponti angolari, quali come che hauessimo in scritto vno penthagono in quello, li quali cinque ponti siano per. a d b c e. alli quali dal centro. f. tiraremo le linee. f a. f d. f b. f c. f e. & dalli medesimi ponti produremo le perpendicolari a quelle tai linee (per la quinta di questo) & quelle allongaremo in l'una, & l'altra parte, per fin a tanto che quelle concorrerano in li cinque ponti. g h k l m. & queste linee (per il corelario della decimasesta del terzo di Euclide) saranno toccanti il cerchio, & saranno anchora equali, (come se dimostra sopra la duodecima del quarto di Euclide) & che similmente tal penthagono sara anchora equiangolo, che sara il proposito.

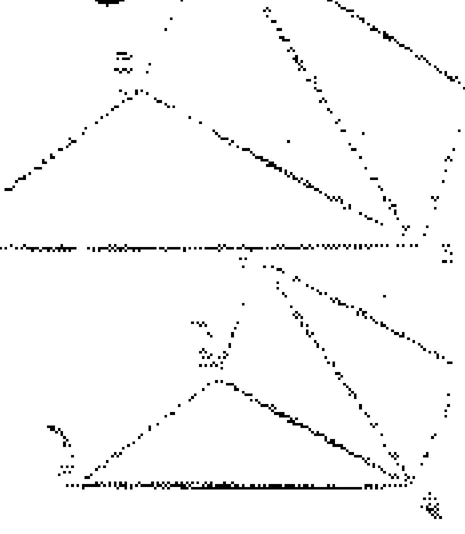


Propositione decimaquinta del quarto di Euclide, non posta dal Cardano.

35 IN vno dato cerchio potemo descriuere vno hessagono equilatero & equiangolo con qual si voglia apritura di compasso, Essempi gratia. Sia il dato cerchio. a b c d. il centro del quale sia il ponto. e. volendo dentro di quello inscriuere vno hessagono equilatero, & equiangolo, questo potemo far in piu modi, l'uno di quali e questo, tiraremo in quello il diametro. a b. & sopra l'una & l'altra mita di tal diametro, cioe sopra la. a e. & sopra la. e b. sia descritto (per la prima di questo) vn triangolo equilatero, si di sotto come di sopra di tal semidiametro, delli quali, duoi saranno li duoi triangoli. a c e. di sopra, & a g e. di sotto, & li altri duoi saranno. b f e. di sopra, & b d e. di sotto, poi congiongieremo la cima, si di duoi triangoli di sopra (tirando la linea. c f.) come di quelli di sotto, (tirando la linea. g d.) & cosi sara formata la ricercata figura hessagona. a c f b d g. & ciascheduno lato di quella vien a esser equale alla mita del diametro del dato cerchio, perche tutti li sei triangoli componenti quella vengono a esser equilateri. Vero e che alcun poria dubitar, che li duoi triangoli. c e f. & g e d. vltimamente fatti siano equilateri, ma perche l'angolo estrinseco del triangolo. a c e. qual e tutto l'angolo. c e b. e equale (per la trentesimaseconda del primo di Euclide) alli duoi angoli. c a e. & c e a. intrinsici, & perche l'angolo. f e b. e equale alla mita del detto angolo estrinseco, e per tanto l'angolo. f e c. vien a esser equale a l'altra mita del detto angolo. c e b. estrinseco, e pero il triangolo. c e f. vien a esser equiangolo & equilatero alli altri duoi. a c e. & e f b. di sopra designati, & per le medesime ragioni il medesimo seguira del triangolo. e g d. di sotto, e pero tutti li detti sei triangoli vegono a esser fra loro equilateri & equiangoli, e pero vien a esser chiarito il dubbio.

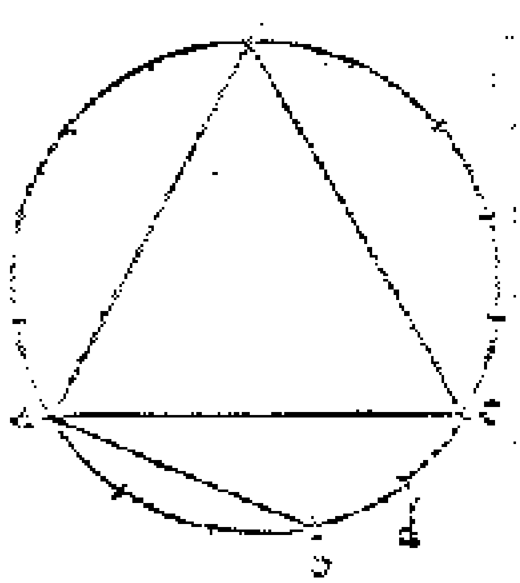


Anchora potemo procedere per quest'altro modo, tiraremo pur il diametro. a e b. & dapoi (per la vndecimaterza di questo) assettaremo nel detto cerchio la linea. a c. equale alla mita del diametro, & similmente la. a g. pur equale alla medesima, & dalli duoi ponti. c. & g. per il centro. e. tiraremo li duoi diametri. c e d. & g e f. & dapoi tiraremo le linee. c f. f b. b d. & d g. & sara risolto il problema, & tutto questo se dimostrara secondo l'ordine de l'altra.



Propositione 16. del. 4. di Euclide non tentata dal Cardano.

36 IN vno dato cerchio egli e possibile de designare vn quindecagono equilatero & equiangolo, con qual si voglia data apritura di compasso, & similmente circa a qualunque cerchio a-



signato potemo anchora descrivere un quindecagono equilatero & equiangolo. E G. Sia il dato cerchio. a b c. volendo descrivere in quello vn quindecagono equilatero, & equiangolo, con vna data apritura di compasso. In el dato cerchio (secondo la dottrina della vendesimaottaua di questo) tiraremo vn lato del triangolo equilatero, qual sia la. a c. & (secondo la dottrina della 33. di questo) tiraremo anchora il lato del penthagono equilatero & equiangolo, il qual sia. a b. & perche l'arco. a c. e la terza parte di tutta la circonferentia, della quale l'arco. a b. e la quinta parte, il superfluo, over differentia di questi duoi archi, qual e l'arco. b c. sara li duoi terzi del arco. a b. over li duoi quinti del arco. a c. over li duoi quintodecimi di tutta la circonferentia del detto cerchio (come si notta anchora sopra l'ultima del quarto di Euclide) perche in ogni tutto, la terza parte eccede la quinta in duoi terzi di essa quinta parte, over in duoi quinti di essa terza parte, over de li duoi quintodecimi del tutto, & questo si manifesta numeralmente nel primo numero, che ha parte quinta & terza, il qual e 15. la parte terza e 5. & la parte quinta e 3. onde il 5. eccede il 3. in due unitade, le quali due unitade sono li duoi terzi del medesimo 3. over li duoi quinti del medesimo 5. over li 2. quintodecimi di tutto il 15. E per tanto diuiso l'arco. b c. in due parti equali (per la ventesimaprima di questo) in ponto. d. egli e manifesto sia ciascun l'altro di duoi archetti. c d. & d b. esser la terza parte del arco. a b. over la quinta del arco. a c. over la quintadecima di tutta la circonferentia del cerchio. E per tanto diuidendo adunque tutta la circonferentia in 15. parti equali al arco. c d. & a ciascuna parte tirandoui la sua corda se hauera descritto il detto quindecagono nel dato cerchio, che sara il proposito.

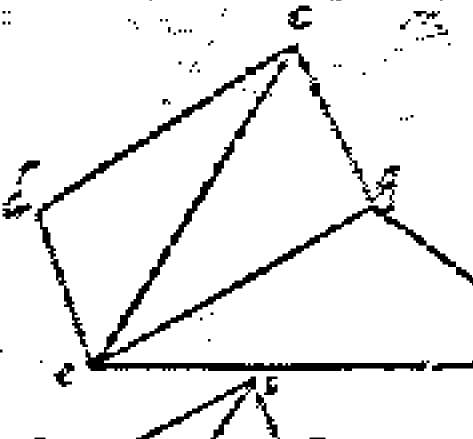
Volendo poi circa a vn dato cerchio circonscriuere vn quindecagono procederemo secondo la regola data sopra la 33. di questo, del penthagono.

Sei problemi del quarto libro di Euclide (come fu detto anchora in principio di questo libro) restano insolubili per questa nostra inuentione, cioe la 4. 5. 8. 9. 13. & 14. propositione del detto 4. libro, per esser impossibile de inscriuere, over circonscriuere vn cerchio a vno dato triangolo, over quadrato, over penthagono, over altra simel figura, con qual si voglia apritura di compasso, anci tai sorte problemi non si ponno realmente eseguire, saluo con quella sola apritura di compasso conueniente a tal effetto, per esser tutti tai cerchij limitati.

Propositione ventesimasesta del sesto di Euclide,

circa alla quale il Cardano e stato mutto.

37 Sopra vna data retta linea potemo descriuere vno rettilineo simile, & similmente posto a vno dato rettilineo, senza mouere el mio compasso di quale si voglia apritura proposta dal aduersario. Sia essempi gratia la data linea. a b. & il dato rettilineo. c d e f g. volendo sopra la detta linea. a b. designare vno rettilineo simile, & similmente posto al dato rettilineo. c d e f g. con vna data apritura di compasso, resoluemo il detto rettilineo in triangoli ducendo le linee. e g. & e c. & sopra il ponto. b. (per la nona di questo) faremo vn'angolo equale al angolo. f. ducendo la linea. b h. & sopra il ponto. a. ancora faremo (per la medesima) vn'angolo equale al angolo. f e g. ducendo la linea. a h. qual se intersecara con la linea. b h. in ponto. h. onde (per la 32. del primo di Euclide) l'angolo. h. sara equale al angolo. e g f. e pero (per la quarta del 6. di Euclide) li detti duoi triangoli. g e f. & h a b. saranno simili, & de lati proportionali. Anchora sopra il ponto. a. con la linea. h a. faremo (per la detta nona di questo) l'angolo. h a i. equale al angolo. e g c. (ducendo la linea. a i.) & sopra il ponto. h. faremo pur l'angolo. a h i. equale al angolo. e g c. ducendo la linea. h i. la qual concorrera con la linea. a i. in ponto. i. onde (per le medesime ragioni dette di sopra) il triangolo. a i h. sara simile al triangolo. e g c. similmente faremo l'angolo. i a k. equale al angolo. c e d. & similmente l'angolo. a i k. equale al angolo. c e d. ducendo le linee. a k. & i k. lequali concorreranno insieme in ponto. k. & cosi il triangolo. a i k. (per le ragioni dette) sara simile al triangolo. c d e. & tutto il rettilineo. a b h i k. (per la diffinitione delle figure simile) sara simile al dato rettilineo. c d e f g. perche li angoli di l'uno, sono equali alli angoli di l'altro (ciascun al suo relatiuo) & li lati sono proportionali, per la similitudine di triangoli, che lo compongano, e pero seguita il proposito.

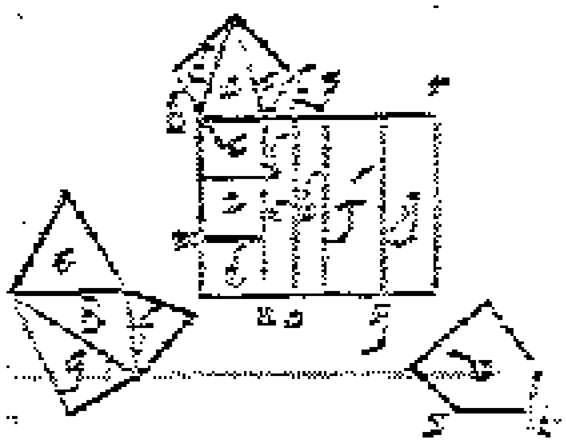


Propõne 28. del sesto di Euc. scorse con silentio dal Card. & quello

fu il 2. mio Quesito de 31. a lui proposti e pero resta non risolta.

38 Potemo designare vna superficie simile a vna data superficie rettilinea, & a vn'altra proposta

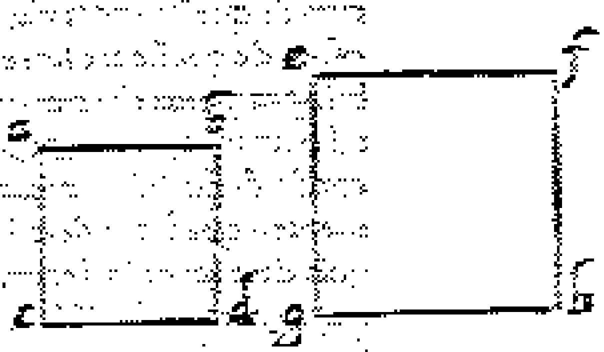
na proposta eguale senza mouere il compasso di qual si voglia apritura proposta dal aduersario. Esempio.
Siano proposte le due superficie rettilinee, cioe a. de cinque lati, & b. de sei, volendo designare vna superficie simile alla a. & equale alla b. con qual si voglia apritura de compasso, resolueremo l'una, e l'altra di dette superficie in triangoli, la a. in tri triangoli. c. e d. & la b. in tri triangoli e. b f g. & sopra la basa della superficie a. (laqual sia h k.) constituiremo (secondo la dottrina della vndecima di questo) vna superficie de equidistanti lati rettangola eguale al triangolo c. la qual sia h l. & la l m. eguale alla d. & la m n. eguale al d. accioche tutta la superficie de equidistanti lati h n. (constituta sopra la basa h k.) sia eguale alla superficie a. & per lo medesimo modo sopra la linea k n. (laqual e il secondo lato de questa superficie) constituiremo vn'altra superficie rettangola eguale alla superficie b. de sei lati, cioe faremo la superficie k o. eguale al triangolo e. & la o p. eguale alla b. & la p q. eguale alla f. & la q r. eguale alla g. accioche tutta la superficie rettangola n r. sia eguale alla superficie b. de sei lati, & piglieremo (per la 16. di questo) la linea s t. proportionale fra la linea h k. & la linea k r. & sopra quella (secondo la dottrina della precedente) constituiremo la superficie u. simile alla superficie a. laqual dico esser quella, che cercauamo, & eguale alla superficie b. perche essendo le tre linee h k. s t. & k r. continue proportionale, & essendo sopra la prima, & seconda constituide le superficie simile, cioe la a. & u. sera (per el corollario della 19. del 6. di Euclide) della a. alla u. si come della h k. alla k r. per laqual cosa (per la prima del 6. di Euclide) sera si come della superficie h n. alla superficie n r. e pero (per la prima parte della settima del quinto di Euclide) si come della a. alla b. adunque per la seconda parte della nona del quinto di Euclide la u. e eguale alla b. che e il proposito.

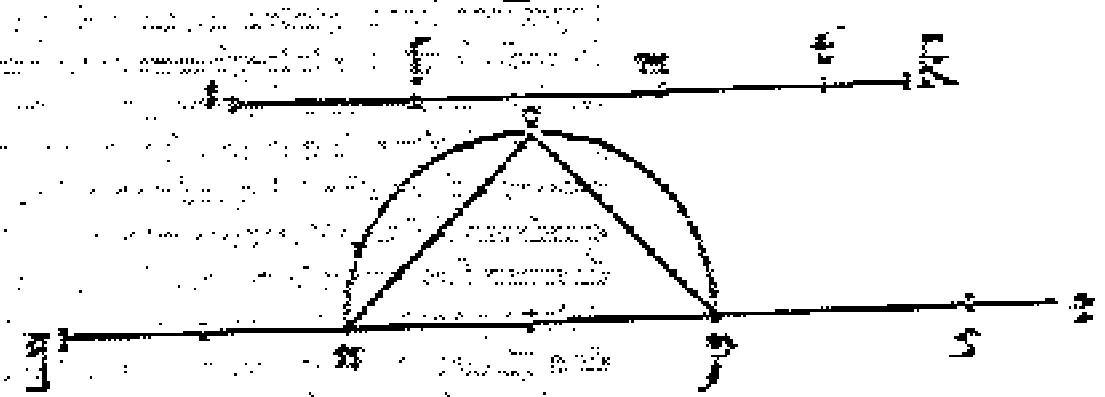


Propositione non posta da Euclide al nostro proposito necessaria.

35 Dati doi quadrati inequali, possemo dal maggiore sottrarne il menore, & del restante formarne vno quadrato, cioe trouar vn quadrato eguale alla loro differentia, senza mutar il compasso di qual si voglia apritura proposta. Essempi gratia.

Siano li duoi proposti quadrati a b c d. menore, & e f g h. maggiore volendo dal maggiore sottrarne il menore, & assignare vn quadrato eguale alla differentia de quelli, & con qual si voglia apritura di compasso. Tiraremo la linea i x. de indefinita quantita, & di quella ne taglieremo (per la 2. di questo) la i l. eguale alla a b. (lato del menor quadro) & la l m. eguale alla e f. (lato del quadro maggiore) da poi descriueremo con il nostro compasso il mezo cerchio n o p. al diametro n p. del quale (per la ventesimaquarta di questo) gli troueremo vna linea qual a gli habbia proportione, che ha la i l. menore alla l m. maggiore, hor poniamo, che quella sia la q n. la quale (per la 27. di questo) la coaptaremo, ouer assetteremo nel detto mezo cerchio n o p. gia fatto secondo l'apritura del nostro compasso quale poneremo, che sia la n o. poi tiraremo la o p. laqual o p. viene a esser il lato del quadrato eguale alla differentia del quadrato della q n. al quadrato della n p. (diametro del nostro mezo cerchio) perche il triangolo n o p. e rettangolo (per esser nel mezo cerchio) e pero se li quadrati delle due linee n o. & o p. sono eguali (per la penultima del primo di Euclide) al quadrato della n p. seguita, che il quadrato della o p. sia eguale alla differentia, che e fra il quadrato della n o. (cioe della q n.) al quadrato della n p. Ma perche lo intento nostro e di voler assignar, ouer trouar la differentia delli duoi quadrati a b c d. & e f g h. li lati di quali sono proportionali alli duoi lati q n. & n p. pero protraremo la n p. indefinitamente verso r. & della p r. ne taglieremo la p s. eguale alla o p. & della m x. ne taglieremo la m t. (per la 24. di questo) in tal proportione alla l m. si come che e la p s. alla n p. & cosi il quadrato della detta m t. sara eguale alla differentia del quadrato della i l. al quadrato della l m. (per la diffinitione, & euersa proportionalita) che e il proposito.





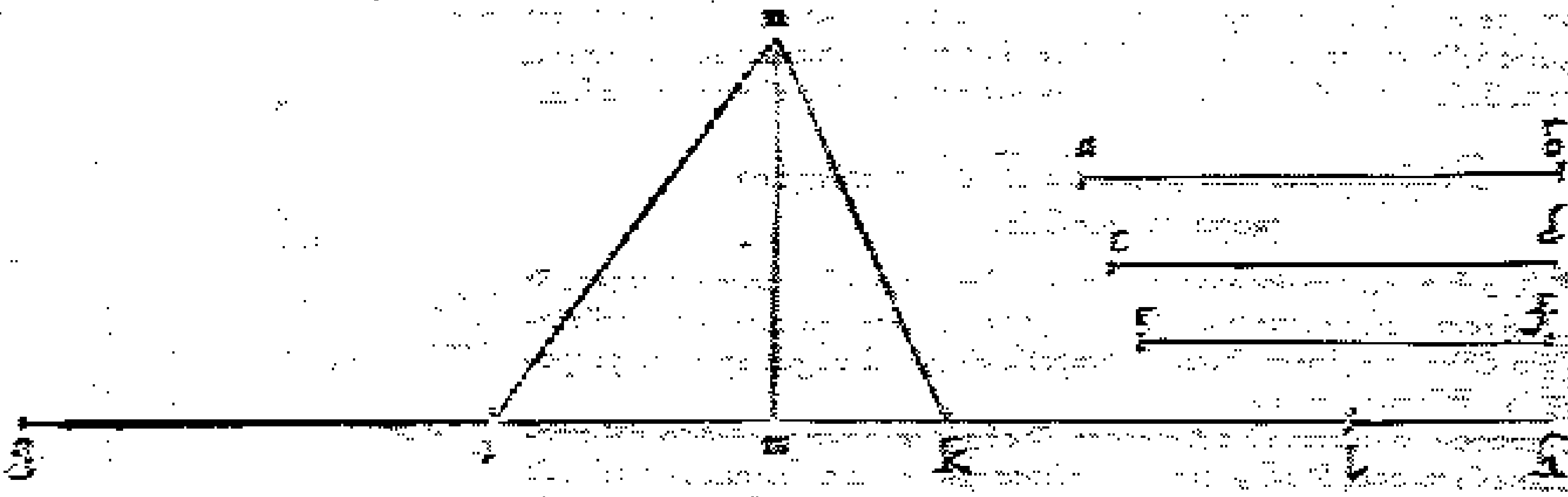
Et con questa medesima regola se potra trouare la differentia de duoi triangoli, ouer altri ambigonii equali, con qual si voglia apritura di compasso, cauando prima li detti duoi triangoli, ouer continenti duoi quadrati (per la 17. & 18. di questo) & da poi procedere, come di sopra.

Propositione uentesima seconda del primo di Euclide,

tentata, ma non risolta dal Cardano.

42 Proposte tre rette linee, delle quali le due quali si vogliano gionte insieme siano piu longhe de l'altra, potremo con altre tre a quelle equali constituir vn triangolo, senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta, Essempi gratia.

Siano le tre date rette linee a b. c d. & e f. le quali siano cosi condicionate, che qual si voglia due di quelle gionte insieme siano maggiore de l'altra, perche altramente essendo, se incorreria al impossibile (per la uentesima del primo di Euclide) hor volendo di tre altre linee a quelle equali, formar vn triangolo, con qual si voglia apritura di compasso, prima (per farme meglio intendere) tiraremo la linea. g h. de indefinita quantita, & di quella (per la ottaua di questo) ne tagliaremo la. g i. equale alla a b. & la i K. equal alla c d. & la K l. equal alla e f. & de queste tre linee. g i. i K. & K l. volendo formarne il detto triangolo & far basa la. i K. bisogna prima che trouiamo il ponto sopra la detta basa. i K. doue cadera la perpendicolare di tal triangolo, onde (procedendo per la regola cauata dalla duodecima & decimaterza del secondo di Euclide) formaremo il quadrato del lato. g i. (per la decimaterza di questo) & similmente il quadrato della basa. i K. & questi duoi quadrati li summaremo insieme, secondo la regola data sopra la decimaottaua di questo, & di tal summa (per la precedente) ne cauaremo il quadrato della. K l. & la mita del quadrato di tal differentia (per la vndecima di questo) sopra vna linea equale alla basa. i K. gli constituiremo vno retangolo equale a tal mita, il che facendo se trouara la larghezza di tal retangolo esser equale alla. m K. & cosi la perpendicolar di tal triangolo cascara nel ponto. m. hor bisognamo trouare quanto sara longa la detta perpendicolare, la qual cosa facilmente trouaremo in questo modo, formaremo (per la decimaterza di questo) il quadrato della. K l. & di quello cauandone (per la precedente) il quadrato della. m K. trouaremo, che la linea potente nel rimanente sara equale alla linea. m n. & tanto sara longa la perpendicolare di tal triangolo, la qual perpendicolare. m n. assettandola in ponto. m. perpendicolarmente sopra la. i K. & dal ponto. n. tirando le due linee. n i. & n K. sara formato il triangolo. i K n. Ma che li tre lati de quello siano equali alle nostre tre linee. a b. c d. e f. ouer alle tre. g i. i K. & K l. a quelle equali, se uerifica (per la penultima del primo di Euclide) perche il quadrato si della. K l. come della. n K. se equaglia alli quadrati delle due linee. m K. & n m. e pero la. n K. (per commune sententia) viene a esser equale alla. K l. & per le medesime ragioni la. n i. viene a esser equale alla. g i. e pero seguita il proposito. Et per che le dette tre linee date potriano esser di tal qualita, che la perpendicolare cascaria fuora del triangolo, & quantunque questo non ne impederia di poter concluder l'intento nostro, pur volendo che sempre la perpendicolar caschi di dentro del triangolo elegerai sempre per basa la maggior linea delle tre proposte, & hauerai quello che desideraui.

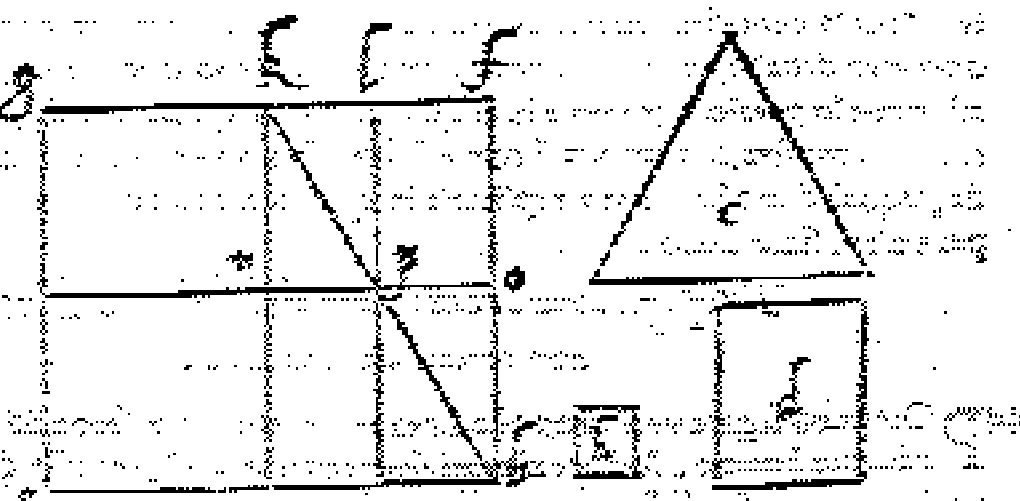


Propositione

Propositione ventesimaottava del sesto di Euclide, non tocca dal Cardano, & questa fu il nostro terzo Quesito di 31. a lui proposti, e pero resta non risolto.

41 PROPOSTA una superficie triangolare, egli e possibile a designare sopra qualunque assignata rettalinea uno parallelogrammo equale a quella, al qual manchi a compir la linea uno parallelogrammo simile a un'altro parallelogrammo proposto, domente, che la proposta superficie triangolare non sia maggiore del parallelogrammo collocato sopra la mita della data linea simile al proposto, & facendo l'effetto senza mouere il compasso di qual si voglia apritura proposta dal auersario, Essempi Gratia.

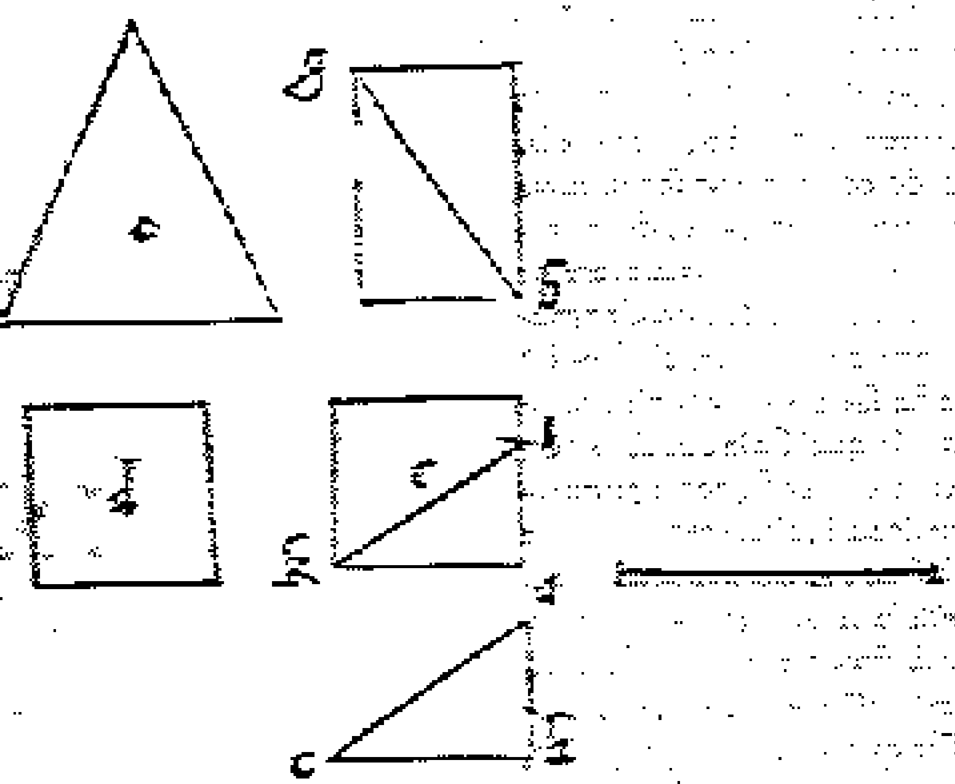
Sia assignata la linea a b. & proposto il triangolo. c. & proposto il parallelogrammo. d. volendo sopra la linea a b. designare uno parallelogrammo equale al triangolo. c. cosi conditionato che manchi a compir la linea. a b. un parallelogrammo simile al. d. senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta, stante pero che el detto triangolo. c. non sia maggiore del parallelogrammo simile al. d. Collocato sopra la mita della linea. a b. (perche essendo altramente se lauoraria al impossibile) (per la ventesimasettima del sesto di Euclide) per far adunque questo, diuideremo la linea. a b. in due parti equali (per la quarta di questo) in ponto. e. & secondo la dottrina della ventesimasettima di questo, sopra. e b. (mita di quella) constituiremo lo parallelogrammo. e f. simile al. d. & compiremo sopra tutta la linea a b. il parallelogrammo. b g. adunque perche il triangolo. c. non e maggiore del parallelogrammo. e f. ma equale, ouer menore del predeposito, s'el sara a quello equale sara lo parallelogrammo. e g. quello che cercamo (per la trentesimasesta del primo di Euclide agiongendo con la prima parte della nona del quinto, & per la diffinitione delle superficie simile) ma se quello e minore sia minore in alcuna superficie alla quale ne sia fatta una equale, & simile alla. d. (secondo la dottrina della venticinquesima di questo) la qual sia la. h. & la detta. h. sara simile al. e f. (per la ventesimaprima del 6. di Euclide) per la qual cosa (per la conuersione della diffinitione) sara equiangola a quello, & de lati proportionali, tiraremo adunque in lo parallelogrammo. e f. lo diametro. b k. & relegaremo li lati. k f. & e k. della superficie. e f. alla misura di lati della superficie. h. tirate le linee. l m. & n o. equidistanti alli lati della superficie. e f. segandosi in ponto. p. tal che la superficie. k p. sia equale & simile alla superficie. h. & sara (per la ventesimaquinta del sesto di Euclide) il ponto. p. in lo diametro. k b. tirata adunque la. o n. sina alla. a g. Dico lo parallelogrammo. a p. esser quello, che fu proposito, per che a quello manca al compimento della linea. a b. lo parallelogrammo. p b. il quale per la ventesimaquarta & ventesimaprima del sesto di Euclide e simile al parallelogrammo. d. medesimamente il detto parallelogrammo. a p. e equale al triangolo. c. come in Euclide ampliamente se dimostra, per che questa non e differente dalla ventesimaottaua del sesto di Euclide eccetto che li problemi occorsi in questo problema bisogna che si possano essequire senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta, la qual cosa per auanti hauemo dato il modo di far tal effetto.



Propositione non posta da Euclide al nostro proposito necessaria.

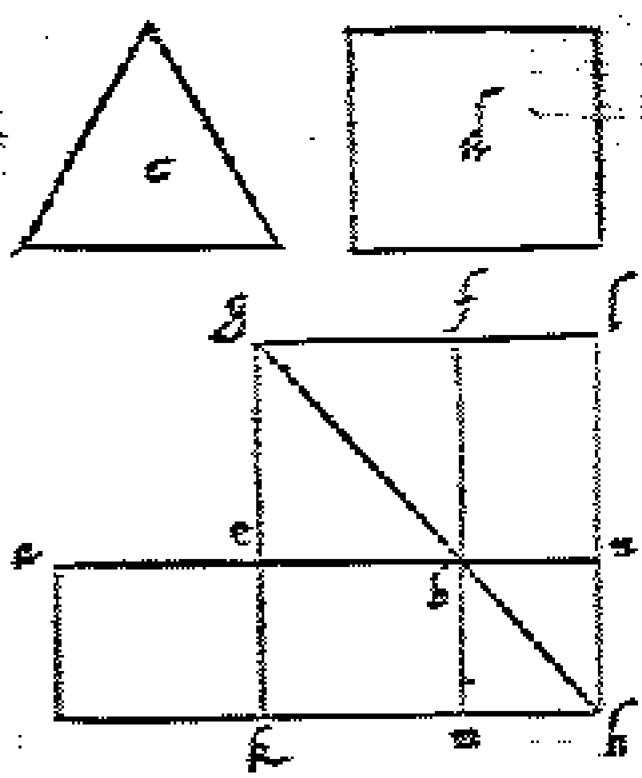
42 EGli è possibile a designare vno parallelogrammo, che sia simile a vno dato parallelogrammo, & eguale a vno parallelogrammo dato, & anchora a vno triangolo dato senza alterare il compasso, de qual si voglia apritura proposta, Essempi gratia. Sia el dato parallelogrammo. g h. & il dato triangolo. c. Dico che egli è possibile a designare vno parallelogrammo simile a. g h. & in quantita eguale alle due superficie, cioe allo parallelogrammo. g h. insieme con el triangolo. c senza alterare il compasso, de qual si voglia apritura proposta, & per far questo (per la 17. di questo) faremo vn quadrato egual al triangolo. c qual pongo sia. d. & per la 14. di questo, ne faremo vn'altro egual al. g h. qual sia. e. & de questi dui quadrati ne faremo vn sol quadrato per il modo dato della 18. di questo, cioe congiongiremo li dui lati de questi dui quadrati ad angolo retto, come appar nella figura a b c. cioe congiongiremo due linee de indefinita quantita, & di l'una ne tagliaremo (per la ottaua di questo) vna parte eguale a l'uno de lati, & da l'altra vna parte eguale a l'altro lato, da poi tiraremo la hipotenusa, a c. el quadrato della quale sara eguale alle dette figure. c. & g h. el qual quadrato essendo descritto realmente (per la 15. di questo) descriueremo poi (per la 27. di questo) vna superficie simile al. g h. & eguale al detto quadrato, & hauremo il proposito.

Piu breuemente potemmo anchora dal lato del maggior quadro (qual e. e.) tagliarne (per la ottaua di questo) vna parte eguale al lato del'altro menor quadro quala sia la. a c. da poi tirar la ipotenusa. i x. & seguitar come di sopra fu detto, & questa per se fosse proposta, & se puol variar in piu modi.



Propositione ventesimanona del sesto di Euclide, non tocca dal Cardano, Et posta in il mio quarto Quesito di 31. a lor proposti, e pero resta non risolto.

43 EGli è possibile sopra vna data retta linea constituire vn parallelogrammo eguale a vna data superficie rettilinea, il qual agiunga, ouer sopra auanzi al copimento della data linea, vna superficie de equidistanti lati simile a vna data superficie de equidistanti lati senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta. Sia essempi gratia la data linea. a b. & dato lo triangolo. c. & dato lo parallelogrammo. d. volendo sopra la linea a b. constituire vno parallelogrammo eguale allo triangolo. c. il qual agiunga, ouer che sopra abondi a tutta la linea. a b. vno parallelogrammo simile al. d. senza alterar il compasso, di qual si voglia apritura proposta, diuideremo la linea. a b. in due parti eguali (per la quarta di questo) in ponto. e. & sopra la. e b. (mediante la 27. di questo) faremo lo parallelogrammo. e f. simile al. d. (secondo insegna la 27. di questo,) & secondo la dottrina della precedente faremo lo parallelogrammo. k l. (del quale lo diametro è. g h.) simile al. d. & eguale alle due superficie. e f. & c. & sara (per la vigesimaquinta del 6. di Euclide) k l. simile al. e f. sopraposta adunque la superficie. k l. alla superficie. e f. talmente, che ambedue communicano in lo angolo. g. sara (per la vigesimaquarta del sesto di Euclide) la superficie. e f. sitüata intorno al diametro della superficie. k l. onde il ponto. h. è in lo diametro. g h. Compiremo adunque lo parallelogrammo. a h. el qual dico esser quello che fu proposto, laqual cosa se dimostra, & approua, si come si dimostra la vigesimanona del 6. di Euclide, laqual dimostratione a replicarla in questo luoco saria cosa superflua come piu volte è stato detto.



Propositione trentesima del sesto di Eucl. non tenuta dal Cardano.

44 POtemmo segare vna proposta linea retta terminata secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi senza alterar il Compasso de qual si voglia apritura proposta, Essempi gratia.

Sia la data

Sia la data linea a b. laqual volendola diuidere secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi con qual si voglia apritura proposta di compasso sopra di quella (per la decimaterza di questo) gli descriueremo il quadrato b c. & al lato a c. di quello gli agiongeremo, ouer designaremo, (secondo che se insegna nella precedente) lo paralellogrammo c d. equale al quadrato b c. il qual agionga, ouer sopra auanzi al compimento della linea a c. lo paralellogrammo a d. il qual sia simile al b c. & sia lo paralellogrammo c d. che lo lato d e. equidistante al lato a c. & sega la linea a b. in ponto f. Dico la linea a b. esser diuisa in ponto f. come e sta proposito, & tutto questo se dimostra per li medesimi modi e vie che si fa la 30. del 6. di Euclide, che e il proposito.

Da notar.

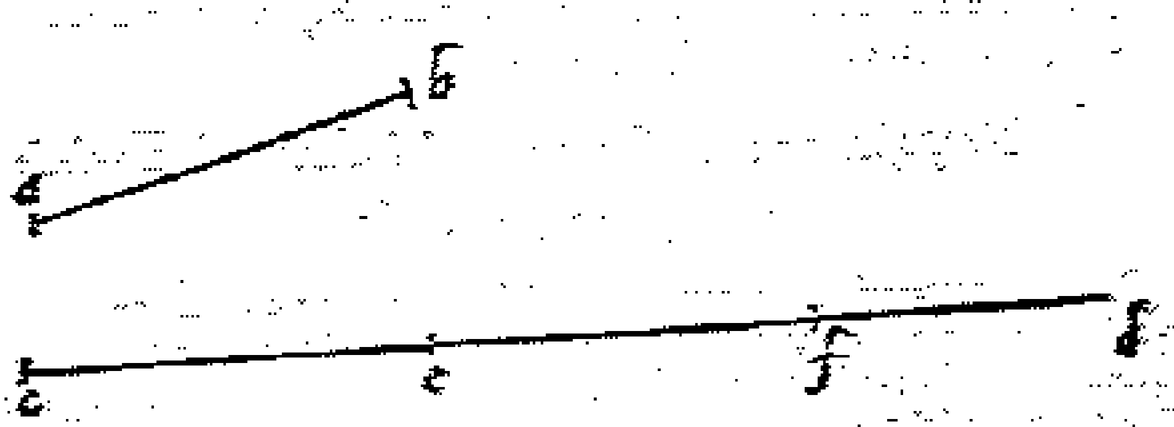
E da notar che per fin a questo luoco hauemo dato regola di saper risoluere tutti li problemi geometrici del Primo, Secondo, Terzo, Quarto, & Sesto libro di Euclide, con qual si voglia apritura di compasso proposta dal auersario, eccettuando quelli dotti del terzo, & quella del quarto detti in principio, & quantunque con tal dottrina ogni comun ingegno (senza altro mio aiuto) potria da se medesimo risoluere ordinatamente tutti li problemi geometrici del decimo del detto Euclide con la detta conditione, perche la maggior parte se risolueno simplicemente con li medesimi problemi fin hora dechiarati, ma per satisfare a ogni qualita di persone, non voglio restar da narrar simplicemente il modo operatiuo geometrico, con la detta conditione, cioe senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta, vero e che le demostrationi delle conclusioni, gia dimostrate in Euclide, non intendo de replicarle in questo luoco (come piu volte e stato detto) ma in nouo dio alcuna particolarita quella dimostraremo.

Propositione trentesimaprima del decimo di Euclide,

non palpata del Cardano.

45 Proposte due linee rette inequale, potremo inuestigare se fra loro sono commensurabile, ouer non, senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta, & essendo quelle commensurabile, potremo trouare la massima misura misurante communamente quelle.

Siano le due linee inequale a b. & c d. volendo inuestigare (senza alterar il compasso, di qual si voglia apritura proposta) se quelle sono commensurabile, ouer non, & essendo commensurabile, ritrouare la massima misura misurante communamente quelle, dalla linea c d. ne taglieremo la parte equale alla a b. (per il quarto modo della ottaua di questo) qual sia la c e. & se per caso il restante e d. fusse maggior anchora della c e. (cioe della a b.) dalla detta restante e d. (per el terzo modo della ottaua di questo) ne taglieremo per un'altra parte equale alla c e. qual sia la e f. & cosi andar procedendo per fin che resti, ouer niente ouer una parte menore della a b. ouer della e f. hor ponemo che resti la f d. menore della f e. Dalla f e. ouer a b. ne taglieremo una parte (per lo medesimo modo) equale alla f d. & lo restante essendo menore della f d. lo taglieremo dalla detta f d. tante volte quanto sia possibile, & cosi lo restante lo taglieremo dalla anciana parte, & cosi andar procedendo per fin a tanto, ouer che niente, ouer tal-



mente che si peruegna a un residuo de quantita insensibile. trouandosi adunque per tal modo un residuo, che tagliandolo successiuamente resti nulla, de residuo quelle due linee saranno commensurabile, & quel tal ultimo residuo sara la massima commune misura misurante communamente quelle, & con tal commune misura (procedendo secondo l'ordine detto sopra la prima del ... del primo libro) potremo conoscere la proportione di dette due linee da..., & tutto questo se dimostrara secondo l'ordine della seconda del decimo di Euclide, & della prima diffinitione del suo decimo libro.

Ma se per caso dalla continua detrattione, over sottratione fatta in tal modo, non si trovasse al cun [illegible] rimanente, che misuri puntalmente, lo antecedente rimanente tai due proposite linee saranno incommensurabile, & la proportione di l'una a l'altra di quelle, non sarà come di numero, a numero, e però tal proportione sarà detta irrationale, & le dette linee sarà detta incommensurabile, & questo se dimostra secondo che se dimostra la prima del settimo di Euclide mediante la seconda parte della prima diffinition del decimo.

Propositione quarta del decimo di Euclide
con silentio [illegible] dal Cardano.

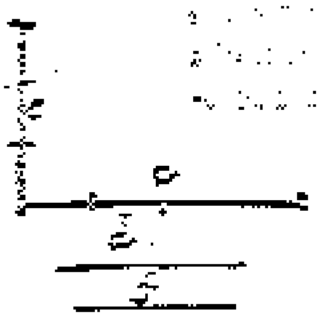
46 Proposte tre linee rette inegguale potemo investigare se quelle sono fra loro commensurabile, over non, & essendo commensurabile potemo trovare la massima misura misurante communemente quelle senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta dal aversario.

Questa se risolue si come la precedente, & secondo l'ordine della terza del settimo di Euclide.

Propositione decimaquinta del decimo di Euclide
non toccata dal Cardano.

47 Qualunque proposta retta linea potemo trovare due rette linee a quella incommensurabile, l'una solamente in longhezza, & l'altra in larghezza, & in potentia, senza alterar il compasso, di qual si voglia appritura proposta dal aversario, Essempi gratia.

Sia la proposta linea. a. volendo ritrovare due linee, delle quale una commensurabil con la. a. solamente in potentia, & l'altra sia incommensurabile a quella in longhezza, & in potentia senza alterar il compasso de qual si voglia appritura proposta, pigliaremo duoi numeri, liquali non siano in proportione, come che da numero quadrato a numero quadrato, & siano quelli. b. & c. liquali è facil cosa da trovar, conciosia che qualunque numero quadrato a qualunque numero non quadrato haverà questa proportione, che ricercamo (come afferma la ventesima seconda del nono di Euclide) hor tolti questi tali numeri trovaremo la linea. d. al quadrato della quale sia el quadrato della linea. a. si come el numero. b. al numero. c. & questa tal linea ritrovaremo in questo modo, divideremo la linea. a. (per la decimaquinta di questo) in tante parti quante unità sono nel numero. b. Et da poi sopra la stremità della linea. a. erigeremo (per la quinta di questo) la linea. e. perpendicolare sopra di quella de indefinita quantità, & di quella ne tagliaremo tante parte della linea. a. quante unità e nel numero. c. dapoi fra la linea. a. & e. (per la decimasesta di questo) trovaremo una media proportionale, qual pongo sia la. d. & questa. d. (per le ragioni adutte sopra la decimaquinta del decimo di Euclide) se aprova esser commensurabile in potentia, ma incommensurabile in longhezza alla detta linea. a. che è il primo proposito, hor per trovar l'altra, fra la linea. a. & d. (per la detta decimasesta di questo) trovaremo un'altra media proportionale, qual pongo sia la. f. la qual. f. (per le ragioni adutte sopra la detta 15. del 10. di Euclide) se aprova esser incommensurabile alla detta. a. in potentia, che è il secondo proposito.



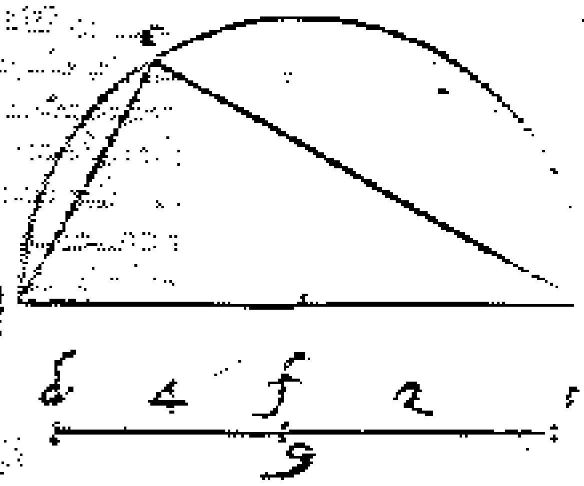
Propositione vintesimaprima del decimo di Euclide
non toccata dal Cardano.

48 Potemo trovare due linee rette rationali, solamente in potentia commensurabili, delle quali, la più longa possa più della più corta in el quadrato de una linea a se commensurabile in longhezza senza alterar il compasso de qual si voglia apritura proposta dal aversario.

Et per far questo pigliaremo la linea retta. a. b. equale al diametro del cerchio, qual descriveria il nostro compasso, & sopra di quella gli descriveremo il mezzo cerchio. a. c. b. & da poi pigliaremo uno numero ponendo. d. e. & divideremo quello in doi numeri, cioè. d. f. & f. e. talmente, che la proportione del. d. e. al. d. f. sia come numero quadrato a numero quadrato, & che la proportione del. d. e. al. f. e. non sia come da numero quadrato a numero quadrato, & tal numero, è qualunque numero quadrato divisibile in uno numero quadrato, & in uno, che non sia quadrato come. 9. el qual se divide in. 4. e. 5. & tutti li equimultiplici di quelli, & dapoi

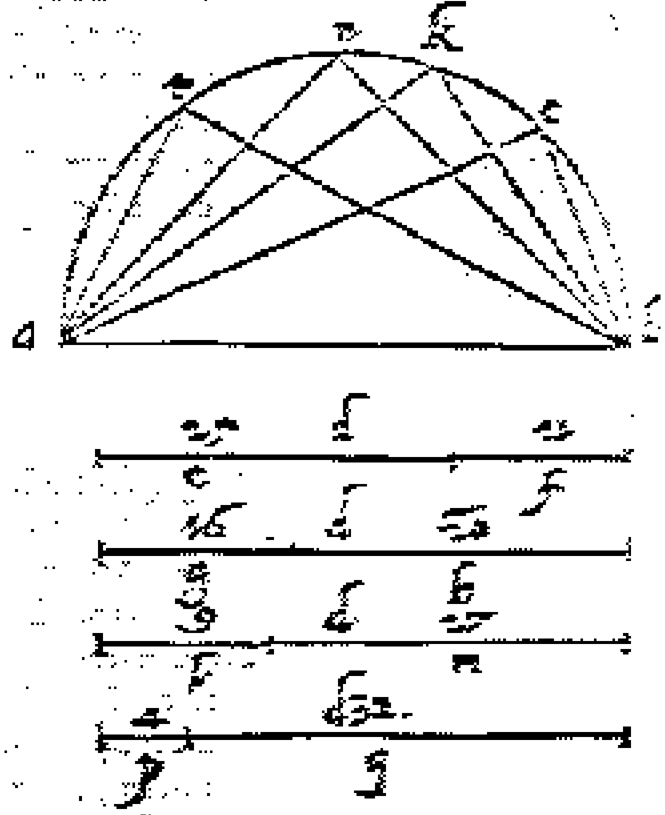
trovaremo

trouaremo vna linea, al quadrato della quale, el quadrato della linea. a b. sia si come el numero. d e. al numero. d f. (& questa tal linea si troua per la precedente) & trouata questa linea, la qual necessariamente sara menore della. a b. la compartiremo (per la venetesimaterza di questo) nel semicerchio. a c b. & sia la. a c. & tiraremo la linea. c b. hor dico le due linee, a b. & c b. esser quelle, che cercamo, come per le medesime ragioni addutte sopra la venetesimaprima del decimo di Euclide se dimostra, la qual demostratione superchio saria a replicarla in questo luoco per le ragioni piu volte dette.



Ma che desiderasse di trouar piu di due linee rationali, solamente in potentia communicanti, delle quali, vna sia piu potente de qual si voglia delle altre in el quadrato de alcuna linea communicante con lei in longhezza pigliaremo similmente la. a b. equale al doppio della apritura del nostro compasso, & quella se intendera rationale (per esser il doppio de la apritura del nostro compasso) sopra la quale descriveremo il mezo cerchio. a c b. & trouaremo vn numero quadrato, qual sia divisibile in molti numeri quadrati, & non quadrati, di quali numeri non quadrati, la proportione non sia si come di alcuni numeri quadrati, come saria a dire il numero. d. qual poneremo che sia 36. (che e numero quadrato,) il quale e divisibile in 25. & in 11. & anchora in 16. & 20. & similmente in 9. & 27. & anchora in 4. & 32. & de questi non quadrati, li quali sono 11. 20. 27. & 32. fra loro non e proportione, come di alcun numero quadrato a vn altro. Et per tanto il detto numero. d. quadrato lo divideremo in. e. quadrato, & in. f. non quadrato, & (per la precedente) trouaremo vna linea, che il quadrato della. a b. al quadrato di quella habbia quella medesima proportione che ha il numero. d. al numero. e. (cioe come 36. a 25.) & quella poniamo che sia la. a c. qual per esser menore della. a b. (per la venetesimaterza di questo) la assettaremo nel mezo cerchio. a c b. fatto questo tiraremo la. c b. laqual. c b. sera vna di quelle linee che hauemo proposto di trouare, il che se dimostra secondo l'ordine della detta 21. del 10. di Euclide.

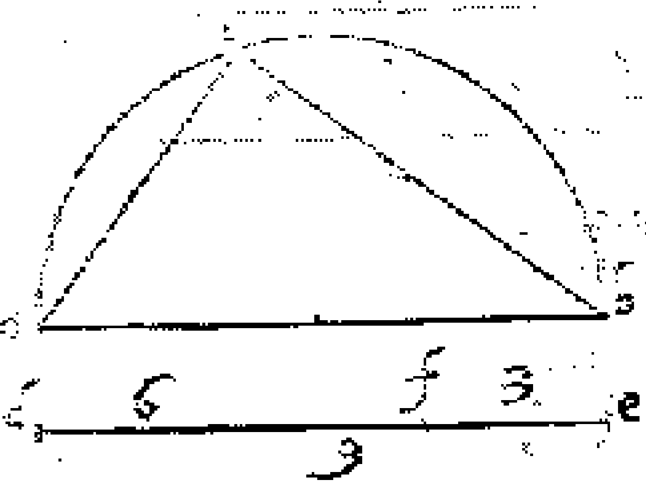
Similmente anchora divideremo il detto numero. d. in. g. quadrato, & in. h. non quadrato, & trouaremo anchora (per la precedente) vna linea (qual sia la. a K.) che il quadrato della linea. a b. al quadrato di quella sia si come il numero. d. al numero. g. (cioe come de 36. a 16.) & quella la assettaremo pur (per la venetesimaterza di questo) nel medesimo mezo cerchio, & da poi tiraremo la. K b. laquale sara per vna seconda linea, che con la. c b. hauera la addimandata conditione, & per lo medesimo modo divideremo vn'altra volta il numero. d. in. l. quadrato, & in. m. quadrato, cioe in. 9. & 27. & trouaremo (per il medesimo modo della precedente) la linea a n. che il quadrato della. a b. al quadrato di quella, habbia la proportione che ha il numero. d. al numero. l. & da poi tiraremo la. n b. laqual. n b. insieme con la. c b. hauerano la ricercata conditione. Et cosi se divideremo il detto numero. d. in. p. quadrato, & in. q. non quadrato, cioe in. 4. & 32. & che trouamo per la. a r. che il quadrato della. a b. al quadrato di quella habbia proportione del. d. al. p. & cosi tirata la. r b. quella con la. c b. hauera la ricercata conditione, & cosi le linee. a b. b c. b K. b n. b r. sono rationale, solamente in potentia communicante, vna delle quale, cioe la. a b. e piu potente de qual si voglia delle altre in el quadrato di vna linea, communicante in longhezza con essa linea. a b. & ciascuna delle 4 linee. b c. b K. b n. & b r. communica con le altre, come che geometricamente se dimostra sopra la venetesimaprima del decimo di Euclide, che e il proposito.



Propositione ventesimaseconda del decimo di Euclide, non posta dal Cardano.

49 POssiamo trouare due linee rationale solamente in potentia communicante, delle quali la piu longa possi piu della piu corta quanto e il quadrato de vna linea a se incommensurabile in longhezza, senza alterar il compasso de qual si voglia apritura proposta.

Questa se concludera per li medesimi modi e vie della precedente, mutando solamente questo, che la proportione del numero. d e. a niuno di dui numeri. d f. & f e. sia si, come de numero quadrato a numero quadrato, & questo si fara facilmente, ponendo. d e. qual si voglia numero quadrato diviso in dui numeri non quadrati, come se ponessimo. d e. 9. & d f. 6. & f e. 3. & da poi procedendo, come fu fatto nella precedente, se concludera il proposito, come in quella tercio solamente questo che le due linee a b. & a e saranno incommensurabili in longhezza, per che la a b. sara piu potente della e b. (per la penultima del primo di Euclide) nel quadrato della linea a e la quale e (per la vii. parte della .x. del x. di Euclide) sara (com'e detto) incommensurabile con la a b. in longhezza, & perche le dette due a b. & la a e sono rationali (per la quinta diffinitione del decimo di Euclide, secondo la seconda tradutione) cioe che ogni linea si de nominata per radice sorda, come per numero, appresso di Euclide se intende esser rationale per esser la sua potentia rationale, anchor che sia pretiosamente le radice sorde siano irrationali.



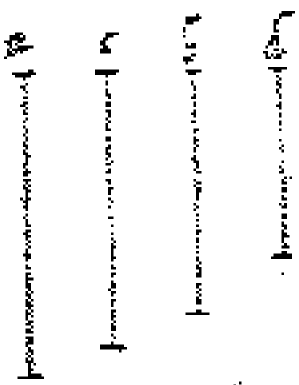
Et e da sapere che le due linee, che questa, & la precedente insegnano di trouare compongano il binomio, & la menore di quelle cauata dalla maggiore, la rimanente e detta residuo, ouer recisio.

Bisogna notar che desiderasse di voler trouare piu di due linee rationali solamente in potentia communicanti, delle quali vna di quelle sia potente di qual si voglia delle altre, in el quadrato di alcuna linea incommensurabile con lei in longhezza, procederessimo secondo l'ordine, che nella seconda parte della precedente, mutando quello che debbe esser mutato nella diuision del numero quadrato.

Propositione ventesimanona del decimo di Euclide

non tocca dal Cardano.

50 Ouemmo trouare due linee mediale communicanti solamente in potentia, le quali contengano superficie rationale, delle quali la piu longa sia piu potente della piu corta per il quadrato de vna linea communicante alla medesima linea piu longa in longhezza, senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta dal auersario.



Et per far questo (per el modo dato nella .27.) trouaremo le due linee. a. & b. rationali solamente in potentia communicanti, delle quali la piu longa (qual sia a.) possi piu della piu breue (laqual sia. b.) in el quadrato de alcuna linea communicante con lei in longhezza, & trouaremo la linea. c. (per la decimasesta di questo) nel medio luoco proportionale fra a. & la. b. & dapoi ponaremo, che la proportione della a. alla b. sia si come della. c. alla. d. (per la decima della vigesimaquinta di questo) hor dico le due linee. c. & d. esser quelle che cercamo, & questo si approua, & dimostra per li modi, & vie che si demostra la ventesimanona del decimo di Euclide, che e il proposito.

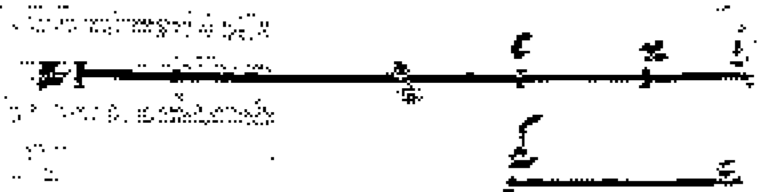
Propositione aggionta sopra la decimasettima

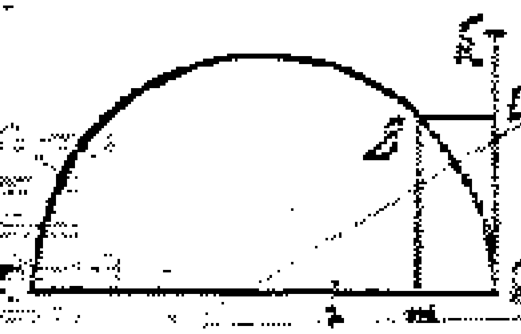
del decimo di Euclide non tocca

dal Cardano.

51 Roposte due linee inequale delle quali la maggiore sia piu che dopple della menore. Possiamo diuidere la maggiore in due tal parti, che la menore vi caschi precisamente media proportionale senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta dal auersario, Essempi gratia.

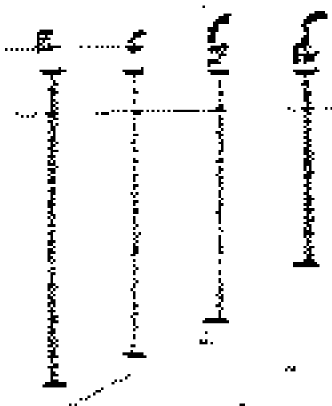
Siano le due proposte linee. a b. maggiore, & c d. menore, & sia la. a b. piu che doppia alla. c d. Dico che egli e possibile a diuidere la linea. a b. in due tal parti, che la. c d. vi caschi ouer sia media proportionale, & senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta dal auersario. Et per far questo dalla. a b. ne taglieremo la parte. b e. equale alla. d c. (per la ottaua di questo) da poi descriueremo con il nostro compasso vn mezzo cerchio qual sia. f g h. (terza di questo) & tal diametro. f h. (per la decimaquinta di questo) lo diuideremo per el suo diametro. f h. & tal diametro. f h. (per la decimaquinta di questo) lo diuideremo secondo che e diuisa la. a b. in ponto. e. il ponto de tal diuisione pongo sia el ponto. i. per el ponto. h. erigo vna linea perpendicolare alla. f h. (per la quinta di questo) de indefinita quantita quala pongo sia la. h k. & di quella (per la ottaua di questo) ne taglieremo la. h l. equale alla. h i. & dal ponto. l. tiraremo (per la seconda di questo) la. l g. equidistante alla. f h. & dal ponto. g. (per la sesta di questo) tiraremo la. g m. perpendiculare sopra la. f h. laqual sia diuisa in due tal parti in ponto. m. che la. h i. vi casca media proportionale, hor secondo tal diuisione (per la quintadecima di questo) diuideremo anchora proportionalmente la. a b. qual diuisione pongo sia, ouer che vegna in ponto. n. hor dico che la detta linea. a b. sara diuisa in ponto. n. secondo il proposito, cioe che fra le dette parti vi casca la linea. d c. media proportionale





portionale, perche se la proportione della f i. alla i h. e si come della a e. alla e b. congiontamente della f h. alla i h. sara si come della a b. alla e b. Et similmente se la proportione della f m. alla m h. e si come della a n. alla n b. per congiontamente della f h. alla m h. sara si come la a b. alla n b. se adunque tutta la f h. alla i h. e come tutta la a b. alla e b. & similmente tutta la f h. alla m h. e si come tutta la a b. alla n b. permutatamente, si come e tutta la f h. a tutta la a b. sara si come la parte i h. alla parte e b. & la parte m h. alla parte n b. onde (per la undecima del quinto di Euclide) la proportione della m h. alla n b. sara si come la i h. alla e b. onde permutatamente la proportione della m h. alla i h. sara si come la n b. alla b e. & con le medesime ragioni se dimostrara la proportione della i h. alla f m. esser si come della b e. alla a n. e pero la d e. viene a esser media proportionale fra la n b. & a n. si come che e anchora la g m. (cioe la i h.) fra la h m. & f m. che e il proposito.

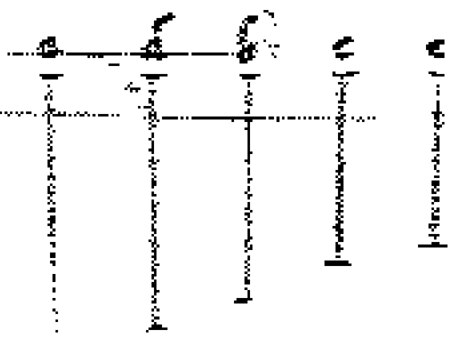
Propositione trentesima del decimo di Euclide non posta dal Cardano.



52 POssemo trovare due linee mediali solamente in potentia communicanti, lequali contengino superficie rationale, delle quali la piu longa sia piu potente della piu breve in el quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza alla medesima linea piu longa senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta dal aversario.

Et per far questo siano trovate le due linee a. & b. (per la 45. di questo) rationali solamente in potentia communicanti, delle quali la piu longa possi piu della piu breve in el quadrato d'una linea non commensurabile con lei in longhezza, & dapoi procedere, & arguire come fu fatto sopra la 50. di questo & trovarasse le due linee c. & d. esser quelle che cercamo, & tutto questo se dimostrara per li medesimi argomenti, che se dimostra la 29. del 10. di Eucl. che e il proposito.

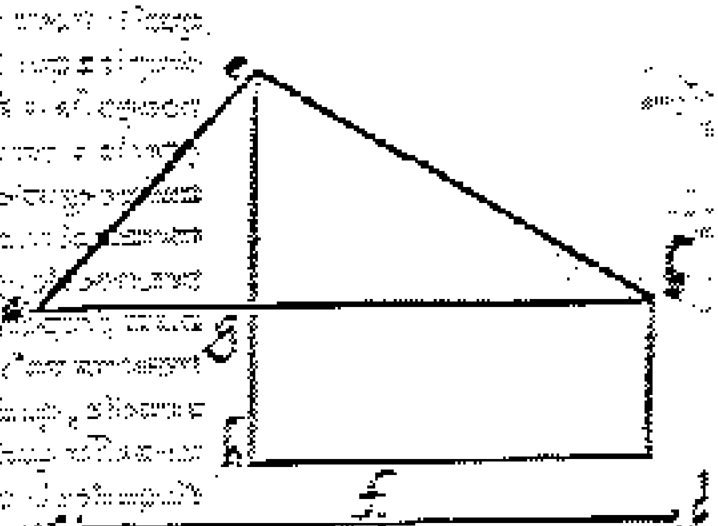
Propositione trentesimaprima del decimo di Euclide, scorsa dal Cardano, & questa fu il [illegible] Quesito di 31. a lui proposti, e pero resta non risolto.



53 POssemo trovare due linee mediale solamente in potentia communicanti, le quali contengino superficie mediale, delle quali la piu longa possa tanto piu della piu breve, quanto e il quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa, & con qual si voglia apritura di compasso proposta dal aversario, cioe senza mai alterar il compasso di tal apritura.

Hor per far questo siano le due linee (tolte secondo la doctrina della 49. di questo) a b. & c. rationali solamente in potentia communicanti, & sia a piu potente della b. & c. in el quadrato de una linea a lei incommensurabile in longhezza, & sia posta d. nel medio loro proportionale fra a. & b. (per la [illegible] di questo) & sia fatto che d. al e. si come della a. al c. (per la [illegible] di questo) hor al [illegible] le due linee d. & e. esser quelle, che cercamo, la qual cosa se dimostra per li modi e vie, che si fa la trentesimaprima del decimo di Euclide che e il proposito.

Propositione trentesimaseconda del decimo di Euclide, non tentata dal Cardano, & questa fu il [illegible] Quesito di 31. a lui proposti, e pero resta non risolto.

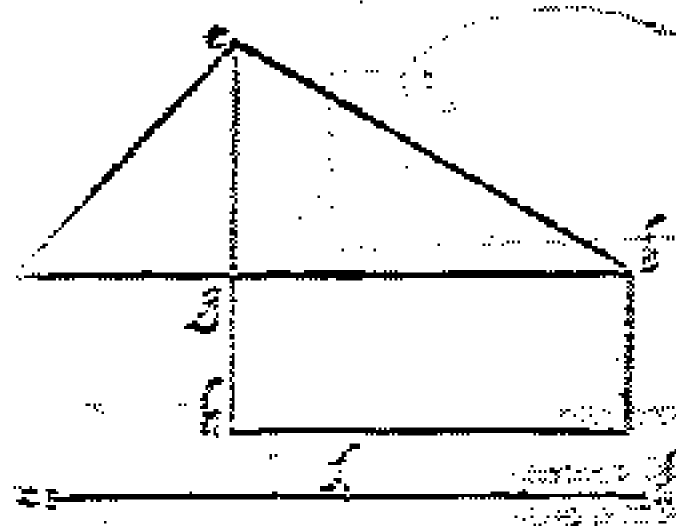


54 POssemo trovare due linee potentialmente incommensurabile, & che contenghino superficie mediale, delle quali, li doi quadrati tolti insieme siano rationali, & con qual si voglia apritura di compasso proposta dal aversario.

Hor per far questo piglieremo (per la 44.) le due linee a b. & c d. rationali solamente in potentia communicanti, delle quali la piu longa (qual sia la a b.) possi piu della piu breve (qual sia la c d.) in el quadrato de alcuna linea incommensurabile con se in longhezza, & divideremo la linea c d. in due parti eguali in ponto f. & divideremo poi la linea a b. (per la 51. di questo) in due tal parti in ponto g. talmente che la linea c f. gli cada media proportionale, cioe fra la a g. & b g. da poi sopra el ponto g. drizzeremo (per la 5. di questo) una linea de indefinita quantita perpendicolare alla a b. & di quella ne taglieremo (per la [illegible] di questo) la parte g e. eguale alla c f. da poi dalla [illegible] di quella alle estremita della linea a b. tiraremo le due linee a e. e b. lequali due linee a e. & e b. [illegible] esser quelle che cercamo, & tutto questo se appertiene, & dimostra per li medesimi modi che vsa, che se dimostra la trentesimaseconda del decimo di Euclide, che è il proposito.

Propositione trentesimaterza del decimo di Euclide

non tocca dal Cardano, & questa fu il mio [illegible] Quesito di 31. a lui proposti, e pero resta non risolto.

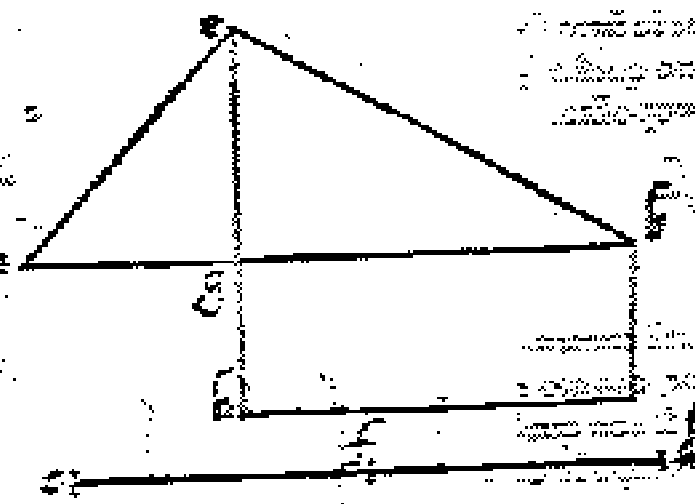


55 POtremmo trouare due linee potentialmente incommensurabile, & che contenghino superficie rationale, delle quali li dui quadrati soli insieme siano mediali, con qual si voglia apritura di compasso proposta dal auersario.

Et per far questo, trouaremo le due linee a b. & c d. (si come propone la [illegible] di questo) cioe mediali in potentia solamente communicante, le quali contenghino superficie rationale, delle quali la piu longa possi piu della piu breue in el quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza alla medesima linea piu longa, & con le simili argumentationi della precedente le due linee a e. & e b. saranno quelle che se cercha, & questo se dimostrara per li medesimi argumenti, che se dimostra la trentesimaterza del 10. di Euclide, che è il proposito.

Propositione trentesimaquarta del decimo di Euclide,

scorsa dal Cardano.



56 POtremmo ritrouare (con qual si voglia apritura di compasso) due linee potentialmente incommensurabili, & che contenghino superficie mediale, delle quali li dui quadrati soli insieme siano mediale incommensurabile al doppio della superficie de l'una in l'altra.

Anchora la dispositione di questa non e in cosa alcuna differente dalla dispositione delle due precedente, siano adunque le due linee a b. & c d. quale propone la [illegible] di questo, & per la precedente argumentatione le due linee a e. & e b. saranno quelle, che cercamo per le ragioni adutte nella trentesimaquarta del decimo di Euclide, che e il proposito.

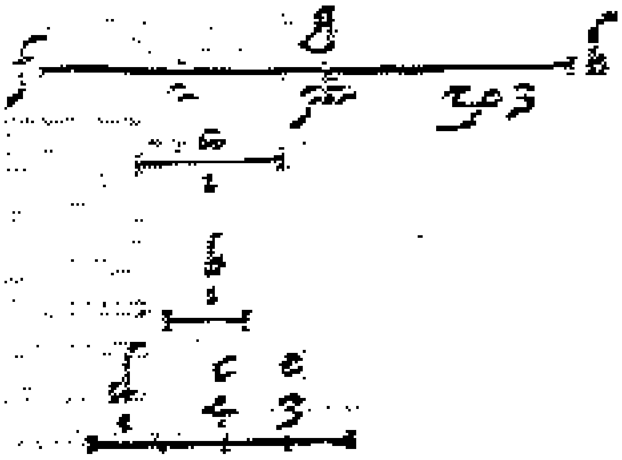
Propositione 47. del 10. di Euclide non tentata dal Cardano,

con questa, & con la nostra 19. di questo, facilmente si puo solvere il mio 8. quesito di 31. a lui proposti, qual quesito da lor resta nō risolto.

57 POtremmo inuestigare el primo binomio, senza alterare il compasso di qual si voglia apritura proposta, supponendo la detta apritura esser rationale in longhezza.

Per essequir tal problema pongo per nostra linea rationale, cioe per la nostra misura la apritura del dato compasso, ouer vna particion di quella, qual sia la linea a. & da poi pongo dui numeri quadrati posti come b. lo menore, & c lo maggiore, ma che il maggior sia diuisibile in vn numero quadrato & in vno altro non quadrato, & ancora per vna commodita vsar li minimi, che pigliar si possa, cioe pongo b. per la vnita, & c. per 4. diuisibile in 1. (numero quadrato) qual sia d. & in 3. (non quadrato) qual sia e. Da poi trouo vna linea, che il ☐ della a. (cioe della nostra vnita lineale) al quadrato di quella sia si come el numero b. al numero c. la qual se troua in questo modo pongo, cioe congiongo in diretto alla linea a. vn'altra linea quadrupla a quella, & fra quelle due troua vna media proportionale (per la 15. di questo) quale pongo sia la f g. laqual f g. vien a esser commensurabile in longhezza con la dita rationale (per la 2. parte della 9. del 10. di Euclide, perche in questo caso sara doppia alla a. cioe sara a esser eguale alla a. hor trouo vna altra linea, che il ☐ della f g. al ☐ di quella sia si come el numero c. al numero e. cioe come 4. a 3. & questa tal linea se trouara per el modo detto di sopra, cioe alongando la f g. in diretto, cioe congiongendoli vna altra linea, che con quella habbia la proportione, che dal numero c. al e. cioe che sia li $\frac{3}{4}$ di quella, che sara 1 $\frac{1}{2}$. & fra tutte due trouaro vn'altra media proportionale (per la detta 15.) & trouata quella, ponendo in diretto a quella, quale pongo sia g h. (che in questo caso, la detta g h. sara [illegible]) la quale se prouara esser quella che cercamo, cioe tutta la linea f h. esser binomio primo, perche la linea f g. (laquale e la piu longa) e piu potente della g h. (laqual e la piu corta) nel quadrato della linea commensurabile, differenza del quadrato della f g. al quadrato della g h. la qual differenza sia commensurabile al quadrato della detta linea f g. si come che la differentia del numero c. al numero e.

mero. e (che è il numero. d. qual è. 1.) al medesimo numero. c. & perche la proportione del numero. c. quadrato, al numero. d. è come da numero quadrato a numero quadrato seguita adonque, che la proportione del quadrato della linea. f g. al quadrato della linea potente nella detta differentia del quadrato della. f g. al quadrato della. g h. sara come da numero quadrato a numero quadrato, & pero (per la seconda parte della correl. 10. di Euclide) la linea. f g. sara communicante in longhezza con la detta linea potente, & anchora communicante con la nostra misura. a. in longhezza, per esser il doppio di quella, e per tanto tutta la linea. f h. sara binomio primo, che è il proposito.



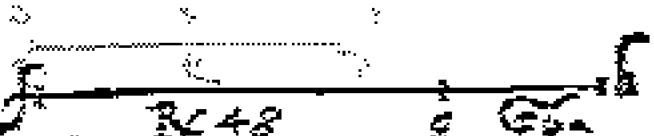
Bisogna notar che in luoco del numero quadrato. b. vi si potria ponere qual si voglia altro numero quadrato, & procedere, come di sopra si è fatto. Anchora in luoco del numero. c. vi si potria ponere vno altro numero quadrato, come è 81. over 25. diuisibile in piu numeri quadrati, & non quadrati, & da poi trouar piu conseguente linee alla. f g. che con quella formariano binomio primo, come nella 46. di questo si propone. Et con questa vltima parte potemo risoluere el mio. 2. quesito di 31. mei proposti, cioe trouar tre binomii primi, tutti diuersi in quantita nel secondo nome, & de quelli formarne vn triangolo secondo la regola data nella 16. di questo, & haueremo il proposito.

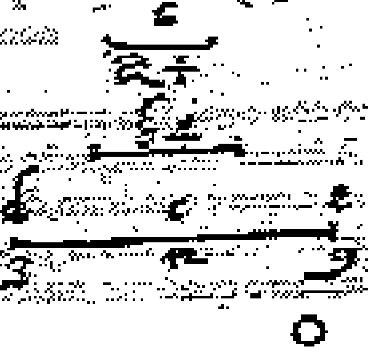
Chi volesse per curiosita trouare la linea potente nela differentia di duoi quadrati delle due linee. f g. & g h. per lo medesimo modo bisognaria trouar vn'altra, che al quadrato di quella, il quadrato della. f g. gli fusse si come è il numero. c. al numero. d. (cioe come di. 4. a. 1.) & trouata quella, per la equa & coniunta proportionalita se approuera, il quadrato di quella insieme con il quadrato della. g h. esser equale al quadrato della. f g. si come che li duoi numeri partiali. e. & d. sono equali al total numero. c. senza formar alcun mezzo cerchio, come che in Euclide si conferma.

Propositione quarantasinouesima del decimo di Euclide secondo el Cardano.

58 POtemo inuestigare el secondo binomio, senza variar el compasso di qual si voglia apertura proposta supponendo la detta sua apertura esser rationale in longhezza.

Per dissoluer tal problema, pongo la linea. a. vna parte rationale della detta apertura poniamo la $\frac{1}{2}$, ouer la $\frac{1}{4}$ d'un piede, cioe oncie. 3. per fugir li rotti) & pongo el numero. b. quadrato, & c. non quadrato, nondimeno in tal modo, che la proportione di tutto el numero. c. (el qual è numero non quadrato) al. d. (el qual anchora è numero non quadrato) sia si come da duoi numeri quadrati, & tal numero è 12. & anchora 48. perche 12. è diuisibile in 9. numero quadrato, & in 3. numero non quadrato, & la proportione de 12. a. 3. è si come 16. a. 4. li quali l'uno, e l'altro è numero quadrato, & per lo medesimo modo è il 48. diuisibile in 36. & 12. & tai numeri si trouano facilmente, & da poi questo procedere, come nella precedente, cioe trouar la. f g. al ☐ della quale, el quadrato della. a. sia cosi, come che è el numero. b. quadrato al numero. c. non quadrato, cioe subtriplo, & vn'altra volta trouar la. g h. di tal sorte, che il quadrato della. f g. al quadrato di quella sia si come del numero. c. al numero partial. e. & per la equa proportionalita el ☐ del. a. al ☐ de. g h. sara si come el. b. al. e. adonque conciosia che l'uno, e l'altro di duoi numeri. b. & e. sia quadrato (per la 2. parte della 9. del 10. di Euclide) & la linea. g h. sara communicante in longhezza alla linea. a. posta rationale, & della linea. f g. e manifesto che essa sia rationale solamente in potentia non communicante alla linea. a. in longhezza posta rationale (per la vltima parte della 9. del 10. di Euclide,) e pero tutta la. f h. sara binomio secondo la detta. g h. si trouara per l'ordine posto nella precedente. Et chi volesse anchor la linea potente nella differentia delli lor quadrati nela vultima sarissi al ☐ della quale, el ☐ della detta. f g. fusse si come che'l numero. c. al num. d. cioe come 12. a. 3. qual saria 9. a. 12. per l'ordine detto nella passata, & da poi per la equa, coniunta proportionalita se dimostrara il ☐ di quella esser insieme con el ☐ della. g h. esser equale al quadrato della. f g. si come che anchora li duoi nu. partiali. 9. & 3. sono equali al total nu. 12. senza formar alcun mezzo cerchio, come fa Euc.

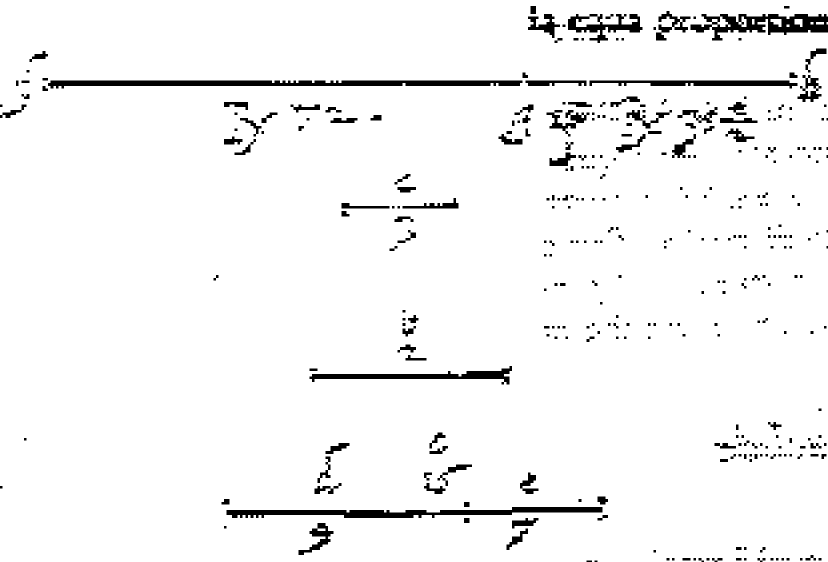




Propositione quarantesimanona del decimo di Euclide non tocca dal Cardano.

59 Che possibile a investigare el terzo binomio, in ogni proposita apertura di compasso, supponendo tal apertura per linea rationale in longhezza.

Per essequir adunque tal problema, pongo (si come per avanti) la linea a. vna parte della apertura del detto mio compasso, over tutta tal apertura, qual verra a esser rationale dal predisposito, & per fugir rotti ponerremo che tal linea a sia 1. per notar le operationi, & pongo anchora el b. numero non quadrato, & lo numero c. quadrato diuiso in d. quadrato, & in e. non quadrato, ma che il numero b. sia di tal conditione prima (come e detto) che'l non sia numero quadrato, secondario che la proportione di quello al numero e. non sia, come di numero [illegible] a numero [illegible] & da poi procedendo, come nelle altre, dico che le due linee f g. & g h. componeno el terzo binomio, perche ne l'una, ne l'altra di quelle e commensurabile in longhezza alla linea a. posta rationale, ma l'una e l'altra gli e incommensurabile in longhezza la f g. (per la vltima parte della nona del decimo di Euclide) & la h g. (per la equa proportionalita, & per la vltima parte della detta nona del decimo di Euclide) perche (per la equa proportionalita) el quadrato della linea a h [illegible] della linea g h. e si come lo numero b. al numero e. l'uno per mezzo del quadrato della linea f g. & l'altro per mezzo del numero c. & similmente do che no sono in proportione de alcuni numeri quadrati dal presupposito, adunque la linea g h. e incommensurabile alla linea a. posta rationale (per la vlt. parte della 9. del 10. di Euclide.)



Et per trovar la potentia della differentia delli dui [illegible] [illegible] delle f g. & g h. se doveria procedere, come nelle precedenti, cioe trovar vna linea il [illegible] della quale el [illegible] della detta f g. habbia proportione, come il numero c. quadrato al numero d. quadrato, la qual trovata, per la equa, & coniuncta proportionalita si apparera el proposito.

Propositione quinquagesima del decimo di Euclide, scorsa dal Cardano con laquale facilmente si po risolvere il mio nono Quesito di 31. a lui proposto qual da lui non fu risolto.

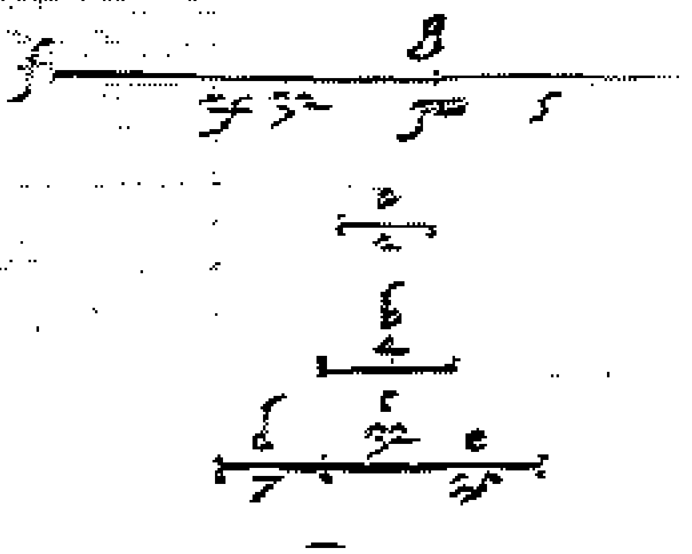
60 Potremo in ogni proposita apertura di compasso investigare il quarto binomio.

Per essequir adunque tal problema procederemo come nella inventione del primo avanti, che el numero quadrato c. sia diviso in dui numeri nō quadrati, li quali siano d. & e. tutte le altre cose sono da esser negotiate dalla diffinitione del quarto binomio, come che in quella se negotio del primo. Et cosi volendo trovare tre binomii quarti diversi solamente nel secondo nome procederemo secondo che fu detto sopra la inventione del primo binomio, & saranno per diversi quesiti, per causa delli loro secondi nomi che saranno diversi. Et sie de ciascaduno delli lor primi nomi, ne togliemo (per la ottava di questo) il suo menor nome, over il suo secondo nome, li tre residui (per commune scientia) saranno diversi in quantita, & ciascun de detti tre residui sara residuo quarto, delli quali tre residui formando vn triangolo (secondo la regola data nella 39. di questo) haveremo risolto il detto nostro nono quesito di 31. che fu da me proposto al Cardano.

Propositione quinquagesimaprima del decimo di Euclide non tentata dal Cardano.

61 Potremo con ogni data apertura di compasso investigare il quinto binomio.

La inventione di questo e si come quella del secondo binomio, cioe che lo numero c. non e quadrato, & se divide in dui non quadrati d. & in e. quadrato, ma dividendo in tal modo, che la proportione del c. al d. non sia, come di numero quadrato a numero quadrato, tutte le altre cose in questo terzo adunque sono da esser concedendo le gnato le cose adimandate per la diffinitione del quinto binomio, si come in quello sono ricercate (per la diffinitione del secondo binomio) over pone che la linea g h. sia commensurabile alla linea a. rationale in longhezza, & mettere el numero. c. quadrato diviso in duoi numeri non quadrati quali siano d. & e. adunque mette la proportione del quadrato della linea g h. al [illegible] della. f g. si come el numero. e. al numero. c. da poi concluder el proposito (per la ultima parte della nona del 10. di Euclide) & per li preditti presupposti, & per la converfa, & eversa proportionalita, & un'altra volta per la ultima parte della nona, & per la diffinitione del quinto binomio, perche in effetto per piu vie se puo investigare le specie di binomi, cioe senza poner il numero. b. come nella seconda tradutione di Euclide appare.



Propositione quinquagesimaseconda del decimo di
Euclide non tocca dal Cardano.

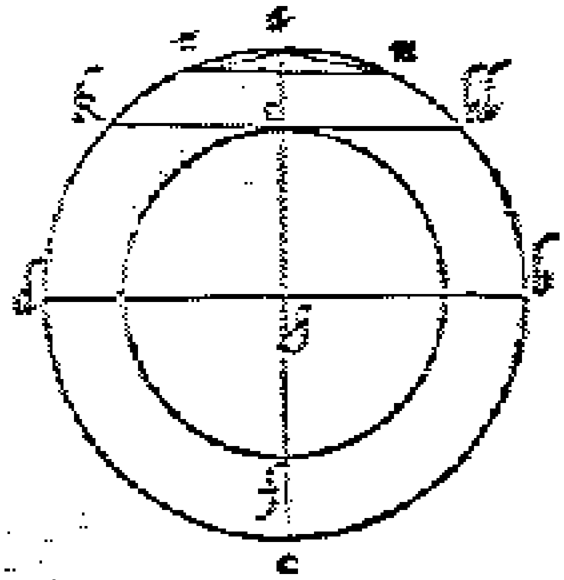
62 Potemmo con ogni data apertura di compasso investigare il sesto binomio.

LA inventione di questo e si come quella del terzo accetto che in questo el numero. c. quadrato debbe esser diviso in duoi numeri non quadrati. d. & e. & tutte le altre cose procedere, come in quello.

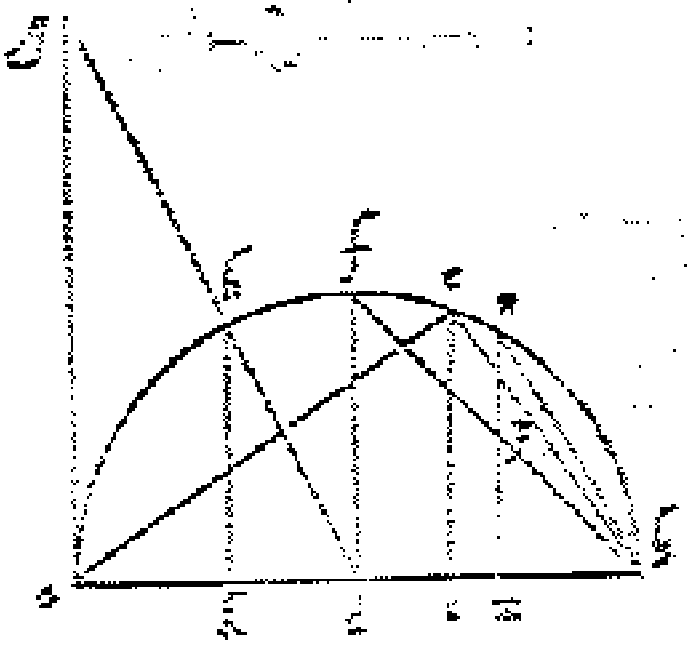
Et per la inventione di questi. 6. binomii sapemo investigare facilmente le. 6. specie de residui perche levata la menor portione de qual si voglia binomio, & quella agiunta (per la ottava di questo) dal suo maggior nome lo restante sara el residuo simile a quella tal specie de binomio, e pero essendo cosa superchia a essemplificar la investigatione di tai residui (che sono li ultimi problemi del detto decimo libro di Euclide) voglio che venimo alla resolutione delli problemi da operar in piano delli altri suoi cinque restanti libri, & per tanto dico che li problemi delli detti suoi cinque restanti libri, sono in tutto 26. (cioe. 5. nel 11. libro. 2. nel 12. 6. nel 13. nello nel 14. & 13. nel 15. & ultimo suo libro) delli quali 26. problemi solamente duoi sono da operar in piano, & tutti li altri sono realmente da operare nelli corpi, delli duoi da operar in piano, l'una e la 13. propositione del 12. libro del detto Euclide, & l'altra e la ultima del 13. liquali de sotto ho annotate, come si puo vedere.

Propositione decimaterza del duodecimo libro di
Euclide non considerata dal Cardano.

63 QVando saranno proposti duoi cerchij, circonduti sopra uno medesimo centro, egli e possibile dentro del maggiore de descriver (con qual si voglia apertura di compasso) una superficie de molti angoli, de lati pari, & equali, la qual non tocchi il cerchio menore, Essempi gratia.

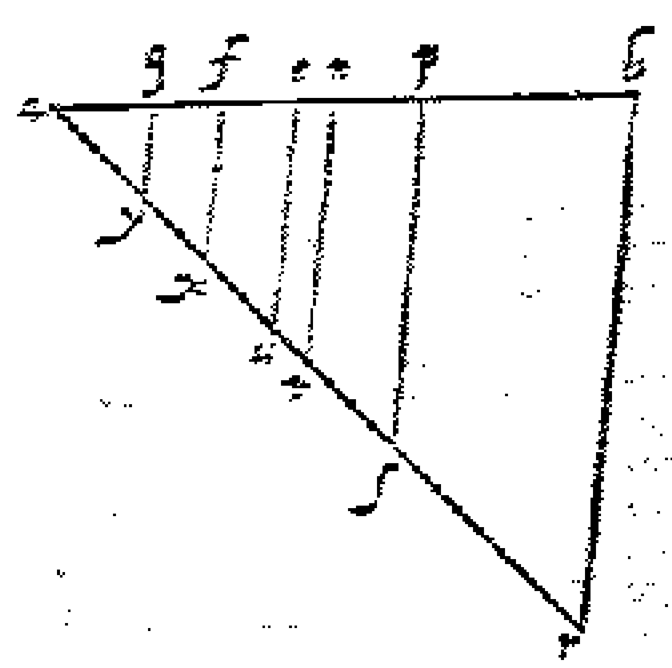


Siano li duoi cerchij. a b c d. & e f. circonduti sopra un comun centro qual sia. g. volendo dentro del maggiore (qual e. a b c d.) descrivere, con la detta conditione, una figura de molti angoli, & de lati pari, & equali, che niun di suoi lati tocchi il cerchio menore, il qual e. e f. sia tirato il diametro. a c. & (per la quinta di questo) dal ponto, over centro. g. sia tirato l'altro diametro. d b. perpendicolarmente sopra l'altro diametro. a c. li quali duoi diametri dividono, l'uno & l'altro di detti duoi cerchij in 4. parti equali, & e f. vien a esser diametro del menor cerchio, & parte del diametro. a c. del maggiore, hor dal ponto. e. (per la quinta di questo) sia tirata una linea perpendicolare sopra la. a c. & quella sia protratta da l'una & l'altra banda per fin che seghi la circonferentia del cerchio maggiore nelli duoi ponti. h. & k. onde (per il correlario della decimasesta del terzo di Euclide) la linea. h e k. sara toccante il cerchio menore, hor fatto tutte queste cose, divideremo l'arco. a h b. (per la vigesimaprima di questo) in due parti equali in ponto. l. & dapoi un'altra volta divideremo l'arco. a l. per in due parti equali in ponto. m. & conciosia che facendo questo piu volte de necessita perveniremo finalmente (per la prima del decimo di Euclide) a uno arco, il qual sara menore del arco. a h. hor sia in questo luoco l'arco. a m. pigliaremo anchora l'arco. a n. equale a l'arco. a m. & tiraremo le corde. a m. & la. a n. & perche la. n m. (come se dimostra sopra la decimaterza del duodecimo di Euclide) non puol toccar la. k h. (per esser equidistanti) ne manco puo toccar il cerchio menore. e f. per laqualcosa molto manco la linea, over corda. a m. puol toccar quello. Perche adunque e manifesto il cerchio. a b c d. esser divisibile in archi equali a l'arco. a m. e pero per la ventesimanona del terzo di Euclide) è manifesto dentro di esso cerchio, (per la 26. di questo) poter esser assettate continuamente corde equali alla cordeta. a. m. cordante esso cerchio di molti angoli, per il che anchora è manifesto dentro il detto cerchio maggiore poter esser inscritto una figura de molti angoli equilatera, & de lati pari, della quale un lato è la linea a m. & perche la linea a m. non tocca il detto cerchio menore è manifesto (per la prima parte della decimaquarta del terzo di Euclide, & per la diffinitione delle linee equalmente distanti dal centro) che la inscritta figura con niuno di suoi lati tocca, over toccara il cerchio minore, che è il proposito.



Propositione ultima del decimoterzo libro di Euclide, scorsa con Signor dal Cardano, & questa fu il mio decimo Quesito di 31. a lui proposti, e pero resta non risolto.

44. E Glie possibile di trouare li lati di cinque corpi regolari da una medesima sphera circonscrittibili della qual sphera, solo il diametro ne sia proposto, cioe per esso diametro eglie possibile di trouarli senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta di l'auersario. Ma per voler risoluere generalmente un tal problema, bisogna che prima trouamo li lati di detti cinque corpi circonscrittibili da una sphera il cui diametro sia equale al doppio della apritura del dato nostro compasso, cioe designaremo prima secondo l'apritura del nostro compasso, un mezo cerchio, qual sia il mezo cerchio. a f b. & trouaremo prima li lati di detti cinque corpi regolari circonscrittibili da la sphera il cui diametro è la linea. a b. (diametro del nostro mezo cerchio) procedendo secondo l'ordine dato da Euclide sopra la detta ultima del suo decimoterzo libro, cioe prima diuideremo il detto diametro. a b. (per la ventesimanona di questo) in ponto. c. talmente che la parte. a c. sia doppia alla. c b. & lo diuideremo anchora (per la quarta di questo) in due parti equali in ponto. d. & dalli duoi ponti c. & d. (per la quinta di questo) tiraremo le due linee. c e. & d f. perpendiculari sopra alla. a b. & dapoi congiongieremo il ponto. e. con li duoi ponti. a. & b. tirando le due linee. e a. & e b. & finalmente congiongieremo il ponto. f. con il ponto. b. cioe tiraremo la linea. f b. & fatto questo, eglie manifesto (per le demostrationi adutte da Euclide sopra la detta ultima del decimoterzo libro) che la linea. a e. è il lato della figura delle quattro base triangolari, & equilatere, & la linea. e b. è il lato del cubo, & la linea. f b. è il lato del corpo di otto base triangolari, & equilatere, fatto questo dal ponto. a. (per la quinta di questo) produremo la linea. a g. perpendiculare alla. a b. & (per la ottaua di questo) la faremo equale alla medesima. a b. & tiraremo la linea. g d. laqual segara la circonferentia del mezo cerchio in ponto. h. & dapoi tiraremo la linea. h k. (per la sesta di questo) perpendiculare alla. a b. Onde tirando poi una linea dal ponto. h. al ponto. a. quella saria, (come dimostra Euclide nella ultima del decimoterzo libro) equale al lato del corpo de venti base triangolari, equilatere, ma per congiungerli piu commodamente insieme, signaremo il ponto. m. tanto lontano dal centro. d. quanto che è il ponto. k. lontano dal medesimo centro. d. & tiraremo la. m n. (per la quinta di questo) perpendiculare alla. a b. & cosi tiraremo la. n b. quala, (come dimostra Euclide nella detta ultima del decimoterzo) è equale al detto lato del corpo de venti base triangolari, equilatere, hor per trouare finalmente il lato del corpo di dodeci base pentagonale, diuideremo la linea. e b. (lato del cubo) secondo la proportione hauente il mezo, & duoi estremi in ponto. p. (secondo la regola data nella quarantesimaquarta over decimaquarta di questo) talmente che la. p b. sia la sua maggior parte, adunque eglie manifesto (per la 17. del decimoterzo di Euclide) che la detta maggior parte. p b. è il lato della detta figura delle 12. base pentagonali equilatere, & equiangole, & cosi hauemo trouato (senza alterar il compasso) li lati di cinque corpi regolari circonscrittibili dalla sphera, che il diametro di quella sia equale alla. a b. cioe equal



al doppio

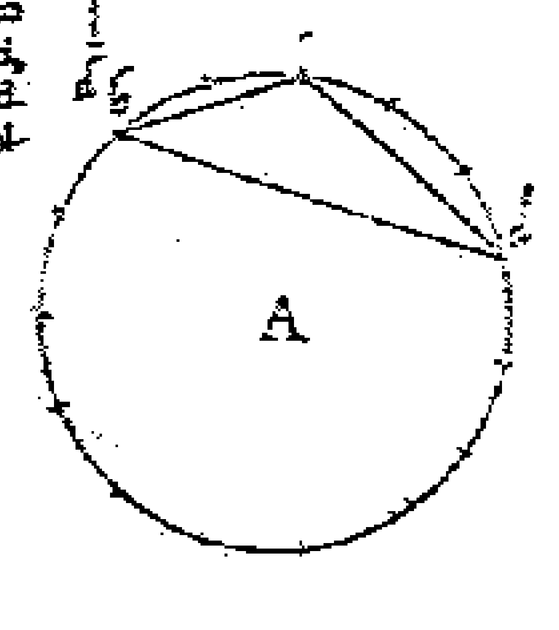
al doppio della apritura del nostro compasso, delli quali sara la linea. a e. e il lato delle quattro base, & la. e b. del cubo, & la. f b. delle otto base, & la. n b. delle venti base, & la. p b. delle dodeci base, con la qual notitia facilmente potremo trouare li lati di detti cinque corpi circonscrittibili da qualunque altra sphera maggiore, ouer minore di questa nostra, che ha per diametro il doppio dell'apritura del nostro compasso, per la notitia del suo diametro, & questo potemmo trouar per due vie, l'una è per la vendesimaquarta di questo (cioe per proportione) l'altra, qual me par piu spedita e per la quintadecima pur di questo, & accio che questo sia meglio inteso slongaremo il detto diametro. a b. alquanto piu basso, come che in margine vedi, & in questo (per la ottaua di questo) figuraremo, li lati di detti. 5. corpi gia trouati di sopra, cioe la parte b p. equale al lato del. 12. base, & la parte. b n. equale al lato del. 20. base, & la parte b e. equale al lato del cubo, & la parte b f. equale al lato del. 8. base, & la parte. b g. equale al lato del. 4. base fatto questo poniamo che il diametro della sphera proposta da l'auersario sia quanto che e la linea. a r. questa congiongeremo con l'altro diametro. a b. angolarmente in ponto. a (per mezo della ottaua di questo) & cosi hauremo la linea. a b. diuisa nelle dette parti, & la linea. a r. non diuisa, e per tanto (per la quintadecima di questo) diuideremo la. a r. in le medesime parti (proportionalmente) della. a b. cioe tirando la. b r. & dalli detti cinque ponti p. n. e. f. g. tiraremo (per la seconda di questo) le linee. p s. n t. e u. f x. & g y. equidistanti, al lato. b r. & cosi la parte. r s. sara il lato del. 12. base, descrittibile nella sphera il cui diametro sia equale alla detta linea. a r. & la parte. r t. sara il lato del. 20. base, & la parte. r u. sara il lato del cubo, & la parte. r x. sara il lato del. 8. base, & la parte. r y. sara il lato del. 4. base descrittibile nella detta sphera il cui diametro sia equale alla detta linea. a r. & tutto questo se verifica, per la seconda del sesto di Euclide, perche la proportione del diametro. a r. a ciascaduna delle dette. 5. parti, e simile a quella del diametro. a b. a ciascaduna delle sue. 5. relatiuamente, e pero seguita il proposito.

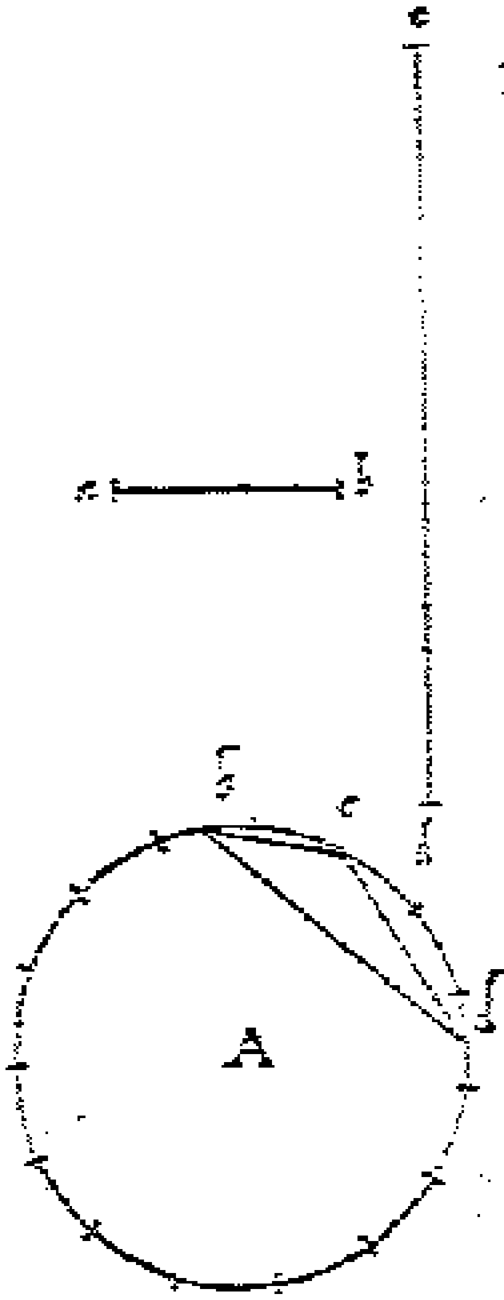
Et cosi con questo hauremo risolti tutti li problemi geometrici da operar in piano di Euclide solamente senza alterar il compasso di qual si voglia apritura proposta da l'auersario, & non con parole & ciancie, come si vanta hauer fatto il Cardano insieme con Lodouico suo.

Propositione tentata ma non risolta dal Cardano, per non hauer dato il modo da designare il quindecagono in ogni apertura data di compasso, & questo fu il mio vndecimo Quesito di 31. a lui proposti, e pero resta irresoluto.

65 EGli e possibile de designare sopra vna data retta linea vno triangolo di 3. angoli inequali che la proportione del maggior angolo di quello al suo angolo mezano, sia tripla sesquiterza, & quella de l'angolo mezano al minimo sia sesquialtera, & con qual si voglia apritura di compasso proposta da l'auersario, Essempi gratia.

Sia la proposta apertura del compasso la linea. a b. & la data retta linea. c d. volendo sopra la. c d. ouer sopra vn'altra a quella equale, designar vno triangolo di tal qualita, come si propone, primamente designaremo il cerchio. A. secondo l'apertura del nostro compasso, e per la regola data nella trentesimasesta di questo (cioe sopra la decimasesta del quarto di Euclide) descriueremo in quello vn quindecagono figurando solamente li quindeci termini di suoi lati, fatto questo tiraremo la corda. b c. sotto tendente alli duoi lati ouer archetti del detto quindecagono, & similmente tiraremo la corda. c d. sotto tendente a 3. di detti archetti, del detto quindecagono, finalmente tirando la corda. b d. sara formato il triangolo. b c d. secondo il proposito, per la vltima del sesto di Euclide. Questo quesito fu falsamente risolto dal Cardano, & da Lodouico suo creato, perche non hanno dato regola a far (senza alterar l'apritura del compasso) il quindecagono, che e il fondamento principale di questo nostro Quesito. Hor per vltimar questa resolutione, sopra la data linea. c d. (secondo l'ordine dato nella trentesimaseconda di questo) descriueremo vno triangolo simile, & similmente posto al triangolo. b c d. cioe facendo che la detta linea. c d. sia relatiua alla. b d. ouer che la si ponia far relatiua a qual si voglia delle altre due, tal che se potria concludere il proposito con tre triangoli tutti diuersi in quantita, ma simili tra loro, & pero bisogna star aduertente. Questo fu il mio vndecimo Quesito di trent'uno a lui proposti.



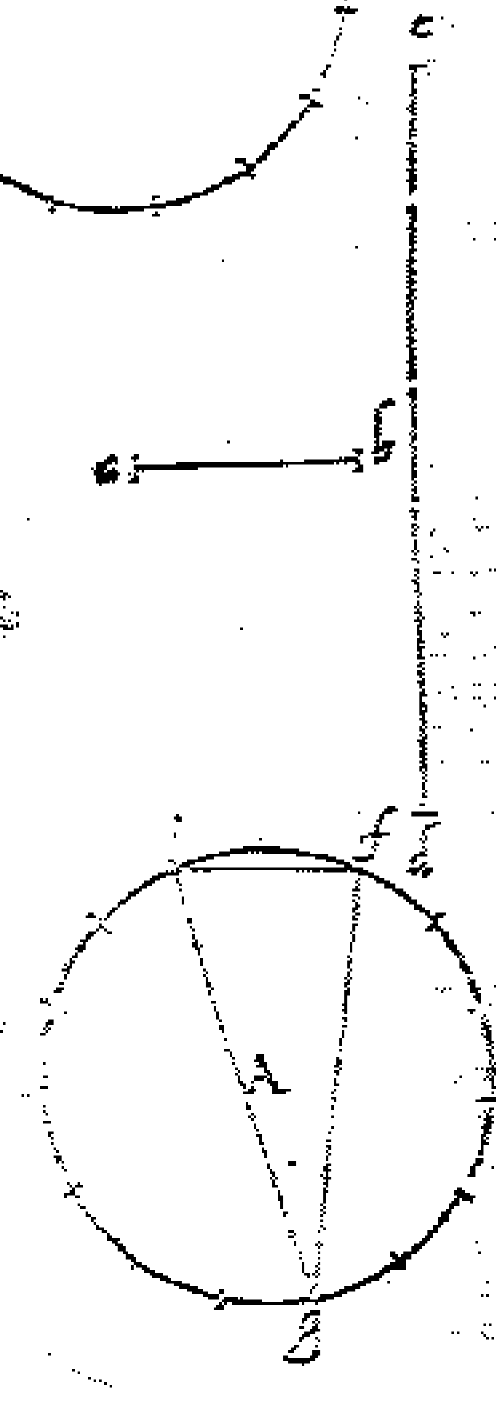


Propositione tentata, ma non risolta dal Cardano, per le ragioni dette nella precedente, & questa fu il mio duodecimo Quesito di 31. a lui proposti, & pero resta irresoluto.

65 E Gli è possibile da designare sopra una data retta linea uno triangolo di 3. angoli inequali di tal qualita, che la proportione de l'angolo maggiore al mezzano sia quadrupla super bipartiens quintas, cioe come da 12. a 5. & quella del mezzano al minimo, sia super bipartiens tertias, cioe (come da 5. a 3.) senza alterar il compasso di qual si voglia apertura proposta, Essempi gratia.

Sia la apertura del compasso, la medesima linea. a b. della precedente, & la data retta linea. c d. (pur della precedente) volendo sopra la detta. c d. designare quel triangolo, che di sopra si propone, designaremo pur il cerchio. A. secondo l'apertura del detto mio compasso, & in quello descrivemo pur il quindecagono, si come nella precedente (cioe divideremo la sua circonferentia in 15. parti equali) & in quello tiraremo la. b c. sotto tendente a parti $1\frac{1}{2}$ di detta circonferentia, & similmente tiraremo la. c d. sotto tendente a parti $2\frac{1}{2}$ di detta circonferentia, & finalmente tiraremo la. b d. & sara formato il triangolo. b c d. secondo il proposito, perche (per la ultima del sesto di Euclide) li angoli del detto triangolo. b d c. saranno nella ricercata proportione, hor per ultimar questo problema sopra la data linea. c d. (secondo l'ordine dato nella 57. di questo) descrivaremo uno triangolo simile al triangolo. b c d. facendo, che la linea. b d. sia relativa alla. b d. & sara risolto il problema.

Propositione non tentata da Hieronimo Cardano, & questa fu il mio decimoterzo Quesito di 31. a lui proposti, e pero tal Quesito resta irresoluto.



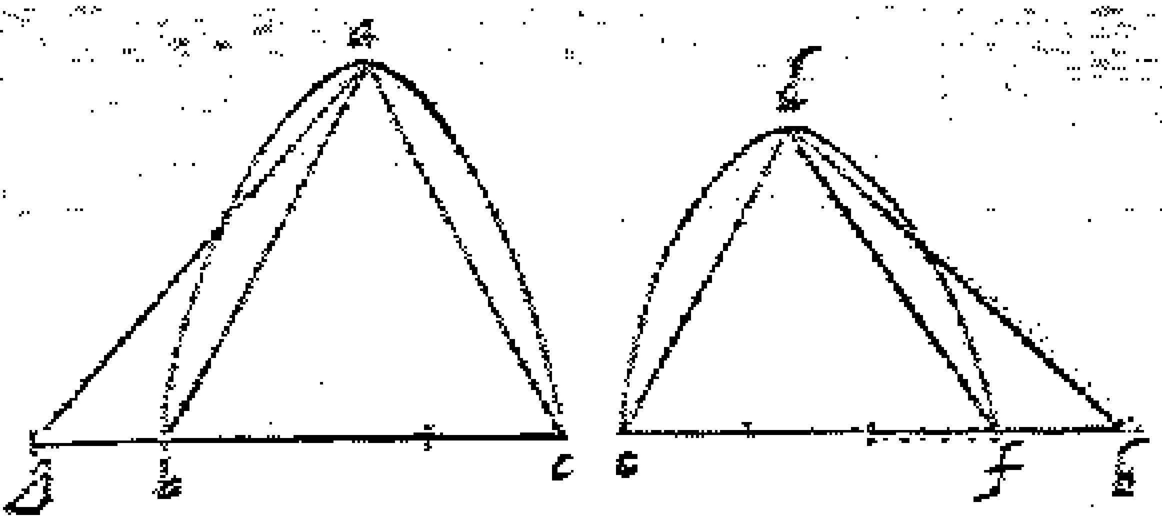
67 D Ovendo sopra una data retta linea designar un triangolo di tre angoli inequali, di tal qualita, che la proportione de l'angolo maggiore a l'angolo mezzano sia sesquiquinta (cioe come da 7. a 6.) & quella del detto angolo maggiore al minimo sia tripla sesquialtera (cioe come da 7. a 2.) & senza alterar il compasso di qual si voglia apertura proposta da l'avversario, Essempi gratia.

Sia la apertura del compasso la medesima linea. a b. (si come nelle due precedenti, & la data retta linea. c d. volendo sopra la linea. c d. designar un triangolo, come si propone senza alterar il compasso della data apertura. a b. Prima designaremo il cerchio. A. secondo la quantita della apertura del nostro compasso, & divideremo pur la circonferentia di quello in 15. parti equali, secondo la regola data per designar il quindecagono, & sotto a doe di quelle parti tiraremo la. e f. & dal medesimo ponto. e. tiraremo la. e g. sotto tendente a 7. di quelle medesime parti, & finalmente tiraremo la. f g. & sara formato il triangolo. e f g. con la ricercata conditione (per la ultima del sesto di Euclide) hor questo designando un'altro simile sopra la retta. c d. (secondo la regola data sopra la trentesimaottava di questo) & sara risolto il problema, ponendo la. c d. relativa al piu longo lato del detto triangolo, cioe al lato. e g. per maggior conveniente.

Propositione non tentata dal Cardano, & questo fu il decimoquarto Quesito di 31. a lui proposti, e pero resta non risolto.

68 D E due date figure parabole terminate inequali, poter cavar dalla maggiore cavarne la menore, & del restante formarne un quadrato, & con qual si voglia apertura di compasso proposta dal avversario, Essempi gratia.

Sano le due figure parabole. a b c. & d e f. volendo dalla figura. a b c. cavarne la. d e f. & del restante formarne un quadrato senza alterar il compasso di qual si voglia apertura proposta, designaremo in l'una il triangolo. a b c. sopra la medesima basa. b c. & che la sua altezza sia equale alla altezza della figura quale e proposto. a. il medesimo faremo nella settione. d e f. sopra la basa. e f. designaremo il triangolo. d e f. & perche ciascaduna di queste due settioni, over figure, (come dimostra Archimede nella ultima propositione di quel libro detto di pesi equalmente ponderanti) e sesquitertia



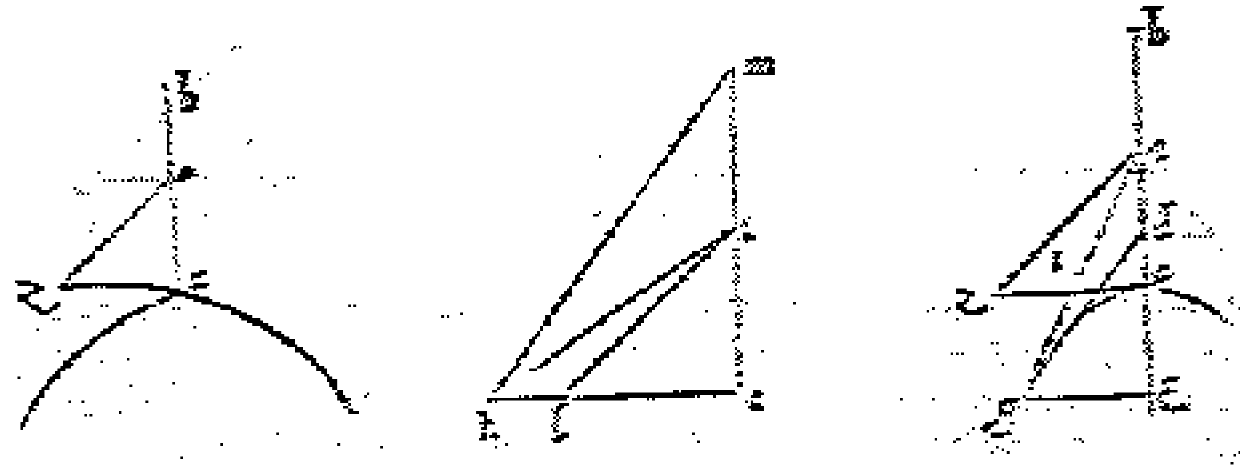
è sesquitertio al suo inscritto triangolo. E per tanto allongaremo la basa. e h. indeffinitamente dalla banda del. h. & di quella (per la ottava di questo) ne tagliaremo. h g. equale alla terza parte della. b c. (trouata prima per la vndecima decima di questo) & tiraremo la. a g. onde che il triangolo. a g c. (per la prima del sesto di Euclide) venira a esser sesquiterzo al triangolo. a b c. e perciò detto triangolo. a g c. sara equale alla detta settione, ouer parabola. a b c. & per le medesime ragioni (similmente procedendo) il triangolo. d h e. sara equale alla settione, ouer figura. d e f. E per tanto descriuendo (per la decimaottaua di questo) duoi quadrati, vno equale al triangolo. a g c. & l'altro equale al triangolo. d e h. & da poi sottrando il menore di questi duoi quadrati dal maggiore (per la regola data nella vndecimanona di questo) & del restante formarne vn quadrato, sara risolto il problema.

Propositione scorsa con silentio del Cardano, & questa fu il mio quintodecimo Quesito di 3 1. a lui proposti, e per tanto al mio Quesito resta non risolto.

69 EGli è possibile da tirare vna linea tangente, ouer toccante quella conica settione da Greci detta hyperbole, laquale tangente al asse della detta settione faccia vn angolo equale a vn dato angolo acuto, qual sia maggiore della mita del angolo contenuto sotto delle non tangente la detta settione, senza mai variar el compasso de qual si voglia apertura proposta dal aversario.

Per essequir tal problema. Sia la hyperbola [illegible] della quale. a b. & l'una delle non tangente la. e [illegible] & lo dato angolo acuto, quello che sotto delle. e [illegible] h. qual sia maggiore di quello che è [illegible] della a [illegible] & sia dutta dal ponto. a. (per la quinta di questo) la. a z. perpendicolare alla a b. & dapoi sia tolto vn ponto nella. b e. qual sia. h. & da quello (per la sesta di questo) sia dutta la. [illegible] equale perpendicolare alla. e c. & al ponto. c. sia fatto l'angolo. c e l. (per la nona di questo) equale [illegible] (per la 3 2. del primo di Euclide) [illegible] triangolo. a e z. [illegible] perche li dui angoli. a. & c. sono retti [illegible] & simili. Adunque si come. a e. al. a z. [illegible] equiangoli) li detti dui triangoli. a e z. & e l c. & simili. Adunque si come. a e. al. a z. [illegible] (per la ottaua del quinto di Euclide) ha maggior proportione [illegible] alla. c h. per la [illegible] che alla. h e. adunque & la. e a. alla. a z. ha maggior proportione che la. e c. alla. c h. & [illegible] il ▭ de. e a. al ▭ de. a z. ha maggior proportione che il ▭ de. e c. al ▭ de. c h. & quella medesima è dalla trasuersa alla retta (per la proportione del ▭ della. e a. al ▭ della. a z. quella medesima è dalla trasuersa alla retta (per la prima del secondo de Apollonio Pergeo) adunque la trasuersa alla retta ha maggior proportione che del ▭ della. e c. al ▭ della. c h. Et se faremo che la proportione che è dal ▭ della. e a. al ▭ della. a z. cosi sia vn qualche rettangolo (qual habbia di larghezza la. c t.) al ▭ della. c h. la sua larghezza sara maggiore della. c t. & per far questo prima alla linea. c h. e a. trouo vn'altra linea in tal proportione (per la ventesimaquinta di questo) si come che. e a. alla. a z. ouer la. e t. alla. c l. & trouata quella de necessita sara maggiore della. c t. & dapoi sopra di quella descriuo vn quadrato (per la decimaottaua di questo) & tal ▭ (per la vndecima di questo) lo trasferiremo in vn parallelogrammo rettangolo sopra della linea. c t. tal che. c t. venga a esser la larghezza di quello, & la sua longhezza sara assai maggiore, alla qual pongo equale la. c m. in la. c t. al ▭ della. c h. verra hauer quella medesima proportione che ha il ▭ della. e a. al ▭ della. a z. sia congionta la. m h. adunque (per la quarta del secondo di Euclide) el ▭ della detta. m c. sara maggiore del rettangolo dutto, cioe sotto del. m c t. Adunque el ▭ della. m c. al ▭ della. c h. hauera maggior proportione, che'l rettangolo sotto di. m c t. al medesimo ▭ di. c h. cioe del ▭ del. e a. al ▭ del. a z. Se faremo adunque

que, che si come che'l □ di. m e. al □ di. e h. che così sia el □ de. e a. a vn'altro □ menore del □ de. a z. (qual sia el □ della parte. a i. & dapoi dal ponto. e. (centro) al detto ponto. i. sando congionta la linea. e i. sara vno triangolo (cioe lo. e i a. simile al triangolo. m h e. & per questo sara l'angolo. z e a. maggior del angolo. h m e. & per tanto l'angolo fatto da. a e g. e equal a quello che fatto de. h m e. adunque la. e g. (per la seconda del secondo di Apollo-



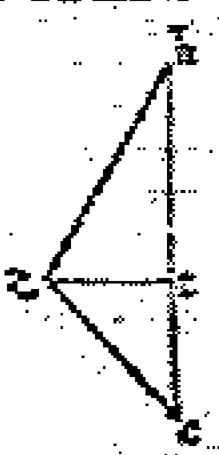
nio Pergeo) segara la settione leggi al. g. & dal ponto. g. sia dotta la. g d. (per la seconda parte della. 49. del secondo di Apollonio Pergeo) tangente la settione & lo catheto. g t. Adunque simile sara el triangolo. g t e. al triangolo. h m e. adunque el □ del. t e. al □ del. t g. cosi el □ del. m e. al □ del. e h. & e si come della trasuersa de coteramo de quelli che sono della. t e d. al □ della. t g. (per la trentesimaseptima del primo de Apollonio) & finalmente quello, che fatto del. m e. al □ della. e h. & dal contrario, che el □ de. g e. a quello che sotto de. e t d. cosi el □ de. e h. a quello che sotto di. m e z. adunque per la equa proportionalita sara che el □ de. t e. a quello che sotto di. e t d. cosi sara el □ di. m e. a quello che sotto di. m e t. Adunque, & come la. e t. alla. t d. cosi la. m e. alla. e z. ma quel era, & come la. g t. alla. t e. cosi la. h e. alla. e m. (per la equa proportionalita) adunque, come. g t. al. t d. cosi la. h e. alla. e z. & sono li angoli che sono al. t. & e. retto, adunque l'angolo che e al. d. e equal a quello che sotto del. h z e. che e il proposito.

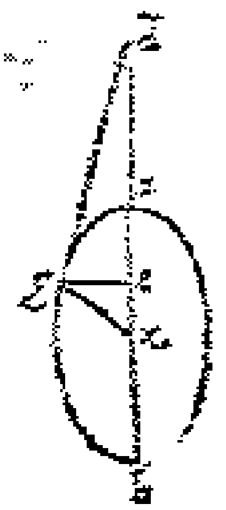
Propositione scorse con silentio, da Hieronimo Cardano, &

questa fu il mio decimosesto Quesito di 31. a lui proposti, e per

tanto tal mio Quesito resta non risolto.

70 POtremmo tirare vna linea tangente, ouer toccante quella conica settione chiamata da Greci Defettione, ouer Elipsis, cosi conditionatamente, che tal tangente protratta al maggior





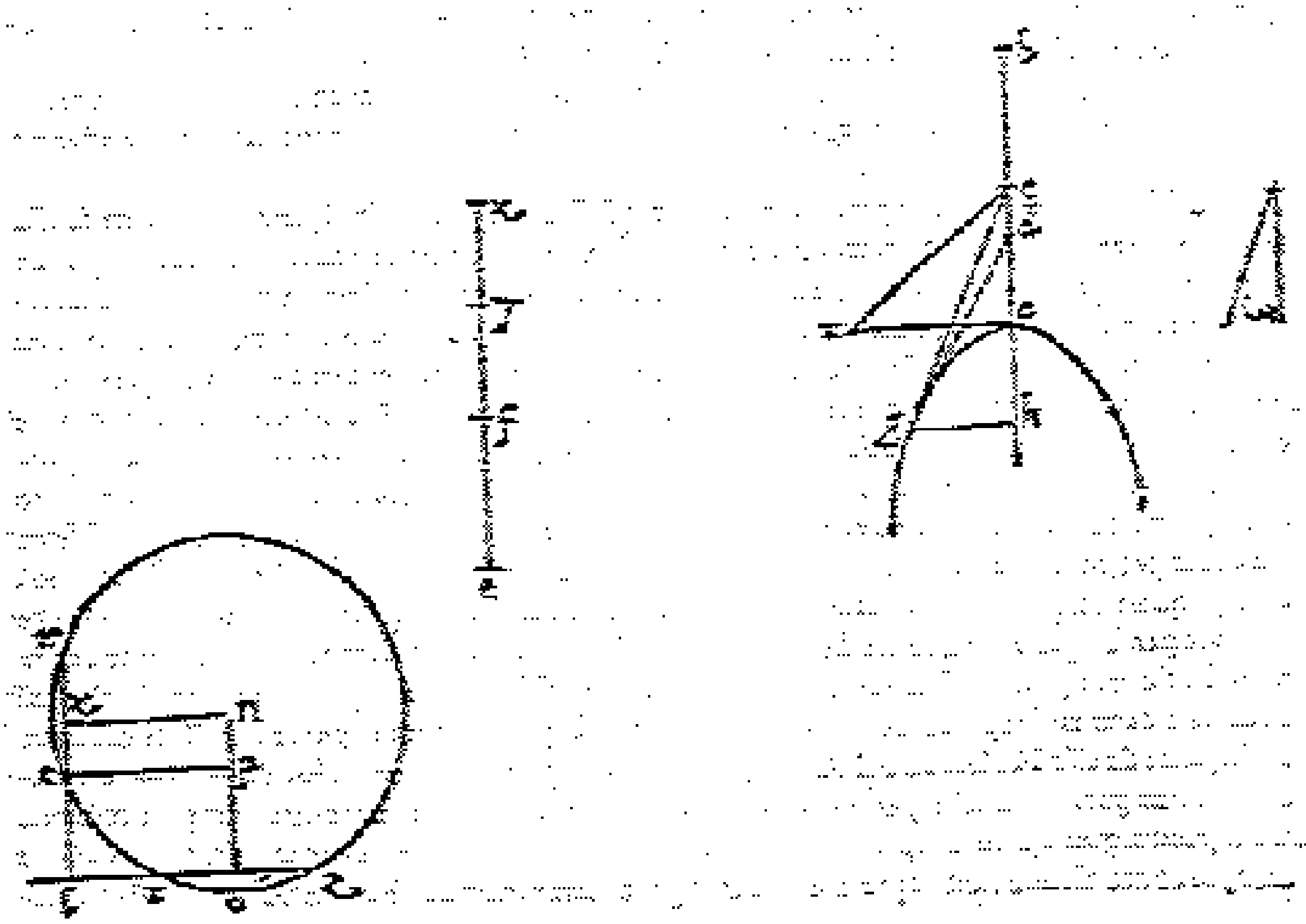
asis della detta settione formi vn'angolo equale a vn dato angolo acuto, senza variar il compasso de qual si voglia apertura proposta dal'auersario. Per essequir questo problema sia el dato angolo acuto, quello che sotto di z h e. & sia la defettione della quale el maggior asis sia. a b. & nella linea. z h. sia tolto el ponto. z. & da quello sia tirata la. z t. (per la sesta di questo) perpendicolare alla. h e. & dapoi sia fatto si come la retta alla trasuersa. a b. cosi sia el □ della. z t. al rettangolo sotto di. h t e. Et per essequir questa particolarita, bisogna prima trouar la retta della trasuersa. a b. (qual se puo trouar in piu modi delli quali l'uno e questo, trouar prima el secondo diametro, & dapoi trouar vna terza in continua proportionalita (per la ventesimaquinta di questo) al maggior, & menor diametro, & quella sara la retta del maggior diametro, Da poi trouata quella, bisogna trouar vn'altra linea alla quale la. z t. habbia tal proportione qual ha la detta retta alla trasuersa. a b. & trouata tal linea bisogna (per la decimasettima di questo) trouarne vn'altro che sia media proportionale fra quella, & la linea. z t. & sopra di quella tal media formarui el quadrato suo (per la decimaterza di questo) & da poi di quel tal □ formarne vno rettangolo (per la vndecima di questo) sopra la linea. h t. & la larghezza di quello allongarla in dretto alla. h t. qual pongo sia. t e. & dapoi tirare la. e z. & cosi (per la nona di questo) sopra el centro. x. di tal defettione constituir l'angolo. a x g. equal al detto angolo. h e z. & dapoi dal ponto. g. (per la [illegible]. de Apollonio) tirar la tangente. g d. laquale per le ragioni adutte da Apollonio sara quella che cercamo, che e il proposito.

Propositione

Propositione non tocca da Hieronimo Cardano, & questa fu il mio decimosettimo quesito di 31. a lui proposti, e pero tal mio quesito resta irresoluto.

7 EGli possibile di saper tirare vna linea tangente ouer toccante quella settione da Greci chiamata hyperbole con tal conditione, che il diametro dutto per il ponto del toccamento contenga con la detta linea toccante, vn angolo eguale a vn dato angolo acuto, & con qual si voglia apertura di compasso proposta dal auersario.

Per esequir tal problema. Sia la data hyperbole. a g. l'asse della quale sia la. a b. & il centro. e. & sia lo dato angolo acuto ∠. & la nota proportione della trasuersa alla retta, sia si come che dal. e x. al. e f. & sia diuisa la. x f. in due parti equale al ponto. y. & sia lineato vn cerchio secondo la quantita del nostro compasso, & di questo (per l'ordine della ventesimanona di questo) ne sia tagliata vna settione (maggiore del mezo cerchio) recipiente vn angolo equale al angolo ∠. qual poniamo sia quella che di sopra la. x c. & dal centro. n. sia tirata la. n o. perpendicolare alla. x z. (& per la 26. di questo) sia diuisa per la 26. di questo la detta. n o. in ponto. p. in la proportione che è dal. y f. al. f e. & per. p. sia tirata la. p c. equidistante alla. x z. per la seconda di questo, & dal ponto. c. sia dutto il catheto. c l. alla. x z. produtta (per la 6. di questo) & sia congionto. x c. & c z. & sia produtta la. l c. al. m. & dal. n. sia dutto a quella il catheto. n m. (per la sesta di questo) adunque è equidistante alla. x z. & per questo egli è che. n p. al. p o. qual medesimo è y f. al. f e. & x c. al c l. & cosi il doppio delli antecedenti, cioe x f. al. f e. cosi. m c. al. c l. & la composita. x e. al. e f. si come. m l. al. l c. ma come. m l. al. l c. cosi è el rettangolo fatto di. m l c. al □ di. l c. Adunque si come. x e. al. e f. cosi quello che fatto di. m l c. al □ di. l c. qual medesimo che fatto. z l x. al □ di. l c. ma come. x e. al. e f. cosi è la trasuersa alla retta adunque, & come quello, che fatto di. z l x. al □ di. l c. cosi e la trasuersa alla retta, e per tanto sia dutta dal. a. la. a c. ad angoli retti alla. a b. adunque, perche el □ de. e a. al □ di. a c. cosi è la trasuersa alla retta, & la trasuersa alla retta e si come quello che fatto. z l x. al □ di. l c. Ma el □ di. x l. al □ di. l c. ha maggior proportione, che lo rettangolo fatto di. z l x. al □ di. l c. Adunque el □ de. x l. al □ di. l c. ha maggior proportione che il □ de. e a. al □ di. a c. & li angoli. a. & l. sono retti, adunque menore è l'angolo. x. del angolo. e. Sia adunque (per la nona di questo) costituido l'angolo, che è fatto di. a e g. eguale a quello, che è fatto di. l x c. adunque la. e g. concide la settione, concida quella al ponto. g. & dal ponto. g. sia dutta la tangente. g d. (per la premessa in Apollonio) & lo catheto. g. & la detta tangente. g d. sara quella che cercamo, per le ragioni adutte sopra Apollonio, che è il proposito.



Et cosi fin qui hauemo risolto arnimamente tutti li problemi geometrici solubili, & operati in piano, proposti da Euclide Megarense, & insieme con quelli hauemo anchora fatto conoscere, che de quelli 17. quesiti che in tal materia furno da me proposti a Hieronimo Cardano medico Milanese, & a Lodouico Ferraro suo creato, nella nostra publica disputa, da loro (in termine di 8. mesi) non ne fu risolto alcuno, & delli altri 14. (che mancano al compimento di 31.) sopra la estrattione delle radici nella seconda parte demostrai li quattro quesiti in tal materia de radici a loro proposti esser stati da li medesimi falsamente conclusi, similmente li tre quesiti a lor proposti sopra il partire per binomii estraordinarii, cioe relati, & de cu. & relati, misti, & similmente de relati, & de cu. misti nella detta 2. seconda parte demostrai esser stati da loro malamente resolti, che in tutto fina hora seriano 24. da quelli non resolti di detti 31. a lor proposti, delli 7. che resta al compimento di detti 31. sono li sottoscritti.

Il decimottauo quesito di trent'un da me proposti a Hieronimo Cardano, & a Lodouico Ferraro suo creato nella nostra publica disputa.

72 PTolomeo, nel 24. capo del primo libro della sua Geographia, volendo dar il modo, per il quale si possa descriuere l'orbe della terra in piano talmente che in commensuratione sia simile alla positione spherica propone varie determinationi senza far altra demostratione, ne insegnar altramente la causa de tai sue determinationi delle quali la prima e questa, volendo mostrar il primo modo da descriuer l'orbe in piano che in commensuratione sia simile alla position della spherica, vol che sia preparata una tabula parallelogramma rettangola in questo figurata per le lettere a b c d. & vol che la longhezza di quella (cioe a b.) sia doppia alla sua larghezza (cioe alla a c.) & vol che sia supposto la retta a b. secondo la sua positione superiore, laqual in la descrittione sara verso le parte Boreale, Dapoi vol che sia diuisa la a b. in due parti equali, & che gli sia adiunta ad angoli retti la linea retta e f. & quella protratta in diretto per fin in ponto. g. talmente che la e g. sia 34. parti tale, quale la linea. g f. ne sia 131. e un terzo con un duodecimo.

Hor ve adimando, perche ragione vol Ptolomeo che tal linea e f. sia cosi protratta per fin in ponto. g. secondo l'ordine di sopra detto, & voria sapere, che la protrahesse piu, ouer meno di quello che lui determina, che disordine seguitaria in tal descrittione.

Dapoi conchiude, che pigliando il ponto. k. lontan dal. g. settioni. 79. & per quello descriuendo el cerchio h k l. quel tal cerchio sara el parallelo che transisse per Rodi. Similmente ve adimando perche ragione seguiria che fusse tal parallelo.

Dapoi conchiude anchora, che il parallelo che transisse per Thyle vuol esser descritto lontano dal ponto. g. settioni. 52. (cioe el cerchio. o p q.) & finalmente conchiude che il cerchio equinottiale (cioe. r s t.) vol esser descritto lontano dal ponto. g. settioni. 115.

E per tanto ve adimando perche ragione seguita tutte queste particolarita da lui determinate.

Anchor ve adimando se il ponto. g. represente il polo del mondo Settentrionale (come afferma il commentatore) ouer no, & perche ragione.

Falsa fu la sua resolutione del soprascritto 18. mio quesito per piu ragioni, circa alla prima & alla seconda parte lui non rispondette cosa alcuna, cioe non disse perche causa facea cosi la g f. de settioni 131 $\frac{1}{3}$ con $\frac{1}{12}$ & la e g. 34. delle medesime settioni, & similmente non disse che se fosse tal linea. g f. piu longa, ouer piu corta delle dette settioni 131. & $\frac{1}{3}$ con $\frac{1}{12}$ che disordine seguiria in tal descrittione, la qual cosa e la piu speculatiua parte del detto mio 18. quesito.

La resolution da lui adutta sopra la seconda parte, dice che seguendo Ptolomeo, per la tauola de corda & arco, & secondo che Appiano, & il Vernero, ne hanno fatto tauola speciale la proportione (in la sphera) del Equinottiale, del parallelo per Rhodo, & quello per Thyle fra loro essere, come dei tre numeri 115. 79. & 52. con cio che seguita, laqual sua inuentiua e falsissima perche la proportione del equinottiale al parallelo che transisse per Rhodi (secondo Ptolomeo) e sesquiquarta, cioe come da 5. a 4. & la proportione del detto Equinottiale, al parallelo, che transisse per Thyle, essere, come da 20. a 9. si che dimostra il detto Cardano malamente hauer visto Ptolomeo, il medesimo credo de Appiano, & del Vernero, perche non credo che tal Autori dicano tal sue pazie, & massime che il tutto se puo prouare, per le tauole de corde & archi poste da esso Ptolomeo nel Almagesto, e pero seguita le seguente sue determinationi circa alla terza parte esser false, perche longo saria a voler star a reprouare ogni sua particolarita.

Circa al ponto. g. lui afferma representar il polo settentrionale, per certe sue ragioni magre, & io dico, in conto alcuno non representa il detto polo settentrionale, Perche dal polo settentrionale, al nel equinottiale vi è giustamente parti, over gradi. 90. & dal detto ponto. g. al ponto. l. vi sono parti 115. adunque il detto ponto. g. non rapresenta il polo settentrionale, & la medesima discordantia se trouera dal detto ponto. g. alli altri paralelli.

Il decimonono quesito di trent'uno da me proposti a Hieronimo Cardano, & a Lodouico suo creato nella nostra publica disputa.

73 PTolomeo anchora (come credo sapeti) in fin del settimo libro della detta sua Geographia ne insegna il modo da descriuere la Sphera Armillare con la parte habitabile.

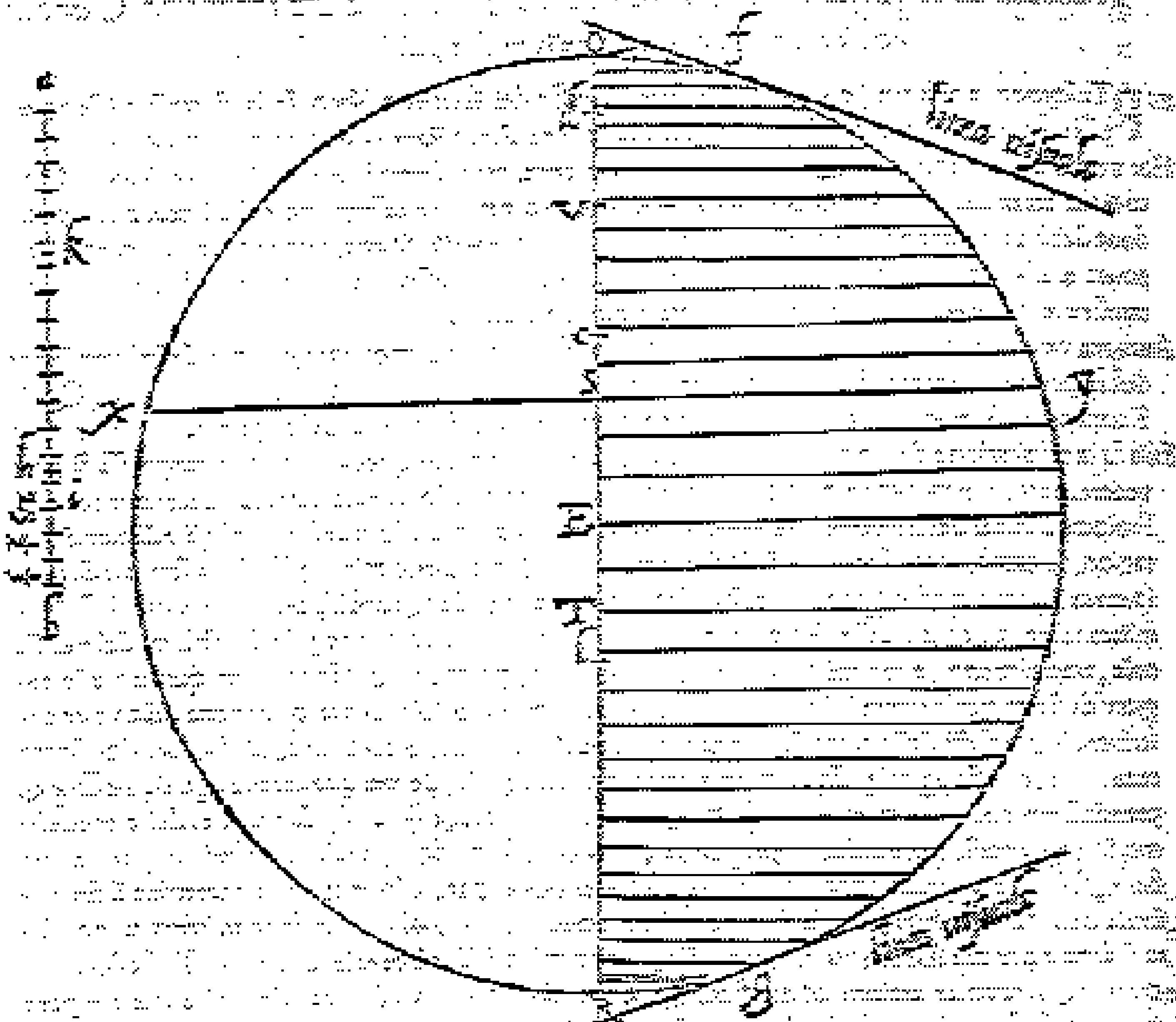
Hor vi adimando con che ragioni se potria conoscere, ouer dimostrare che le linee tirate dal ponto. a. alli termini. m. g. f. r. o. & quelle protratte in diretto ne assegnano nella linea. a c. li ponti doue debbe transire al sphero li termini di cinque paralelli, & che le linee tirate dal medesimo ponto. a. alli ponti. l. f. b. h. & e. ne assegnano sopra la medesima. a c. li termini doue debbono transire le circonferentie sottoposte della detti cinque paralelli.

Anchora ve adimando, con che ragioni se puo conoscere, ouer dimostrare, che per descriuere li medesimi paralelli in terra, si debba pigliar le particolar distantie dal equinottiale sopra la. Q. R. secondo. a c. & non sopra la circonferentia, come fu fatto di quella della sphera.

Falsa fu la resolutione del sopradetto mio. 19. quesito come in quella per loro impressa si puo vedere, perche in tal sua resolutione dicono solamente questo, che ha detto, & determinato esso Ptolomeo in tal descrittione, ma io non credo, ne gli adimando questo, anci gli adimando la ragion, & causa de tai sue attioni, & determinationi (in quanto alle regole della scientia di perspettiua) circa a quelle due regole che Ptolomeo da per designare li paralelli principali si della sphera terrena, come della Armillare, perche anchor che tai sue regole habbino del verisimile, nondimeno, a me mi par che non poche oppositioni patiscono (in quanto alle ragioni di detta perspettiua) delle quali oppositioni narraro solamente quelle che lui da per descriuere li paralelli della terra, il per mezo doue che dice esso Ptolomeo, & diuidendo alcuna retta linea, che sia eguale alla. e q. in nouanta parti eguali, de vn quadrante eguale a esso. e q. pendandoli poscia. e l. di parti 63. e $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ & e a. di 16. parti, e $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{12}$ & e o. 64. delle medesime, & tirandoli. m l. y. x. & q. r. perpendicolarmente secondo il paralello descritto in terra per siene, sara adunque. m l. segno per cui si descriuera quel paralello in terra, che termina il sin australe della terra habitabile, & sara opposito a quello, che passa per meroe in terra. a. poi sara il segno per cui si descriuera il paralello, che termina il fine boreale scritto per Thile &c.

Le quai sue particolar attioni & distintioni (anchor che habbiano del verisimile) a me mi pare che siano false per le ragioni, che sotto breuita al presente narraro.

Prima egli manifesto (per la vent[illegible] seconda della perspettiua di Euclide) che la circonferentia. Q e r. del meridiano terrestre, per esser supposito in vno medesimo piano con l'occhio del riguardante, che per esser (come dicono loro) in contra le rapresenta in linea retta, qual è la. Q e r. ma perche quanta sia distantia dall'occhio è menore del diametro della sphera (per la vent[illegible] seconda della perspettiua di Euclide) quella parte che di tal sphera si vede, è minore della meta di detta sphera, e pero seguita che la detta linea. Q e r. è minore della meta della circonferentia del detto meridiano, cioe, che egli manco de gradi 180. & ne rapresenta anchora la detta. Q e r. manco del diametro della terra, & perche le nostre linee visuale che vengono dal ponto. P. non possono arriuare alle due estremita del diametro della detta terra, come si vede per li detti ponti. f. & g. & quella parte de quelli gradi che si vedeno in la detta retta linea. Q e r. se rapresentano inequali, cioe maggiore quelle, che saranno piu propinque al ponto. P. di quelle, che gli saranno piu remote, & minime quelle, che saranno terminate nelli ponti. Q. & r. Et per farme meglio intender diuideremo la circonferentia. Q f y g R. dissimilmente. Q. & r. in 36. parti eguali, onde ciascaduna di dette parti 36. verra a esser. 5. gradi, ma che tutta la circonferentia di tal mezo cerchio. Q f y g R. verra a esser gradi 180. secondo l'antico vso horizzontando tal mezo cerchio in atto (cioe in cerchio) tutta la retta. Q e r. ne rapresentara la detta circonferentia de tutti gli gradi 180. ma li detti gradi, se rapresentarano inequali, & questo sensibilmente si comprendera, per le dette parti 36. Tirando di ciascuna diuisione del detto circonferentia vna perpendicolare sopra la detta retta. Q e R. le quai perpendicolari vengono a diuider la detta. Q E R. in 36. parti de gradi 5. per parte, le quai parti 36. sensibilmente si vede che sono inequali, & maggiori sono quelle che sono piu propinque al ponto. P. di quelle che gli sono piu lontane, & le minime sono quelle che terminano alli detti ponti. Q. & R. hor se pigliaremo la linea retta. a o. (secondo i precetti di Ptolomeo) equale alla F Q. & questa dividendola in 90. parti equali a un quadrante equale alla E Q. ma perche tai divisioni verriano insensibile, l'hanno divisa solamente in 18. parti [illegible], ne ciascheduna di quelle contener pur gradi 5. alla similitudine che fu fatto della circonferentia



rentia del mezo cerchio, Et dapoi pigliando la F f de parti, over gradi 23 $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ Et similmente la F T. de 16. gradi $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{12}$ & la F V. de 63. delli medesimi gradi come commanda esso Ptolomeo, & conducendo anchora R S V. ad Q R. equidistante perpendicularmente, cioe secondo il parallelo descritto per Siene conclude esso Ptolomeo, che il ponto. T. sara quello dove si descrivera quel parallelo, che termina il fine australe della terra habitabile & che sara opposito a quello, che passa per Meroe. Et dice che. V. sara il ponto, per il quale si descrivera il parallelo, che termina il fine boreale fermo per Thile, Le qual sue conclusioni a me mi pare chiarissimo false, perche anchor che. e s. sia tolta equale a. b h. cioe a gradi 23 [illegible] della linea. a b. nondimeno tai gradi 23 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ secondo la vera computatione tolta sopra le parti inequali della retta. F Q. veneriano a terminare in ponto c. cioe molto piu di sopra dal detto ponto S. & questo errore procede, perche le 90. parti, over gradi della retta. F Q. sono inequali, & quelle della retta a b. sono equali fra loro, similmente anchora che la. F T. sia stata tolta equale alla. b i. cioe de gradi 16 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{12}$ non dimeno tai gradi 16 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{12}$ secondo la vera computatione delle inequal parti della linea. F R. veneriano a terminare nel ponto l. cioe molto piu basso del detto ponto. T. Similmente anchora che la. F V. sia stata tolta equale alla. b k. cioe de gradi 63. secondo la comparatione della linea. a b. non dimeno tai gradi 63. tolti secondo la divisione, over computatione delle inequali parti della linea. F Q. veneriano a terminare nel ponto. d. cioe molto di sopra dal detto ponto. V.

Si vede adunque che il parallelo che passa per Siene doveria passare per il ponto c. & non per il ponto s. come afferma Ptolomeo, & quello che terminava il fin australe della terra habitabile doveria passar per il ponto l. & non per il ponto. T. Et quello che transisse per Thile doveria passar per il ponto d. & non per il ponto. V. come afferma Ptolomeo, & questo e quello

che voleno

che volessimo inferire molte altre particolarita vi saria da disputare, si circa alla nostra conclusione, come a quella di Ptolomeo, ma per la presente voglio che queste bastino.

Il ventesimo quesito di trent'un da me proposti a Hieronimo Cardano, & a Lodouico Ferraro suo creato nella nostra publica disputa.

74 ANchora ve adimando con che ragione, over regola, descrive Ptolomeo quel istromento da conoscere & misurare geometricamente la differentia de dui luochi, da lui descritto in fine delle regole delle Dimensioni, che seguitano dapoi lo ottauo libro a carte. 155.

La soprascritta sua risolutione del mio ventesimo quesito, non solamente è falsa, ma non dicono ne respondeno cosa alcuna al proposito come in quella da loro impressa appare che tal figura, over istromento sia, over che non sia di Ptolomeo, non voglio affirmare ne negare, ma sia come si voglia dico tal figura esser stata designata con ragione, & misura, & io gli recerco la ragione, & regola de designare tal figura, la qualcosa per esser da loro in tutto ignorata, cercano di coprire tal sua ignorantia con parole ingiuriose. Ma la regola di far tal figura con ragione, si cava dalla proportione, che ha l'uno, & l'altro di doi istremi paraleli (cioe di quello de gradi. 30. & quel de gradi. 56. de latitudine) con el meridiano, il che facilmente si trova con le tavole de corde, & archi di Ptolomeo, & dalla regola di saper trovar il centro de designar tutti li paraleli occorrenti.

Il ventesimoprimo quesito di trent'uno per me proposti a Hieronimo Cardano, & a Lodouico Ferraro suo creato, nella nostra publica disputa.

75 IO mi trovo un corpo de. 62. base circonscrittibile da una sphera delle quale. 62. base. 12. ne sono penthagone equilatere, & equiangole & 30. quadrate, & 20. triangoli equilateri, & il lato di ciascaduna di dette base è. 4. se adimanda quanto sia l'aria corporale di questo tal corpo.

Alla resolutione di questo tal quesito Il detto Cardano, & Lodouico ferno un bon principio, & un meglior mezo, ma in fine restorno aviluppati a concludere l'aria corporale di quelle. 62. pyramide di. 3. diverse specie, e pero tal quesito resto irresoluto.

Il ventesimosesto quesito di trent'uno per me proposti al sopradetto Hieronimo Cardano, & Lodouico suo creato, nella nostra publica disputa.

76 Anchora ve adimando se questa quantita, cioe. 7. piu R. 63000. piu R. 10240. piu R. 5760. ha radice de radice, over non, & havendola, ve adimando che me la cavati con regola generale, che me servi in tutti li quadrinomii, over cinquenomii che hanno radice, al qual mio quesito risposeno, che il stado in ponto, come che lo havesse mandato nō havesse radice de radice, della qual cosa non assignandone la causa con una regola generale, che me servi in tal specie de quantita, come che io gli adimando tal mio quesito resta irresoluto.

Il ventesimosettimo quesito di trent'un per me proposti al sopradetto Hieronimo Cardano & Lodouico Ferraro suo creato, nella nostra publica disputa.

74 Anchora ve adimādo se questa quantita, cioe. 7. piu R. rel. 4032250. piu R. rel. 20000000. piu R. rel. 355000. piu R. rel. 5000000. ha radice relata, over no, & havendola, ve adimando che me la cavati & con regola generale, qual me serva in tutti li cinque nomii, over. 6. nomii che hanno R. rel.

A tal mio quesito risposero, tal mio quesito non haver altramente R. relata, ma non assignando la causa con regola generale, come gli adimando si come la precedente, tal quesito resta irresoluto, per facilmente a tastone, come fanno li ciechi di ragione, si puo trovare se hanno, over non hanno tal radice.

Il trentesimoprimo & ultimo quesito di trent'un per me proposti al sopradetto Hieronimo Cardano, & a Lodouico suo creato, nella nostra publica disputa.

77 Io mi trovo. 1. cu. cu. piu. 36. primi relati piu. 54. secondi relati piu. 8. cu. equali a. 1000. ve adimando se questo Capitolo & altri simili, e solubile per regola generale, over no, & essendo solubile, ve adimando che val la cosa.

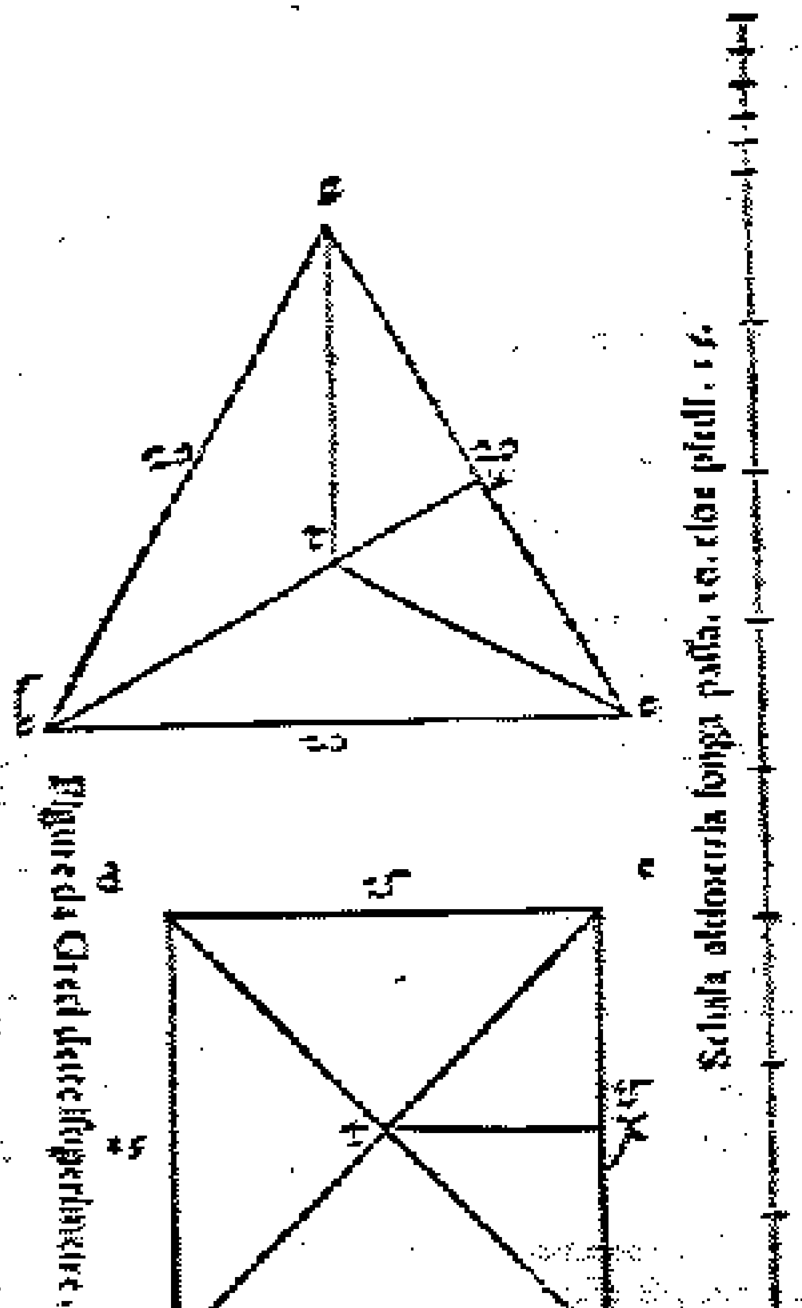
Loro risposeno, che questo capitolo, & altri simili, cioe che hanno 3. cu. sono soluibili per via generale, & dicono che ne fanno la proua in questo dicendo, se 27. cu. cu. piu 54. primi relati piu 54. secondi relati piu 8. cu. sono eguali a 1000. adunque la R. cu. di questo composito, laqual è 3. cu. piu 2. co. sara eguale alla R. cuba de 1000. la quale è 10. adonque 3. cu. piu 2. co. sara eguali a $3\frac{1}{3}$ (onde seguendo la regola del capitolo che da me gli fu insignata) dicono (come è vero) che la cosa valle R. v. cu. R. 2. & 575. settecento e vintinouesimi piu R. 5. men R. v. cu. R. 2. & 575. settecento e vintinouesimi men $1\frac{1}{3}$.

La qual resolutione da loro è stata infamemente fatta, ma per vigore della regola che io gli insignai, cioe del capitolo de cosa, & cubo equal a numero, come di sopra si vede, de sorte che concludiremo, che de tutti li quesiti 31. che gli furno da me proposti in termine de circa mesi 8. non hanno realmente risolto saluo che uno, cioe l'ultimo, & questo anchora l'hanno risolto per mezzo della mia inuentione, che io gli insignai (cioe del capitolo de cosa, & cubo egual a numero.) come loro medesimi euidentemente confessano nella sua resolutione, & con questo faremo fine a questo primo Capo.

Dechiaratione delli uentidue quesiti che da me furno rasolti delli trentauno a me proposti da Hieronimo Cardano Medico Milanese nella nostra publica disputa, l'Anno 1547.

Delli quali 22. quesiti 15. ne risolse in termine de giorni 3. dapoi il riceuer de quelli, & 5. altri in termine de 7. vero è che alcuni altri ne risolse, ma per varij rispetti non gli volsi mandar la solution de quelli, come nel nostro processo se intendera. Capo II.

Il secondo quesito di 31. a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa. Demostratione per via Euclidiana senza mezo di Archimede ne di Apollonio Pergeo che il circulo sia capacissimo fra tutte le figure di egual ambito.

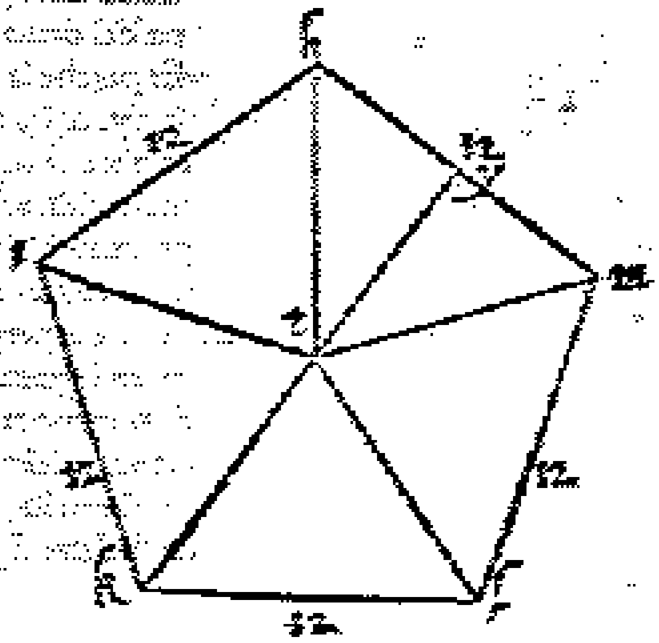


La solutione del sopra scritto secondo quesito a quel tempo non gli la mandai, perche gli occorreua manifattura assai, circa al far intagliar le figure necessarie a tal solutione, al che facilmente me saria scorso il termine da loro limitato de giorni 15. over 17. al piu, da poi il riceuer de detti quesiti, & io eri contentato piu di potermi mādar la solutione de vn sol quesito auanti al detto termine (per che me dalesti il giusto vero) che a mandarmi la solutione de tutti vn sol giorno, dapoi il detto termine, e pero io scorreua tutti quelli quesiti doue intraua manifattura, & figure assai, & anchora quelli doue me occoresse studio, rendendo solamente a quelli che alla improuista poteua intendere & dechiarare senza figure, cioe con simplice parole, E per tanto questo che da me non fu fatto all'hora (per satisfar alli speculatiui ingegni) lo voglio far al presente, ma sotto breuita, dico sotto breuita, perche sopra la risolutione di tal quesito (volendolo minutamente disputare) vi se gli potria formar vn'opra.

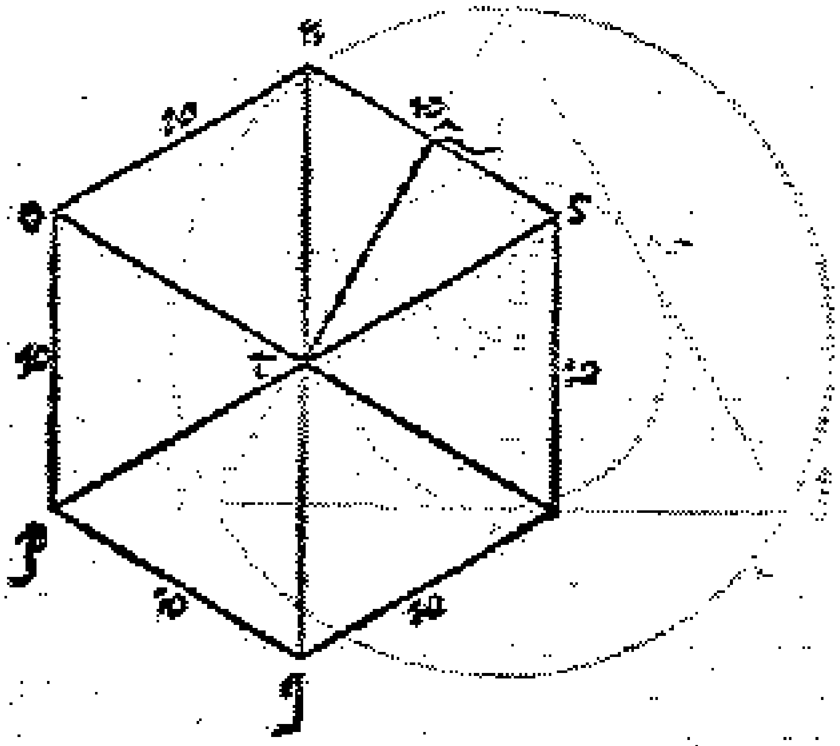
Che cosa siano le figure Isoperimetre.

Le figure, che da Greci sono dette Isoperimetre, sono quelle che sono di'equal circuito, Essempi gratia, sia il triangolo. a b c equilatero qual sia piedi. 20. per ciascun lato, onde tutto il suo circuito verra a esser piedi. 60. Et sia anchora il quadrato. d e f g. qual sia piedi. 15. per ciascun lato, onde tutto il suo circuito verra a esser pur piedi. 60. E per tanto le dette due figure, (cioe il triangolo. a b c. & il quadrato. d e f g.) sono dette Isoperimetre, Sia anchora il penthagono. h i k l m. equilatero, & equiangolo, qual sia piedi. 12. per ciascun lato, & sia anchora lo essagono. n o p q r s qual sia piedi. 10. per ciascun lato, & perche anchora tutto il circuito di ciascaduna di queste altre figure verra pur a esser piedi 60. E come ciascaduna delle altre due prime, E per tanto queste quatro figure saranno dette Isoperimetre, & cosi se potria ordinatamente procedere in infinito, cioe formar vn eptagono, vn ottagono, vn nonagono, vn decagono, & cosi discorrendo. Hor sia anchora il cerchio. S. che la circonferentia di quello sia per piedi. 60. & cosi tutte le dette. 5. figure sariano pur dette Isoperimetre.

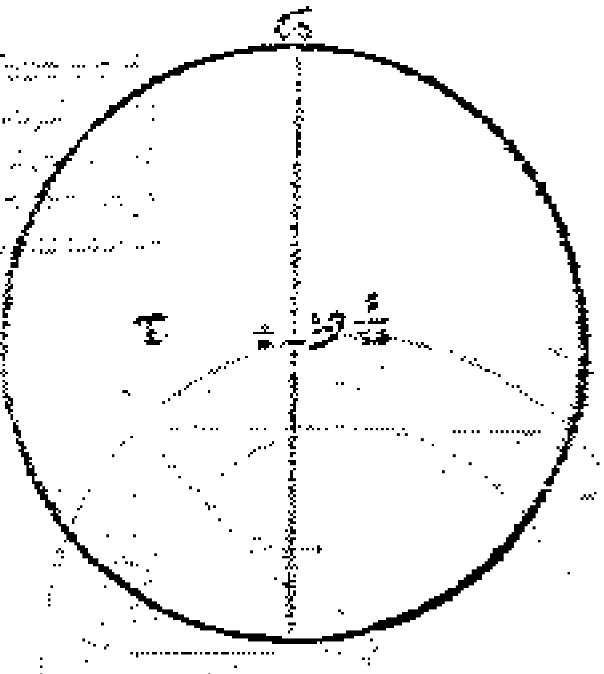
Hor dico che di tutte le infinite figure equilatere & equiangole isoperimetre è manifesto la figura triangolare esser de minima capacità, & conciosia, che qual si voglia figura isoperimetra tanto più sia capace quanto più angoli hauera, cioè il quadrato. d e f g. è più capace del triangolo. a b c. & il penthagono. h i k l m. è più capace del detto quadrato. d e f g. & così lo essagono. o p q r s. è più capace del detto penthagono. h i k l m. & così procedendo in infinito, come di sotto se dimostrarà, & però la figura circolare di tutte le figure isoperimetre sarà capacissima, alla qual per la multiplicatione de angoli non se gli può peruenire si come che nelli numeri non si può peruenire al massimo numero per esser impossibile a trouarlo. & però vna figura equilatera, & equiangola, se fusse ben de 10000. angoli giamai può peruenire equale al cerchio a quella isoperimetro, e per tanto il detto cerchio. x. vien a esser il più capacissimo di qual si voglia di quelle.



Hor per dimostrare tutte le sopra narrate propositioni egli è manifesto (come se dimostra nel quarto libro di Euclide) che a ogni figura equilatera, & equiangola vi si gli può inscriuere, & circonscriuere vn cerchio, & il centro de l'uno

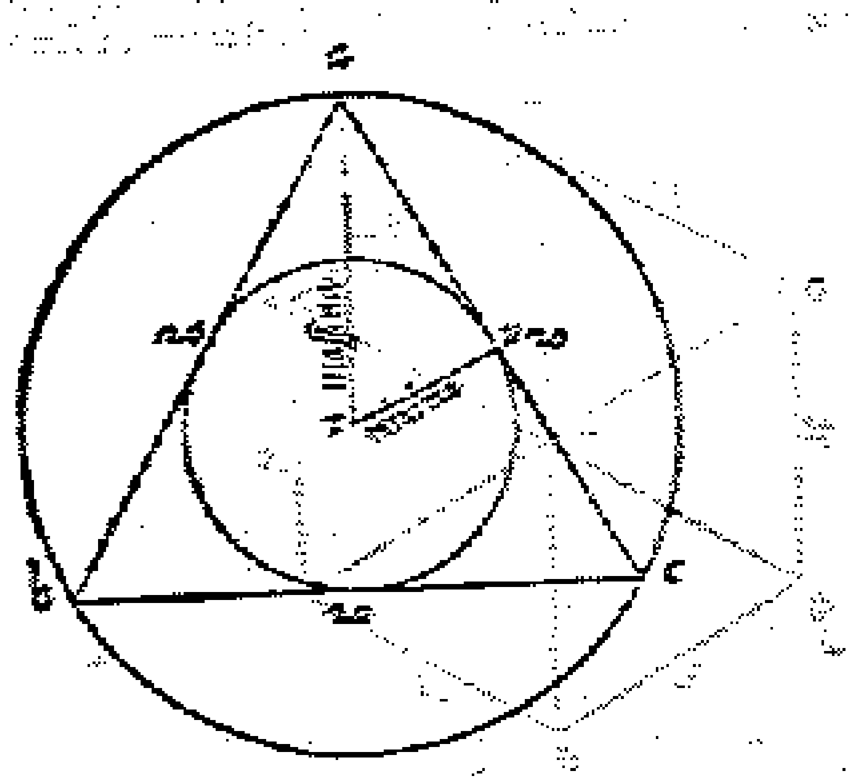


di detti. 2. cerchij viene a esser centro anchora de l'altro, & tal centro è detto anchora centro di quella tal figura, e per tanto sia trouato il centro di ciascuna delle antedette figure (per le regole date nel quarto di Euclide) il qual centro in ciascaduna di quelle sia il ponto. t. hor se dal detto centro. t. a ciascaduno delli angoli di ciascaduna di quelle figure ciascaduna di dette figure sarà diuisa, ouer risolta in tanti triangoli equali quanto sarà il numero di suoi lati, cioè la figura triangolare sarà risolta in tre triangoli equali, la quadrata in. 4. la penthagona in. 5. & la essagona in. 6. triangoli, & così discorrendo se più ve ne fusse. Et se dal detto centro. t. sarà tirata vna linea perpendicolare a l'uno di lati in ciascuna figura quella tal perpendicolare verrà esser la perpendicolare de ciascaduno de quelli triangoli in che è risolta quella tal figura, Essempi gratia, la perpendicolare. t u. nel triangolo. a b c. vien a esser perpendicolare non solamente del partial triangolo. a t c. ma anchora de qual si voglia delli altri duoi, cioè del triangolo partial a t b. & anchora del partial triangolo. b t c. & perche il dutto della detta perpendicolare. t u. nella mità del lato. a c. (sua basa) darà

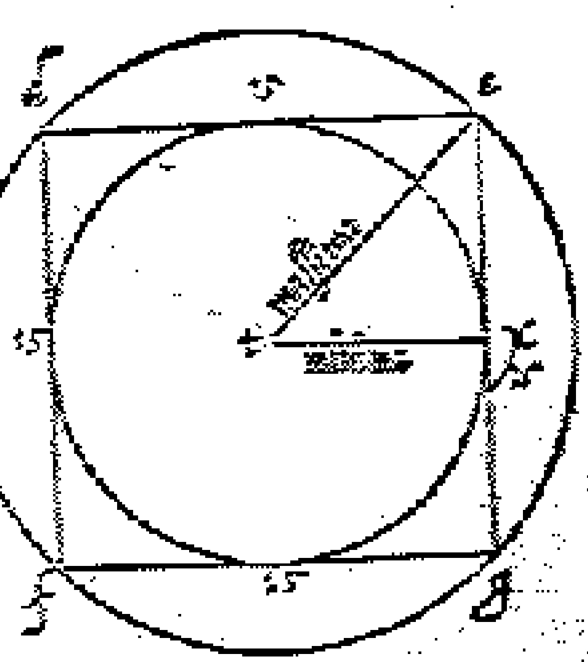


l'aria del partial triangolo. a t c. seguita adunque che il dutto della detta perpendicolare. t u. nella mità di tutti li tre lati del triangolo. a b c. (cioè nella mità del suo circuito) ne darà l'aria de tutti li. 3. triangoli partiali & consequentemente ne darà l'aria di tutto il triangolo. a b c. Et così per le medesime ragioni il dutto della perpendicolare. t x. (della figura quadrata. d e f g.) nella mità del circuito del detto quadrato. d e f g. ne darà l'aria di quello, il medesimo se ha da intendere del penthagono & del essagono, cioè che il dutto della perpendicolare. t y. del penthagono nella mità del circuito di quello ne darà l'aria del detto penthagono, & così il detto della perpendicolar.t.z. del hesagono nella mita del circuito di tal hesagono, per esser la mita del circuito del detto hesagono, il medesimo seguiria in ogni altra figura equilatera, & equiangola. Et perche la perpendicolar.t.u. del triangolo.a.b.c. è menore della.t.x. & la.t.x. è menore della.t.y. & la.t.y. è menore della.t.z. & cosi ordinatamente andaria procedendo in infinito, cioe sempre se andaria allongando tal perpendicolare secondo che piu andasse accrescendo il numero delli angoli della figura, Et perche la mita di loro circuiti sono equali (per esser tutte isoperimetre) seguita che l'aria del triangolo.a.b.c. sia la minima de tutte le altre, e pero è de minima capacita di qual si voglia di dette figure isoperimetre, che è il primo passo,

Et perche la perpendicolare.t.y. (del penthagono) è maggiore della perpendicolare.t.x. del quadrato seguita (per la medesima ragione) che la capacita del detto penthagono sia maggior della capacita del quadrato, & cosi anchora, che la capacita del hesagono sia maggiore della capacita del penthagono, & cosi andara procedendo questo accrescimento de capacita in infinito perche nella progressione naturale di detti angoli non vi si puo trovar termine, Et perche niuna di dette figure, per qual si voglia gran numero de angoli che sia, non puo pervenire al cer-



chio a quella isoperimetro, & questo procede perche tutte le linee tirate dal centro alla circonferentia, over circuito di quala si voglia di quelle non sono equali fra loro, come se conviene al cerchio, anzi la maggior parte di quelle sono inequali, & la minima de ciascaduna di quelle è quella che è tirata dal centro di tal figura perpendicolarmente sopra l'uno di lor lati (si come la linea.t.u. nel triangolo.a.b.c. & la massima è quella che è tirata dal medesimo centro a uno delli angoli di quella tal figura, vero è questo che manco sono differente quelle due linee tali di quella tal figura, tanto manco la capacita di tal figura sara differente dalla capacita del cerchio a quella isoperimetro. Et perche egli è manifesto, che la detta perpendicolare che va dal centro alla mita de l'uno di lati di tal figura, è sempre equale al semidiametro del cerchio, che fusse inscritto in quella tal figura. Et quella linea, che va dal detto centro a un delli angoli di quella tal figura è sempre equale al semidiametro del cerchio, che fusse circonscritto a tal figura, E per tanto se possibil fusse a dare, over a trovare una figura, che il semidiametro del cerchio a quella inscritto fusse equale al semidiametro del cerchio circonscrittoli, quella tal figura saria la piu capacissima di tutte le altre a quella isoperimetra. Ma perche tal equalita non puo cascar in alcuna figura equilatera, & equiangola, se fusse ben de piu di 100000 angoli (come di sopra è stato detto) ma solamente tal equalita accade nel cerchio, perche tutte le linee tirate dal centro alla circonferentia sono equale, e pero seguita che solamente il cerchio sia il piu capace di tutte le figure a quello isoperimetre che è il proposito, Hor vorria mo vedere che il detto Hieronimo Cardano, & Lodovico suo creato me dimostrassero tal suo quesito per mezzo di Apollonio Pergeo a me proibito da loro, cosa ridiculosa.

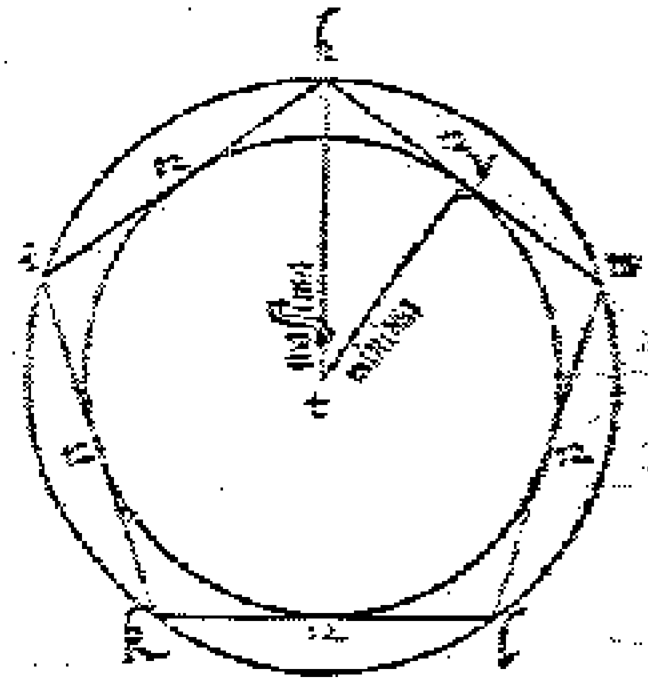


Il terzo

Il terzo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

3 PRoposte due linee rette Partirne ciascuna di quelle talmente, che le parti di l'una siano la prima, & quarta, & quelle di l'altra siano la seconda & terza di quattro linee continue proportionali.

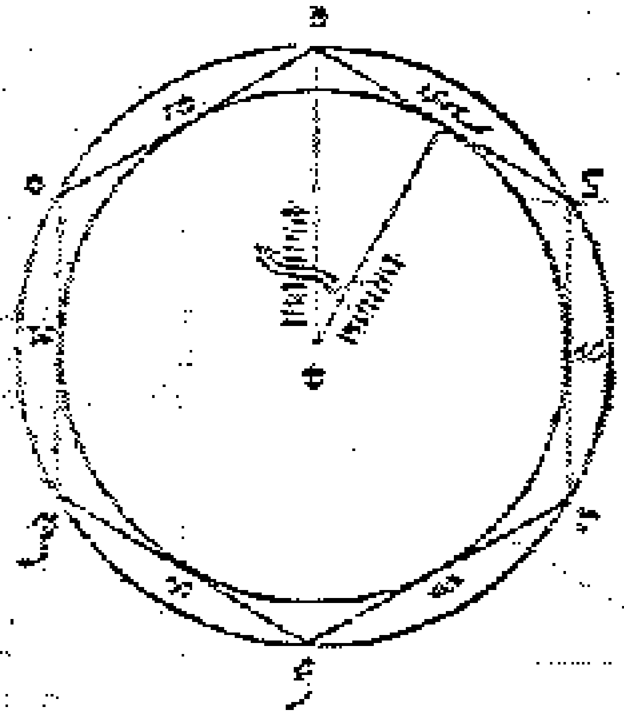
La solutione di questo trovai il quarto giorno dapoi il ricevere di suoi quesiti, Et per far tal resolutione treppio la menor linea, & a quel treppiato gli aggiongo la maggiore linea, & dapoi trovo un'altra linea in continua proportionalita al detto congionto, & alla detta menor linea, & cosi il rettangolo contenuto sotto di questa terza linea, & della nostra menore, sara eguale al detto della prima nella quarta, over della seconda nella terza, onde per la ventesimaottava del sesto di Euclide se ellequira il proposito in l'una & l'altra linea.



Il quinto quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

5 PRoposto che sia qual si voglia Epagono equilatero, ma non equiangolo, partirlo per mezo con una linea retta.

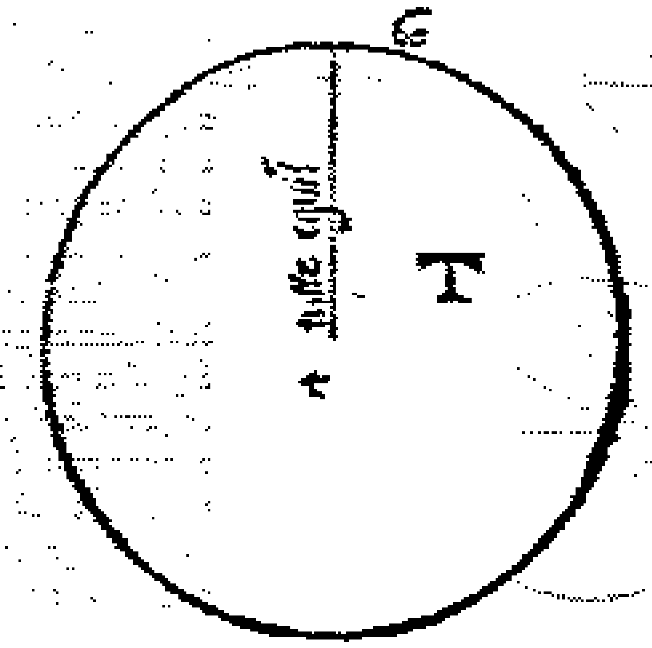
Al soprascritto 5. quesito a quel tempo non gli diei perfetta resolutione la causa fu, che a voler dar regola generale da risolverlo, bisogna prima dar regola di saper dividere una figura de. 6. lati non equilatera da un ponto dato in uno di sui lati in due parti eguali, laqual regola non è stata data da alcuno Authore, con la qual regola facilmente si puo essequire il detto problema non solamente in uno epagono equilatero, ma nõ equiangolo, ma anchora in uno epagono nõ equilatero, ne manco equiangolo, le qual regole non haveria potuto allhora spedirle al termine da loro limitato, & massime, che in le demostrationi de tai regole ne intra molte figure come appar nel. 28. & 29. Capo del. 1. libro di questa parte, le qual figure nõ se haveria potute far intaiar da poterle imprimer al detto termine. E per tanto volendo al presente intendere il detto modo da dividere non solamente la detta specie di epagono in due & in tre parti eguali, ma anchora ogni altra strana specie di epagono recorrerai al sopra detto. 28. & 29. Capo del. 1. libro di questa parte, & trovarailo integro, perche saria cosa superchia a replicar tai regole, & figure un'altra volta in questo luoco.



Il sesto quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

6 PEr mezo di Euclide inscrivemi in un pentagono equilatero & equiangolo un quadrato, di modo che i quattro angoli tocchino quattro lati & dimostra ci la proportione delle aree loro fra se.

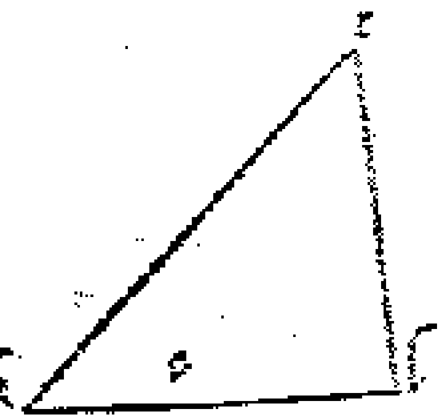
Questo soprascritto sesto suo quesito subito che lo vidi fu da me resolto solamente in parole per non perder tempo a star a far intaiar figure, & lassar scorrer il termine. Ma che lo voria intendere, demostrativamente in figura ricorra al decimo Capo del primo libro di questa. 5. parte, & havera lo intento suo.



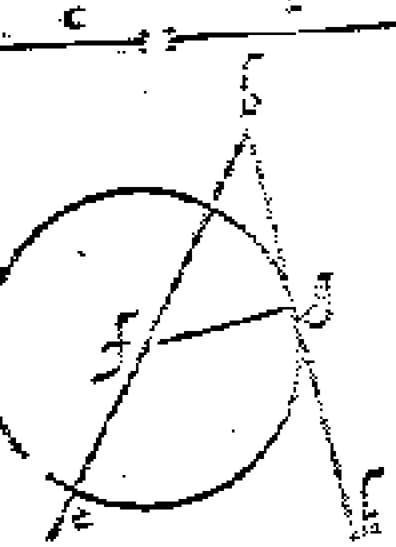
Il settimo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

7 ADimando per che ragione Ptolomeo al penultimo Capo del settimo della cosmographia, ponga il diametro della sphera celeste havere proportione sesquiterza al diametro della terra.

Pero conobbi che tal quesito era da loro ignorato, ma che me lo proponeriano, accio gli desse lui dalle il modo da risolvere il mio, e questo gia duoi anni sonno in tal materia proposti, non gli volsi circa cio dar risposta, ma gli ripresi & gli mostrai che mi era accorto della sua astutia, hora essendo annullati tai rispetti. Dico che Ptolomeo vol che il diametro della sphera armillare (& non celeste, come dicono loro) sia tolto in sesquitertia proportione al diametro della terra, perche in tal specie de proportione, li famosi paralelli della sphera armillare, per la poca distantia de tai due sphere si vederiano a transire in parte sotto, & in parte sopra della terra, cioe che le parti che transiriano di sopra della terra passassero sopra e sulcar la parte habitabile della terra, perche cosi facendo tal descrittione haueria a l'aspetto piu gratia. Ma volendo il diametro della detta sphera armillare ponemo decuplo al diametro della detta terra seguiria che niuno di detti famosi cerchi della detta sphera armillare non transiriano, ne di sopra ne di sotto della detta terra, ma se vederiano da tutte le bande in aria ossuri, onde che tal descrittione non haueria all'aspetto gratia alcuna. Ma ponendo poi lo detto diametro della sphera armillare, ponemo in sesquidecima al diametro della detta terra, seguiria che il tropico di cancro della sphera armillare passaria sopra la terra habitabile, & offuscaria quella.

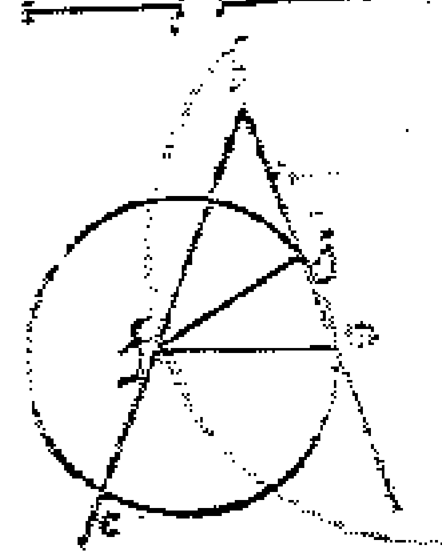


L'ottavo quesito di trenta uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.



6 Sopra qual si voglia retta linea, far un triangolo si conditionato che habbia l'angolo opposito alla detta linea eguale a qual si voglia angolo rettilineo assignato, & che la proportione di detta linea a un di lati, sia come di qual si voglia due rette linee assignate, Et in ogni caso, che sia impossibile dimostrar la impossibilita.

Lo sopradetto suo ottavo quesito quel giorno che'l recevetti, fu da me risolto in parole, cioe senza far figure (per le ragion piu volte dette) ma accio meglio sia intesa tal mia resolutione, figuratamente di novo la replicaremo. Sia la data linea. a. & sia dato l'angolo. b. & siano le due linee. c. & d. hor volendo sopra la detta linea. a. formar uno triangolo di tal qualita, che l'angolo opposito alla detta linea. a. sia eguale a l'angolo. b. & che la proportione della detta linea. a. a uno delli altri duoi lati del detto triangolo, sia si come della linea. c. alla linea. d. Dalla linea. b e. ne tagliaremo. h. b. f. eguale alla linea. d. maggiore, & sopra il ponto. f. descriveremo il cerchio. g e. secondo la quantita della linea. c. (menor) & perche il detto cerchio non tocca, ne non sega la linea. b h. seguita tal problema in questa prima positione esser impossibile, perche a dover esser possibile bisogna che il detto cerchio. g e. seghi, over tocchi la detta linea. b h. si vede adunque, che a ridurlo possibile bisogna che la linea. c. sia a sufficientia piu longa, over che l'angolo. b. sia dato a sufficientia piu acuto, hor supponiamo che il detto angolo. b. sia tanto acuto che il detto cerchio tocchi la linea. b h. in ponto. g. come nella seconda positione si vede, in tal positione tiraremo la linea. g f. & sara formato il triangolo. b f g. simile a quello che desideramo da designar sopra la data linea. a. e pero sopra la detta linea. a. descriveremo (per la ventesima del sesto di Euclide) il triangolo. i k l. simile, & similmente posto al detto triangolo. b f g. & sara risolto il problema, perche la proportione della linea. a. (lato del triangolo) al lato. i k. e si come quella della linea. f g. al lato. b f. cioe come della linea. c. menore, alla linea. d. maggiore, & l'angolo. i. e eguale al dato angolo. b. e pero seguita il proposito.



Ma quando che il detto cerchio descritto sopra il centro. f. segasse la linea. b h. (come nella terza positione appare) nelli duoi ponti. g. & m. se da l'uno, & l'altro di detti duoi ponti. g. & m. tiraremo le due linee. g f. & m f. sara formato li duoi triangoli. b f g. & b f m. delli quali qual ne pare de quelli ne potra servire nella resolutione del dato problema, cioe se sopra la data linea. a. gli designaremo (per la ventesima del sesto di Euclide) il triangolo. i k l. simile & similmente posto al triangolo. b f g. sara risolto il problema, perche l'angolo. i. sara eguale al dato angolo. b. & la proportion della linea. a. al lato. i k. sara si come quella della linea. f g. al lato. b f. cioe come della. c. menore alla. d. maggiore, che e il proposito, il medesimo seguiria se sopra la detta linea. a. gli designassimo uno triangolo simile & similmente posto al triangolo. b f m. per esser l'una e l'altra delle. 2. linee. g f. & m f. eguale alla. c. per la diffinition del cerchio. Il medesimo se osservaria quando che se dicesse che la proportione della linea data, al lato del triangolo fusse si come della linea maggiore alla menore, eccetto, che si procedaria al contrario, cioe la linea. b f. se tagliaria eguale alla menor linea, cioe alla. c. &

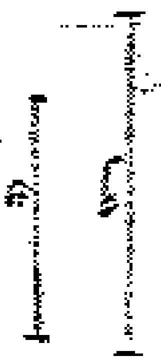
cerchio descriuo sopra il centro. f. le douerìa descriuere, secondo la quantita della linea maggiore, cioe della linea. d. ad restante poi se procede, & dimostra, come per l'altro modo.

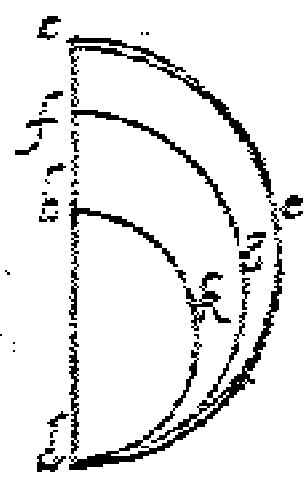
Il nono quesito di trent'uno a me proposti, da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

Descriuere tre portioni di cerchio inequali, le quali tutte tre incominciano da un ponto, & finiscano sopra una linea retta, & siano seguenti, & questo di modo che li dui spatij da esse, & dalla linea retta contenuti siano equali insieme.

Questo sopranotato suo nono quesito fu da me risolto il secondo giorno solamente in parole, con senza formar figura (per le ragioni piu volte dette) cioe per non lassar scorrere il termine da loro gia limitato de giorni. 10. over. 15. al piu, hor per satisfaccia non intendenti senza essempio lo risolveremo di nouo figuralmente.

Primamente designo una linea retta longa quanto ne pare qual sia la linea. a. & (secondo le regole date, nel sesto Capo del primo libro) trouo la linea. b. che il quadrato di quella sia doppio al quadrato della detta linea. a. & fatto questo, (con le medesime regole) trouo la linea. c. d. che il quadrato di quella sia sesquialtero (cioe un tanto, e mezo) al quadrato della linea b. & sopra a questa linea. c d. gli descriuo il mezo cerchio. d e c. & da poi dalla detta linea d c. ne taglio la parte. d f. equale alla linea. b. & sopra quella gli descriuo lo mezo cerchio. d g f. & cosi dalla linea. d f. ne taglio la. d h. equale alla linea. a. & sopra quella gli descriuo lo mezo cerchio. d k h. & sara risolto il proposto problema, perche li detti tre mezi cerchij si toccano nel ponto. d. & il mezo cerchio. d g f. viene a esser doppio al mezo cerchio. d k h. (per la seconda del duodecimo di Euclide) cauando adonque il detto mezo cerchio. d k h. dal mezo cerchio. d g f. il restante sara equale al detto mezo cerchio. d k h. il qual restante viene a esser quel spacio, in forma d'un corno, che e fra le due circonferentie. d k h. & d g f. & della linea. h f. similmente perche il semicerchio maggiore cioe. d e c. per la detta seconda del duodecimo di Euclide e sesquialtero al semicerchio. d g f. cauando adonque il mezo cerchio. d g f. dal mezo cerchio. d e c. il restante sara equale alla mita del mezo cerchio. d g f. e pero viene a esser equale al mezo cerchio. d k h. & perche il detto restante viene a esser equale a quel spacio in forma di corno, che e fra le due circonferentie. d g f. & d e c. & della linea. f c. seguita adonque che l'uno, e l'altro delli detti dui spacij in forma di corno sia equale al mezo cerchio. d k h. & anchora fra loro, e pero seguita il proposito.





Il decimo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano, & da Lodovico Ferraro suo creato nella nostra publica disputa.

Vitruuio al nono libro, & al Capitolo nono insegna dui horologij ampoli trouati da Ctesibio per cognoscere l'hore vsate da Romani senza Sole, adimando l'espositione intelligibile & chiara di questo.

A questo suo decimo quesito sotto breuita gli diedi la somma senza resolutione dicendo che'l non e vero, che Vitruuio.

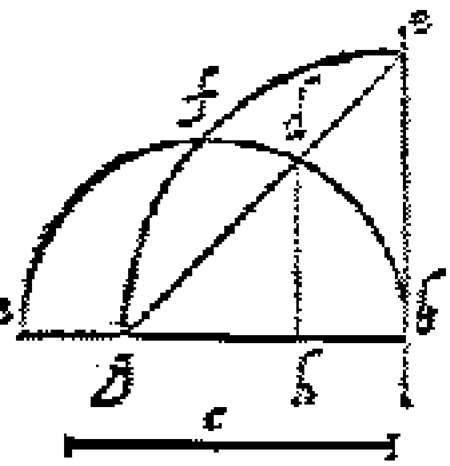
Lo undecimo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

Dato che sia un settore, & un circolo maggiore di quello del settore ingegnarsi sicurar di detto cerchio una superficie contenuta da due linee rette & equidistante, & da dui archi del cerchio, qual superficie sia equale al settore.

A questo suo undecimo quesito (perche comprési esser da loro ignorata la sua solutione, si come quella del suo primo quesito, per esser suo costume di proponere ad altri quello che lor medesimi non intendano, come che anchora e fatto piu manifesto nel nono libro delli nostri quesiti, & inuentioni diuerse) gli mandai una certa solutione, che haueua del verisimile, non dimeno tal mia solutione era falsa, & questo feci per vedere se loro si accorgeuano del vero principio della sua falsita, della qual cosa loro non se ne accorgeano, per la qual cosa me confirmai la oppenione mia non esser stata erronea. Ma se per sorte haueßero con suo ingegno trouato regola da essequire geometricamente un tal problema non poche laude gli ne conuerria.

Il duodecimo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano, & da Lodovico suo creato, nella nostra publica disputa.

20 PRoposte due linee inequali, Partirle ciascheduna in due tal parti, che le minor parti siano equali, e la maggior parte della menore sia media proportionale fra le parti della maggiore.



Questo sopradetto suo duodecimo quesito a quel tempo fu da me risolto in parole con ferma, ma per le ragioni piu volte dette) hor per satisfar a quelli che malamente intendono senza figura il essempio de nouo lo risolueremo figuralmente. Siano le due date rette linee inequali. a b. maggiore, & la. c. menore, sopra la maggiore gli descriuo il mezo cerchio. a d b. & sopra il ponto. b. erigo la perpendicolare. b e. equale alla linea. c. & secondo la quantita della. b e. sopra il centro. b. descriuo il quadrante. e f g. & dal ponto. g. al ponto. e. tiro la retta. g d e. la qual sega la circonferentia. a d b. in ponto. d. & dal ponto. d. tiro la. d h. perpendicolare alla. a b. & cosi hauero risolto il problema, perche la linea. b g. è equale (per la diffinition del cerchio) alla. b e. e pero sara anchora equale alla menor linea (cioe alla. c.) laqual. b g. è diuisa in ponto. h. secondo la ricercata conditione (come di sotto dimostraremo) & similmente la. a b. maggiore vien a esser diuisa pur nel medesimo ponto. h. secondo la detta ricercata conditione la menor parte della. b g. vien a esser la. h b. & la maggiore la. g h. & cosi la menor parte della. a b. vien a esser la medesima. h b. & la maggiore la. a h. & la. h b. come parte menore della. g b. è equale alla medesima. h b. come parte menore della. a b. (come se ricerca nel quesito) & perche li dui lati. b e. & b g. del triangolo. b g e. sono equali, anchora li dui lati. d h. & g h. del triangolo. d g h. (per la similitudine di detti triangoli) seranno equali, & perche la. d h. è media proportionale fra le due parti. a h. & h b. della maggior linea, & perche detta. d h. è equale alla parte maggior. g h. della menor linea. g b. seguita il secondo proposito.

Il decimoquarto quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano, nella nostra publica disputa.

21 Proposto che sia vn triangolo, & vn ponto di fuori, tirarsi da quel ponto vna linea che tagli vn terzo del triangolo verso la ponta.

Questo suo decimoquarto quesito, per non perder tempo a star a far lunghe figure da sempre (acciò non fuggisse il tempo) gli dimostrai a quel tempo col adimandato modo sopra la figura quasi de vna simile di Frate Luca da quello malamente dimostrata. Ma chi vorra mo intendere il modo generale in figura da risoluere non solamente questo suo decimoquarto quesito, ma in molti altri varij modi ricorra alla [illegible] Capo del primo libro di questa quinta parte e sara satisfatto.

Il decimosettimo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano Medico Milanese nella nostra publica disputa.

22 FAtime di diece due tal parti, che il produtto dell'una nell'altra moltiplicato nella loro differentia faccia piu che possibel sia.

A questo suo decimosettimo quesito a quel tempo gli risposi che la maggior parte fu 5 più R. 8 $\frac{1}{3}$ & la menore fu 5 men R. 8 $\frac{1}{3}$, el produtto è 16 $\frac{2}{3}$, qual in R. 33 $\frac{1}{3}$ nella differentia, che è R. 33 $\frac{1}{3}$ fa R. 9259 $\frac{7}{27}$. & questo è di frutti della nostra pianta, con li quali pensauano di farmi guerra, ma gli fallò il pensiero.

La regola da trouar le sopradette parti è questa, diuideremo il detto 10 in due parti equali, & ne venira 5 quadraremo quel 5 fa 25 & a questo 25 gli aggiongeremo la sua terza parte che sara 8 $\frac{1}{3}$ fara 33 $\frac{1}{3}$ & la R. de 33 $\frac{1}{3}$ sara la differentia delle adimandate parti, qual partendola per mita ne venira R. 8 $\frac{1}{3}$ qual gionto alla mita di 10 cioe a 5 fara 5 piu R. 8 $\frac{1}{3}$ per la parte maggiore, & tratto de 5 restara 5 men R. 8 $\frac{1}{3}$ per la parte menore. La causa di questa operatione si narrara nella nostra noua Algebra per esser dependente da quella.

Il decim'ottauo quesito delli trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

23 Dimostrarme la sesta del primo di Euclide ostensiuamente.

Circa a questo suo decim'ottauo quesito, a quel tempo gli risposi che per dimostrar tal sesta propositione ostensiuamente, circa a tal triangolo (per la quinta del quarto di Euclide) circonscriuero vn cerchio & fatto questo (per la ventesimaseconda del 3. di esso Euclide) sara concluso il proposito.

proposito, perche se l'uno, et l'altro delli duoi angoli sopra la basa di quello sono equali (dal presupposito) egliè necessario quelli cascar sopra archi equali, & li archi equali hanno anchora le corde equali massime in vno medesimo cerchio, adunque li duoi lati di tal triangolo saranno fra loro equali, perche sono corde de archi equali, che è il proposito.

Il ventesimosecondo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

24 QVanto appartiene alla Mathematica adimandò la espositione di quel loco del Timeo di Platone, qual al Latino incomincia, Post autem talis illa partitio. sin a quelle parole, Postquam igitur secundum creatoris &c.

A questo suo ventesimosecondo quesito a quel tempo gli risposi, che me lo hauevano fatto per due ragioni, prima per tirarmi in materia logica, ne sin hora da Philosophi ben intesa, & che manco credeua fusse intesa da lui, Secondariamente dissi che me lo haueua mandato per dar a credere a me, & al mondo lui hauer pien di philosophia la lingua e il petto. Onde per mostrargli che sapesse mio conto, gli risposi, che con tal suo quesito vsciua del proposito, cioe delli Auttori che trattano delle Mathematice, perche quantunque vn' Auttor con argumenti, & termini Mathematici, sostenti, ouer disputti vna sua particular opinione, non se intende che quel tale tratti delle Mathematice, Essempi gratia. Baldo da Sasso ferrato nella sua Tiberina sostenta, & disputa, con argomenti Euclidiani alcune sue opinioni, quando che vn' acqua, ouer fiume occupasse vna parte di vno terreno, ouer di qualche possessione in vno altro luoco, nondimeno per questo el non se intende che Baldo sia Auttore che tratti delle Mathematice, & cosi quando, che io gli proponesse vn quesito sopra a tal particularita di Baldo lui poria rispondere parendogli (& senza infamia) lui non hauer visto Baldo, perche non fa professione di legge, ma solamente delle Mathematice, & delli Auttori che trattano di quelle, e per tanto dico, che il medesimo poria rispondere anchora io senza mia infamia, nondimeno anchor che a tal particularita, mai vi ponesse cura, saluo che al presente, non volsi restar de dirui il mio parer sopra tal materia, & ve risposi in questa forma precise in tal vostro 4.

Seguiua poi come, che nella mia risposta stampata, cominciando al segno ☞ 2 3. a 52. alla Seconda facciata.

Il ventesimoquarto quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

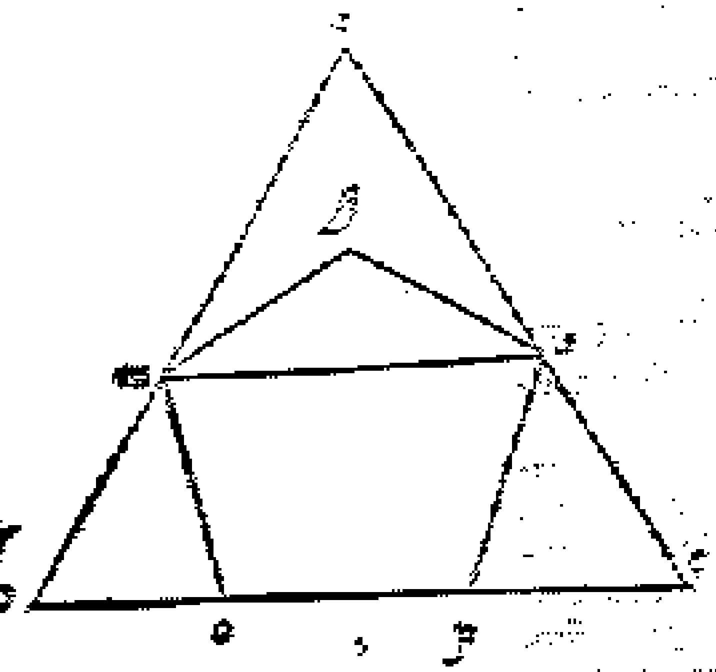
25 PArtire qual si voglia proposta linea talmente per via di Euclide, che il cubo di tutta a i cubi delle parti habbia proportion tripla.

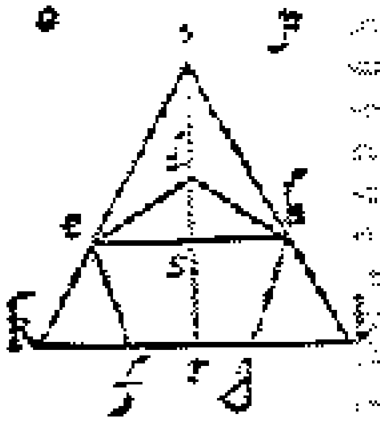
Il sopra scritto suo 24. fu a quel tempo sommamente risolto solamente in parole per nõ perder tempo (per le ragioni piu volte dette) a far intagliar figure, ma per satisfare alli speculatiui ingegni (anchor che sia de facil apprensione) di nouo lo risolueremo figuratamente. Sia adunque la data retta linea. a b. volendola diuidere secondo che nel detto 24. quesito si propone di questa tal (per la 10. del sesto di Euclide) ne tagliaremo la. b c. equale alla terza parte di quella, per il che la. a c. venira a esser li duoi terzi della medesima, & cosi dico, che il cubo di tutta la detta. a b. sara il treppio alli cubi delle due parti a c. & c b. insieme giōti perche il cubo della detta linea. a b. (per la 36. del 11. di Euclide) al cubo della. c b. sara come da 27. a 1. & al cubo della. a c. sara come dal detto 27. a 8. & perche la summa de 1. e 8. fa 9. e pero la proportione di 27. alla detta summa, cioe a 9. sara tripla, che è il proposito.

Il ventesimonono quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

26 DEscriuer in vno triangolo equilatero vn Pentagono equilatero & equiangolo talmente che vn lato del pentagono sia parte de vn lato del triangolo, & duoi delli angoli tochino duoi di lati, da poi demostrarne la proportione di l'uno a l'altro.

Il soprascritto suo 29. quesito fu da me risolto in parole per non perder tempo a far a far intagliar figure da stampare, onde per satisfare a ogni qualita de persone, di nouo lo risolueremo





figuratamente. Sia adunque il triangolo equilatero a b c. volendo in quello descriuere vn penthagono equilatero & equiangolo, prima disegno (per la 11. del quarto di Euclide) vn penthagono equilatero, & equiangolo di che grandezza me pare, qual sia d e f g h. & in quello tiro la corda penthagonica. e h. & sopra quella gli descriuo il triangolo. e i h. equilatero, & allongo l'uno & l'altro di duoi lati. i h. & i e. per sin a tanto che concorrano con il lato. f g. protratto da l'una, e l'altra banda nelli duoi ponti. k. & l. & cosi hauremo il triangolo. i k l. equilatero (per esser simile al triangolo. i e h.) & in quello hauemo inscritto il penthagono. d e f g h. hor per descriuerne vn'altro similmente nel triangolo. a b c. diuideremo l'uno, & l'altro lato. a b. & a c. (per la decimaterza del sesto di Euclide) nelli duoi ponti. m. & n. secondo la diuisione delli duoi lati. i k. & i l. nelli duoi ponti e. & h. & tiraremo la m n. qual sara la corda penthagonale del penthagono che hauemo da inscriuere nel triangolo. a b c. similmente diuideremo (per la medesima. 13. del. 6. di Euclide) la basa. b c. nelli duoi ponti o. & p. secondo la diuisione della basa. k l. nelli duoi ponti f. & g. & tiraremo le due linee. m o. & n p. & sopra la corda. m n. gli descriueremo (per la 30. del sesto di Euclide) il triangolo. m q n. simile al triangolo. e d h. & simile mente posto, & fatto questo sara risolto il problema, cioe nel dato triangolo equilatero. a b c. gli hauemo descritto il penthagono. q m o p n. qual per esser simile al penthagono. d e f g h. sara equilatero, & equiangolo, che e il proposito, per trouar la proportione, che e fra il triangolo, & il penthagono inscritto, bisogna applicar che numero me pare al lato del penthagono. d e f g h. & secondo tal numero trouar l'aria del detto penthagono. Essempi gratia, supponendo che il lato del penthagono. d e f g h. sia. 2. [illegible], onde operando secondo le regole date nel. 5. capo del primo libro della quarta parte se trouara la corda. e h. esser R. 80. piu. 4. & l'aria di tal penthagono esser R. v. (6400. piu R. 3276800. & la perpendicolar d r. esser R. v. (80. piu R. 5120.) & la perpendicolar. d s. esser R. v. (40. men R. 320.) & la perpendicolar. i s. esser R. v. (72. piu R. 2880. dalla qual trattone la d s. cioe R. v. (40. men R. 320.) restara R. v. (72. piu R. 2880.) men R. v. (40. men R. 320.) & tanto sara la i d. qual giontà alla d r. cioe a R. v. (80. piu R. 5120.) fara longo modo R. v. (80. piu R. 5120.) piu R. v. (72. piu R. 2880.) men R. v. (40. men R. 320.) & tanto sara la perpendicolare i t. del triangolo i k l. con la quale, per laqual perpendicolare per le regole date alli suoi luochi, si puo trouar il lato, & l'aria di tal triangolo, che per non esser arte, ma solamente fatica la lasso, & cosi la proportione de l'aria del detto triangolo. i k l. all'aria del penthagono. d e f g h. sara anchora quella del nostro triangolo. a b c. al penthagono. q m o p n. perche anchor che tai figure siano maggiore, continuamente osseruaranno la medesima proportione, che e il proposito.

Il trentesimo quesito di trent'uno a me proposti da Hieronimo Cardano nella nostra publica disputa.

Adimando se l'vnita e numero, ouer non.

27 IL soprascritto sito. 30. quesito fu da me risolto, ma sotto breuita, per causa che allhora me bisognaua consignar tal mia risposta al stampatore. Ma, vedendo, che tal mia solutione, non era stata da loro intesa, come che nel suo quarto cartello appare, di nouo piu chiaramente con essempij la dechiariro. Et per tanto replicando dico che la detta vnita e numero in potentia, cioe che alle volte la puo esser mesa, & volendo (?) [illegible] per numero, & alle volte no, ma ogni volta che la sia considerata senza altro rispetto, cioe simplicemente, secondo laqual caso mai e mesa per numero. Ma essendo quella relatiuamente, in alcune specie de proportione e mesa per numero, & in alcune altre specie de proportione la non e mesa per numero, ma simplicemente per vnita. E pero la detta vnita posta, ouer intesa relatiuamente, fra li numeri quadrati, fa e numero quadrato, & cosi fra li numeri cubi fa numero cubo, & cosi discorrendo fra tutti altri numeri figurati. Anchora la detta vnita comparata a qual si voglia numero, alle volte ambeduoi sono mesi per numeri contra se stessi, & alle volte no. Similmente la detta vnita considerata relatiuamente (come accade) nelle proportioni moltiplici, & submoltiplici, la detta vnita alle volte se intende esser numero, & alle volte no, Et tutto questo ne afferma con essempi Euclide nel lib. 7. & 8. & 9. quinto, & che sia il vero

il vero nella .22. dell'ottavo dice, che se de .3. numeri continui proportionali, il primo sara quadrato, anchora il terzo sara quadrato, e pero in questi tre numeri .9.3.1. continui proportionali, nella proportionalita treppia, per esser il primo numero quadrato (cioe quel .9.) seguita che il terzo (che e la unita) sia numero quadrato, il medesimo seguita in tutti questi altri .4.2.1. & similmente .16.4.1. & similmente .25.5.1. & cosi discorrendo. Anchora nella vigesimaseconda del detto ottavo dimostra che se il primo de .4. numeri continui proportionali sara cubo, il quarto necessariamente sara numero cubo, & perche il primo de questi .4. numeri continui proportionali .8.4.2.1. e numero cubo (per esser .8.) seguita che il quarto (cioe la unita) sia numero cubo, il medesimo si puo dimostrare per la medesima regola, la detta unita esser numero quadrato de quadrato, over censo de censo de cubo, & similmente numero relato, & cosi discorrendo in tutti li altri numeri figurati.

Anchora per la ventesimaterza, & ventesimaquarta del settimo, si puo approvare, come che la detta unita relativamente con qual si voglia numero ambi insieme sono numeri contra se primi, il medesimo si puo provare per la prima & terza dell'ottavo, perche nella prima dice. Se li estremi de quanti numeri si voglia di continua proportionalita saranno contra se primi, tutti quelli e necessario esser secondo la sua proportione minimi, & nella terza si dimostra il converso, cioe se quanti se voglia numeri continuamente proportionali, saranno secondo la sua proportion minimi, il se approva li duoi estremi de quelli necessariamente esser contra se primi, per la qual cosa seguita, che in tutti li numeri minimi nella continua proportionalita multiplice, & submultiplice sempre in l'uno di duoi estremi vi sara la unita, e pero la detta unita in tal caso comparandola al numero de l'altro estremo li detti duoi estremi saranno contra se primi molti altri essempi se poria adure la detta unita esser relativamente numero contra se primo con qual si voglia numero.

Hor voltando carta, dico che in molti luochi relativamente la detta unita non e intesa per numero, ne manco con alcuno numero esser contra se primi fra loro, & tutto questo sene potremo verificare, per la .17.18.19. & 20. del .9. di Euclide, perche nella decimasettima del detto ottavo dice. Se li saranno duoi numeri contra se primi, quanto che e il primo de quelli al secondo, e impossibile esser tanto il secondo ad alcun terzo, se adunque la unita (primo termine) comparata al .5. (secondo) insieme ambidui contra se primi seguiria la detta decimasettima esser falsa, perche a questi duoi termini .1.5. gli ne potremo trovar non solamente un terzo in continua proportionalita, ma infiniti, come in questi si vede .1.5.25.125. il medesimo seguiria in tutte le specie della submultiplice proportionalita, come in questi altri appar .1.2.4.8. & similmente .1.3.9.27. & cosi discorrendo.

Il medesimo seguita nella .18. del detto .9. nella quale dice, Se li duoi estremi de quanti si voglia numeri continuamente proportionali saranno contra se primi, e impossibile esser tanto l'ultimo, ad alcun altro, quanto e il primo al secondo, se adunque in questi tre termini continui proportionali .1.2.4. il primo (cioe la unita) & l'ultimo (cioe quel .4.) fussero contra se primi, la detta .18. saria falsa perche l'ultimo (cioe quel 4.) al .8. quanto sara si come il primo al secondo (cioe subdoppio) come appare .1.2.4.8. il medesimo si poria sustentar per le altre due sequente, cioe per la .19. & 20. del detto .9. cioe che la detta unita (in tai propositioni) in comparatione, over in compagnia con alcun numero non se intendono esser numeri contra se primi, & cosi per molte altre propositioni se poria approvar la detta unita non esser numero, ne intesa per numero.

Altri se poria meravigliare, che Euclide habbia usando con si grande disordine, de intendere la detta unita alle volte per numero, & alle volte no. Ma a fortificatione di questo ne voglio adur un'altro de maggior admiratione da lui usato nel suo 10. libro. Dico adunque che ben considerate le propositioni del 10. del detto Euclide in l'una & l'altra traduttione, trovara che una linea denominata da una radice de uno numero non quadrato, cioe da una radice sorda, alle volte e intesa, & supposita per una linea rationale, & alle volte no, la qual cosa ha posto confusione in tutti alli interpretatori di tal suo 10. lib. perche alcuni credendosi de correggere tal suo dire, a quelle linee denominate da numero le hanno chiamate rationale in longhezza, & quelle che sono denominate da una radice sorda gli hanno detto linee rationali in potentia, come appare nella traduttione del Campano (credo tradutta dal Arabo) per lo qual aggiongimento molte propositioni generali del detto Euclide, se ha ridotte particolari, come che nella mia traduttione volgare e stato fatto manifesto. Et nondimeno con tal aggiongimento non ha potuto salvar Euclide nella diffinitione del binomio in generale, ne in particolare, ne similmente nel residuo, over recisio, perche nella 35. del detto 10. libro, dice in questa forma. Se saranno due linee rationali solamente in potentia communicante, & siano congionte di commente in longo, tutta la linea composta da quelle sara irrationale, & è detta binomio. Hor dico che volendo intendere in questo luoco l'una & l'altra di dette due linee rationali, esser denominata da numero, non sariano solamente in potentia communicanti, ma sariano commensurabili anchora in longhezza, e per tanto non potriano formar el binomio, ma che chi volesse aggiongere quel che in molte altre propositioni è stato fatto digando, se saranno due linee rationali in potentia, & in potentia solamente communicanti &c. In tal caso seguiria che il binomio in generale, fusse composto solamente da due radice sorde non communicante, il che saria falso, perche communemente si sa è detto binomio generalmente parlando componersi alle volte da due radice sorde non communicanti, & alle volte da un numero, & da una radice sorda. Et per tanto in questa propositione non si puo negare che per linea rationale, cosi se intende quella, che è denominata da una radice sorda quanto quella che è denominata da un numero rationale, il medesimo se verifica nella .53. del detto decimo, nella diffinitione de retto in generale. Similmente nella 20. propositione della traduttion fatta dal Greco dal Zamberto, doue dice. Se una superficie rationale sara posta sopra una linea rationale, sara la larghezza rationale commensurabile in longhezza a l'altra, cioe a quella sopra della quale fu posta la superficie. Tal linea rationale in questo luoco cosi se intende de una linea denominata da una radice sorda, come da un numero, & similmente la resultante larghezza, & questo medesimo se ha da intendere nella 2.. doue dice. Potemmo trouare due linee rationali solamente in potentia communicanti &c. Dico che l'una & l'altra di dette due linee ponno esser denominate da una radice sorda, & anchora una sola da una R. sorda, & l'altra per numero, ma ambedue non ponno esser denominate da numero. Il medesimo si ha da intendere della .22. nella nostra traduttione volgare, & la 23. & 24. & cosi per abreuiar parole molti altri essempi si poria adurre qualmente una linea denominata da una R. sorda è tolta, & intesa p linea rationale. Et come quella denominata da numero, nelle diffinitioni delle specie di .6. binomi doue dice. Se la parte piu longa del binomio, sara piu potente della piu breue, per accrescimento del quadrato di una linea communicante in longhezza alla medesima parte piu longa, & se la posta medesima parte piu longa, sara communicante a una linea posta rationale, quel se chiamara binomio primo, hor dico che la detta linea posta rationale in questo luoco bisogna che la se intenda esser denominata da numero rationale, & non da R. sorda, perche volendola intendere esser denominata da una radice sorda, tal diffinitione saria falsa, come che ciascun intelligente puo considerare, & questo medesimo se ha da intendere in tutte le altre seguente diffinitioni delle dette .6. specie de binomi, & similmente nelle particular costruttioni de ciascadun de quelli, & similmente di suoi residui, ouer recisi.

Anchora nella .53. del detto .10. doue dice. Se una superficie sara contenuta da un binomio primo, & da una linea rationale, il lato che puo sopra di quella è necessario esser binomio. Hor dico che quella linea rationale in questo luoco non puo esser denominata salvo che da numero, perche volendola intendere in tal luoco denominata da R. sorda, la propositione di Euclide saria falsa, Et a questo medesimo modo bisogna intendere le altre cinque sequenti propositioni, cioe la .54.55.56.57. & 58. del detto decimo.

Anchora nella .59. del detto 10. Euclide dice, che se a una linea rationale, sia aggionto uno retangolo equale al quadrato d'un binomio, il secondo lato di quello conuien esser binomio primo, hor dico che in questo luoco la detta linea rationale non puo esser intesa denominata da radice sorda, ma solamente da numero rationale, perche chi la volesse intendere denominata da R. sorda tal propositione saria falsa, & questo medesimo se ha da intendere nelle altre cinque sequenti propositioni, cioe la .60.61.62.63.64. & cosi per molte altre propositioni se potria demostrare qualmente una linea denominata da R. sorda non esser intesa per linea rationale, E pero no è da marauigliarse, se alle volte la viene intesa per numero, & alle volte no.

Il fine del terzo Libro della Quinta parte.

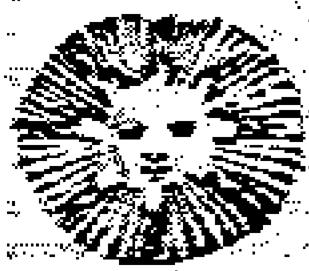
LA SESTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DE NUMERI, ET MISURE,

DE NICOLO TARTAGLIA;

NELLA QUALE SE DELUCIDA QUELLA ANTICA PRATICA SPECULATIVA DE LARTE MAGNA, DETTA IN ARABO ALGEBRA, ET ALMUCABALA, OVER REGOLA DELLA COSA TROVATA DA MAUMETH, FIGLIOLO DE MOISE ARABO,

LA QUALE SE PUO DIRE LA PERFETTA ARTE DEL calculare, perche la supplisse, & serue, per risoluere infiniti casi, ouer questioni, si in Geometria, come in Arithmetica, che alcuna delle altre regole (fin hora date) non potria seruire.

GIONTOVI IN FINE MOLTI QUESITI RISOLTI per Algebra, si in Arithmetica, come in Geometria.



IN VENETIA PER CURTIO TROIANO. M. D. LX.

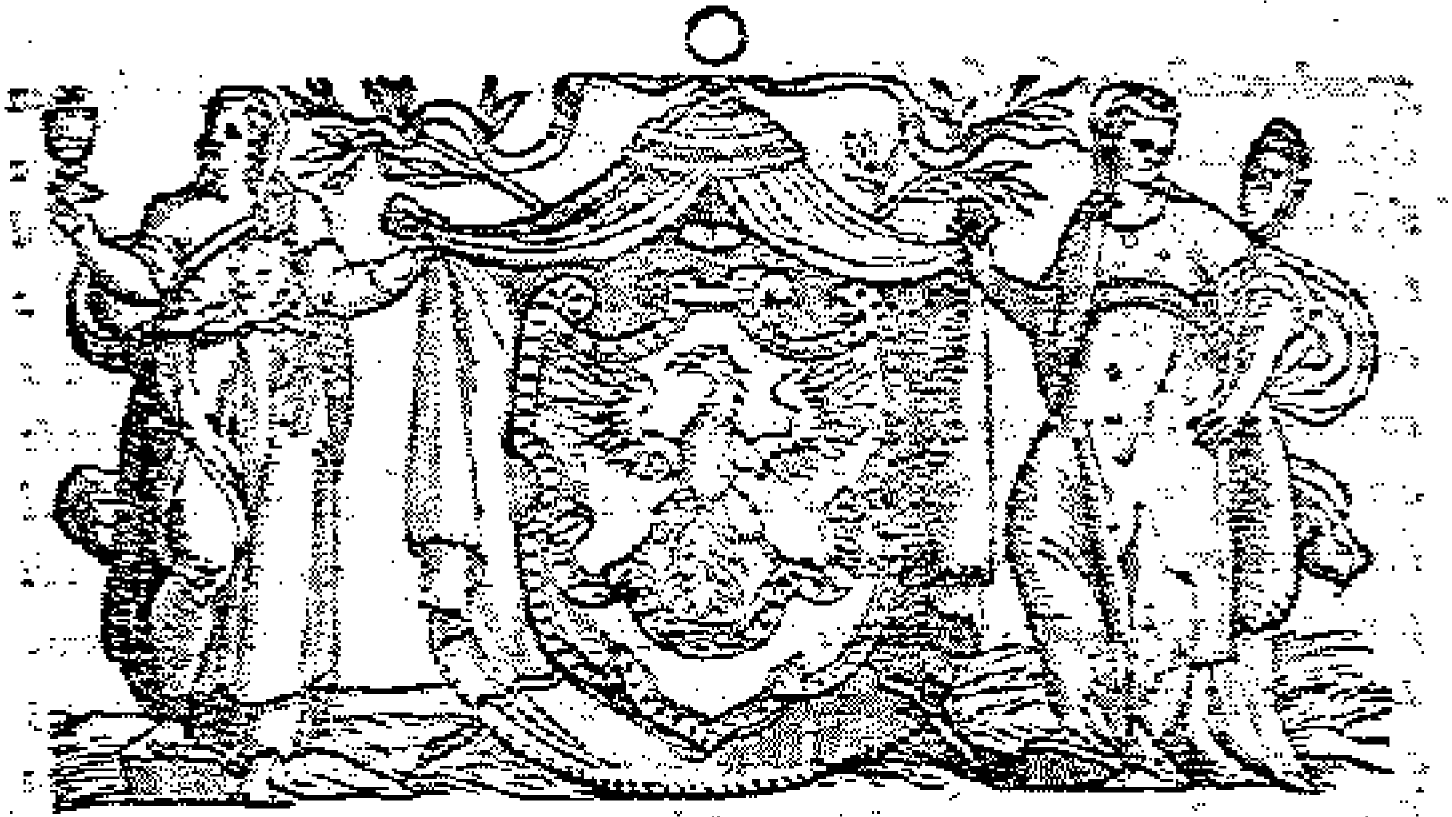
PHILIPPVS Dei gratia Rex Castellae, Aragonum, Legionis, Vtriusque Siciliae, Hierusalem, Angliae, Franciae, Hiberniae, Vngariae, Dalmatiae, Croatiae, Nauarrae, Granatae, Toleti, Valentiae, Galletiae, Maioricarum, Hispalis, Sardiniae, Cordubae, Corsicae, Murtiae, Giennis, Algarbiorum, Algezirae, Gibaltaris, Insularum Canariae, nec non Insularum Indiarum, et terrae firmae maris Oceani, Archidux Austriae, Dux Burgundiae, Brabantiae, et Mediolani, Comes Barcinonae, Flandriae, et Tyrolis, Dominus Vizcaiae, et Molinae, Dux Athenarum, et Neopatriae, Comes Rossilionis, et Ceritaniae, Marchio Oristani, et Gotiani, Illustribus spectabilibus, magnificis, dilectis consiliariis, et fidelibus nostris Proregibus, locum tenenti, et capitaneo generalibus nostris magno camerario, prothonotario, magistris iusticiario, eorumque locumtenentibus, sacro consilio, iudicibus magnae regiae curiae praesidentibus, et rationalibus camerae nostrae summariae, regenti, et iudicibus magnae curiae Vicariae, magistris portulanis, [illegible], procuratori nostri regii patrimonii, aduocatis [illegible], et procuratoribus fiscalibus, caeterisque demum uniuersis officialibus, et subditis nostris maioribus et minoribus in praefatis utriusque Siciliae regnis constitutis et constituendis, ad quem seu quos spectet, gratiam nostram regiam et omne bonum. Ex parte nostri fuit pro parte dilecti nostri Curtij Nauo impressoris Venetijs [illegible] [illegible] supplicatum, ut Libros typis mandasse et [illegible] libros Nicolai Tartaleae de Arithmetica et Geometria inscriptos: il general trattato di numeri et misure, et il quadernario [illegible] che serue a ciascuna città, [illegible] nostra humiliter supplicando, ut a quoquam cum [illegible] eo eodem, et alio potestatem habentibus in praedictis regnis, et dominiis nostris per [illegible] imprimantur, aut uendantur impressi, uetare dignaremur. Nos uero propriam ac peculiarem nostram esse credentes omnium bonarum artium professores, [illegible] qui literis incumbunt, fauere, Valentissimus ergo dictum Curtium [illegible] et nostram [illegible] ut ex sumptibus et laboribus per eum susceptis fructum aliquem ualeat percipere, petitioni praefatae [illegible] quam rationi consonam ex animo, modo infrascripto, duximus annuendum. Tenore igitur praesentium de certa scientia, regiaque auctoritate nostra deliberate et consulto, motuque nostro proprio et ex gratia speciali, matureque sacri supremi penes nos assistentis consilij [illegible] deliberatione, Ne quis in dictis Siciliae citra et ultra farum regnis, nisi ipse Curtius Nauus, aut ab eo potestatem habentes, uel alij, cum quibus super [illegible] conuentio [illegible] fuerint, per [illegible] a die data praesentium in antea computandos, sub poena amissionis omnium librorum, et centum ducatorum, [illegible] in tres partes diuidendorum, quarum una accusatori, altera fisco nostro, alia uero, [illegible] Curiae exequenti adscripta, libros praedictos imprimat, aut alibi impressos uendat [illegible] prohibemus. Vobisque, et uestrum cuilibet ad quem spectet dicimus, praecipimus, et iubemus, ad incursum nostrae indignationis et irae, poenaeque [illegible] nostro fisco applicandorum, ut nostram huiusmodi prohibitionem, et gratiam, et omnia, et singula desuper contenta teneatis firmiter, et obseruetis, tenerique, et inuiolabiliter obseruari ab omnibus faciatis. Quatenus [illegible] in contrarium facientibus non obstantibus quouis modo. In cuius rei testimonium praesentes fieri iussimus nostro magno negotiorum citerioris Siciliae regni sigillo a Tergo munitas. Dat. in oppido nostro Bruxellis die Quartodecimo mensis Augusti Anno a natiuitate domini Millesimo Quingentesimo Quinquagesimo sexto.

Dominus Rex mandauit mihi
Didaco de Vargas.

1559. Die 29. Iulij in Rogatis.

CHE a Curtio Troiano mercante de libri, sia per auttorità di questo conseglio concesso, che per spatio de anni venti prossimi niun'altro che lui, o che hauerà causa da lui, possa Stampar in questa città, ne in alcun altro luogo dello S. N. [illegible] trouar stampata in quello vender la Geometria de Nicolo Tartaglia diuisa in quattro libri cioè, Terza, Quarta, Quinta, et Sesta parte, sotto pena di perder le opere: lequali siano del supplicante, et ducati X. per opera, un terzo delliquali sia del Arsenal, un Terzo del magistrato che farà la esecutione, et un terzo del denontiante, essendo obligato di osseruar tutto quello, che è disposto in materia de Stampe.

Aloise de [illegible]



AL MOLTO ILLVSTRE ET MAGNANIMO SIGNORE, IL SIGNOR GIROLAMO MARTINENGO, GOVERNATOR DI VERONA, ET CONDVTTIERE D'HVOMENI D'ARMI DELL'ILLVSTRISS. DOMINIO VENETO; SIGNOR ET PATRON MIO OSSERVANDISSIMO.

TRA TVTTI *gli animali dalla grandissima natura creati, Illustre Signor mio, che l'Huomo sia il piu perfetto & nobile, oltre l'hauere il ueramente diuino dono dell'intelletto, la marauigliosa figura sua, & la complessione e qualità del corpo, si chiaramente ce lo demostrano, che indubitatamente si puo dire, il senso, non hauere piu manifesta demostratione di questa. Percioche, egli si uede primieramente di figura dritta, & atta a uoltarsi in un tratto in cerchio, & con facilità mirabile guardare per tutto, cosa non concessa a niuno altro animale. Ha appresso le braccia, & giunte a quelle le mani, che per la grandissima eccellenza, & operationi loro, son state detti organi de gli organi, o instromenti delli stromenti; con lequali è tanto piu atto a soggiogare tutti gli altri animali; quanto puo con essi auanzarli con l'operationi. E per non andare dilungandomi molto (percioche, s'io uolessi hora raccogliere tutte le differenze, che tra l'huomo & gli altri animali tutti si trouano, per mostrare piu la* grande eccellenza sua, sarebbe di bisogno non una lettera, ma un libro di grandissimo volume scrivere) ha la lingua atta a formare parole, & manifestare il suo concetto in un subito, laquale giunta cõ le lettere, fa, che l'huomo per molti miglia lontano significa i suoi pẽsieri. Or di quanto l'huomo avanza con l'eccellenza della figura tutti gli animali, di tanto e piu, se li lascia dietro con la complessione; percioche è cosi bẽ complessionato, ch'egli non eccede, ne tende a niuno de gli estremi, si che non si vede ne gli altri animali. Et perche, non dall'intelletto, ma dalla complessione nasce l'ingegno, per questo essendo egli di perfetta complessione, fra tutti gli animali sarà adunque ingeniosissimo. Laonde, se molti Filosofi si maravigliaro dell'ingegno di molti animali; quanto ci doverno maravigliare noi di noi stessi? Tale è l'huomo, che non senza grandissima ragione dal grandissimo Hermete, fu miracolo della natura detto, & dal dottissimo Aristotile minor mondo. Et perche avanzando noi gli altri animali in tante & cosi infinite parti, non da noi ma dalla natura si conosce, ne potendosi cosa conoscere da noi fare, che il superare noi stessi, il qual superare non può d'altra parte nascere, che dall'animo, ilquale si fa perfetto mediante le scientie; lequali quanto piu certezze di sottili inventioni sono, tanto piu fan l'animo perfetto, per questo adunque essendo proprio dell'huomo amare la gloria, & essendo le scientie la scala di quella, doveremmo noi applicare ò in tutto, ò in parte, l'animo nostro a quelle. Ne si trovando scienza alcuna (remouendo però la Theologia) che di piu diletto, sottili inventioni, & certe demostrationi sia della Matematica; scienza veramente cosi necessaria alla humana generatione, come cosa, che al mondo sia; Et havendo gia la felice memoria di M. Nicolo Tartaglia Matematico eccellente, & della patria di Vost. Sig. Illustre (conoscenta però prima la necessità, che d'essi questa nostra età n'haveva) scritto in molti volumi la maggior parte di quelle cose, che possono condurre l'huomo al colmo di queste scienze, & essendo per compire l'ultima parte, nellaquale amplissimamente si trattava dell'Algebra, parte speculativissima & d'infinita inventione della Matematica, fu con infinito danno di tutti quei, che delle buone lettere si dilettano dalla morte rapito; ma di tanto ella ci fu piatosa, & la fortuna favorevole, che non cel tolse prima, ch'egli havesse in diversi fragmenti, & in molti memoriali scritta, tutta intorno tal parte l'intentione sua, tanto, che non li restava a far altro se non quello che egli haveva in molte carte scritta, & con ragionamento interrotto, di raccogliere in un volume, & con continuato discorso, fatica ch'ogni mediocre intendente delle Matematiche, poteva condurla a fine. La onde havendo io già stampate tutti l'altri suoi volumi, & conoscendo l'utile, che questa parte può apportare al mondo, mi pareva essermi trasmutato nella crudeltà, se non facevo ancora stampare tal parte; onde fattola da un dotto Matematico mettere in continuato discorso, l'ho fatta finalmente stampare: & perche, prima, ch'io facessi stampare l'altre parti, hebbi sempre in animo di dedicarne una a Vost. Sig. Illustre, & havendo sempre l'intento a dedicarle una delle più belle, & essendo però questa non solamente a giudicio mio, ma di tutti i dotti di tal arte, quasi la più dilettevole, colma d'ornamenti & bella; per questo adunque, io con quel più caldo affetto, che si puote, la dedico & dono a Vost. Sig. Illustre. Ne si maravigliera Vost. Sig. Illustre della mia elettione, percioche, a far ciò son stato da molte cagioni mosso; Conciosia, che essendo ella un di primi huomini, che in questi nostri tempi si trovino, della militia, & dilettandosi sommamente delle cose delle fortificationi, & delle ordinanze, lequali cose non si possono perfettamente intendere, senza l'aiuto delle Matematiche, ho havuto per fermo intento, ch'ella dovesse sommamente dilettarsi di quelle; & così essendo, a chi poteva io meglio dedicare tal libro, che ad huomo, che quello intende, & della scienza, che quel tratta sommamente si diletta? non ho io fatto bene a dare le cose a chi le conosce? & qual meglio elettione si poteva fare di questa? Oltre a questo essendo Vostra Signoria Illustre un de' primi, che da riputatione, & illustra la patria sua, & participando io, come di quella patria di tal riputatione, non m'havrei portato da ingratissimo a non conoscere, non dico in tutto, ma almeno in una particella questo dono da Vostra Signoria Illustre? Lascio hora di dire, che essendo egli un di primi tra l'Illustrissima sua famiglia merita veramente d'essere riverito da tutti, & da tutti come veramente singolare nell'età nostra ammirato. E stata adunque, per non tenere più a lungo Vostra Signo. Illustre la mia elettione buona, & da buone parti l'intento mio fu mosso, a dedicarli questo libro, massime, che son certo ancora, ch'ella col nome suo, toglierà l'occasione a' maligni di biasimare, o l'Autore del libro, ò me, come quello, che l'ho fatto mettere insieme; percioche niuno sarà si temerario, o prosontuoso, ch'ardisca vedendomi nel fronte l'honorato nome di V. ost. Sig. Illustre di accennare, non che d'aprir la bocca di dir male di tal opera. Or solamente mi resta di pregare chinatamente V. ost. Sig. Illustre, che si vogli degnare d'accettare questo picciolo dono, rispetto alla infinita grandezza de' meriti suoi, ch'un suo humil servitore, con tutto il cuore le dedica & dona, & di accettarme nel numero de' suoi servitori, & d'havere me nella sua benigna gratia, alla quale di continuo mi raccomando.

D. V. S. Illustre

Devotissimo Servitore,

Curtio Troiano.

TAVOLA DELLA SESTA PARTE cioè della regola di Algebra, oue si contengono tutti i Capitoli, Documēti, & Quesiti.

DOCVMENTI utilissimi & necessarii.

TAVOLA DE I QVESITI risolti per Algebra.

IL FINE.

IL PRIMO LIBRO DELLA SESTA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DE NVMERI ET MISVRE, NEL QVALE SI NARRA DELLA regola di Algebra, & delle sue parti, & la dechiaratione di quelle.

Della qualita & proprieta de la regola di Algebra. Cap. I.

1 La regola di Algebra è di tal qualita, che meritevolmente la puo esser comparata all'arte integra del calcolare (come di sotto prouaremo) anci parangonata alla medesima Arte grandemente eccedere essa arte & tutte le altre regole sin hora date, perche con questa tal regola non solamẽte si puo risoluere tutti quei casi, ouer questioni, che per qual si voglia altra regola se risolueno, ma infiniti altri, che per alcuna delle dette altre regole sin hora date non si potriano resoluere, come che in el nostro processo si fara manifesto, è pero tal regola si puo chiamare (per molte ragioni) regola delle regole & madre ouer regina di ciascaduna di quelle.

Della numeratione, ouer denominatione, ouer representatione delle diuerse specie de quantita, considerati in Algebra, quale chiamamo dignita.

2 Le quantita che se considerano in algebra sono queste il numero, la radice (detta cosa) il quadrato (da arabi chiamato censo) il cubo il quadrato de quadrato (detto censo de censo) il primo relato, il censo de cubo, ouer cubo de censo, secondo relato, & cosi discorrendo, come che sopra la 3. del primo capo del 2. libro della seconda parte, a carte 24. & anchora sopra la 12. a carte 73. fu abondantemente detto, vero è che per abreuiar il dire, li detti lor nomi si representano con le breuiature, ouer segni in margine posti.

n.	significa numero
co.	significa cosa
ce.	significa censo
cu.	significa cubo
ce.ce.	significa censo de censo
rel.	significa primo relato
ce.cu.	significa censo cubo
2.rel.	significa 2. relato
ce.ce.ce.	sig. censo de censo de censo
cu.cu.	significa cubo de cubo
ce.rel.	sig. censo primo relato
3.rel.	significa terzo relato
cu.ce.ce.	sig. cubo censo de censo

Et cosi vanno procedendo in infinito, ma perche raro si peruien in cosi alte dignita nõ procederemo piu oltra basta hauer inteso che li consequenti si cõpongano delli antecedenti, come che a carte 73. della 2ª parte fu abondantemẽte notato per fin a 30 termini, ouer dignita.

Da notare.

Bisogna notare qualmente tutte queste dignita si cauano dalla 8. del 9. libro di Euclide, e pero tali dignita vengono a esser continue proportionali, & la prima, cioe il numero in luoco della unita, perche si come che la unita considerata se, non è numero, cosi considerato il numero secondo se sta le dette dignita non e dignita.

Da notare.

Anchora bisogna notare che si come che in piu numeri dalla unita conti nui proportionali, sempre il terzo sara numero quadrato, & il quarto sara cubo, & il quinto sara censo de censo, & il sesto sara primo relato, & il settimo sara cubo censo, ouer censo cubo, & cosi discorrendo, come che in margine si vede, & come sopra la 12. del 2. libro della 2. parte a carte 73. fu anchor descritto per fin a 30. termini continui proportionali dalla unita nella proportion doppia, hor dico, che quel numero che immediate seguita doppo la unita sempre sara la ℞ quadra del detto terzo, & similmente sara la ℞ cu. del quarto, & similmente la ℞ ce.ce. del quinto, & similmente sara la ℞ rel. del sesto, & cosi discorrendo de tutti li altri che vanno seguitando secondo la specie, come che anchora fu detto sopra della 12. a carte 73. come di sopra è stato detto. E per tanto seguita che anchora la cosa sia la ℞ del censo, & similmente la ℞ cu. del cubo, & similmente la ℞ ce.ce. del censo de censo, & similmente la ℞ rel. del primo relato & cosi discorrendo de ciascaduna delle altre seguente dignita secondo la specie sua.

1.	n.
2.	℞. ouer co.
4.	ce.
8.	cu.
16.	ce.ce.
32.	rel.
64.	ce.cu.
128.	2.rel.
256.	ce.ce.ce.
512.	cu.cu.
1024.	ce.rel.
2048.	3.rel.
4096.	cu.ce.ce.
8192.	4.rel.
16384.	ce.2.rel.

Et cosi discorrendo in infinito, co-mesi detto, & in parte fatto nella seconda parte i fine delle estration de ℞ a carte 72

Che cosa siano, over se intendano le dette dignità in algebra.

3 IL numero in algebra se intende e piglia per numero simplicemente cioè senza grado over dignità alcuna, alle similitudine, che è vn loco fra li gradi ecclesiastici, & questo numero alcune volte se representa con questo segno, over carattero ℞ & alle volte senza tal carattero, cio è volendo representare pottiamo il numero settenario se representaria alle volte in questo modo. 7 ℞ & alle volte simplicemente in questa forma. 7. & cosi si debbe intendere de tutti li altri, si sani, come rotti.

1. co. — 4 LA cosa in algebra se intende & piglia per il lato den quadrato, cio è per la ℞ di qual tal quadrato, la qual ℞. over. cosa è vna quantità, over numero rationale, over irrationale secondo che occorre per sorte.

1. ce. — 5 IL censo. se intende, & piglia per vn quadrato. cioè per il quadrato della cosa. & questo tal censo, è vn numero, over quantità rationale, over irrationale.

1. cu. — 6 IL cubo. se intēde, & piglia pur per un cubo, cioè per il cubo della cosa, il qual cubo è pur vna quātità, over numero rationale, over irrationale secōdo che ꝓ sorte accade.

1. ce.ce. — 7 IL censo de censo. se intende, & piglia per vn quadrato de quadrato, & abenche la quantità continua naturalmente non proceda oltra il corpo, cioè la linea, superficie, & corpo, nondimeno nella regola di algebra procede in infinito, hauendo piu rispetto alla multiplicatione della cosa. nelli suoi produtti, che alle reale. 3. specie della quantità continua detta di sopra, e pero il detto quadrato de quadrato, se intende rispetto al quadrato del quadrato della cosa, e però la detta cosa vien a esser la ℞ ce.ce. del suo censo de censo, & tal censo de censo è pur vna quantità rationale, over irrationale, hor per abbreuiar il dire, il medesimo si ha da intēdere del primo relato, & del cēso de cubo, & di tutte le altre dignità, che di sopra hauemo nominato.

1. rel.

1. ce.cu.

1. 2do rel.

Del summar le dette dignità.

8 IL summar le sopradette dignità, quando che sono di vna medesima specie nō è differente dal summar de numeri, cioè si come che a summar questi 3. numeri 7. e 5. e 9. fanno 21. cosi a summar 7. co. e 5. co. e 9. co. fanno 21. co. il medesimo si debbe intendere a summar piu numeri de censi, over de cubi, over de censi de censi, over de primi relati, & cosi discorrēdo in tutte le altre dignità.

MA quando che le dignità che si hanno da summare fussino de specie diuerse, bisogna summarle con il termine del piu, secondo l'ordine delle quantità non communicanti, cioè in forma de binomio, over trinomio, over moltinomio, cioè volendo sommare 5. co. con 9. ℞ diremo che fa 5 co. piu 9. & cosi volendo sommare 3. co. con 4. ce. & con 12. ℞ diremo che farà 3. co. p. 4. ce. p. 12. over 4. ce. p. 3. co. p. 12. per che non importa a metter prima qual si voglia di dette dignità, & queste specie di summe si ponno chiamar binomi, over trinomi, over moltinomi de dignità algebratice.

Del sottrar un numero di una dignita del numero di un altra

a sottrar de	9.	co.
queste	5.	co.
resta	4.	co.
proua	9.	co.

9 IL sottrare vn numero di vna delle sopradette dignità del numero de vnaltra della medesima specie, non è differente dal comun sottrar di numeri, cioè si come che sottrando 5. de 9. diremo che resta 4. similmente a sottrar 5. co. da 9. co. diremo che resta 4. co. & cosi a sottrar 7. ce. da 12. ce. diremo che resta 5. ce. & cosi discorrendo in tutte le altre dignità de vna medesima specie.

Ma quando che le dette dignità fussino de due diuerse specie, In tal caso le si debbono sottrar con il termine del men, si come se costuma nel sottrare delle ℞ non communicanti, & cosi se formarà vn residuo de dignità. Essempi gratia volendo sottrar 7. ℞ de 5. co. diremo, che restarà 5. co. men 7. & cosi volendo sottrar 12. co. de 9. ce. diremo, che restarà 9. ce. men 12. co. & cosi discorrendo in tutte le altre, & questi resti si chiamaranno residui de dignità.

Tauola dell'representationi delle multiplicationi di dignità

℞	fia	℞	fa	℞
℞	fia	co.	fa	co.
℞	fia	ce.	fa	ce.
℞	fia	cu.	fa	cu.
℞	fia ce.ce.		fa ce.ce.	

& cosi discorrendo.

Del multiplicare delle predette dignità l'una fia l'altra.

10 PEr ben intendere il multiplicare delle predette dignità fra loro bisogna prima imparare a mente quello che representa il produtto della multiplicatione di dette dignità, & massime di quelle che piu frequentemente si multiplicano che sono le prime 4. cioè il ℞. le co. li ce. li cu. delle quale per abbreuiar serò

rete poneremo in margine le dette loro representationi. & se ben le considerai tu trovarai che il n° multiplicato, fia qual si voglia dignità fa quella medesima dignità, si come che fa anchora la unità, quale multiplicata fia qual si voglia numero, non altera quel numero della sua quantità.

Essempi alla anteposta tavola.

a multipl.	7 n°	a multipl.	9 co	a multipl.	3 co.	a multipl.	9 ce.
fia	6 n°	fia	8 n°	fia	5 co.	fia	8 co.
fa	42 n°	fa	72 co.	fa	15 ce.	fa	72 cu.
a multipl.	6 co.	a multipl.	3 ce.	a multipl.	12 cu.	a multipl.	3 cu.
fia	8 cu.	fia	7 cu.	fia	7 cece	fia	6 cu.
fa	48 cece.	fa	21 pri.rel.	fa	84 2°rel.	fa	18 cucu.

Et cosi discorrendo.

co. fia co. fa ce.
co. fia ce. fa cu.
co. fia cu. fa ce.ce.
co. fia ce.ce. fa p°rel.

ce. fia ce. fa ce.ce.
ce. fia cu. fa rel.
ce. fia cece. fa ce.cu.
ce. fia rel. fa 2°rel.

cu. fia cu. fa ce.cu.
cu. fia cece. fa 2°rel.
cu. fia 1°rel. fa cecece
cu. fia cecu. fa cu.cu.

Li sotto scritti sono naturali segni per numero delle dette nostre dignità algebratice.

11 MA per darte ad intendere una regola, con la quale facilmente te conservarai in memoria le sopradette representationi, delli productitti delle sopra scritte dignità multiplicate l'una fia l'altra, bisogna saper il numero ordinario di ciascuna di dette dignità, & se ben te aricordi, di sopra ti ho detto qualmente il numero, considerato secondo se, non è dignità, ma solamente capo & principio di dette dignità, si come che anchora la unità, considerata secondo se, non è numero, ma solamente principio del numero, adonque non essendo di nulla dignità il numero, gli daremo per suo segno. 0. come che in margine si vede, & per che la cosa, è la prima dignità, gli daremo per suo segno. 1. Et perche il censo, è la seconda dignità, gli daremo per suo segno. 2. Et cosi perche il cubo, è la terza dignità, gli daremo per suo segno. 3. & cosi anchora per il ce.ce, è la quarta dignità, gli daremo per suo segno. 4. & cosi seguita che piu oltra mi estenda andaremo procedendo di mano in mano nelle altre, come che in margine si vede annotato per fin alla 29 dignità, li quali segni de numeri, sono situati nella continua progressione naturale arithmetica, & le dignità sono situate nella continua proportionalità geometrica, Et se ben te aricordi nel libro della 1ª parte a carte 331 nella seconda faccia, fu dichiarito nel primo Corellario della 8ª, che al multiplicare delle geometrice proportionalità, corrisponde il sommare nelle arithmetice, & per tanto al multiplicare una dignità fia un'altra (che sono nella proportionalità geometrica) corrisponde il sommar di lor segni (che sono nella progressione, over proportionalità arithmetica) Essempi gratia volendo saper che cosa produca, over faza a multiplicar, censi fia pri.rel. summa il segno del primo relato (qual è 5.) con il segno del censo (qual è 2.) & farà 7. & perche 7. è il segno del 2° relato, diremo che a multiplicar censi fia pri.relati farà secondi relati. Et cosi volendo saper che cosa faccia, over produca, a multiplicare cubi fia censi de censi. summa il segno di cubi (che è 3.) con il segno di cece. (qual è 4.) farà per 7. & per che 7. è per 2° relati, diremo che a multipl. cece. fia cu. farà 2° rel. & accio meglio apprendi quello che voglio dire, qua di sotto te ne ponerò molti essempi i figura.

Segni di numeri

n°	0
co	1
ce	2
cu	3
cece	4
pri. rel.	5
cecu	6
2°rel.	7
cecece	8
cucu	9
ce. pri. rel.	10
3°rel.	11
cecece	12
4°rel.	13
ce. 2°rel.	14
cu. pri. rel.	15
cecece.ce	16
5°rel.	17
cecucu	18
6°rel.	19
cece. pri.rel.	20
cu. 2°rel.	21
ce. 3°rel.	22
7°rel.	23
cecececu	24
8°rel.	25
ce. 4°rel.	26
cucucu	27
cece. 2°rel.	28
9°rel.	29

Et cosi discorrendo in infinito.

a multipl.	5 n°/0		a multipl.	4 n°/0		a multipl.	3 co. 1		a multipl.	5 ce. 2	
fia	6 n°/0		fia	3 co./1		fia	4 co. 1		fia	7 ce. 2	
fara	30 n°/0		fara	12 co./1		fara	12 ce. 2		fara	35 cece. 4	
a multipl.	5 cu. 3		a multipl.	9 ce. 2		a multipl. & pri.rel. 5			a multipl.	3 cu. 3	
fia	8 rel. 5		fia	6 rel. 5		fia	7 cu.ce. 6		fia	8 ce.cu. 6	
fara	40 cecece. 8		fara	54 2°rel. 7		fara	56 3°rel. 11		fara	24 cucu. 9	

Et cosi procederai in tutte le altre dignità si alte, come basse, vero è, che bisogna haver in memoria i segni di dette dignità, & anchora le specie della dignità corrispondente a ciascun numero, cioè se la summa del segno delli cubi (qual è 3.) con il segno della ce. cu. (qual è 6.) fa 9. non havendo in memoria che'l detto 9. è il segno di cubi de cubi, non sapressimo che a multiplicar cubi fia censi cubi, facesse cubi de cubi, e però bisogna in ciò advertire.

Del partire delle dignità maggiori per le minori.

12 Il partire, come si sa, è vn'atto contrario al multiplicare, e però vno di detti atti vien a esser proua de l'altro, come che sopra il partir de numeri, il medesimo accade nel partire delle dignità, dico si nelle dignità, come che nel numero di quelle, vero è, che per le simplice dignità bisogna hauer a mente li auenimenti di quelle basse, che piu si maneggia, come saria a dire che a partir numero per numero, ne vien numero, & cosi a partir cose per numero, ne vien cose, & similmente a partir censi per numero, ne vien censi, & cosi a partir qual si voglia dignità per numero, l'auenimento sempre sarà di quella medesima specie delle dignità partite, & la proua di questo è che a multiplicare il partitore (qual è numero) fia le dignità dell'auenimento ritornerà la medesima specie de dignità partite, & anchora il numero di quelle, Essempi gratia a partire 20 cose p 4 ñ, ne vien 5 cose, per che a multiplicar quel partitor di 4 ñ fia quelle 5 co. dell'auenimento fa 20 co. cioè non solamente ritorna quel numero del 20 partito, ma ritorna anchora la medesima dignità de cose, e però tal partire è buono, si in rispetto delle dignità, come nel numero di quelle. Et per che longo sarei a volerti in ciascuna dignità partita per vnaltra, dar particolar essempio, te ho descritto la sotto scritta tauola, dalla quale se hauerai ingegno, potrai facilmente intendere il tutto.

A partir numero per numero,	ne vien	numero
A partir cose, per numero	ne vien	cose
A partir censi, per numero	ne vien	censi
A partir cubi per numero	ne vien	cubi
A partir ce.ce. per numero	ne vien	ce.ce.
A partir pri.rel. per numero	ne vien	pri.rel.
A partir ce.cu. per numero	ne vien	ce.cu.

& cosi discorrendo nelle altre dignità.

A partir cose, per cose	ne vien	numero
A partir censi per cose	ne vien	cose
A partir cubi per cose	ne vien	censi
A partir ce.ce. per cose	ne vien	cubi
A partir pri. rel. per cose	ne vien	ce.ce.
A partir cu. ce. per cose	ne vien	pri.rel.
A partir 2 rel. per cose	ne vien	cu.ce.

& cosi discorrendo nelle altre dignità.

A partir censi per censi	ne vien	numeri
A partir cubi per censi	ne vien	cose
A partir ce.ce. per ce.	ne vien	censi
A partir pri. rel. per ce.	ne vien	cubi
A partir cu.ce. per ce.	ne vien	ce.ce.
A partir 2 rel. per ce.	ne vien	pri.rel.

& cosi discorrendo nelle altre dignità.

A partir cu. per cu.	ne vien	numero
A partir ce.ce. per cu.	ne vien	cose
A partir pri. rel. per cu.	ne vien	ce.
A partir ce.cu. per cu.	ne vien	cu.
A partir 2 rel. per cu.	ne vien	ce.ce.

& cosi discorrendo nelle altre dignità.

A partir ce.ce. per ce.ce.	ne vien	numero
A partir pri.rel. per ce.ce.	ne vien	cose
A partir ce.cu. per ce.ce.	ne vien	censi
A partir 2 rel. per ce.ce.	ne vien	cubi

& cosi discorrendo nelle altre dignità.

A partir

A partir. pri. rel. ꝑ pri. rel. ne vien — numero
A partir. ce.cu. ꝑ pri. rel. ne vien — cose
A partir. 2 rel. per pri. rel. ne vien — censi
Et cosi discorrendo nelle altre dignità.

A partire. ce.ce. ꝑ ce.ce. ne vien — numero
A partir. 2 rel. per ce.ce. ne vien — cose

A partire. 2 rel. per 2 rel. ne vien — numero

Et se delle sopraseritte partitioni ne vorai far la prova praticale, vedi se a multiplicar le dignità del partitore fia le dignità del advenimento, & se di tal multiplicatione te ritornerà le dignità partite, rispetto alle dignità, sarai sicuro la tua operatione, & conclusione esser bona, ma se per sorte te ritorna alle altre sorte de dignità, di quelle haverai partite, sarà segno tu haver errato nel determinare le dignità del advenimento, Essempi gratia se a partire (poniamo) cubi per censi, tu dicesti che ne vien numero, tu sai che a multiplicar il partitor (che è cubo) fia lo advenimento (che è numero) fa pur cubi, & per che le dignità partite sono censi, tu vedi che non te ritorna le dignità partite, e però tu vedi che hai errato a dire che a partir cubi per censi ne venga numero, anci ne vien cose, per che a multiplicar l'advenimento, che cose fia il partitor che è censi, me ritorna le dignità partite, che sono cubi, ma accio meglio me intendi, te pongo diversi partimenti qua in margine con li suoi advenimenti.

a partir 18 ñ ꝑ 3 ñ
ne vien 6 ñ

a partir 15 co. ꝑ 5 ñ
ne vien 3 co.

a partir 12 co. ꝑ 3 co.
ne vien 4 ñ

a partir 24 ce. ꝑ 6 ñ
ne vien 4 ce.

a partir 28 ce. ꝑ 4 co.
ne vien 7 co.

a partir 30 ce. ꝑ 5 ce.
ne vien 6 ñ

a partir 72 cu. ꝑ 2 ñ
ne vien 36 cu.

a partir 36 cu. ꝑ 12 co.
ne vien 3 ce.

a partir 40 cu. ꝑ 5 ce.
ne vien 8 co.

a partir 42 cu. ꝑ 7 cu.
ne vien 6 ñ

a partir 28 ce.ce. ꝑ 4 ñ
ne vien 7 ce.ce.

a partir 30 ce.ce. ꝑ 5 ce.
ne vien 6 ce.

a partir 18 ce.ce. ꝑ 6 cu.
ne vien 3 co.

a partir 20 ce.ce. ꝑ 4 cu.
ne vien 5 co.

a partir 12 ce.ce. ꝑ 6 ce.ce.
ne vien 2 ñ

a partir 24 pri.rel. ꝑ 3 ñ
ne vien 8 pri.rel.

a partir 32 pri.rel. ꝑ 8 co.
ne vien 4 ce.ce.

a partir 8 pri.rel. ꝑ 2 ce.
ne vien 4 cu.

Et cosi discorrendo.

Del partire delle dignità menori per le maggiori.

13 VA perche le dignità menori non si possono realmente partire per le dignità maggiori, si come che anchora li numeri menori non si possono realmente partire per numeri maggiori, ma bisogna notare li loro advenimenti in forma di rotto, il medesimo anchora bisogna far nelle partitioni delle dette dignità menore, partendole per le maggiori, essempi gratia volendo partire poniamo 12 ñ per 3 co. anchorche partendo 12 per 3 ne venghi 4. a tal 4 non potemmo darli nome de dignità, che gli sia conveniente, perche, se voremo dir che tal 4 sia numero, multiplicando tal numero 4 de advenimento, fia quel 3 co. partitore farà 12 co. & bisognaria che facesse 12 ñ, e però tal partimento si puo essequire secondo il partire delle dignità maggiori per le menore, ma bisogna tal advenimento proferir per rotto, ponendo le dignità, che si han da partire sopra di una linietta, over virgoletta, & il partitor di sotto, cioè volendo partire il detto 12 ñ per 3 co. diremo che ne venira 12 ñ cisimo di 3 co. & ripresenteralsi in questa forma $\frac{12\ ñ}{3\ co.}$ & cosi volendo partire 18 co. per 6 ce. tal advenimento ripresenteremo in questo modo $\frac{18\ co.}{6\ ce.}$ cioè 18 co.co. cisimi de 6 ce. Similmente volendo partire 10 ce. per 5 cu. diremo che ne venirà 10 ce. cisimi di 5 cu. & si ripresenteria in questa forma $\frac{10\ ce.}{5\ cu.}$ & accio meglio me intendi, qua di sotto ne poneremo alquanti in figura.

a partir 15 ñ ꝑ 5 co. ne vien $\frac{15}{5\ co.}$	a partire 7 ñ ꝑ 2 ce. ne vien $\frac{7\ ñ}{2\ ce.}$	a partir 8 co. ꝑ 2 ce. ne vien $\frac{8\ co.}{2\ ce.}$
a partire 10 ce. ꝑ 4 cu. ne vien $\frac{10\ ce.}{4\ cu.}$	a partire 6 cu. ꝑ 2 rel. ne vien $\frac{6\ cu.}{2\ rel.}$	a partire 3 rel. ꝑ 2 ce. cu. ne vien $\frac{3\ rel.}{2\ ce.cu.}$

Et cosi discorrendo in tutte le altre simil sorte de partir le dignità menore per le maggiore.

14 Anchora per satisfarti in tutto te voglio dar vna regola per la quale da te medesimo potrai saper la specie delle dignità, che ti douerian venire nell'auenimenti in ogni partitione di queste dignità, laqual regola è il conuerso di quella, che ti dei nella 11ª sopra del multiplicare di queste dignità, cioè alla dignità che si ha da partire, bisogna figurarla del suo numero ordinario detto sopra la detta 11ª di questo, & similmente signar anchora il partitore. E per che se ben te aricordi nel ottauo libro della 2ª parte a carte 152 nel Corellario della 10ª fu fatto manifesto che il sottrare nelle Arithmetice corrisponde al partire nelle Geometrice proportionalità. E però sottrando il segno del partitore (essendo menore) & il restante sarà il segno del auenimento di tal partire, Essempi gratia volendo partire primi relati per censi, per trouar la dignità del auenimento, caua il segno di censi (che è 2.) dal segno di primi relati (che è 5.) restarà 3. & per che il 3. è il segno di cubi, diremo che a partire primi relati per censi ne vien cubi. Similmente volendo partire 2ⁱ relati per primi relati cauaremo il segno di primi relati (che è 5.) dal segno di secondi relati (che è 7.) restarà 2. & perche 2 è il segno di censi, diremo che a partire secondi relati per pri. rel. ne vien censi, similmente volendo partire ce. cu. per ce. cu. cauaremo dal segno di ce. cu. (da partire) che è 6. il segno di censi cubi (partitore) che è pur 6. restarà 0. & per che il 0. è il segno del numero, diremo che a partire ce.cu. per ce.cu. ne vien numero, Similmente volendo partire cu. per numero sottraremo il segno del n. che è 0. dal segno di cubi, che è 3. restarà pur 3. & perche il detto 3. è pur il segno di cubi, diremo che a partire cu. per n. ne vien cu. & così procederai nelle altre simili partitioni, le quale acciò meglio le intendi te ne ho registrate alcune figuratamente in margine.

Ma quando che per sorte tu non potesti cauare il segno del numero ordinario delle dignità del partitore, dal segno del numero ordinario delle dignità che hauerai da partire saria segno euidente, che le dignità del partitore sariano maggiore delle dignità, che hauerai da partire, e però tal partimento (come di sopra è stato detto) non si potria far realmente secondo le precedenti, ma in tal caso bisogna risponder in forma di rotto, come che di sopra vn'altra volta è stato detto. Essempi gratia volendo partire ponemo cose per censi per che il segno di censi qual è 2. non si può cauar dal segno delle cose, qual è 1 in tal caso bisogna mettere le cose che si ha da partire sopra di vna vergoletta, & li censi di sotto, & tanto sarà lo auenimento, & acciò meglio me intendi, te ho posti varii essempi in margine.

Del modo di saper cauar, ouer representare

la R a ogni numero de dignità secondo la specie.

15 Bisogna sapere quando che il numero di censi sarà quadrato tai censi hauerano radice discreta, laqual radice sarà cose. Essempi gratia la R de 4. ce. è 2. co. per che 2 co. multiplicate in se medesime fanno 4 cen. & così la R de 9. ce. è 3. co. & la R de 36 cen. è 6 co. & così discorrendo.

Ma quando che il numero di censi non sarà quadrato, tai censi non hauerano R discreta, ma sorda. Essempi gratia la R de 3. ce. non si può cauare, ma se representarà in questa forma R 3 ce. & così la R de 5 ce. è R 5 ce. & così discorrendo nelli altri de numero non quadrato, il medesimo si debbe intendere nelle altre dignità secondo la specie, cioè se il numero di cubi sarà cubo, tai cubi hauerano R cuba discreta, & tal R cu. sarà cose. Essempi gratia la R cu. de 8 cu. sarà 2 co. & de 27 cubi sarà 3 co. & così discorrendo.

Ma quando che'l numero di cubi non sarà numero cubo, tai cubi non hauerano R cu. discreta ma sorda, Essempi gratia la R cu. de 10 cubi non si può cauare, ma se representarà in questa forma R cu. 10. cubi. & così la R cu. de 20 cu. è R cu. 20. cubi. & così discorrendo.

la R de 4. ce. è 2. co.
la R de 9. ce. è 3. co.
la R de 36 ce. è 6. co.

la R de 3 ce. è R 3 ce.
la R de 5 ce. è R 5 ce.

la R cu. de 8 cu. è 2 co.
la R cu. de 27 cu. è 3. co.

la R cu. de 10 cu. è R cu. 10. cu.
la R cu. de 20 cu. è R cu. 20. cu.

la R ce.ce. de 16 ce.ce. è 2 co.
la R ce.ce. de 25 ce.ce. è R 5 ce.
la R ce.ce. de 14 ce.ce. è R ce.ce. 14 ce.ce.

a partire 75 ce. cu. 6
per 4 ce. 2
ne vien $18\frac{3}{4}$ ce.ce. 4

a partire 24 ce.ce. 6
per 8 co. 1
ne vien 3 pri. rel. 5

a partire 36 pri. rel. 5
per 9 ce. 2
ne vien 4 cu. 3

a partire 28 ce. cu. 6
per 7 ce. cu. 6
ne vien 4 n. 0

a partire 30 pri. rel. 5
per 5 n. 0
ne vien 6 pri. rel. 5

a partire 20 n. 0
per 4 n. 0
ne vien 5 n. 0

a partire 12 n. 0
per 4 co. 1
ne vien $\frac{12 \text{ n. } 0}{4 \text{ co. } 1}$

a partire 25 co. 1
per 6 ce. 2
ne vien $\frac{25 \text{ co.}}{6 \text{ ce.}}$

a partire 18 cu. 3
per 2 ce.ce. 4
ne vien $\frac{18 \text{ cu.}}{2 \text{ ce.ce.}}$

a partire 17 co. 1
per 6 cu. 3
ne vien $\frac{17 \text{ co.}}{6 \text{ cu.}}$

& così discorrendo

Il medesimo seguita nelle altre dignità eccettuando le cose, & per che longo sarei a volerti dechiarire tal atto di una in una te ponerò solamente lo essempio di alcune in margine. Avertendoti solamente, che del numero delle cose, o sia numero quadrato over non quadrato, mai se ne puo cavar ℞ discreta, per non trovarsi alcuna dignità che ducta in se faccia cose, E però la ℞ di 4 co. se representa in questo modo ℞ 4 co. Et cosi la ℞ 9 co. è ℞ 9 co. & tanto più di numeri non quadrati, cioè ℞ 5 co. è ℞ 5 co. Ma la ℞ de 4 ce. è 2 co. & cosi la ℞ di 16 ce. è 4 co. & la ℞ di 36 ce. è 6 co.

la ℞ rel. de 32 rel. è 2 co.
la ℞ rel. de 243 rel. è 3 co.

la ℞ rel. de 12 rel. è ℞ rel. 12 rel.

la ℞ cu. cu. de 64 cu. cu. è 2 co.
la ℞ cu. cu. de 16 cu. cu. è ℞ cu. 16 cu.
la ℞ cu. cu. de 27 cu. cu. è ℞ 3 co.
la ℞ cu. cu. de 12 cu. cu. è ℞ cu. cu. de 12 cu. cu.

Et cosi discorrendo in tutte le altre dignità
la ℞ de 4 co. è ℞ 4 co.
la ℞ de 9 co. è ℞ 9 co.

Del summar, sottrar, multiplicar, & partir de binomi & residui, over recisi di dignità Algebratice. Cap. II.

PEr ben intendere le 5 parti del Agorithmo delli Binomi & Residui delle dignità Algebratice, Egli è necessario haver ben a memoria le medesime 5 parti delli duoi termini detti, più & meno, delle quali abondantemente ne trattai nel quarto libro della seconda parte, e però se ti si havesse scordate a quel luoco ricorri.

Del summar de binomi, & residui de dignità Algebratice.

1 HOr non te voglio star a narrare particolarmente in parole il summar de binomi & residui de dignità, perche ve andaria da scrivere assai, ma te ponerò solamente varii, & diversi summari in figura, li quali havendo ben in memoria le operationi delli duoi termini, più, e men, come di sopra è stato detto facilmente da te le intenderai.

a summar 13 più 7 co.	a summar 5 ce. più 2	a summar 3 cu. più 8 co.
con 12 più 3 co.	con 2 ce. più 3	con 9 cu. più 6 co.
fara 25 più 10	fara 7 ce. più 5	fara 12 cu. più 14 co.
a summar 10 men 8 co.	a summar 12 più 12 ce.	a summar 7 cu. men 6 co.
con 13 men 5 co.	con 8 men 5 ce.	con 5 cu. più 4 co.
fara 23 men 13 co.	fara 20 più 7 ce.	fara 12 cu. men 2 co.

a summar 5 cu. più 3 co.	a summar 3 rel. p̃ 5 ce.
con 3 cu. più 2 ce.	con 2 cu. p̃ 3 co.
fara 8 cu. p̃ 2 ce. p̃ 3 co.	fara 3 rel. p̃ 2 cu. p̃ 5 ce. p̃ 3 co.
a summar 3 ce. ce. men 3 co.	a summar 3 rel. men 7
con 5 cu. men 7 ce.	con 2 cu. p̃ 2 co.
fara 3 ce. ce. p̃ 5 cu. men 7 ce. men 3 co.	fara 3 rel. p̃ 2 cu. p̃ 2 co. men 7

Del sottrar de Binomi & trinomi, & residui de dignità Algebratice.

2 SImilmente del sottrar de binomi, & residui de dignità algebratice non starò a dechiarirteli particolarmente in scrittura, per le ragioni dette di sopra, ma te distenderò circa cio varii sottramenti in figura li quali se non ignorarai il sottrar del più, & del men son certo che tu li intenderai.

da	7 co. p̃ 10	da	9 co. p̃ 5	da	7 co. p̃ 2 cu.men 2
a cavarne	3 co. p̃ 4	a cavarne	7 cu.men 5	a cavarne	2 ce. men 5 co. p̃ 7
restara	4 co. p̃ 6	restara	2 co. p̃ 5	restara	5 ce. p̃ 3 cu.men 9
la prova	7 co. p̃ 10	prova	9 co. p̃ 5	prova	7 co. p̃ 2 cu.men 2

da	7 cu. men 3 co.	da	20 rel.mẽ 2 ce. p̃ 5 co.	da	15 ce.cu. men 8 co.
a sottr.	2 cu. men 5 co.	sottr.	12 rel.mẽ 8 ce. p̃ 7 co	a sottr.	5 ce.cu. mẽ 10 co.
resta	5 cu p̃ 2 co.	resta	8 rel. p̃ 6 ce.mẽ 2 co.	resta	4 ce.cu. p̃ 2 co.
prova	7 cu. men 3	prova	20 rel.mẽ 2 ce. p̃ 5 co.	prova	15 ce.cu.men 8 co.

da	17 ce. cu. men 5 ce.	da	12 pri.rel.men 3 p̃ 5 co
a sottrarne	6 cu. p̃ 5 ce.	a sottrarne	3 pri.rel. men 2 co p̃ 5
resta	17 ce. cu. men 11 cu. mẽ 5 ce.	restara	9 pri.rel. men 3 cu. p̃ 7 co men 5
prova	17 ce. cu. men 5 ce.	prova	12 pri.rel. men 3 cu. p̃ 5 co.

da	20 ce. cu. p̃ 7 ce.	da	5 ce. cu. piu 15 co.
a sottrarne	7 ce. p̃ 5	a cavar.	7 ce. cu. men 5 ce.
restara	20 ce. cu. p̃ 7 ce.mẽ 6 co. p̃ 5	restan.	5 ce. piu 15 co men 2 ce. cu.
la prova	20 ce. cu. p̃ 7 ce.	prova	5 ce. cu. piu 15 co.

Anchor che in molti altri varii modi possono accadere li sottrar de binomi, & trinomi, & residui de digniti, non dimeno per li sopra nominati essempi non dubito che da te le saprai totalmente esseguire.

Del multiplicare de binomi, & trinomi, & residui de dignita algebratice.

5 IL multiplicar de binomi, & trinomi & residui de dignita algebratice non è differente di quel delli altri binomi, trinomi, & lor residui eccetto che nelli prodotti della varieta delle digniti, & perche a dechiarire particolarmente tali multiplicationi, saria cosa longa, e per tanto ponneremo solamente li essempi simplicemente in figura, li quali non dubito, che per quelli tu intenderai il tutto, havendo sempre in memoria la qualita di lor prodotti, & delle digniti, come del piu & men.

a multiplicar	7 co. p̃ 5	a multipli.	9 ce. men 3	a multipli.	12 cu. p̃ 3 co. men 5
p̃	4	p̃	6	p̃	6 co.
fara	28 co. p̃ 20	fara	54 ce. men 18	fara	72 ce.ce. p̃ 18 ce.mẽ 30 co.

a multipl.	13 rel. mẽ 2 co.	a multipl.	3 cu.ce. p̃ 5 ce.	a multipl.	30 cu. men 2 ce.
p̃	5 co. p̃ 3	p̃	2 cu.ce. p̃ 2 ce.	p̃	8 cu. men 3 ce.
	p̃ 39 rel.men 6 ce.		p̃ 9 cecece p̃ 15 cece		men 60 pri.rel. p̃ 6 cece
	65 ce.cu. men 10 cu.		6 cucece p̃ 10 cecece		240 cecu men 24 pri.rel.
fara 65 ce.cu. mẽ 10 cu. p̃ 39 rel. mẽ 6 ce.		fa 6 cucece p̃ 19 cecece p̃ 15 cece		fa 240 cecu mẽ 84 pri.rel. p̃ 6 cece	

a multipl.	12 cu men 5 co.	a multipl.	10 cu men 2 ce.	a multipl.	5 ce.cu. men 3 ce.
fia	4 cu p̃ 3 co.	fia	9 cu. p̃ 1 ce.	fia	3 co. men 2
	p̃ 36 cecu mẽ 15 ce		p̃ 10 rel.mẽ 2 cece		men 10 cecu p̃ 6 co.
	48 cecu men 20 cece		90 cecu men 18 rel.		15 2 rel. men 9 cu
fara 48 cecu p̃ 16 cece men 15 ce.		fa 90 cecu mẽ 8 rel.mẽ 2 cece		fa 15 2 rel.men 9 cu mẽ 10 cecu p̃ 6 ce	

Et cosi con tal ordine procederai nella multiplicatione de binomi, & residui de qualunque specie de dignita accadendo il bisogno.

Del partir de binomi, over residui per binomi, over residui de dignità algebratice, & anchora per numero simplice.

4 Il partir di un binomio, over residuo per un binomio, over residuo communemente, il suo produtto se nota in forma de rotto, over che se proferisse per esimo, Essempi gratia volendo partir 5 co. piu 3. per 2 ce. piu 4. diremo che ne veniria $\frac{\text{5 co. piu 3.}}{\text{2 ce. piu 4.}}$ cioè ponẽdo la cosa da partire sopra di una virgola (come si costuma nelli rotti,) & il partitor di sotto, over che se proferiscono in questo modo 5 co. piu 3. esimo de 2 ce. p̃ 4. & questo secondo modo molto se costuma, per causa che sono difficili da stampar cosi in forma di rotto, & accio meglio me intendi, di sotto te notarò diversi partimenti, al primo modo.

a partire 2 co. piu 7. per 3 ce. piu 5 co. ne vien $\frac{\text{2 co. piu 7.}}{\text{3 ce. piu 5 co.}}$

a partire 3 cu. men 2 co. per 5 rel. p̃ 4 ce. ne vien $\frac{\text{3 cu. men 2 co.}}{\text{5 rel. piu 4 ce.}}$

a partire 13 cecu. piu 3. men 2 co. per 5 cu. men 7 ce. ne vien $\frac{\text{13 cecu. p̃ 3 men 2 co.}}{\text{5 cu. men 7 ce.}}$

Et cosi discorrendo, vero è, che a partire un tal binomio, over residuo, & un moltinomio, per numero simplice sempre si puo partire realmente, senza notarlo in forma di rotto. Essempi gratia volendo partire 24 ce. cu. p̃ 12 ce. per 4 n̄, partirai ciascuno di detti nomi, a uno per uno, per 4. & trouarai che te ne veniria 6 ce. cu. p̃ 3 ce. & per esser tal atto da se facile, non te adduco altro essempio.

Delli numeri, & dignità che sono necessarij nella computatione della antica & commune algebra. Cap. II.

Li numeri, over termini, over dignità principale, necessarie nella computatione della commune antica Algebra (trovata da Mahumeth figliolo de Mose Arabo) sono 3. cioè, il numero, la cosa, & il censo, li quali termini, over dignità, che cosa le siano, & come le intendano; a sufficientia fu detto, nella 3ª, & 4ª, & 5ª del primo capo.

Qual sia il principal fondamento della Regola di Algebra.

Il principal fondamẽto della Regola di Algebra, è la proportione di equalità, & per che questa Equalità, nelli predetti 3 termini, cioè numero, cosa, & censo, puo (relativamente) occorrere in sei modi, e però cõmunamẽte si dice li capitoli di Algebra esser sei, delli quali tre sono detti simplici, & tre composti, il primo di tre capitoli simplici, è quando che le cose se eguagliano al numero, il secondo è quando che li censi si eguagliano pur al numero, il terzo è quando che li censi sono eguali alle cose; Il primo di capitoli composti è quando che li censi, & le cose, si eguagliano al numero; Il secondo è quando che le cose, & il numero si eguagliano alli censi; Il terzo & ultimo è quando che li censi, & il numero si eguagliano alle cose. delli quali capitoli, si delli simplici, come delli composti, di sotto poneremo le sue regole & essempi di uno in uno: Et prima delli simplici.

La regola del primo capitolo simplice.

Quando che le cose se eguagliano al numero, parti il numero per le cose, & lo advenimẽto sarà il valore di una cosa. Essempi gratia se sei cose fussero eguale a 18 n̄, volendo sapere quanto val la cosa, parti 18 per il numero delle cose, cioè per 6 ne vien 3. & tanto val la cosa, cioè la val 3 n̄, A questa similitudine se 6 brazza di veluto costasse lire 18, adunque li detti 6 brazza di veluto seriano Primo Capitolo simplice.
equivalenti, over in valore eguali a lire 18, hor volendo sapere quanto val il brazzo di tal veluto, partiressimo li detti lire 18 per quelli 6, (cioè per il numero di brazza,) & ne

veniria per 3. & cosi 9 ... 3 valeria il brazzo di quel celato, & questo è simile alla Regola di cose equali a numero.

Da notare.

BIsogna notare che quel partire il numero per le cose, che comanda il capitolo, si piglia secondo il partir de numeri simplici, & non secondo il partire del le dignità, il medesimo si ha da intendere nelli altri seguenti capitoli, cioè, che li loro avenimenti sempre se intendono per numero simplice.

Essempio operatiuo al detto primo capitolo simplice.

TRouame vn numero che la mità & il $\frac{1}{3}$ di tal numero gionti insieme me faccian 15. anchor che questo quesito si potria risoluere, per la positione falsa simplice, nondimeno voglio che lo risoluiamo per algebra, per soluere adonque questa questione, poneremo che il detto numero sia 1 co. pigliaremo la mità & vn terzo de 1 co. che sarà $\frac{1}{2}$ co. $\frac{1}{3}$ co. summaroli insieme, & faranno $\frac{5}{6}$ co. & questo sarà equale a quel numero che vogliamo che facia, cioè a 15. & cosi hauemo $\frac{5}{6}$ co. equale a 15. e per tanto seguiremo quello, che comanda il capitolo, cioè partiremo quel numero 15. per il numero delle co. cioè per $\frac{5}{6}$ & ne venira 18 apponto, & tanto valia la cosa, cioè tanto sarà il numero che cercamo, fanne la proua praticale, cioè piglia la mità, & il terzo de 18 & summa tai parti insieme, & trouerai che faranno 15 apponto che è il proposito. Nota che cerco di far venir la resolutione senza rotto per tua maggior intelligentia, ma il medesimo seguirà quando te occorresse rotti.

Regola del secondo capitolo semplice.

QVando che li censi se equagliano al numero, sempre parti il numero per il numero di censi, & lo auenimento sarà il valor de 1 ce. ma per che la maggior parte delle volte noi cercamo il valor della co. onde per esser la co. la R del ce. e per tanto la R di tal auenimento valerà la cosa. Essempi gratia sel 3 ce. fosse equale a 48. parti tal numero 48 per il numero di censi, cioè per 3. & te ne venirà 16. & tanto val il ce. & cosi la R di 16, che è 4. valerà la cosa.

Secondo capitolo semplice.

Anchora ponimo che 6 ce. fosse equali a 30. parti 30 per il numero di ce. che è 6. ne vien 5. & cosi 5 val il ce. & R 5. val la co.

Essempio operatiuo al secondo capitolo semplice.

TRouame vn numero, che multiplicato in se medesimo, & il produtto multiplicato poi per 7. facia 63. Poneremo che tal numero sia 1 co. multiplica 1 co. fia 1 co. farà 1 ce. multiplica questo 1 ce. per 7. farà 7 ce. & questi 7 co. faranno equali a 63. e per tanto partirai quel 63. per 7 te ne venirà 9. & tanto val il ce. & cosi la R de 9. che è 3. valerà la co. e per tanto concluderemo che il detto ricercato numero è 3. che se ne farai la proua praticale (quadrando) quel 3 farà 9. & questo 9 multiplicandolo per 7. ben farà 63, come si propone.

Vnaltro essempio al secondo capitolo semplice.

TRouame vn numero che multiplicando il suo quadrato per 6. facia 48. poni che quel tal numero sia 1 co. quadralo farà 1 ce. multiplica questo 1 ce. per 6. farà 6 ce. & questi faranno equali a 48. parti questo 48 per il numero di ce. cioè per 6. & te ne venirà 8. & la R 8 valerà la co. & tanto sia il ricercato numero. Et volendone far la proua quadra R 8 farà 8. qual multiplicandolo per 6. ben farà 48 come si propone.

La regola del terzo capitolo semplice.

QVando che li censi se equagliano alle cose, tal equatione over capitolo, in sostantia è simile al primo, (come che di sotto dapoi il schifar di termini delle equationi sarà manifesto) e però bisogna in tal capitolo partire il numero delle co. per il numero

Terzo capi. semplice.

delli

delli ce. & lo advenimento sarà il valore della cosa. Essempi gratia se 10 ce. fussino equali a 30 co. partirai il numero delle cose, cioè quel 30. per il numero delli censi, cioè per quel 10. & te ne venirà 3. & tanto valerà la cosa.

Essempio operativo al detto terzo capitolo semplice.

TRouame un numero che multiplicato per 6. farà quanto che il doppio del suo quadrato. ponerai che quel tal numero sia 1 co. multiplicala per 6. farà 6 co. fatto questo quadra 1 co. fa 1 ce. duplica questo 1 ce. farà 2 ce. & questi saranno equali a 6 co. hor parti il numero delle co. cioè quel 6. per il numero di ce. cioè per quel 2 te ne venirà 3. & 3 valerà la co. & cosi 3 fu il ricercato numero, & se ne vorai far la prova multiplica quel 3 per 6 farà 18. & per che questo 18. ben è equale al doppio del quadrato di 3. il qual quadrato è 9. & il doppio di 9. fa 18. e però seguita il proposito.

Commune sententie da notare per le equationi composite, & altre.

BIsogna notare, & in memoria a recorsse (per le equationi composite) alcune commune sententie, poste da Euclide nel principio del primo libro, & altre quale sono le soto scritte quattro.

Se a cose equali saranno aggionte cose equali, tutte le summe saranno anchora equale.

Et se da cose equali saranno tolte cose equali, Quelle cose che restaranno saranno anchora equali.

Et similmente se cose equali saranno multiplicate equalmente, cioè per uno medesimo numero, li loro prodotti saranno anchora equali.

Et similmente se cose equali saranno partite equalmente, (cioè per uno medesimo numero) li advenimenti saranno fra loro equali.

Regola del primo capitolo composito.

QVando che li censi & le cose se equagliano al numero, se per sorte vi sarà più,
over meno di un censo, prima recorrai tutta la equatione a un ce. cioè se da
una banda sarà manco, over più di un ce. e questa reduttione over recorsione, si farà partendo tutta la equatione, per la quantità di censi, & fatto questo, Primo capitolo
el si deve dimezzar le cose, & l'una mità si deve multiplicar in se, & a quel prodotto si composito.
deve aggiongere il numero, & la radice di quella tal summa meno il dimezzamento del
le cose valerà la cosa ricercata. Essempi gratia, se 5 ce. più 30 co. fussino equali a 80. per Essempio.
sapere quanto val la co. prima recorremo tal equatione a un ce. & questo si farà parten
do tutta la detta equatione per il numero di ce. cioè per 5. Onde partendo 5. ce. più 30
co. per 5. ne vien 1 ce. più 6 co. partendo anchora 80 per 5. ne vien 16. & questi duoi
advenimenti (per la quarta delle sopra notate commune sententie) saranno anchora
equali, cioè 1 ce. più 6 co. saranno equali a 16. Et cosi haueremo redutta la equatione
a un censo, & fatto questo smezzaremo il numero di quelle 6 co. & ne venirà 3. & lo multiplicaremo in se farà 9. & gli aggiongeremo il numero, (cioè quel 16.) & farà 25. &
la R 25, che è 5 men il dimezzamento delle cose che fu 3. valerà la cosa, cioè valerà 2.
Anchora se $\frac{1}{3}$ ce. più 8 co. fussino equali a 60, volendo saper quanto val la cosa, prima bi Secondo Essempio.
sogna recorre tutta la equatione a 1 ce. & per far questo partiremo tutta la equatione
per il numero, over quantità di ce. cioè per quel $\frac{1}{3}$, il che non vol dir altro che multiplicare l'uno, & l'altro estremo per 3. onde multiplicando $\frac{1}{3}$ ce. più 8 co. per 3 farà 1 ce.
più 24 co. multiplicando anchora quel 60 pur per 3 farà 180. & cosi haueremo (per commune sententia) 1 ce. più 24 co. equale a 180. onde seguiremo la regola del capitolo, cioè
smezzaremo il numero delle cose, cioè quel 24. ne vien 12. lo multiplicaremo in se, farà 144. al qual aggiongeremo il numero, cioè quel 180. farà 324. & la R 324 (che farà
18.) men il dimezzamento del numero delle cose, (cioè men 12. valerà la cosa.) tal che
la cosa venirà a valer 6. & il ce. 36. e però un ce. più 24 cose, ben saranno equale a 180,
che è il proposito, over che diremo che $\frac{1}{3}$ di ce. che farà 12 più 8 co. che fanno 48. fanno equale a 60. Similmente se $\frac{1}{2}$ ce. più 12 co. fussino equali a 60. volendo sapere quan Terzo essempio.
to val la cosa. prima bisogna per ridure la equatione a un censo, & questo si farà parten

do tutta la equatione per il numero di ce. che è $\frac{3}{4}$, cioè multiplicando tutta la equatione per 4. & quel prodotto partirlo per 3. onde multiplicando tutta la detta equatione per 4 farà 3 ce. piu 48 co. eguale a 240. & partendola poi per 3. ne venirà 1 ce. piu 16 co. eguale 80. fatto questo seguiremo il capitolo pigliando la mità del numero delle co. che farà 8. & lo quadraremo farà 64. & a questo gli aggiongeremo il numero, cioè 80. farà 144. & la R de 144 (che farà 12) men il dimezzamento delle cose (che farà 8) valerà la co. e per tanto la cosa valerà 4. & il censo 16. per che sapendo il valor della cosa, venimo per quella a saper la valuta anchora del censo.

Quarto essempio.

Anchora se 3 $\frac{3}{4}$ ce. piu 6 co. fusse eguale a 27. volendo trovare quanto val la cosa, prima bisogna pur ridure tutta la equatione a 1 ce. & questo si farà partendo tutta la detta equatione per il numero di censi, che è 3 $\frac{3}{4}$, ouer $\frac{15}{4}$, cioè multiplicando tutta la detta equatione per 4. & tal prodotto partirlo per 15. il che facendo ne venirà in ultimo 1 ce. piu 1 $\frac{3}{5}$ co. eguale a 7 $\frac{1}{5}$, hor per seguir il capitolo pigliaremo la mità di 1 $\frac{3}{5}$ che farà $\frac{4}{5}$ & lo quadraremo farà $\frac{16}{25}$ & a questo gli aggiongeremo 7 $\frac{1}{5}$ farà 7 $\frac{21}{25}$. & la R de 7 $\frac{21}{25}$ (che farà 2 $\frac{4}{5}$) men il dimezzamento delle cose (che fu $\frac{4}{5}$) valerà la cosa, adunque la cosa valerà 2 apponto.

Da notare.

Bisogna notare che nelli simili capitoli composti la maggior parte delle volte, il valor della cosa sarà irrationale, ma io te farò venir tal valor rationale acciò che in questi principii meglio apprendi il soggetto di tal regola.

Essempio operativo al detto primo capitolo composito.

Trovame un numero, che multiplicato per 6. & a quel prodotto giontovi il quadrato del detto numero faccia 27. Poneraì che tal numero sia 1 co. multiplicala per 6. farà 6 co. poi quadra il detto numero, (cioè 1 cosa farà 1 ce. qual gionto a quelle 6 co. farà 1 ce. piu 6 co. & questa summa sarà eguale a 27. & per che la equatione da se è ridutta a un censo, però in tal caso non vi accade alcuna riduttione, ma seguir la regola del capitolo, cioè dimezzar il numero delle co. che farà 3. & multiplicarlo in se farà 9. & a questo giongerai il numero (cioè quel 27) farà 36. & la R 36, che farà 6 men il dimezzamento delle cose, valerà la cosa, e per tanto la cosa venirà a valer 3. & così 3 farà il numero ricercato, fanne prova che troverai che multiplicato il detto 3 per 6. farà 18. qual 18 gionto al quadrato di 3. che farà 9. farà apponto 27. come si propone.

Regola del secondo capitolo composito.

Secondo capitolo composito.

Quando le cose, & il numero, se eguagliano alli censi, se per sorte vi sarà più over men di un censo, prima reccarai tutta la equatione a un ce. sì come nel primo capitolo di sopra fu detto, cioè partendo tutta la equatione per il numero di censi, & fatto questo dimezzarai il numero delle cose, & quella mità multiplicarai in se, & a quel quadrato aggiongerai il numero & la radice di quella summa, piu il dimezzamento delle cose, valerà la cosa, Essempi gratia. se 18 co. piu 24 fussero eguali a 6 ce. volendo saper quanto val la cosa, prima reccarai tutta la equatione a un censo. & per far questo effetto partirai tutta quella per 6, cioè per il numero di censi. il che facendo trovarai che te ne venirà in ultimo 3 co. piu 4 eguali a 1 ce. hor seguita la regola del capitolo, cioè smezza il numero delle cose. & te ne venirà 1 $\frac{1}{2}$ quadralo farà 2 $\frac{1}{4}$ aggiongivi il numero, cioè 4. farà 6 $\frac{1}{4}$, & la R de 6 $\frac{1}{4}$, che farà 2 $\frac{1}{2}$ piu il dimezzamento delle cose (che fu 1 $\frac{1}{2}$) valerà la cosa, e per tanto la cosa valerà 4. & tanto fu il ricercato numero, che se ne farai prova trovarai che 18 cose, (che sariano 72) più 24, che in summa saranno 96. ben saranno eguali a 6 censi, cioè a 6 quadrati di 4. cioè a 6 fia 16 che ben fa 96. e però seguita il proposito.

Essempio.

Essempio operativo al detto secondo capitolo composito.

Trovame un numero, che al doppio di quello aggiontovi 24. faccia il suo quadrato. Poneraì che quel tal numero sia 1 co. duplicalo fa 2 co. aggiongivi 24 farà 2 co. piu 24. & questa summa sarà eguale a 1. ce. cioè al quadrato della cosa. & per che tal

equatione

equatione da se è ridutta a 1 ce. non vi accade altra riduttione, ma bisogna solamente seguire li precetti del capitolo, cioè smezzar il numero, & ne venira 1, quadrado fara pur 1, aggiongaci il numero, cioè quel 24, fara 25. & cosi la R di 25, che è 5, piu il dimezzamento delle cose, che fu 1, valera la cosa, e per tanto la cosa veniria a valer 6. & cosi 6 faria lo addimandato numero, & se ne farai la prova trovarai che 2 co. (che sono 12.) insieme con 24 fara tal summa eguale a un censo, cioè al quadrato de 6, che è 36. e però seguita il proposito.

Regola del terzo capitolo composito.

Quando che li censi & il numero se egualiano alle cose, prima si come nelli passati, (essendovi piu, over men di un censo,) recarai tutta la equatione a un censo, partendo tutta quella per la quantita di censi, fatto questo, dimezzarai le cose, & quella mita multiplicarai in se, & di quel prodotto sempre cava il numero che nella equation si trova & la R del rimanente gionta, con la mita delle cose, over tratta dalla detta mita delle cose valera la co. E però alle volte questo terzo capitolo puo haver due risposte. Terzo capitolo composito.

Essempi gratia se 6 co. fusse eguale a 1 ce. piu 5. volendo saper quanto valla cosa, hor per esser la equatione da se ridutta a 1 ce. non vi accade altra riduttione, ma solamente seguire quello, che comanda il capitolo, cioè dimezzar le cose, cioè quel 6. la cui mita è 3. & quadrare questo 3 fara 9. & di questo 9. cavarne il numero (cioè quel 5.) & restara 4. & la R di 4. (quale è 2.) gionta, over tratta alla mita delle cose, che è 3. valera la cosa, hor per vedere per qual modo la me riuscisse buona, cioè con lo aggiongerla, over a trarla. giongendo 2 con 3 fara 5. & 5 potria valer la cosa, ma vedemo se la vien buona, Se la cosa val 5. adunque 6 cose valeriano 30. hor vedemo se un censo piu 5. fa precisamente 30. Et per che il censo a quella ragione val 25. al qual giontoci quel piu 5. fara per la summa 30. e però la sta bene. Et perche alle volte puo venire anchora per l'altro modo, cioè sottrando quel 2 de 3 restaria 1. & tanto potria valer la detta cosa. hor facciamone la prova, se la cosa val 1. 6 co. valeranno 6. hor vedemo se 1 ce. piu 5 fa 6. & per che il censo a questo secondo modo valeria solamente 1. tal che con quel 5 piu faria pur 6. e però si vede che la solutione puo avenire in doi modi, cioè potemo dire che la cosa valle 5. & potemo anchora affermare la detta cosa valer solamente 1 si che si vede che alle volte (non sempre) questo capitolo puo haver due risposte, la qual cosa in niun altro capitolo puo accadere. Essempio.

Essempio operativo al detto terzo capitolo composito.

Trovame un numero, che multiplicato per 20. faccia quanto che il treppio del suo quadrato & piu 12. Poneremo che tal numero sia 1 co. la quale multiplicaremo per 20. fara 20 co. & questo diremo che sono eguali a 3 ce. piu 12. hor per trovare quanto valla la co. prima ridurremo tutta la equatione a 1 ce. & questo si fara (come piu volte è stato detto) partendo tutta la equatione per 3. cioè per la quantita di censi, il che facendo haveremo in ultimo $6\frac{2}{3}$ co. eguale a 1 ce. piu 4. fatto questo seguiremo, quello che comanda la regola del capitolo, cioè dimezzaremo il numero delle co. & venira $3\frac{1}{3}$ & lo quadraremo fara $11\frac{1}{9}$. & di questo ne cavaremo il numero, (cioè quel 4) restara $7\frac{1}{9}$ & la R di $7\frac{1}{9}$ (che fara $2\frac{2}{3}$) gionta, over tratta dalla mita delle cose (cioè da quel $3\frac{1}{3}$) valera la cosa. hor aggiongemo la prima & fara 6, & tanto diremo poter valer la co. & per che alla prova vedemo che multiplicando il detto 6 per 20 fa 120. & per che li tre quadrati de 6 fanno 108. al qual 108 giontoci 12 ben fa 120. diremo assolutamente la co. valer 6 & 6 esser il ricercato numero, che è il proposito.

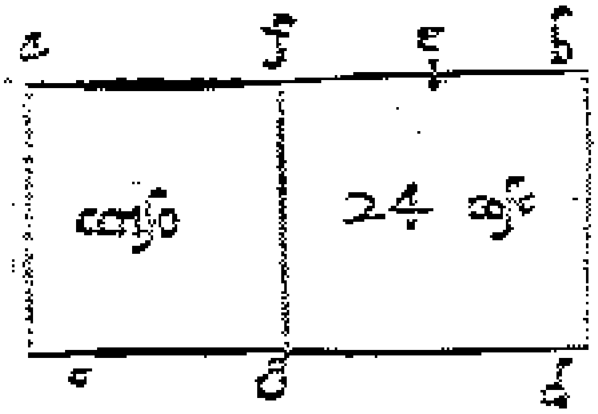
Hor vedemo anchora se la riuscisse con il sottrar quel $2\frac{2}{3}$ da $3\frac{1}{3}$ che resteria $\frac{2}{3}$ qual multiplicandoli per 20 (che è de le co.) fara $13\frac{1}{3}$. & quadrando $\frac{2}{3}$ per haver la quantita del ce. fara $\frac{4}{9}$. & treppiandolo per che vi son 3 ce. fara $1\frac{1}{3}$. & aggiongendogli il numero, cioè 12 fara ben anchora $13\frac{1}{3}$ adunque etiam a questo modo, idest con il sottrare, la ne riuscisse. ma bisogna pero advertire, che se ben qui la riuscisse ad ambidui gli modi, che in molti casi, over questi no riuscisse però a tutti dui essi modi, ma si ben sempre all'uno over all'altro indubitatamente. $\frac{1}{3}$, qual multiplicandolo per 20 fara $6\frac{2}{3}$. & per che il treppio del quadrato de $\frac{1}{3}$, che fara $\frac{1}{9}$ per $\frac{1}{3}$ (cioè fara $\frac{3}{9}$, che schisa ritorna $\frac{1}{3}$) al qual giontoci 12 fara $12\frac{1}{3}$ & doveria far $6\frac{2}{3}$, e però non riuscisse con il sottrare, ma solamente con il summare quel $2\frac{2}{3}$ con la mita delle cose, e però bisogna avvertir, che non sempre la solutione vien in duoi, ma mai falla che per l'uno de detti duoi modi non vengi, & alcuna volta, (come è detto) vien per ambidui.

La demostratione geometrica adutta sopra le regole di tre capitoli composti.

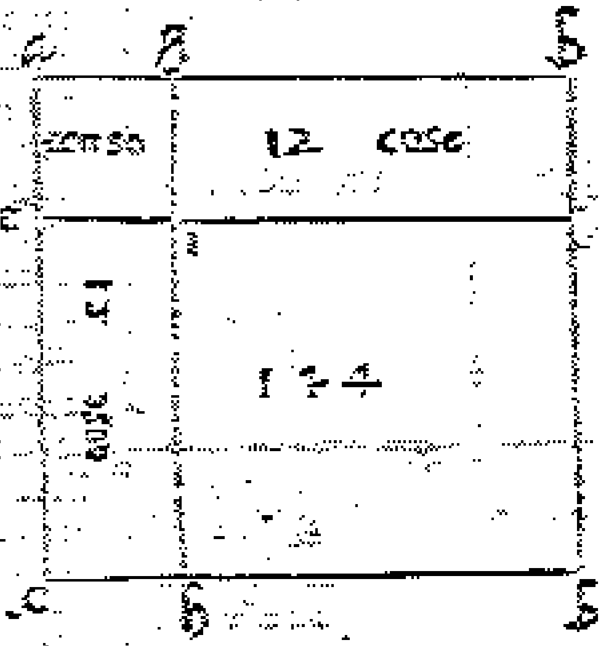
PEr che le regole di tre capitoli semplici da se sono manifeste, talmente che non hanno bisogno di altra demostratione. Ma per che gli altri tre capitoli composti ci bentanno di bisogno di piu speculativa demostratione, accio la loro verita sia fatta all'intelletto piu manifesta, cioe che cosi si debba osservare nelli loro egguagliamenti, come in quelli e stato detto, laqual cosa di uno in uno ordinatamente andaremo dimostrando. Et prima.

Quando il censo & cose, sono eguali al numero.

COme sarebbe se un censo piu 24 cose fussero eguali a 340, che secondo la regola over ordine dato disopra nel capitolo de censi e cose, eguali a numero. Doveamo pigliare la mita del numero delle cose, che e 12, e quadrarla fa 144 e detto quadrato ponere sopra il numero, cioe sopra 340 fa 484, & di detta summa idest de 484 prenderne la radice, quale e 22, & di detta radice videlicet de 22 detrarne la mita del numero delle cose idest 12, che e il rimanente il quale e 10, diremo essere la quantita, overo valuta della cosa, Il che geometricamente si fara chiaro & manifesto.



Con la superficie rettangola c, b, divisa in due, una delle quali e il quadrato over censo c, f, di detta equatione. L'altra la g, b, sie 24 radici over cose, dellaquale total superficie non havemo notto alcun suo lato, Eccetto la parte f, b, del lato, a, b, laqual parte e uno di lati della superficie g, b, il qual lato over parte f, b, presupponemo essere 24 vinti, cioe il numero delle cose di essa equatione. Adonque cadauno di lati del censo over quadrato c, f, viene ad essere una cosa, per il che del dutto della f, g, lato di esso censo in la f, b, che e 24 vinti, cioe di 1 cosa in 24 ne perviene la superficie rettangola g, b, videlicet 24 cose. Et del dutto della linea f, g, over a, c, a lei eguale, cioe di una cosa in se medesima, ne perviene la superficie del quadrato c, f, idest un censo, il qual censo & 24 cose, cioe tutta essa superficie rettangola c, b, e 340 dapoi che a tanto lui se agguaglia dal presupposito. Laqual superficie c, b, e produtta dal lato a, b, di quella nel lato a, c, della medesima. Et per che Euclide introduttore delle mathematiche scientie, nel suo secondo libro alla sesta propositione, ci dimostra chiaramente, che quando qualunca retta sara divisa in due parti eguali, & che a quella sia aggionta un'altra linea in continuo e diretto, che il dutto di tutta essa linea, cosi composta in quella che seriassera aggionta, con il quadrato della mita della prima linea, sempre sara eguale al quadrato di quella che e composta della mita & della aggionta. Adunque alla linea f, b, lato della rettangola superficie g, b, laqual linea f, b, e 24 vinti, cioe il numero delle cose della soprascritta equatione. Et laquale e divisa in due parti eguali in ponto e, si supponeremo essere aggionta in continuo e diretto la linea a, f, lato del detto censo c, f, di essa equatione, per il che il dutto di tutta essa linea cosi composta, cioe di tutta la linea a, b, in essa parte aggionta, idest in la linea a, f, lato del censo over quadrato c, f, il qual dutto viene ad essere la total superficie c, b, per essere la linea a, f, eguale alla a, c, imperoche amboe sono lati di detto censo over quadrato c, f, (laqual superficie dal presupposito e 340, come di sopra dicemo.) con il quadrato della mita della prima linea, (cioe con il quadrato della linea f, e, laqual linea f, e, e la mita del numero delle cose videlicet 12. il qual quadrato e 144 gionti insieme.) tutta questa summa laquale e 484, se agguaglia al quadrato di quella linea che e composta della mita della prima, & della aggionta, laquale viene a essere la linea a, e, per la sesta del secondo di Euclide. Adunque essendo il quadrato della a, e, 484, la radice de 484 che e 22 sara la vera longhezza di essa linea a, e, dellaquale detrattone la mita della prima, cioe la mita del numero delle cose, che e la linea f, e, idest 12, rimanera 10, per la quantita della linea a, f, lato del censo over quadrato c, f, & valuta della cosa di detta nostra equatione. & a questo modo havemo dichiariti & fatti noti tutti gli lati di essa total superficie rettangola c, b, Et il piu longo di quella, cioe il lato a, b, habbiamo ritrovato essere 34. Et il piu corto, cioe la larghezza, laquale e la linea a, c, 10. Et il censo over quadrato c, f, 100. & la superficie g, b, cioe 24 cose, 240 che ben in summa aponto fanno 340 come si ricerca. Et con tale dimostratione a sufficientia havemo etiam dichiarito & fatto noto per che causa, over per che ragione si dimezza il numero delle cose, & detto dimezzamento si multiplica in se, e tal multiplicatione si aggionge sopra il numero di detta equatione, & della radice di quella summa summatrahe il dimezzamento delle cose. Chi vuol havere la notitia della vera quantità, over valuta della cosa, ma quando che la summa del numero della equatione con il quadrato della mità del ñ delle cose non havesse havuta radice discreta, cioè non fusse stato quadrato, come sarebbe quando esso numero di detta equatione, fusse stato solamente 300, che aggiongendogli il quadrato del ñ delle cose che è 144, fanno in summa 444 il qual numero non è numero quadrato, overo non ha radice discreta, in quel caso si harebbe detto la valuta, over quantità della cosa essere un residuo, cioè R 444 men 12.



Anchora per un altro modo si poteva fare la soprascritta dimostratione a verificare & essemplificare con figure geometriche la verità della regola del detto capitolo de censo & cose, eguali a numero. Tenendo pur fermo un censo piu 24 cose, eguali a 340. Et sia essempi gratia il quadrato c, b, da dui lati delquale, cioè a, b, & a, c, ne taglieremo le due linee g, b, & e, c, lequal faremo tra loro eguali, e predisponeremo ciascuna di quelle essere 12 unità, cioè la mità del numero delle cose di detta equatione. & condurremo due linee da gli dui ponti g, & e, equidistanti a gli lati del detto quadro c, b, cioè la g, h, equidistante allo lato a, c, & la e, f, al lato a, b, lequali se intersecheranno tra loro in ponto i. Et fatto questo si vederà detto quadro essere diviso in quattro superficie de lati equidistanti, dellequali due saranno quadrate, cioè e, g, & h, f, le altre due, cioè c, i, & i, b, sono dette supplementi, iquali supplementi sono tra loro eguali, come tutto si farà chiaro & manifesto, per che essendo tutti gli lati del totale quadrato c, b, tra loro eguali, & essendo stato tagliato da dui di quelli, cioè dallo a, b, & a, c, le due linee e, c, & g, b, di eguale quantità per commune scientia, gli dui residui, cioè le due linee a, g, & a, e, saranno etiam tra loro eguali. Et con cio sia come havemo detto che la superficie e, g, sia de lati equidistanti, seguita quella per la 34 del primo di Euclide, havere gli lati & gli angoli oppositi eguali, adunque tutti gli lati di detta superficie e, g, sono tra loro eguali, e tutti gli angoli retti, & però quella è quadrata. Similmente la superficie h, f, è quadrata, per che essendo de lati equidistanti per la detta 34 del primo di Euclide, quella a gli lati & angoli oppositi eguali come è detto, ma gli lati i, f, & i, h, sono ciascuno di loro 12 unità, per essere quelli eguali & equidistanti alle due linee g, b, & e, c, lequali predisponessimo ciascuna di loro essere 12 unità, cioè la mità del numero delle cose di detta equatione come dicemo. Adunque gli dui rimanenti lati h, d, & f, d, di detta superficie h, f, saranno anchora ciascuno di loro 12 unità. Ma che gli dui supplementi c, i, & i, b, siano tra loro eguali, egli è chiaro & manifesto, per quello che è stato detto. Imperoche essendo le longhezze & larghezze di essi supplementi te[r]minatamente rispetto eguale com'è stato provato, non è da dubitare che possino essere altramente. Adunque poneremo ciascuno di lati del quadrato e, g, essere 1 cosa, cioè la cosa di detta equatione, per siche la superficie di esso quadrato sarà il censo di quella, & ciascuno di dui supplementi c, i, & i, b, saranno 12 cose, per questa ragione, per che essendo li lati g, i, & e, i, del quadrato e, g, ciascuno di loro 1 co. Et ciascuna delle due linee g, b, & e, c, 12 unità. Chi multiplica 1 cosa via 12 unità, ne perviene 12 cose, come nel multiplicare di sopra fu detto. Hor veniamo alla nostra conclusione, quando adunque dimezzamo il numero delle cose, & che quel dimezzamento qual'è 12 multiplicamo in se, allhora venimo a fare la superficie del quadrato h, f, qual viene a essere 144. Poi quando gli aggiongemo il numero, cioè 340 allhora gli venimo ad aggiongere le tre restante superficie del total quadrato c, b, lequal tre restante superficie sono il quadrato e, g, & gli dui supplementi c, i, & i, b, per essere dette tre superficie (videlicet 1 censo piu 24 cose) tanto quanto è il detto numero cioè 340. perche a tanto se agguagliano dal predisposito. Adunque 144 & 340 gionti insieme che fanno 484, e la vera & integral superficie di tutto il grande quadrato c, b, per siche la radice di 484 qual'è 22, viene ad essere ciascuno de' lati di quello. Detrahendo poi di detta radice cioè de 22, la mità del numero delle cose, cioè 12, allhora venimo a detrahere la linea g, b, del lato a, b, di esso quadrato c, b, & ci rimane 10 per la linea a, g, lato del particular quadrato over censo e, g, & vera quantità over valuta della co. di detta nostra equatione.

Seconda dimostratione, cioè quando le cose e numeri sono eguali al censo.

MA quando le cose & numero sono eguali al censo, come sarebbe a dire 12 cose piu 85 eguali a un censo, come di sopra nella regola del capitolo de cose e numero eguali a ce-si fu detto, che bisogna pigliare la mità delle cose, laqual mità e 6. & il quadrato di essa mità qual'è 36 aggiõgere sopra il numero di essa equatione qual'è 85, che farà in summa 121, & poi prendere la radice di detta summa, cioè de 121, laqual'è 11. Et a essa radice aggiongerui sopra la mità del numero delle cose, cioè 6. farà in tutto 17, ilqual 17 diceno essere la vera quantità, ouer valuta della cosa di detta equatione. & per dimostrarlo chiaramente con

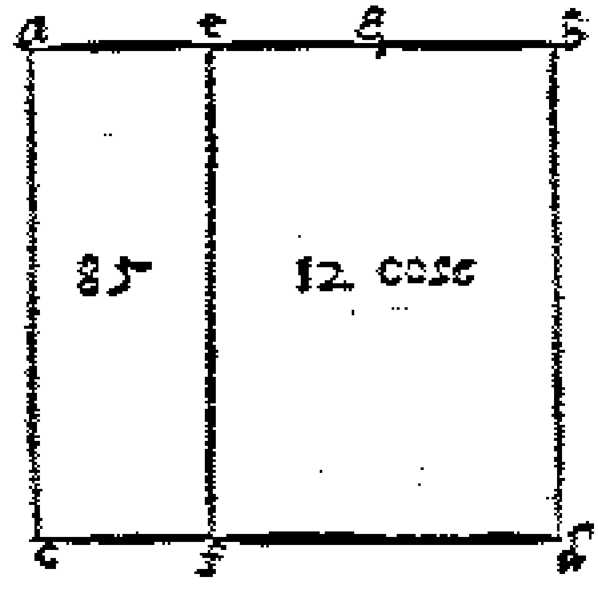
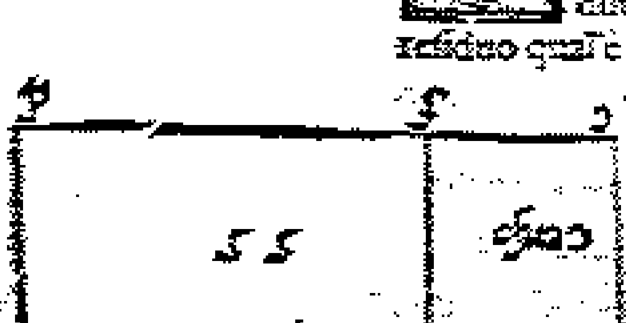


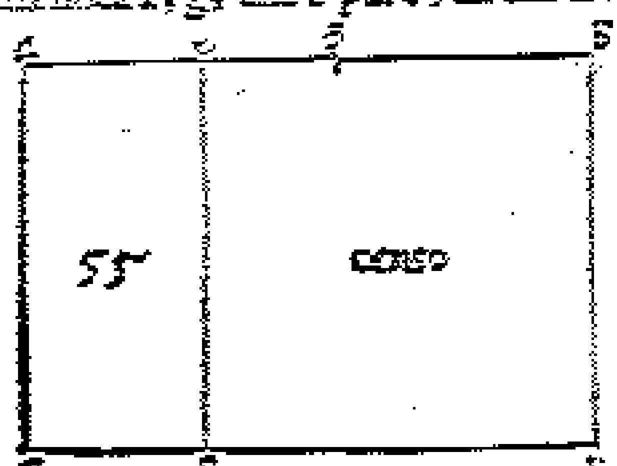
figura geometrica, sia il censo ouer quadrato di essa equatione, il quadrato c,b, diuiso in due superficie rettangole dalla linea e, f, tirata equidistantemente da gli dui lati a,c, & b,d, di detto quadrato ouer censo. L'una dellequali superficie cioè la c,e, presupponeremo essere il numero di detta equatione idest 85. L'altra 12 cose, ouer 12 lati di esso censo ouer quadrato c,b, lequali superficie peruengono dal dutto delle longhezze di quelle, nelle sue larghezze videlicet la superficie c,e, perviene dal dutto della linea a,c, lato di detto censo ouer quadrato di detta equatione, cioè di una cosa, nella linea a,e, laqual linea a,e, non ci è nota, ma solamente ci è nota la quantità superficiale, prodotta da quella, e da una cosa lato di detto censo. laqual superficie presupponemo essere il numero di detta equatione, idest 85 come si ha detto. Et l'altra superficie f,b, veramente perviene pur dal dutto de l'altro lato b,d, di detto cẽso ouer quadrato, cioè di una cosa, nella linea e,b, laqual linea e,b, presupponemo essere 12 vnità, videlicet il numero delle cose di detta equatione, per il che la sua area superficiale, sarà 12 cose, ouer 12 lati di detto censo come dicemo, & questo per che a multiplicare una cosa contra 12 vnità fa 12 cose. questo tal censo ouer quadrato c, b, adunque in tutto vien ad essere 12 cose piu 85. & a tanto questo sie proponemo essere eguale. adunque tutte queste cose sane & benissimo considerate, intendasi per alla linea e,b, laquale sia diuisa in due parti equali in ponto g, e sopragli aggionta in continuo e diretto la linea a,e, lato della superficie c,e, laqual linea a,e, ci è incognita come dicemo. Ma sapemo che il dutto di quella in tutta la a,b, fa 85, si come fa il dutto della medesima a,e, in la a, c, eguale a detta a,b. Adunque se a questo prodotto della a,e, in tutta la a,b, qual prodotto e 85, cioè il numero di detta equatione gli aggiongeremo il quadrato della mità della e,b, laqual mità vien a essere la linea e, g, cioè la mità del numero delle cose di essa equatione idest 6, ilqual suo quadrato vien ad essere 36. haueremo in summa 121, per il quadrato della linea a,g, composta della mità della prima linea e,b, e dall'aggionta a,e, come per auanti nella dimostratione della precedente, a questa dicemo douerse auenire per auttorità della sesta del secondo di Euclide. Adunque la radice di 121, qual'è 11, vien ad essere la vera quantità di detta linea a, g, allaqual aggiongendoui poi sopra la linea g,b, laqual'è 6, cioè la mità del numero delle cose, haueremo in summa 17 per tutta la linea a,b, lato di detto censo ouer quadrato c,b, & vera quantità ouer valuta della cosa di detta nostra equatione, laquale si ricercaua. Ma bisogna notare come hauemo detto anche sopra la dimostratione precedente, che quando il numero della equatione aggionto con il quadrato della mità del numero delle cose non facesse numero quadrato, ouero nõ hauesse radice discreta, come sarebbe se il numero di essa equatione fusse stato 90, che aggiongendolo con il quadrato della mità del numero delle cose, cioè con 36 faremo 126, ilqual nõ è quadrato, & per consequente non ha radice discreta, in quel caso si haueria detto, la cosa valere la radice di detto numero, cioè di 126 piu la mità del numero delle cose, idest ℞ 126 p 6 che è un binomio.

Tertia dimostratione, cioe quando le cose sono eguali al censo & numero.

COme Essempi gratia quando 16 cose fussero eguali a un censo piu 55, & che dimezzate le cose, come di sopra nella regola del capitolo di cose eguali a censi & numero si disse, & il detto dimezzamento qual'è 8 multiplicato in se, & di tal prodotto qual'è 64 detrattone il numero di detta equatione qual'è 55. poi di quel residuo qual'è 9. presa la radice qual'è 3, & essa radice cioè 3, detratta della mità del numero delle cose, ouer posta sopra la detta mità del numero delle cose qual'è 8, che essendo detratta ce rimane 5, & essendo aggionta ne risulta 11, ilqual 5 ouer 11, cioè l'una o l'altra di dette due quantità, dicemo essere la vera valuta della cosa, come nel preallegato capitolo de censi e numero eguali a cose fu detto. & per farne piu capace ciascun intelletto, Presupponeremo la superficie rettangola c,b, li lati della quale sono le quattro linee a,b, c,d, a,c, & b,d. Et presupponeremo che due di quelle, cioè a,b, & c,d, siano ciascuna di loro 16 vnità, videlicet



ta, videlicet il numero delle cose della soprascritta equatione. Et ciascuna delle altre due, cioè a, c, & b, d, essere vna cosa, idest la cosa di essa equatione, per il che essa superficie rettangola c, b, sarà 16 cose. Imperoche del ducto di vna cosa in 16 volte, ne risulta 16 cose. Et da gli dui lati a, b, & c, d, di essa rettangola superficie c, b, ne tagliaremo le parti a, e, & c, f. Et poneremo ciascuna di quelle equali al lato a, c, cioè vna cosa. E da gli ponti e, & f, conduremo la linea e, f, & sarà la superficie c, e, quadrata, cioè il censo di detta equatione, & il residuo di essa rettangola superficie c, b, cioè la partiale superficie rettangola f, b, sarà 55, cioè il numero di essa equatione. Imperoche essendo tutta essa superficie c, b, 16 cose, como hauemo detto di sopra. Et quelle 16 cose dal presupposito essendo equali a vn censo più 55, egli è necessario che essa total superficie c, b, si possa diuidere come si ha fatto, videlicet in vn censo più 55. Dapoi che a tanto lei se aggualia. Adunque la partiale superficie f, b, quale è 55, come si ha detto è producta dalle due linee e, b, & e, f, ma la e, f, è equale alla a, c. Imperoche l'una & l'altra sono lati del quadrato ouer censo di detta equatione, cioè vna cosa. Adunque della linea a, e, in la e, b, vien producto 55, laqual cosa tieni in mente. Et perche Euclide nella quinta del secondo chiaramente ci dimostra, che quando vna linea sarà diuisa in due parti equali, & in due non equali, che il producto de l'una in l'altra delle parti inequali, con il quadrato di quella linea che giace tra l'una & l'altra settione, gionti insieme, faranno sempre equali al quadrato di vna delle parti equali, di essa linea. Adunque sia diuisa la linea a, b, lato di detta rettangola superficie c, b, in due parti equali in ponto g, & saranno ciascuna di dette parti, cioè le due linee a, g, & g, b, 8, videlicet la mità del numero delle cose di detta equatione. Adunque quando quadraremo la mità del numero delle cose della equatione allhora venimo a fare il quadrato di vna delle parti equali di essa linea a, b, cioè il quadrato di vna delle due linee a, g, ouer g, b, che è per ciascuna di loro 8, come dicemo, il qual quadrato è 64, & quando di esso quadrato, cioè di 64 detrahemo il numero della equatione, cioè 55, allhora venimo a detrahere il producto de l'una in l'altra delle due parti inequali di essa linea a, b, cioè il producto della a, e, in la e, b, qual producto è pur 55, come fu approbato di sopra quando fu detto tieni in mente, dellaquale detractione ci viene a rimanere 9, per il quadrato di quella linea che giace tra l'una & l'altra settione di detta linea a, b, cioè per il quadrato della linea e, g, imperoche come fu detto per auctorità di detta quinta del secondo di Euclide, Douendo esso producto di dette due parti inequali a, e, & e, b, qual producto è 55, con il quadrato di essa linea e, g, che giace tra l'una & l'altra settione, gionti insieme essere equali al quadrato di vna delle parti equali di essa linea a, b, però chi detrahe di esso quadrato di vna di dette parti, equali di detta linea a, b, qual quadrato è 64, il detto producto di dette due parti inequali, quale è 55, ci verrà a restare 9, per il quadrato di detta linea e, g, che giace tra dette settioni delqual quadrato pigliando poi la sua radice quale è 3, venimo ad hauere nota & manifesta la vera quantità ouer longhezza di essa linea e, g, quando poi ponemo detta radice, cioè 3, sopra la mità del numero delle cose, idest sopra 8, che ne risulta 11, allhora venimo ad aggiongere detta linea e, g, che è pur 3 sopra la g, b, che è pur 8, del che ne risulta 11 per la linea e, b, laquale linea e, b, è vna delle parti inequali della linea a, b, cioè la maggiore. quando poi finalmente detrahemo detta radice, cioè 3, della mità del numero delle cose, videlicet di 8, allhora venimo a detrahere la detta linea e, g, che è pur 3 della linea a, g, che è pur 8, del che ci rimane 5 per la linea a, e, che è l'altra delle parti



inequali di detta linea a, b, cioè la minore, laquale linea a, e, è il lato del quadrato ouer censo di detta equatione, & vera quantità ouer valuta della cosa, cioè quando detto censo ouer quadrato è constituito sopra la minor parte di essa linea a, b, cioè sopra la a, e, ma quando esso quadrato, ouer censo fusse constituito sopra la maggior parte di essa linea a, b, cioè sopra la e, b, come in questa seconda figuratione appare allhora detta linea e, b, quale è 11, come di sopra fu detto, sarebbe la vera quantità ouer valuta della cosa, imperoche la superficie c, e, di essa seconda figuratione, sarebbe il numero di detta equatione, cioè 55, qual nasce pur dal ducto della linea a, c, in la e, b, ouer in la c, f, a detta e, b, equale, cioè di 5 in 11. Et il detto censo nasce del ducto della e, b, cioè 11 in se medesima che fa 121, che gionti insieme 55 & 121 fa 176, che ben s'agguagliano a 176 cose over 16 lati di esso censo, cioè a 16 volte 11. Et medesimamente 1 censo piu 55 quando esso censo è constituito sopra la minor parte di essa linea a, b, cioè sopra la a, c, laqual è 5, el qual censo piu 55 fanno in summa 80, se agguagliano bene etiam loro a 16 cose, over 16 lati di esso censo, cioè a 16 volte 5. Ma in molti casi & quesiti, non sempre tutte due le parti fatte del numero delle cose della equatione, talmente che il dutto dell'una in l'altra di esse parti faccia il numero di essa equatione come s'ha fatto di sopra, saranno ambedue la vera valuta della cosa di essa equatione, come in la presente sono tutte due le linee a, c, & c, b, representanti dette parte, ma si ben sempre l'una over l'altra indubitatamente. Et questo avviene per che alle volte il censo constituito sopra l'una, & alcuna volta sopra l'altra di dette parte.

Ma come havemo detto anchora sopra le altre due precedenti dimostrationi. Quando il numero che restasse della detrattione del numero della equatione fuori del quadrato della mità del numero delle cose, non havesse radice discreta, over non fusse numero quadrato, all'hora di necessità la valuta della cosa sarebbe in binomio, over residuo, come se il numero di detta equatione fusse stato solamente 50, liqual 50 detrahendolo de 64, quadrato della mità del numero delle cose di essa equatione, che ci resta 14, liqual 14 non è numero quadrato, & per consequente non ha radice discreta, in quel caso si direbbe la cosa valere la mità del numero delle cose piu la radice di detto 14, over la mità del numero delle cose, men la radice di detto 14, cioè 8 p̄ R 14, che è binomio, over 8 men R 14, che è residuo.

Et quando il numero della equatione fusse equale al quadrato del numero della mità delle cose, all'hora detta mità del numero di esse cose, sarebbe la vera quantità, overo valuta della cosa di quella equatione. Ma quando esso numero della equatione, fusse maggiore del quadrato della mità del numero delle cose, all'hora veramente quel tal caso over quesito non sarebbe solubile anci sarebbe impossibile, imperoche alcuna quantità mai si puo dividere in due tal parti, che il dutto de l'una in l'altra di esse parti faccia piu del quadrato della mità di essa quantità. Ancora per molti altri modi & vie geometricamente si harebbe potuto fare le sopradette dimostrationi a delucidare la verità di sopradetti capitoli, ma mi è parso di non perder piu tempo in replicare quello che a sufficientia mi par esser chiaro & manifesto.

Di alcuni altri capitoli che ci sono, oltra li precedenti, delliquali si hanno le sue regole generali da metti in luce, lequali regole dependono però da quelle di essi precedenti.

Ancora vi sono alcuni altri capitoli oltra quelli, delliquali si ha trattato di sopra, che hanno le sue regole generali da risolverli over trarli in luce, lequal regole dependono però da quelle de gli precedenti, come di sotto a suoi debiti lochi s'intenderà, delliquali capitoli ad uno per uno, con sue regole chiare & aperte, qui sequente ne trattaremo. Et primo.

De censi di censi equali a numero.

Quando li censi di censi sono equali al numero. Parti sempre il numero per il numero de censi di censi, che lo advenimento sarà la vera quantità, over valuta di 1 sol censo di censo, & prendendone la radice della radice, quella sarà la valuta de una cosa. Verbi gratia, se 8 censi de censi fusseno equali a 128, dico che parti 128 per 8 che ne perviene 16, liquali 16 dico essere la valuta di un sol censo de censo. Et se pigliarai la radice della radice de 16 qual'è 2, haverai la vera quantità over valuta della cosa.

Essempio operativo al detto capitolo de ce.ce. equali a numero.

Trovami un numero, che il quadrato del quadrato di quello, multiplicato per 6, faccia 87846. Poni che il detto numero fusse 1 co. & multiplicala in se medesima farà 1 ce. el qual censo ancor multiplicato in se medesimo farà 1 ce. ce. & detto ce. ce. multiplicato per 6, farà 6 ce. ce. & questi 6 ce. ce. saranno equali a 87846. Adunque parti 87846 per 6, cioè per il numero di ce. ce. che ti verrà 14641 per valuta de un sol censo di censo, del qual pigliandone poi la radice della radice si haverà 11 per valuta della cosa, & tanto dirai essere l'adimandato numero, fanne prova multiplicando 11 in se medesimo che fa 121, & ancora 121 in se medesimo fa 14641. & questo 14641 multiplicato per 6 fa bene apunto 87846 come debbe fare.

De censi di censi & censi, equali a numero.

Quando gli censi de censi, & li censi sono equali al numero: ridotta che sia la equatione talmente che in quella oltra li censi & numero, non vi sia piu che un sol censo de censo.

Bisogna

Bisogna quadrare la mità del numero di censi, e detto quadrato ponere sopra il numero di essa equatione, & di quella summa prenderne la radice, & di essa radice abbatterne la mità del numero di censi, quello che restera sarà sempre la valuta di un sol censo, e volendo poi la valuta della cosa, prenderai la radice della valuta del censo, & haverai lo intento. Verbi gratia se 12 censi de censi piu 96 censi, fusse eguali a 1836, dico prima che tu reduchi detta equatione, talmente che in quella vi sia un sol censo di censo, il che si fa partendola tutta per il numero di censi de censi, cioè per 12, come per avanti è stato detto in altri capitoli, & haverai poi un censo de censo, piu 8 censi eguali a 153. Poi piglia la mità del numero di censi, laqual mità è 4, & quadrala, & detto quadrato qual'è 16, poni sopra il numero, cioè sopra 153, che fa 169, delquale 169 prendine la radice qual'è 13, & di essa radice abbattene la mità del numero di censi, cioè 4, che ne restera 9 per la quantità over valuta di un sol censo. Prendine poi la radice laquale è 3, e dirai che tanto val la cosa indubitatamente. &c.

Essempio operatiuo al detto capitolo de ce ce. & ce. eguali a numero.

Trovami un numero, che sopra il quadrato del suo quadrato postovi 8 de suoi quadrati faccia 2793. Poni che il detto numero sia 1 co. e quadrala fa 1 ce. & ancora quadra 1 ce. che farà 1 ce ce. aggiongivi 8 ce. farà in tutto 1 ce ce. p 8 ce. qual 1 ce ce. p 8 ce. sarano eguali a 2793. Smezza il numero di ce. & il detto smezzamento qual'è 4, multiplica in se medesimo, che farà 16, & questo 16 poni sopra 2793 farà 2809. Et di detta summa prendine la radice, laquale è 53 Et di essa radice abbattene detta mità del numero de censi, cioè 4, che ti restera 49, per valuta di un sol censo. del qual censo pigliandone poi ultimamente la sua radice, si haverà 7 per valuta di una cosa. E tanto dirai essere lo addimandato numero, fanne prova, multiplicando 7 in se medesimo che fa 49. & ancora 49 in se medesimo fa 2401, aggiongivi 8 fiate 49 che sono 392, farà in tutto 2793, si come debbe fare ragioneuolmente.

Ma quando gli numeri de' quali si hanno da pigliare le loro radici non havessero radice discreta, come saria se si dicesse $\frac{1}{8}$ censo de censo piu $\frac{3}{4}$ censo essere eguali a 15, che partendo tutta essa equatione per $\frac{1}{8}$, cioè per il numero di censi de censi, si ha poi un censo de censo piu 6 censi eguali a 120. Et ponendo il quadrato della mità di censi qual quadrato è 9, Sopra 120 si ha poi 129 di summa, Ilqual 129 non ha radice discreta, all'hora in quel caso se direbbe il censo valere la radice di detto 129 men la mità del numero di censi, cioè ℞ 129 men 3. del qual censo, pigliandone poi la sua radice (laqual radice è una delle linee irrationali, lequali Euclide pone nel decimo, cioè la gionta con rationale componente il tutto mediale, che da pratichi in questo modo si dipinge videlicet. ℞.v.(℞ 32 $\frac{1}{4}$ p̄ ℞ 30) mē ℞.v.(℞ 32 $\frac{1}{4}$ mē ℞ 30) si haverà nota & manifesta la vera quantità, over valuta della cosa. Questo capitolo per esser construtto sotto gli medesimi ordini che è quello di censi e cose eguali a numero, Si risolve mediante la regola, con laquale vien risolto quello, aggiontovi solamente questo, che quando qui siamo pervenuti alla notitia della quantità over valuta del censo, Si prende poi di piu la radice di esso censo per valuta della cosa, il che non fa bisogno fare in quello.

De censi & numero, equali a censi de censi.

Quando gli censi & numero, si agguagliano a gli censi de censi, recata che sia la equatione, di maniera che in quella oltra gli censi & numero, vi sia un solo censo di censo, si dimezzano gli censi, & il quadrato di detto dimezzamento si pone sopra il numero, & di detta summa se ne piglia la radice, & a essa radice si aggionge la mità del numero di censi per valuta di un sol censo, delquale pigliandone poi la sua radice si viene ad havere nota & manifesta la quantità overo valuta della cosa.

Verbi gratia, siano 20 censi piu 4464 eguali a 4 censi de censi, recata che sia la equatione al debito ordine secondo ch'è stato detto piu fiate. Si haverà poi 5 censi piu 1116 eguali a un censo de censo. Et pigliando la mità del numero di censi qual'è 2$\frac{1}{2}$, & il suo quadrato qual'è 6$\frac{1}{4}$, ponendo sopra il numero qual'è 1116, & di quella summa qual'è 1122$\frac{1}{4}$, pigliandone poi la sua radice quale è 33$\frac{1}{2}$, & a detta radice aggiongendogli la mità del numero di censi, cioè 2$\frac{1}{2}$, si haverà in tutto 36, per la vera quantità, over valuta di un sol censo, del quale si piglia poi finalmente la sua radice, quale è 6, per valuta di una cosa.

Essempio operativo al detto capitolo de ce & numero equali a ce ce.

TRovami un numero, che il quadrato del suo quadrato, faccia quanto 40 fiate il suo quadrato, aggiontovi sopra 6000. Poni che esso numero sia una co. che il quadrato sarà 1 ce. & il quadrato di 1 ce. sarà 1 ce. ce. & questo 1 ce. ce. sarà equale a 40 fiate il quadrato dell'adimandato numero, aggiontovi 6000, cioè a 40 ce. più 6000, dimezza il numero di ce. & l'una mità ch'è 20, multiplicala in se che farà 400, & questo 400 poni sopra a 6000, che farà in tutto 6400, delqual 6400 pigliane la radice che è 80, & ad essa radice aggiongivi sopra detta mità del numero di ce. idest 20, che farà 100, per valuta di un sol censo delqual ce. prendine poi la radice laqual'è 10, & di che tanto val la cosa, & per consequente che tanto è l'addimandato numero, fanne prova, multiplicando 10 in se, che fa 100, & anchora 100 in se, fa 10000, che è ben quanto 40 fiate 100, aggiontovi sopra 6000.

Ma come fu detto anchora nel precedente capitolo, quando gli numeri de' quali se hanno da pigliare le loro radici, non havessero radice discreta, come saria quando si dicesse che 12 censi più 564 fussero equali a un censo di censo, che dimezzati gli censi & il suo quadrato di detto dimezzamento, qual'è 36, posto sopra 564, che fa in tutto 600, il quale 600, non ha radice discreta. Allhora in quel caso, se direbbe che il censo valesse la radice di detto numero più la mità del numero di censi, cioè R 600 più 6, delqual censo pigliandone poi la sua radice qual'è R v.(R 150 più R 141) più R v.(R 150 men R 141) si haverà nota & manifesta la quantità over valuta della cosa, laqual valuta over quantità di essa cosa, cioè R v.(R 150 più R 141) più R v.(R 150 men R 141) è per una delle linee irrationali che Euclide introduce nel decimo, cioè la potente irrationale & mediale. Et questo capitolo per essere constituito sotto gli medesimi ordini, che è questo di cose & numero equale a censi, si pone in luce, mediante la regola con laquale vien posto quello aggiontovi solamente questo, che quando qui siamo pervenuti alla notitia della quantità del censo, si prende poi di più la radice di esso censo, per la valuta della cosa, ilche non fu bisogno fare in quello.

De censi di censi & numero, equali a censi.

QUando gli censi de censi & numero sono equali a gli censi, recata che sia la equatione al debito ordine, cioè che in quella non vi sia oltra gli censi & numero altro che un sol censo di censo, per capo principale della equatione, si dimezzano poi gli censi, & del quadrato di esso dimezzamento si cavi il numero, & la radice di quel restante, si pone sopra il numero della mità di censi, over veramente si cava di essa mità del numero di censi, che sempre quello ne resterà ouero risulterà, sarà la vera quantità over valuta di un sol censo, delqual censo prendendone poi la sua radice si haverà nota la valuta della cosa. Verbi gratia, siano posti $5\frac{1}{2}$ censi de censi, & $1312\frac{1}{2}$ essere equali a 190 censi, & sia divisa over partita detta equatione per $5\frac{1}{2}$, cioè per il numero di censi, che si haverà poi un censo de censo & $238\frac{7}{11}$ equali a $34\frac{6}{11}$ censi, delqual numero de censi dico che ne piglia la mità che è $17\frac{3}{11}$, & del suo quadrato, qual'è $298\frac{42}{121}$ abbattene il numero, cioè $238\frac{7}{11}$, che ne resta $59\frac{86}{121}$, & di detto restante pigliane la radice, laquale è $7\frac{8}{11}$, & essa radice ponela sopra la mità del n° di censi, cioè sopra $17\frac{3}{11}$, over detraila di essa mità del numero di censi, idest de $17\frac{3}{11}$ che essendo aggionta si haverà poi 25 per valuta di un sol censo, & la radice di esso censo laquale è 5 per valuta di una sol cosa. Et essendo detratta si haverà $9\frac{6}{11}$ per per valuta di un sol censo, e la radice di esso censo, laquale è R $9\frac{6}{11}$ per valuta di una cosa, si possiamo poi servire della valuta di quella cosa, che ci fa lo effetto di quanto ricerchiamo, imperoche seria per l'una over l'altra, nelo saranno indifferentemente, & ancor qualche fiata ambedue, ma non sempre, come diremo anchor nella dimostratione Geometrica, addutta sopra il capitolo de censi & numero equali a cose, imperoche questo per essere constituito sotto gli medesimi ordini di quello, si pone in luce con la medesima regola che si pone quello, aggiontovi solamente questo, che quando qui siamo pervenuti in luce del censo, si prende poi di più la radice di esso censo per notitia della valuta della cosa, ilche non fu bisogno in quello.

Essempio operativo al detto capitolo de ce ce. & numero, equali a ce.

TRovami un numero, che sopra il quadrato del suo quadrato postovi 64 faccia quanto il suo quadrato multiplicato per 20, poni che esso numero sia una cosa è quadrato sarà un

censo,

censo. Et anchora quadra detto ce. fara 1. ce.ce. aggiongiei 64 fara in tutto 1. ce.ce. ꝑ 64. & questo 1 ce.ce. ꝑ 64 è eguale a la multiplicatione de 20, in vn ce. cioè a 20 ce. dimezza esso numero di ce. e l'una mita qual è 10, multiplica in se medesimo, che fara 100, dalqual 100, abbatene 64 che ti remanirà 36, delqual remanimento prendine la radice che è 6, & essa radice ponila sopra la detta mita del numero di ce. che fara in tutto 16 per valuta di vn sol censo, del qual ce. pigliandone poi la sua radice si hauerà 4 per valuta della cosa, & tanto potrai dire esser l'adimandato numero, o veramente detrai essa radice, cioè 6 della detta mita del numero di ce. idest de 10, che ti restera 4 pur per valuta di vn sol ce. delqual ce. pigliandone poi la sua radice, si hauerà 2 per valuta della cosa. Et tanto ancor potrai dire esser esso adimandato numero. fanne proua, cioè primamente multiplicando 4 in se, fa 16, & ancora 16 in se, fa 256; aggiongiei 64 fa 320, che è ben eguale a 20 ce. cioè a 20 fiate 16. Similmente multiplicando ancora 2 in se fa 4, & 4 in se fa 16, aggiongiei 64 fa 80, che è ben ancor eguale a 20 ce. idest a 20 fiate 4. Adunque a questo tal quesito se gli puo dare due risposte, & ambedue verissime, cioè che l'adimandato numero è 4, & anchor che egli è 2, come per le sue proue chiaramente si ha potuto vedere. per ilche egli è da notare (come ancor di sopra fu detto,) che alcune fiate, si posiamo seruire della valuta di ambedue le cose, lequal valute si conseguiscono sempre negli modi & ordini detti di sopra, videlicet vna aggiongendo, & l'altra detrahendo essa radice, presa di quel residuo che ci rimane, abbattendo il numero delle equationi, fuori del quadrato della mita del numero di ce. di esse equationi, ma non sempre. Ma ben sempre per regola generale, & indubitatamente si potremo seruire dell'una ouer dell'altra, idest che sempre l'una ouer l'altra ci fara l'effetto che ricerchiamo, per che altra cosa è vna equatione, & altra cosa è vn quesito, imperoche per quanto aspetta alla equatione sola, sempre l'una & l'altra ci fara l'effetto, ouero ci riuscirà. Ma per quanto aspetta poi alli quesiti, non sempre l'una & l'altra ci riuscirà, ouer farà l'effetto, ma si ben sempre l'una ouero l'altra infallibilmente. Et però la regola di questo tal capitolo di ce. ce. & numero eguali a ce. dice che la detta radice (di esso residuo che ci rimane, abbattendo il numero della equatione, fuori del quadrato della mita del numero di censi, è quella aggionta sopra la mita del numero di ce. ouer detratta di essa mita del numero di ce. cioè all'uno ouer all'altro modo; darà sempre la vera valuta di vn sol ce. del qual ce. pigliandone poi la sua radice si hauerà la cognitione della vera valuta della cosa.

Ma quando gli numeri delliquali se hanno da pigliare le loro radici, non hauessero radice discreta, all'hora in quel caso il censo varrebbe la mita del numero di censi, men la radice sorda di quel numero che restasse della sbarratione del numero della equatione, fuori del quadrato della mita del numero di censi, ouero detta mita del numero di censi, piu la radice sorda di detto numero, che restasse di detta sbarratione del numero della equatione, fuori del quadrato della mita del numero di censi, & la cosa varrebbe poi la radice di esso censo, laquale radice sarebbe per vna delle linee irrationali che Euclide introduce nel decimo, dellequal sene potria a beneplacito hauer la notitia, per li modi da noi posti nella seconda parte del general trattato de numeri & misure.

Ma egli è ancor da sapere, che quando il numero della equatione fusse eguale al quadrato della mita del numero di censi, che all'hora essa mita del numero di censi, sarebbe la valuta di vn sol censo. Et quando detto numero della equatione fusse maggiore di esso quadrato della mita del numero di censi, che quel tal caso ouero quesito non si potrebbe essequire, idest sarebbe impossibile, per la causa che in fine di detta dimostratione geometrica addutta sopra il detto capitolo di censi & numero eguali a cose, fu assignata.

De alcuni documenti vtilissimi & necessarii, per informatione de gli ordini che si hanno da osseruare in l'arte di Algebra. Et prima.

Della positione de gli casi ouer quesiti.

Spediti gli capitoli algebratici, & a ciascuno di quelli posta & assignata la sua propria regola generale da porsi in luce, & ancora i suoi essempi operatiui, hor è da dare gli modi & ordini, che si hanno da tenere, nel soluere le questioni & casi, ouer quesiti a noi proposti per detta regola algebratica, per laqual cosa egli è da sapere che a beneplacito si puo ponere il caso ouer quesito esser vna cosa o cose & piu cose, vn censo o censi & piu censi: vn cubo o cubi & piu cubi: vn censo di censo o censi de censi & piu censi de censi, & cosi discorrendo, de ogni & qualunque altra dignità algebratica che ci pare & piace, & quante ci pare & piace, dummente che siano de uno medesimo genere per non ci arecchare maggiore laboriosità, & operando, cioè multiplicando, partendo, summando, & sottrando, secondo che ricercha & vuole quel caso over quesito che si vuol solvere, se si perviene ad alcuno de gli precedenti capitoli, si puo poi porlo in luce, & pervenire alla cognitione della quantità over valuta di una sol cosa, mediante gli modi & regole di sopra poste a essi capitoli, & pervenuti in cognitione della quantità over valuta di una sol cosa, si puo poi multiplicarla per il numero delle cose che si apponessimo, cioè per 2 over piu, se a due, over piu cose si havessimo apposti si puo etiam quadrarla, cubarla, & ancora quadrare il suo quadrato, & finalmente ridurla in forma & ordine di ogni & qualunque altra dignità algebratica, alla quale over alle quale si havessimo apposti, & etiam la quantità over valuta di ciascuna di esse dignità, multiplicare per 2 over piu, se a 2 over piu di dette dignità si havessimo apposti, si puo anche se ne pare accompagnare la cosa, con il numero piu & meno, secondo che ci piace, come sarebbe a dire, io pongo il quesito essere una cosa piu 2 over piu 3 &c. Et cosi io le pongo essere una cosa men 2 o men 3 &c. Et operando per venire alla cognitione della quantità over valuta di una sol cosa, alla quale bisogna poi aggionger quel numero che si pose essere il quesito piu di essa cosa, overo abbattere quel meno ad havere il giusto di esso quesito, cosi apponendosi a un censo, a un cubo, a un censo di censo, overo ad altra dignità algebratica con il numero piu & meno, accompagnata come fu detto della cosa in tutto & per tutto. Si puo etiam apponersi a piu cose, a piu censi, a piu cubi, a piu censi de censi, & a piu altre dignità algebratice che ci pare (pur che siano di uno medesimo genere come di sopra dicemo) con il numero piu & meno accompagnate, & pervenuti in cognitione della quantità over valuta di esse cose, censi, cubi, censi de censi, over altre dignità alle quali s'havessimo apposti, aggiongerli poi quel numero che havessimo posto de piu in sua compagnia, over detrarre quel meno, vale bisogna molto advertire nel primo apponere, perche alcuna fiata apponendosi a un modo con la operatione, perveniremo ad alcuni aggualgiamenti tali, delli quali fin hora non se ne ha notitia, si come quando in la equatione sono tre over quattro termini de diverse quantità eguali a dui over tre altri, delli quali aggualgiamenti fin hora non è stata assignata regola alcuna, & apponendosi a un altro modo, ben ci condurremo a qualch'uno de gli assignati capitoli, e mediante la sua regola che gli è stata posta & assignata, si trarrà poi in luce, & conseguirassi lo intento di quanto recerchiamo, egliè ben vero, che ci sono anchor de molti casi over quesiti che apponendosi l'huomo a ciò che si uogli, mai porrà con la sua operatione condursi ad alcuno de gli predetti assignati capitoli, per il che sarà sforzato ad abbandonare la impresa di solvere tal caso over quesito è lassarlo cosi irrisoluto, perche ogni & qualunque fiata che con la nostra operatione non porremo pervenire ad aggualgiamento de alcuno di sopra assignati capitoli, non saperemo cio che si fare, per non havere regola ne ordine di trarre in luce essi aggualgiamenti, alli quali se siamo condotti con la operation nostra, per il che come di sopra fu detto, bisognerà abbandonare la impresa.

Anchora e da notare, per il detto primo apponere il quesito, che alle volte ci sarà necessario fare due positioni, di due quantità l'una diversa dall'altra, perche facendosi una positione sola, malagevolmente si porrebbe pervenire ad alcuni de gli assignati capitoli, del quale apponere l'una di dette due quantità sarà sempre ordinaria, cioè cosa over censo &c. l'altra estraordinaria, laquale estraordinaria nominarassi per simplicemente una quantità, & scriverassi in questo modo q̃, una quantità. Come essempi gratia, chi dicesse trovami dui numeri, che tanto faccia l'uno multiplicato per 4, & sopra la detta multiplicatione aggiontoci 16, quanto l'altro multiplicato per 8, & di detta multiplicatione dettrattone 4, & che il detto di l'uno in l'altro di essi numeri, faccia 12. dove porresti ponere l'uno essere una cosa, & l'altro una quantità, & multiplicato il primo per 4, & aggiontogli sopra 16, farebbe 4 co. p̃ 16, & il secondo multiplicato per 8, & dettrattone 4, farebbe 8 quantità men 4. perche si come a multiplicare numero via cosa produce cosa, cosi a multiplicare numero via quantità produce quantità. Havemo adunque 4 co. piu 16, eguali a 8 quantità men 4, hor ci bisogna avvertire quanto che cosi algebraticamente si viene ad havere ragionata una sol quantità, che ponessimo essere uno di detti numeri per levarsi quantità fuori della equatione, havendoci condotti fino dove faceua di bisogno. Et per cio fare egliè necessario, che a dette 8 quantità si aggiongino 4 per li 4 che sono di meno in sua compagnia, & se ci fusse alcun piu bisognerebbe minuirlo, acciocche dette quantità restino sempre sole da un canto, overo da uno de gli estremi della equatione, & quello che si aggionge over che si sminuisse da esse quantità, bisogna poi aggiongerlo gesso ouero minuito, anchora dall'altro cato ouero dall'altro estremo di essa equatione, che cio sempre si potra fare, se non altrimenti con gli termini del piu ouer meno. Adunque hauendosi al presente aggionto 4 a esse 8 quantita, che vi erano di meno in sua compagnia aggiongeremo medesimamente altri 4 all'altro estremo, cioe a 4 co. p̃ 16, che fara in tutto 4 cose p̃ 20 equali a 8 quantita, hor parti 4 co. p̃ 20, per 8 quantita, come semplici numeri, & venira $\frac{1}{2}$ co. p̃ 2 $\frac{1}{2}$ per valuta di vna sol quantita. Adunque vno di detti numeri, cioe il primo e vna cosa come lo ponessimo essere, l'altro cioe il secondo e $\frac{1}{2}$ co. p̃ 2 $\frac{1}{2}$ come hauemo trouato valere ouer essersi ragionata vna quantita, laquale ponessimo per detto secondo numero. Et perche il prodotto della multiplicatione dell'uno in l'altro di essi numeri debbe fare 12 multiplicaremo 1 co. via $\frac{1}{2}$ co. p̃ 2 $\frac{1}{2}$ che fara $\frac{1}{2}$ censo p̃ 2 $\frac{1}{2}$ co. & questo prodotto, cioe $\frac{1}{2}$ censo p̃ 2 $\frac{1}{2}$ cose sara equale a 12. riducasi a vn censo partendo tutta la equatione per $\frac{1}{2}$, cioe per il numero di censi, & haueremo poi 1 cen. p̃ 5 co. equali a 24. hor vedi che sei a capitolo ordinario, cioe de censo & cose equali a numero, & pero dimezza le cose & il suo quadrato quale e 6 $\frac{1}{4}$ poni sopra il numero, cioe sopra 24 fara in tutto 30 $\frac{1}{4}$ dellaqual summa prendine la radice che e 5 $\frac{1}{2}$ & di essa radice detrane la mita delle cose, che e 2 $\frac{1}{2}$ & restarate 3 per valuta di vna cosa e tanto e il primo di detti numeri. il secondo e $\frac{1}{2}$ cosa piu 2 $\frac{1}{2}$, come fu trouato valere, ouero essersi ragionata la quantita, laqual $\frac{1}{2}$ cosa p̃ 2 $\frac{1}{2}$ fanno in tutto 4. perche $\frac{1}{2}$ cosa viene ad essere 1 $\frac{1}{2}$ & 2 $\frac{1}{2}$ che vi sono di piu, con detta $\frac{1}{2}$ cosa, ben fanno aponto 4. & cosi dirai che quello di detti dui numeri, che ha da essere multiplicato per 4. & a detta multiplicatione aggiongere 16. e 3. & quello che ha da essere multiplicato per 8. & di essa multiplicatione detrarne 4. e 4. dal che facendone proua si trouara star bene, perche multiplicando 3 per 4 fa 12, & a quel 12 aggionger 16. fa in tutto 28. & multiplicando 4 per 8 fa 32. & di esso 32 abbatterne 4. resta ben aponto 28 come si ricercaua.

Del leuare gli superflui & ristorare gli diminuti delle equationi.

ANchora egli e da notare, a chi ben con destrezza vuol operare in algebra, che sempre agguaglino bene gli estremi delle equationi, cioe leuando tutti gli superflui & ristorando tutti gli diminuti. Et accio che piu chiaramente il nostro parlare da ciascuno sia inteso. Prima dichiariremo quali siano gli estremi delle equationi. Poi a che modo se habbino a leuare di quelle gli superflui & ristorare gli diminuti, & per cio fare poneremo caso che habbiamo da diuidere 20 in due tal parti, che l'una di quelle multiplicata per 4, & a detta multiplicatione aggiontoui 10, faccia tanto quanto l'altra multiplicata in se medesima. Donde ponendo che vna di dette parti fusse vna cosa, l'altra sarebbe poi il rimanente, cioe 20 men 1 co. e multiplicando vna cosa per 4. & a detta multiplicatione aggiongendogli 10 hauerassimo in tutto 4 co. p̃ 10, & quadrando 20 men 1 co. hauerassimo in tutto 400 p̃ 1 ce. men 40 co. di quadratura. Adunque 4 co. p̃ 10 seriano equali a 400 p̃ 1 ce. me 40 co. quai 4 co. p̃ 10, & 400 p̃ 1 cen. men 40 cose. dico essere gli estremi di detta equatione, cioe 4 co. p̃ 10 per l'uno, & 400 p̃ 1 ce. men 40 co. per l'altro. Inteso adunque che 4 co. p̃ 10, e vno de gli estremi di essa equatione, & 400 p̃ 1 ce. men 40 cose l'altro. & che quelli dui estremi, ouer quelle due summe sono equale dal presupposito. Se dira mo in qual modo da essi estremi se habbino da leuare gli superflui, & ristorare gli diminuti che ci sono. laqual cosa si fa communemente cominciando da gli maggior meni, aggiongendoli & restaurandoli, poi da gli minori piu abbattendo gli & leuandogli, ma perche in questa equatione se gli trouano solamente 40 cose di meno, in vno de gli estremi di quella, cioe con li 400 per vn censo, pero cominciando noi da esse 40 cose ad aggiongerle a esso estremo, con ilquale sono di meno, quello sara poi 400 p̃ vn cen. et hauendosi aggionto questo estremo 40 cose, fa bisogno aggiongerne medesimamente altre tante anchora all'altro, accioche quelli dui estremi, ouer quelle due summe sempre siano pari ouero equali in bilancia: perche ogni & qualunque summa che due ouer piu summe siano equale chi aggiongera a quelle, ouero extrahera da quelle quantita equale, gli risultanti ouer rimanenti restano anco sempre equali. & similmente chi multiplicara ouero partira summe equale, per equali numeri ouer per equal quantita, ancora gli prodotti ouero auenimenti saranno sempre equali, adunque aggiongendosi anchora a l'altro estremo cioe a 4 cose p̃ 10, 40 cose come si hanno aggionte a quello, si hauerano poi in tutto 44 cose p̃ 10 equali a 400 p̃ vn censo, & cosi habbiamo ristorati li diminuti, imperoche non vi e piu meno alcuno in ditta equatione, che quando ce ne fusse sotto de gli altri, haurebbe bisognato ristorarli nel medesimo modo & ordine che si ha ristorato quello, accioche mai in le equationi, cioè quando si è per trarle in luce, vi resti alcun meno, resta mo a leuare gli superflui, quali superflui sono quelle quantità de vno medesimo genere che si trouano in l'uno & l'altro estremo, lequal quantità se abbatteno sempre l'una dall'altra, acciò che il rimanente resti solamente in vno de essi estremi, cioè in quello nelquale se ne attrouano più di esse quantità di vno medesimo genere, come si vede qui in questa equatione, che il numero si attroua in l'uno & l'altro de gli estremi di quella, è però chi leuerà via 10 che è con le 44 cose dall'uno & l'altro di essi estremi, resteranno poi 390 p̄ vn censo, equali a 44 cose, & a questo modo si leuano tutti gli superflui, acciò che mai in le equationi, cioè quando si è per trarle in luce vi restino quantità de vno medesimo genere in l'uno & l'altro estremo di quelle, hora hauendosi 390 p̄ vn censo equali a 44 cose, siamo peruenuti a capitolo ordinario, & volendo trarlo in luce, dimezza le cose, & del suo quadrato, qual'è 484, abbattine il numero, cioè 390, che ti resterà 94, delqual 94 prendine la radice, & essa radice detrazila della mità del numero delle cose, cioè de 22, che ti resterà 22 men R 94 per valuta della cosa, è tanto viene ad essere vna delle sopra addimandate parte di 20, idest quella che si ha da multiplicare per 4 & aggionger 10, l'altra, cioè quella che si ha da quadrare, è tanto quanto che rimane de 20, abbattendone 22 men R 94 videlicet R 94 men 2 fanne proua e trouerai che iustamente si ha adimpito quanto si ricercaua: & insieme a bastanza si puo hauere inteso quali siano gli estremi delle equationi, & etiam in che modo da essi estremi si leuano gli superflui & restorino gli diminuti, niente di meno per maggiore intelligentia & instruttione di leuare essi superflui, & ristorare essi diminuti, voglio ancora addurti doi altri essempi, vno delliquali sarà quando si hauessimo 10 censi p̄ 20 cose p̄ 60 equali a 6 censi p̄ 36 cose men 10, & che da essi estremi si volessero leuare detti superflui & ristorare detti diminuti, bisognerebbe prima aggiongerli all'uno & l'altro, li 10 che sono di meno con gli 6 censi p̄ 36 cose & hauerestimo poi 10 censi p̄ 20 cose p̄ 70, equali a 6 censi p̄ 36 cose, poi bisognerebbe a leuarli pur dall'uno & l'altro 20 cose lequal 20 cose sono in compagnia de gli 10 censi p̄ 70, & restariaci 10 ce. p̄ 70 equali a 6 censi p̄ 16 co. & similmente bisognerebbe poi anchora leuarli d'ambidui 6 censi, liquali 6 censi sono in compagnia delle 16 cose, & hauerassi vltimamente 4 ce. p̄ 70, equali a 16 co. & a questo modo sarebbimo gionti a capitolo ordinario, cioè de censi & numero equali a cose. l'altro di detti essempi sarà questo, cioè quando si hauessero 12 censi p̄ 25 cose men 70 equali a 100 cose men 8 censi men 30. Dico che a voler leuare detti superflui, & ristorare detti diminuti bisognerebbe primamente aggiongere 70 all'uno & l'altro di essi estremi quali 70 sono di meno con gli 12 censi p̄ 25 cose, & hauerassi poi 12 cen. p̄ 25 co. equali a 100 co. p̄ 40 men 8 cen. perche a summare 70 con men 30 fa p̄ 40, poi bisognerebbe ancora ad aggiongerli ad ambidui 8 censi, che sono pur di meno con le cento cose più 40, & hauerassi poi 100 cose p̄ 40 equali a 20 censi p̄ 25 cose, poi finalmente bisognerebbe a leuarli dall'uno & l'altro 25 cose lequal sono con gli 20 censi & restariaci vltimamente 20 censi, sol equali a 75 cose p̄ 40, & cosi sarebbimo peruenuti a capitolo ordinario, cioè de censi equali a cose & numero, & volendolo trarre in luce, osserua l'ordine della regola posta a detto capitolo, & questo voglio sia bastante per quanto apperta a leuare tali superflui & ristorare detti diminuti.

Del leuare le radici de gli estremi delle equationi.

ANcora l'accade molte fiate, nelli estremi delle equationi ritrouarsi de molte radici, cioè quando de vna sorte & quando de un'altra, è quando da per se sole, è quando accompagnate con altre diuerse quantità, lequale in verità ci danno non poco disturbo & trauaglio, & il più delle volte ci bisogna ingegnarsi di leuarle di esse equationi, volendole trarre in luce, & anchora molte fiate l'accade che per causa di esse radici dette equationi ci rimangono incognite, idest che non si possono trarre in luce, & ancora alcune fiate, accade che'l bisogna trarle senza leuare dette radici, per il che egli è necessario primamente, a dare modo & ordine di leuarle di dette equalitioni & condursi a termini di poterle trarre in luce, quando non siamo impediti da impossibilità, poi a cognoscere quando per causa di dette radici esse nostre equationi ci rimangono incognite, & poi finalmente il modo di trarle in luce, quando si hanno da trarre senza leuare esse radici: & per ordine seguiremo in questo modo, cioè che primamente poneremo caso, che si hauessimo 8 cose equalia 10 p̄ R v. 40 cen. p̄ 20 co.) & che si volesse leuar detta radice di essa equatione, dico che il meglior ordine, & il meglior modo che ci sia essere questo, cioè a discompagnarla sempre da ogni & qualunque altra ouer altre quantità che si trouasse in sua compagnia, acciò che essa radici restino sole da vno de gli estremi, che cio sempre si potra fare, se non altrimenti cō gli termini dei piu & del meno. Adunque leuando noi li 10, che sono in compagnia di essa ℞ q. (40 ce. p 20 co.) Et leuandoli ancora dall'altro estremo, cioè da 8 co. accioche questi estremi restino eguali, haueremo poi ℞ q. (40 ce. p 20 co.) eguali a 8 cose men 10. hor quadraremo l'uno & l'altro di essi estremi, cioè multiplicaremo in se medesimi, & haueremo poi 64 ce. p 100 mē 160 co. eguali a 40 ce. p 20 co. imperoche questa radice legata si scioglie a moltiplicarla in se medesima, & viene a produrre precisamente quella ouer quelle quantità delle, ouer delle quali lei è supposta essere radice, & ancora essendo detta radice, eguale a 8 co. men 10, come si ha detto, chi puo dubitare che similmente detti loro quadrati non siano eguali. Adunque a questo modo si ha leuata detta radice di detta equatione & siamo ridutti a termini di poter peruenire a capitolo ordinario. leuando gli superflui, & ristorando gli diminuti.

Ancora poneremo caso, che se hauessimo 5 ce. p 8, eguali a 100, men ℞ q. 20 cen. Dico che a voler leuare questa radice di detta equagliatione. per essere quella di meno in cōpagnia de gli 100, che bisogna prima ad aggiongerla all'uno & l'altro di essi estremi, & haueraisi poi 5 ce. p 8. p ℞ q. 20 ce. eguali a 100. hor discompagna ouer leua da essa radice, le quantità che sono in sua compagnia, cioè 5 ce. p 8. leuandole però ancora medesimamente dall'altro estremo, cioè da gli 100, & resterà detta ℞ q. 20 ce. eguali a 92 men 5 ce. hor multiplicaremo detti residuali estremi in se medesimi, & haueremo poi 20 ce. eguali a 8464 p 25 ce. ce. men 920 ce. & leuando gli superflui & ristorando gli diminuti si haueranno vltimamente 940 cen. eguali a 8464 p 25 ce. ce. la qual equatione, volendola trare in luce, osserua l'ordine della regola posta al capitolo de censi eguali a censi de censi & numero. &c.

Ancora poneremo caso, che si hauessero 8 p ℞ q. 40 cose, eguali a ℞ q. 100 cose. Et che ancora si volessimo leuare dette radici di essa egguagliatione, che per esserne nell'uno & l'altro delli estremi di quella, gli multiplicheremo ambidui in se medesimi, idest quadraremo, & haueraisi poi 64 p 40 co. p ℞ q. 10240 cose, eguali a 100 cose. hor discompagnaremo ouer leuaremo da essa radice 10240 cose, li 64 p 40 co. che sono in sua compagnia, leuandogli però ancora medesimamente dall'altro estremo, cioè da 100 cose, & haueraisi poi ℞ q. 10240 cose, eguali a 60 co. men 64. iquali estremi multiplicandoli vn'altra fiata in se medesimi, si hauerà vltimamente 10240 cose eguali a 3600 censi, p 4096 men 7680 cose, & così ancora siamo peruenuti a termini di poterli ridurre ad hauere la cognitione della nostra operatione, leuando prima gli superflui & ristorando gli diminuti. &c.

Ancora poneremo caso, che se hauessero 10 p ℞ q. 20 censi, eguali a 2 censi p ℞ q. 17 cose, & che etiam si volessero leuare dette radici da essi estremi. Dico prima che tu leui la radice 17 cose, che è con gli 2 censi dall'uno & l'altro di essi estremi, & hauerai poi 2 cen. eguali a 10 p ℞ q. 20 censi men ℞ q. 17 cose. Et ancora leua pur dall'uno & l'altro de ambidui essi estremi, li 10 che sono con la ℞ q. 20 cen. men ℞ q. 17 co. & hauerai poi ℞ q. 20 ce. men ℞ q. 17 co. eguali a 2 cen. men 10. hor multiplica l'uno & l'altro di detti estremi in se medesimi, & hauerai 20 cen. p 17 co. men ℞ q. 1360 cubi, eguali a 4 cen. cen. p 100 men 40 cen. Aggiongi all'uno & all'altro di essi estremi, ℞ q. 1360 cu. & hauerai poi 20 cen. p 17 co. eguali a 4 cen. cen. p 100 men 40 cen. p ℞ q. 1360 cu. Discompagna mo detta ℞ q. 1360 cu. leuandoli 4 cen. cen. p 100. & aggiongendoli 40 cen. che ui è di meno in sua compagnia, con questo però che anchora dall'altro estremo, cioè da 20 cen. p 17 co. tu leui medesimamente 4 cen. cen. p 100. Et aggiongi 40 censi (accioche sempre essi estremi se ritrouino eguali come è stato detto piu fiate,) perche ogni & qualunque fiate tu aggiongessi ouer detrahessi dall'uno di questi estremi, & che il medesimo tu non aggiongessi ouer detrahessi ancora dall'altro, tutta la operatione perirebbe, perche sempre questa regola di algebra va calculando & negociando aggiongendo & minuendo a questi dui estremi, & ancora partendoli & multiplicandoli, ma sempre però mantenendoli pari, ouer eguali. Et dapoi che tu hauerai leuato da 20 cen. p 17 co. 4 cen. cen. p 100. & aggionto 40 cen. tu hauerai poi ℞ q. 1360 cubi, eguali a 60 cen. p 17 co. men 4 cen. cen. men 100. & quadrando ancora l'uno & l'altro di essi vltimi estremi tu hauerai poi 1360 cubi, eguali a 16 cen. cen. cen. p 4400 cen. cen. p 2040 cu. p 10000 men 480 cen. cu. men 136 primi relati, men 11711 cen. men 3400 co. & a questo modo ben habbiamo leuate dette radici, ma per causa di quelle ci siamo condotti alla impossibilità di trare in luce essa equatione, perche non hauemo capitolo di regolare tante diuerse quantità, quale si ritrouano in questa vltima quadratione. Si vede adunque quanto trauaglio ci danno esse radici, & come per causa di quelle molte fiate le equationi ci rimangono incognite. Et tutto quello che ci ha detto & essemplificato to, circa il leuare delle radici quadre delle equationi, molto bene si puo adattare & accommodare in leuare ogni & qualunque altra sorte di radici, adoperando in quelle il cubicare, relatare, ouero altro ordine radicale a esse conueniente & espettante, come in queste si ha fatto con il quadrare.

Ancora poneremo caso, che si hauessero 10 co. eguali a 35 p̃ R 560, laquale equatione è vna di quelle, che bisogna a trarre in luce senza leuare detta radice, che si fa partendo 35 p̃ R 560 per il numero delle cose, cioè per 10, che ne venira 3 ½ p̃ R 5 ⅗ per valuta di vna sol cosa. &c. Similmente quando si hauessero censi, o censi de censi, ouero altre dignità algebratice, eguali a numero & radice, ouero a radice sole, bisognerebbe partire quel numero & radice, ouer radice sole per il numero di censi, ouer censi de censi, o altre dignità algebratice che fossero, & lo auenimento di tal partire sempre sarebbe la valuta di vn sol censo, ouer censo de censo, o diuna di quelle dignità algebratice, che fossero eguali a detto numero & radice, ouero R sole.

Ancora poneremo caso, che si hauessero 10 cen. p̃ 20 co. eguali a 200 p̃ R 800. Dico che similmente questa ci conuiene traria in luce, senza leuar detta radice, per che chi la volesse leuare ci arrecherebbe maggior intrico alle spalle. Adunque bisognando traria in luce senza leuare detta radice. Bisogna adoperare la regola del capitolo de censi & cose eguali a numero, per che ancora che vi siano dette R per essere quelle accompagnate con il numero, & ancora per essere radice di puro numero, per quanto aspetta a l'ordine del detto capitolo, quelle si hanno da intendere vnitamente con detto numero, come se fossero puro numero, anchora che nel maneggiarle bisogni però maneggiarle come radice. Et quello che si ha detto, & essa che si dira per cagione de trare in luce la presente equatione, se habbi da intendere generalmente per tutte le altre che si potranno trare, per le regole di alcuno de gli altri capitoli. Hor veniamo alla conclusione di porre in luce essa equatione, partendo primamente quella per 10, cioè per il numero di censi, & haueremo poi 1 ce. p̃ 2 co. eguali a 20 p̃ R 8. Et dimezzando le cose & il suo quadrato, quale è 1, ponendo sopra il numero, cioè sopra 20 p̃ R 8, si hauera in tutto 21 p̃ R 8, dellaqual somma prendendone la radice, laquale è R v. (10 ½ p̃ R 108 ¼ p̃ R v. 10 ½ men R 108 ¼) & detrahendone la mita del numero delle cose, cioè 1, sina resta R v. (10 ½ p̃ R 108 ¼ p̃ R v. 10 ½ men R 108 ¼) men 1, per valuta della cosa.

Et oltra tutto quello che si ha detto del leuare delle radici delle equationi, & etiam di trare in luce quelle che bisogna, ouer che si possa trare senza leuarle. E da notare, che tutte le radici di ogni & qualunque dignità algebratica, ouer radici, come che di esse dignità interuenghino si multiplicano, & partino, & ancora si summano, & sottrano (cioè quelle che sono communicanti; in vno modo, idest facendone risultare, ouer rimanere vna sol radice. Et quelle che non sono communicanti in vn'altro, cioè con gli termini del piu & del meno) secondo li medemi modi & ordini che si fanno le altre radici de puri numeri, osseruando però appresso gli ordini di esse dignità, come è stato detto nel multiplicare, partire, summare, & sottrare di quelle, lequal cose da te medesimo potrai benissimo adattare, senza che circa ciò, io ti dica altro.

Dello inuestigare se delli estremi delle equationi, si possono pigliare le loro radici.

Ancora le da sapere, che alcune fiate le equationi, non si possono trare in luce, stante nelli termini nei quali quelle si ritrouano, per non hauere noi regole de simili egguagliamenti. Onde ci bisogna tentare, s'egli è rimedio alcuno, di potere conseguire il nostro intento, cioè di poterle trarre in luce. & tra le altre esperienze che si fanno, lo inuestigare se delli estremi di esse equationi, si puo prendere le loro radici ne è vna, perche molte fiate dapoi che haueremo trouato essere possibile, & che con effetto le se haueranno prese, facil cosa ne sara poi trarle in luce. Et accio che io sia meglio inteso, Ponerò caso che si hauessero 9 ce.ce. p̃ 12 cu. p̃ 4 ce. eguali a 240, laqual equatione non si puo por in luce, stante nelli termini che la se ritroua. Atteso che sin hora nõ si ha regola del capitolo de cen.ce. cu. & co. eguali a n̄, come si ritrouamo alle mani, e però inuestigaremo s'egli è possibile di hauere le radici di essi estremi, laqual inuestigatione si fara comincia͂do dal detto trinomio cioè dalli 9 ce ce. p̃ 3 cu. p̃ 4 ce. & considerando cõsideraremo che la radice di vno trinomio non puo essere altro che vno binomio, & questo perche a multiplicare el binomio in se medesimo al suo medesimo gli intervien che gli quadrati de ambedue le parti over termini di quello, & il doppio della superficie dell'una in l'altra di esse parti over termini, come Euclide afferma nella quarta del secondo, li quali quadrati & doppio di superficie dell'una in l'altra parte, sempre vengono ad essere un trinomio, videlicet quando essi quadrati non sono communicanti, adunque se detto nostro trinomio haverà dui de gli numeri dinotanti le dignità algebratice di quello che sian numeri quadrati, & ancor che esse dignità dinotate per detti numeri quadrati habbino radice quadra, perche di altra sorte non intendiamo per hora. Determinaremo che di quello si possi havere la sua radice, ma se non haverà dui numeri quadrati & ancora le dignità dinotate per essi numeri radici, non credo che di quello sia possibile haverne altrimenti detta sua radice. Hor torniamo a camino di esso soprascritto nostro trinomio, il quale si vede chiaramente havere tutte due queste conditioni che habbiamo narrate, cioè che in quello ci sono dui de suoi termini, videlicet 9 ce ce. & 4 ce. li quali termini, cosi gli numeri, come la dignità algebratice dinotate per essi numeri hanno radice quadra, adunque potemo securamente determinare esso trinomio havere radice quadra, & volendola mo noi prendere over estraere, ci basta solamente a pigliare le radici de essi dui termini di detto trinomio, che gli numeri & dignità de quelli hanno radice quadra, cioè de gli 9 ce ce. & de gli 4 ce. & esse radici congionte insieme mediante il termine del più sarà la vera radice di detto trinomio, ma la radice de 9 ce ce. è 3 ce. & la radice de 4 ce. è 2 co. adunque 3 ce. p̄ 2 co. viene ad essere la radice quadra di detto trinomio. Il che facendone la esperientia, cioè quadrando 3 ce. p̄ 2 co. fanno ben a puntino 9 ce ce. p̄ 12 cu. p̄ 4 ce. & cosi habbiamo presa la radice de uno de gli estremi di essa equatione, hora pigliamo quella dell'altro cioè de 140. il quale per non essere numero quadrato non ha ne può havere radice discreta over numerabile per alcun numero, per il che la sua radice se dirà per ℞ 140. & a questo modo siamo pervenuti a capitolo ordinario cioè de censi & cose equali a numero, imperò che detta ℞ 140 tiene loco di numero, il qual capitolo volendolo por in luce, farai prima la equatione che sia sua maggior valuta, la qual è 1 ce. & haverai poi 1 ce. p̄ 2/3 co. equali a ℞ 15 5/9, dimezza il numero delle cose, & il quadrato di detto dimezzamento cioè 1/9 ponilo sopra ℞ 15 5/9 che farà in tutto ℞ 15 5/9 p̄ 1/9, & di questa summa prenderai la radice & cavarane la metà del numero delle cose che in tutto porrai ℞ v. [illegible] men 1/3 per valuta della cosa.

Et se detto trinomio fusse stato 9 ce ce. p̄ 4 ce. men 12 cu. la radice di quello si haverebbe per presa nel medesimo modo & ordine che si ha fatto quella de 9 ce ce. p̄ 12 cu. p̄ 4 ce. Avvertendo però che, sì come in quel loco congiongessimo la radice de 9 ce ce. con quella de 4 ce. mediante il termine del più, in questo bisognerebbe di giongerle mediante il termine del meno, & sarebbe in questo modo, videlicet 3 ce. men 2 co. Ma egli è ancor da sapere, che alcuna fiata volendosi conseguire detta radice, ci sarà necessario ad aggiongere over minuire all'uno & l'altro estremo delle equationi numero, over altra quantità, altrimenti essa radice non si poterebbono conseguire, del qual aggiongere sotto brevità ti porrò uno essempio perche quello del minuire per il medesimo, del giongere ti sarà manifesto. Et sia, che si havessero 1 ce ce. p̄ 2 cu. p̄ 3 ce. p̄ 2 co. equali a 440, & che si volessero conseguire le sue radici, dico che quella del detto quadrinomio, cioè 1 ce ce. p̄ 2 cu. p̄ 3 ce. p̄ 2 co. assolutamente non si può conseguire, chi non gli aggionge un altro termine, over quantità, & le ragioni son queste, videlicet prima, perche non se gli può minuire niente, che minuendosi da questo quadrinomio over estremo, bisognerebbe poi a minuire anche da l'altro a conservarli equali, il che non si può perche non si potrebbe poi conseguire la radice di esso secondo estremo, minuendosi con il termine del meno quantità algebratica, essendo lui numero, poi quadrando un binomio, che gli quadrati di termini di quello non siano communicanti, necessariamente ne risulta un trinomio, come di sopra si è detto. Et ancora quadrando un trinomio, che gli quadrati di termini di quello, non siano communicanti, ne perviene un quinomio. Adunque non potendosi giamai a detto quadrinomio minuire termine alcuno, come si ha fatto cognoscere, il binomio non può essere sua radice, ma ben può essere il trinomio, aggiongendosi però a detto quadrinomio un altro termine come si ha detto, che sarà il numero, questo inteso bisogna poi vedere se esso quadrinomio a il primo de suoi termini che il numero & la dignità habbia radice quadra, per che non havendo ambedue queste conditioni non accade a perder tempo in voler conseguire essa radice, Ma havendo dette due conditioni si può ben investigare se la si può conseguire, procedendo in questo modo, videlicet pigliando la radice di esso primo termine, cioè de 1 ce ce. la quale è 1 ce. & salvala da parte, & poi perche il secondo termine di esso quadrinomio è 2 cu. qual 2 cu. sono il doppio del produtto del primo nel secondo termine del trinomio che ha da essere radice del ditto quadrinomio, perche vn sol cu. sara vna sol volta esso prodotto del primo nel secondo di essi termini del ditto trinomio, & hauendosi trouato il primo di detti termini di esso trinomio essere 1 ce. partendo 1 cu. per 1 ce. ne perviene 1 co. laqual 1 co. sara il secondo termine, & cosi hauemo gia dui termini di esso trinomio, di modo che ci manca solamente il terzo, la multiplicatione dil qual terzo nel sesso, e conueneva due volte l'ultimo termine di detto quadrinomio, cioe 2 co. lequal 2 co. vengon poi a essere il penultimo termine del quinomio, hauendosi aggiongere vn'altro termine a ditto quadrinomio come di sopra fu detto. Adunque 1 co. sara vna sol volta il prodotto del secondo nel terzo termine di detto trinomio, & perche esso secondo termine è per 1 co. come habbiamo trouato, necessariamente il terzo sara vno, adunque tutto questo trinomio congionto insieme, sara 1 ce. p̄ 1 co. p̄ 1. hor vedimo se fa lo effetto che cerchiamo, cioè se quadrandolo ouer multiplicandolo in se medesimo produce precisamente il detto quadrinomio piu vn'altro termine di n. perche non facendo ditto effetto non si harebbe fatto nulla, anci piu non si harebbe a sperare di conseguire esse radici, ma facendo ditto effetto come veramente fa, imperoche della multiplicatione di quello in se medesimo ne perviene infallantemente ditto quadrinomio piu vno, adunque pigliandosi ditto trinomio per radice di esso quadrinomio ouer estremo di detta equatione, se gli viene ad aggiongere vno a esso estremo, per ilche ci bisogna aggiongerlo ancora a l'altro, che fara 4 p̄ 1, la cui radice è 2 1, & a questo modo habbiamo conseguito le radici di essi estremi, & si vien ad hauere 1 ce. p̄ 1 co. p̄ 1. eguali a 2 1, per ilche a nostro beneplacito possiamo trarre in luce ditta nostra equatione, & questo puo esser bastante per quanto expetta alla inuestigatione di poter conseguire ditte radici. perche quello che circa cio se ha ditto è stato solum per aprirti il sentimento accio tu sii fatto auertito, & che tu sappi meglio accomodarti nelle tue operationi.

Del leuare gli rotti delle equationi.

Ancora l'accade molte fiate nelli estremi delle equationi ritrouarsi de gli rotti, cioè quando da per se soli, & quando accompagnati con altre diuerse quantità, qual rotti nascono ouer peruengono da gli partimenti de alcuna ouer alcune delle dignità algebratice nel puro numero, ouer de alcuna o alcune di esse dignità maggior in alcuna ouer alcune delle minor, come ancor di sopra nel parlar di quelle fu detto. i quali rotti al tutto bisogna leuarli di esse equationi chi vole peruenire in luce di quelle, & li ordini ouer modi che si ha da tenere & osseruare qui sequentemente si faran chiari & manifesti. Ponendo prima caso che si hauessero $\frac{144}{4\ co.}$ eguali a 12 p̄ 6 co. & chi di essa equatione si volesse leuar ditto rotto. Dico che bisogna multiplicare 12 p̄ 6 cose che è vno de gli estremi di detta equatione per lo denominator dil rotto dell'altro estremo, cioè per 4 cose che fara 48 co. p̄ 24 ce. & queste 48 co. p̄ 24 ce. saranno eguali al denominato di detto rotto, cioè a quel numero che si ritroua di sopra la linea, alaquale è di sotto le ditte 4 cose, idest a 144. & a questo modo ditto rotto viene ad esser leuato.

Ancor pongo caso, che $\frac{16}{2\ co.}$ fussero eguali a $\frac{40}{1\ ce.\ p̄\ 2\ co.}$ & che pur si volessero leuare essi rotti di detta equalitatione, dico che bisogna sempre per ordinario, quando ambidui gli estremi dell'equatione sono rotti a multiplicare in croce il denominatore dell'uno per il denominato dell'altro, et ancora il denominatore dell'altro, per il denominato dell'uno, cioè 1 ce. p̄ 2 co. per 16, & 2 co. p̄ 40, che si haueranno poi li prodotti di queste due multiplicationi eguali l'uno a l'altro, videlicet 16 ce. p̄ 16 co. saranno eguali a 80 cose. & a questo modo si viene ad hauer leuati essi rotti, & per leuare ogni ambiguità che cerca il leuare de tal rotti ci potesse restare nella mente, adurremo lo essempio de dui rotti de puro numero, cioè $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{6}$ iquali $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{6}$ sapemo chiaramente che sono tra loro eguali, & gli multiplicaremo nel modo & ordine che habbiamo multiplicati gli soprascritti algebratici, idest el denominatore dell'uno per il denominato dell'altro, & ancora el denominatore dell'altro per il denominato dell'uno, cioè 3 p 2 6, & 6 p 1. che stante quello si ha ditto de gli soprascritti rotti algebratici gli prodotti de queste due multiplicationi hanno da esser eguali l'uno a l'altro, come ben chiaramente si vede che sono, imperoche tanto fa a multiplicare 3 p 2 6, quanto 6 p 1, perche l'una & l'altra di esse multiplicationi fanno 12. Nõ è da dubitare adõq; che gli prodotti delle soprascritte multiplicationi de gli soprascritti rotti algebratice fatte nel ditto modo possino essere altrimenti che eguali

Ancor ponero caso che si havessero 12 co. p̄ $\frac{15}{1\ ce.}$ eguali a 12 co. p̄ 8 & che per si volesse levare detto rotto, che si ritrova in detta equatione, dico che questo si puo fare in dui modi, cioè primamente reccando a rotto, o vogliamo dire [illegible] tutto lo estremo nelqual si ritrova esso rotto, il che si fa multiplicando 12 per 1 ce. & a detta multiplicatione aggiongendoli 15 che farà in tutto 12 ce. p̄ 15, liquali 12 ce. p̄ 15 debbe essere tirata sotto una linea, & sotto detta linea si debbe ponere il denominatore di detto rotto, cioè 1 ce. che si haveranno poi $\frac{12\ ce.\ p̄\ 15}{1\ ce.}$ eguali a 12 co. p̄ 8. hor sia multiplicato l'altro estremo che non ha rotto, cioè 12 co. p̄ 8 per el denominatore di questo ultimo rotto, o vogliamo dire [illegible], idest per 1 ce. che farà 12 cu. p̄ 8 ce. liquali 12 cu. p̄ 8 ce. saranno eguali a 12 ce. p̄ 15, secondariamente si puo fare levando a l'uno e l'altro de gli estremi di detta equatione, li 12 che sono in compagnia de ditto rotto, (acioche esso rotto resti solo da uno de gli estremi come fu detto, ancora sopra il levare delle radici) che si haveranno poi $\frac{15}{1\ ce.}$ eguali a 12 co. men 4, liqual 12 co. men 4 debbono essere multiplicate per il denominatore di detto rotto, cioè per 1 ce. che si haveranno poi 15 eguali a 12 cu. men 4 ce. che bene è quel medesimo che ci è venuto ancor al primo modo, levandosi però in uno è l'altro loco gli superflui & restorando gli diminuti.

Ancora ponero caso, che si havessino 2 ce. p̄ $\frac{10\ co.}{3\ ce.}$ eguali a 10 p̄ $\frac{25}{4\ ce.}$ & che etiam si volessino levar ditti rotti, dico questo potersi fare in dui modi, cioè prima abbattendo il minor rotto idest $\frac{10\ co.}{3\ ce.}$ del maggiore, videlicet de $\frac{25}{4\ co.}$ qual cosa si fa nel proprio modo che si fa ad abbatere gli rotti de puri numeri l'uno dell'altro, (osservando però appresso gli ordini delle dignità algebratice, secondo che fu dichiarito sopra il multiplicare, partire, summare, & sottrare di quelle) che si haveranno poi 2 ce. eguali a 10 p̄ $\frac{5\ co.}{12\ ce.}$ & reducendosi poi tutto ditto estremo cioè 10 p̄ $\frac{5\ co.}{12\ ce.}$ a rotto o vogliamo dire [illegible], come fu fatto di sopra, nel Terzo caso si haveranno poi $\frac{120\ cu.\ p̄\ 5\ ce.}{12\ ce.}$ eguali a 2 ce. & multiplicando il denominatore de questo ultimo rotto over [illegible] cioè 12 ce. per l'altro estremo idest per 2 ce. si haveranno poi 24 primi relati eguali a 120 cubi p̄ 5 censi. Secondariamente si puo fare reccando ambidui essi estremi di detta equatione a rotti o vogliamo dire [illegible] nel modo che in questo & nel precedente caso si ha ditto & fatto, che per l'uno si haveranno $\frac{6\ ce.ce.\ p̄\ 10\ co.}{3\ ce.}$ & per l'altro $\frac{40\ ce.\ p̄\ 25}{4\ ce.}$ iquali rotti over [illegible], siano poi multiplicati in croce, cioè il denominatore dell'uno per il denominato dell'altro & il denominatore dell'altro per il denominato dell'uno come fu detto di sopra nel secondo caso, che si haveranno poi 24 primi relati, p̄ 40 ce. eguali a 120 cu. p̄ 75 ce. che è ben tanto quanto ci venne anche di sopra al primo modo levandosi però via gli superflui che sono qui nel secondo modo, & questo puo essere bastante circa el levar di detti rotti, dechiarandoti però che essi rotti algebratici no solamente si sottrano nel modo che si fanno gli rotti de puri numeri come di sopra fu detto, ma etiam si multiplicano, partino, & summano, secondo gli medesimi modi & ordini de essi rotti de puri numeri, osservando però appresso come ancora di sopra fu detto gli ordini delle dignità algebratice esposti & dichiariti sopra il multiplicare, partire, summare, & sottrare di quelle &c.

Del degradare over schisare delle equationi.

ANcor le da notare, che alcuna fiata l'occorre, che nelle equationi non se ritrova numero, idest ne in l'uno ne in l'altro estremo di quelle, per il che egli è necessario in quel caso, a degradare over schisare esse equationi, acioche si pervenghi a scoprire esso numero. il qual degradare over schisare, si fa in questo modo, cioè partendo sempre per regola generale tutta la equatione, per una delle minor dignità che in quella si ritrova, imperoche si come a multiplicare alcuna over alcune di esse dignità, per alcuna delle medeme over altra, quella over quelle si augumentano over crescono, [illegible] se ben non crescono di numero, così viceversa partendola over partendole si abbassano, over minuiscono virtualiter, se bene non minuiscono di numero. Et accio che meglio habbi da essere inteso, ponerò caso che si havessero 10 cu. p̄ 15 ce. equali a 30 co. dico che questa equatione, si debbe degradare over schisare, accioche in quella si pervenghi a scoprire il numero dellaquale lei si attrova priva, ilche si farà, partendola tutta per una sola cosa laquale è una delle minor dignità che in essa equatione si ritrova, cominciando dal primo termine di detta equatione che è li 10 cu. E pervenendo fin a l'ultimo che è le 30 co. che si haveranno poi 10 censi p̄ 15 cose, equali a 30 numero, attento che a partire 10 cu. per una cosa ne perviene 10 ce. & che 'l sia il vero multiplicando 10 ce. per una cosa, fanno ben 10 cu. Et ancor partendo 15 ce. per 1 co. ne perviene 15 co. & che cosi sia la verità multiplicando 15 co. per 1 co. fanno ben 15 ce. Similmente ancora partendo 30 co. per 1 co. ne perviene 30 numero. Et che questo cosi sia chi multiplica 30 numero per 1 co. fanno ben 30 co. & a questo modo habbiamo scoperto esso numero, talmente che detta nostra equatione non si ritrova piu senza come faceva de prima. Et tamen gli estremi di quella sono però ancora equali l'uno a l'altro. Attento che come havemo detto per avanti in altri luochi, ogni fiata, che due over piu somme equale saranno partite per equali numeri, over per equal quantità ancora gli avvenimenti de tali partimenti saranno sempre equali. Le vero che alcuni haveriano tratta detta equatione in luce, senza degradarla over schisarla, dandogli però la debita convenientia del medemo capitolo al quale noi siamo pervenuti con il nostro schisare over degradare, cioè de censi & cose equali a numero, & questo fanno havendo prima ne gli lor scartabelli scritti molte & assai lor regole, de molte & assai loro eguagliationi, lequali loro regole gli conduce poi però a quelle medeme che di sopra habbiamo poste a gli precedenti nostri capitoli. Ma a me gia non piace, ne laudo tal suo operare, imperoche quello che con brevità e poca fatica si puo havere, se vogli con piu tempo & maggior laboriosità conseguire. Et questi tali ancor vogliono che quando gli censi sono equali a cose, che tal eguagliamento sia capitolo diverso da quello de cose equali a numero, il che non è vero. Attento che partendo over schisando detta equatione de censi equali a co. per una sol cosa, laquale è una delle minor dignità di essa equatione, certo si haveranno poi cose equali a numero. Ma io penso che questi tali non havessero la vera cognitione del detto degradare, over schisare, per che se l'havessero havuta non harebbono posti over affirmati li principali capitoli di questa arte per sei, non essendo con effetto se non cinque, come di sopra nel principio del presente libro dicessimo. Ne manco haveriano determinato che censi de censi equali a censi, fusse ancor capitolo diverso da quello de censi equali a numero per che non è, anzi è quel medemo, attento che schisando detta equatione de ce. ce. equali a ce. per un sol censo, che è una delle minor dignità di essa equatione, si haveranno poi censi equali a numero. Adunque non è diverso anzi è quel medemo come habbiamo detto. Hor torniamo a compire di dechiarire detto nostro schisare over degradare. Ponendo ancor caso, che si havessero 14 ce. ce. p̄ 14 cu. equali a 20 ce. laquale equatione volendola schisare, dico che la parti tutta per un sol censo, che è una delle minor dignità di quella, che si haveranno poi 14 ce. p̄ 14 co. equali a 20 numero. & ancora ponendo che si havessero 30 primi relati p̄ 20 ce. ce. p̄ 16 cu. equali a 40 ce. cu. & che per essa equatione si volesse schisare. Dico che la parti tutta per un sol cubo che è per una delle minor dignità di quella & haverai poi 30 ce. p̄ 20 co. p̄ 16 equali a 40 cu. & con questo medemo ordine se schisano over degradano tutte quelle equationi, lequali con sia trovano havere numero in alcuno de gli suoi estremi. Ma quelle lequali si attrovano haverlo non si possono altramente degradare over schisare. Imperoche quando si volesse partire il numero che in esse equationi si ritrovasse per alcuna dignità algebratica di necessità di tal partire perveneribbe rotto, elqual rotto volendolo poi levare di essa equatione, la se ritorneria nel medemo termine de prima. Adunque quando il numero è scoperto in esse equationi o sia davanti over dopo il schisare, tali eguagliamenti non si possono altramente degradare. Si possono ben partire per che numero ci pare & piace, over che ci sia necessario per ridurle alla sua maggior verità over per altra occorrentia, ma non schisarle. Et questo voglio sia bastante per quanto aspetta a detto schisare over degradare. &c.

Della osservantia de alcuni capitoli irregulari.

Ancor le da notare, che alcuna fiata con le nostre operationi ci conduchiamo ad alcuni eguagliamenti irregulari, ilche procede da diverse & varie cause che seriano troppo longhe da narrare. Et accio che tu sia fatto avvertente, mi è parso sopra di cio farti un poco di declaratione ponendoti etiandio essempi irregulari.

mi accio tu sappi meglio in qual modo in tali casi tu te habbi da governare: Et per ordine procedero in questo modo. Facendoti de prima a sapere, che quando le cose se aggueglias-sino alle cose che questo tal capitolo over eguagliamento saria de niun valore, per cio che le seriano eguali dall'uno & dall'altro estremo, o che dall'uno seriano piu che dall'altro. & quan-do fussero tante dall'uno quanto dall'altro estremo seria concluso quello che cerchiamo, co-me sarebbe a dir, trovami dui numeri che siano in proportione come 2 de 3 & che multipli-cato il primo per 6, faccia quanto l'altro multiplicato per 4, per il che se faria positione po-nendo che'l primo fusse 2 co. & l'altro 3 co. per mantenere la proportione che si ricerca, Poi si multiplicarebbe 2 co. per 6 & 3 co. per 4, che l'una & l'altra di dette multiplicatione sareb-be 12 co. adunque 12 co. seriano eguali a 12 co. per il che in questo caso l'uno di detti doi di-mandati numeri sarebbe 2 & l'altro 3, come fu li numeri delle co. che furono posti essere l'uno & l'altro, ma se le cose dall'uno de gli estremi fussero piu che dall'altro, all'hora il quesito sa-rebbe impossibile, come sarebbe a dire trovami doi numeri che siano in proportione come 2 de 3, che multiplicato il primo per 5 faccia quanto il secondo multiplicato per 4, dove si porrebbe il primo essere 2 co. & il secondo 3 co. per osservare la proposta proportione & multiplicando il primo per 5 faria 10 co. & il secondo per 4 faria 12 cose, adunque si have-riano 10 co. eguali a 12 co. che è impossibile. & accio tu ne sii piu chiaro schifaremo ditta equatione partendola per una sol cosa, che si haveranno poi 10 ñ eguali a 12 ñ, il che non po stare, che 10 unita siano eguali a 12 unita. Similmente quando gli censi fussino eguali a gli censi, over gli cubi a gli cubi, & ancor alcune delle altre dignità algebratiche, fussero egua-li ad alcune altre del medesimo genere, per non abbondare in tanto dire, dico quello medesi-mo che ho detto & essemplificato delle cose, similmente quando si havessero 10 ce. p̃ 6 co. p̃ 4 eguali ad altri 10 ce. p̃ 6 co. p̃ 4, over altra eguagliatione, che gli estremi di quella fusse-ro nõ solamente eguali l'uno a l'altro come sono in tutte le equationi, ma ancor simili in tut-to e per tutto, come gli ditti doi di detta ultima eguagliatione, dico che sarebbe capitolo de niun valore o momento, & questo po essere bastante cerca ditta irregularità.

CASI OVER QVESITI POSTI PER MEGLIO INSTRVIRE ET AMMAESTRARE, ET ANCORA FAR PRATICA CERCA L'OPERARE IN L'ARTE DI ALGEBRA.

Havendosi a sufficientia trattato de gli principali fondamenti dell'arte dell'algebra, & dichiarite le regole de gli capitoli di quella, & appresso fatti noti & manifesti gli ordini & modo che hanno da tenere & osservare quelli, che soleno diligentemente operare in essa arte, ci resta hor a dare over ponere alcuni casi over quesiti da solvere per ditta regola algebratica per meglio in-struire & ammaestrare & ancora far pratichi gli studenti di quella, cerca esso operare in ditta arte, attento che poco costrutto si conseguirebbe di quanto che fin hora si ha detto & trattato, chi non procedesse piu oltra, cioe chi non ponesse essi casi over quesiti da travagliare & essercitare l'intelletto & la mente ad apprehendere gli modi di sapere sol-vere le proposte che per giornata ci occorreno, & il primo di detti casi over quesiti sa-ra questo videlicet.

Uno a da dare duc. 528 ad uno altro in questo modo, che il primo mese gli debbe dare duc. 1, el secondo duc. 2, & cosi ogni mese cresca duc. 1, per fino che haverà pagato, dimando in quanti mesi pagarà questo questo altro non vuol dire, ne altro vuol inferire, se non che si trovi un numero, al qual numero essendogli aggionto sopra 1, & ditta summa poi multiplicata per la metà di detto numero faccia a punto 528, e pero poni che esso numero sia 1 co. & smezzala viene $\frac{1}{2}$ co. & sopra 1 co. aggiongi uno che sarà 1 co. p̃ 1, & questa summa multipli-cala per $\frac{1}{2}$ co. che farà $\frac{1}{2}$ ce. p̃ $\frac{1}{2}$ co. qual $\frac{1}{2}$ ce. p̃ $\frac{1}{2}$ co. seranno eguali a 528, cioe al numero de gli ducati che colui a da dare, reduci la equatione a 1 ce. partendola tutta per $\frac{1}{2}$, cioe per il numero di ce. & di quella che haverai poi 1 ce. p̃ 1 co. eguali a 1056, sequi el capitolo smez-zando il ñ delle cose, & l'una mità sarà $\frac{1}{2}$ multiplicando in se, che farà $\frac{1}{4}$ el qual $\frac{1}{4}$ poni so-pra 1056 che farà $1056\frac{1}{4}$, dell qual $1056\frac{1}{4}$ pigliane la radice che è $32\frac{1}{2}$, & di essa radice ab- Primo.

Sottratta detta mità del numero delle cose, cioè $\frac{1}{2}$ che hauerai poi 32 per valuta della cosa, è in tanti mesi dirai che hauerà pagato, idest in mesi 32, fanne proua che trouerai integramente hauer satisfatto a quanto si ricerca, la cagione che si dimezza quella cosa che ponessimo essere ditto numero, & sopra essa cosa aggiongemo 1, è poi la summa si multiplica per quella $\frac{1}{2}$ co. si è per la euidentia della natural progressione, che vole che si dimezzi l'ultimo termino, & sopra esso vltimo termine si aggionga vno, & poi la summa si multiplichi per quello mezzo vltimo termino, & quello che fa, sarà la summa di detta naturale progressione, ma le da notare, che quando gli mesi non venissero intieri, che tal summare di essa progressione al predetto modo, non reuscirebbe totalmente iusto ne gli rotti, come chiaramente noi habbiamo detto & essemplificato nella seconda parte del nostro general trattato, tamen se rissoluerebbe però per questa medesima via aggiontoci solamente il valore del rotto de gli mesi, ouer mese, come qui di sotto nel quesito della reuolutione de dui ponti mobili attorno la sfera terrena se dirà. &c.

Secondo. Poniamo che la circonferentia del circulo equinottiale della sfera terrena sia 20412 miglia, & che da uno medesimo ponto della circonferentia del circulo equinottiale della celeste sfera del firmamento, in vno medesimo ponto, si partano dui ponti mobili, & che l'uno vada verso oriente il primo giorno, tanto che quel spacio del camino che'l fa, viene ad occupare vno miglio della circonferentia del circulo equinottiale della sfera terrena, il secondo 2 il terzo 3, & così ogni giorno sempre cresciendo vno, L'altro vada verso occidente il primo giorno tanto che il camino che'l fa, viene ad occupare vno miglio pur della circonferentia del circulo equinottiale della sfera terrena, il secondo 8, il terzo 27, il quarto 64. & così ogni giorno procediendo ordinatamente, secondo l'ordine de gli numeri cubi, si dimanda in quanti giorni questi dui ponti si cógiungeranno in uno medesimo ponto. Poni che si congiungino in 1 co. de giorni, & perche questi dui ponti mobili vanno ouer caminano differentemẽte l'uno da l'altro secondo gli ordini delle dette progressioni, però le necessario primamente sapere in che modo si summano ouer raccogliono esse progressioni, altramente la operatione sarebbe mal le intesa. Te hai adunque da sapere, che la prima si summa ouer raccoglie, come fu detto di sopra nel primo quesito, & ancora nella seconda parte del nostro general trattato, de numeri & misure, cioè ponendo sempre vno per regola generale, sopra l'ultimo termine di essa progressione, & quella summa poi multiplicando per la mità de esso vltimo termine, che il prodotto de tal multiplicatione, sarà sempre la vera summa di detta progressione, cioè quando li termini di quella saranno computati, secondo giorni intieri & non altramenti perche altramenti detto summare al predetto modo non riuscirìa totalmente iusto. La seconda si summa ouer raccoglie ancora lei, ponendo pure vno per regola generale sopra l'ultimo termine ouer loco di quella, & poi multiplicando il quadrato de questa summa, per il quadrato della mità di esso vltimo termine ouer loco, che il prodotto de tal multiplicatione sarà la vera summa di tal progressione, pur quando li termini di quella saranno computati secondo giorni intieri come hauemo detto etiam di sopra nell'altra progressione, ma non altramente. Hor congiungendosi questi dui ponti in 1 co. de giorni, come si ha posto, le da summare prima tutto il camino che hauerà fatto il primo in detto tempo, secondo la detta progressione che lui camina, & cio si farà pur nel modo detto di sopra, cioè aggiongendo vno sopra vna cosa, che farà 1 co. p 1. & questa summa multiplicando per $\frac{1}{2}$ co. farà $\frac{1}{2}$ ce. p $\frac{1}{2}$ co. per tutto il camino che hauerà fatto esso primo, cioè quello che va verso oriente, poi si ha da summare ancora quello che hauerà fatto il secondo in esso medesmo tempo, pur nel modo detto di sopra, cioè ponẽdo 1 sopra 1 co. che farà in tutto 1 co. p 1. Et questa tal summa quadrandola idest multiplicandola in se medesima, che farà 1 ce. p 2 co. p 1. Et quadrando etiam, la mità de 1 co. che farà $\frac{1}{4}$ ce. & questo $\frac{1}{4}$ ce. multiplicando poi via 1 ce. p 2 co. p 1, che farà $\frac{1}{4}$ ce.ce. p $\frac{1}{2}$ cu. p $\frac{1}{4}$ ce. per tutto il camino che hauerà fatto esso secondo, cioè quello che va verso occidente, da poi si summa insieme il camino che han fatto ambidui videlicet $\frac{1}{2}$ ce. p $\frac{1}{2}$ co. & $\frac{1}{4}$ ce.ce. p $\frac{1}{2}$ cu. p $\frac{1}{4}$ ce. che fa in tutto $\frac{1}{4}$ ce.ce. p $\frac{1}{2}$ cu. p $\frac{3}{4}$ ce. p $\frac{1}{2}$ co. Et questa tal summa sarà eguale a tutta la circonferentia del circulo equinottiale della sfera terrena, cioè a 20412 miglia. Et reccando detta equatione alla sua maggior virtù partendola tutta per $\frac{1}{4}$, cioè per il numero di ce.ce. si hauerà poi 1 ce.ce. p 2 cu. p 3 ce. p 2 co. eguali a 81648 miglia, ma per che non hauemo regola di trare in luce tal eguagliamento, le da vedere, se de gli estremi di essa equatione si possono conseguire le lor radici. Et considerando diligentemente, si trouerà che aggiongendo vna vnità sola, sopra ciascuno di essi estremi si potran poi conseguire dette lor radici, per che si haueranno poi 1 ce.ce. p 2 cu. p 3 ce. p 2 co. p 1, eguali a 81649.

de quali

de quali 1 ce.ce. p̃ 2 cu. p̃ 3 ce. p̃ 2 co. p̃ 1 la sua radice è 1 ce. p̃ 1 co. p̃ 1. Et de 117649 è 343. Adonque 1 ce. p̃ 1 co. p̃ 1. saranno equali a 343. per il che egliè prima da leuare quel 1 che vi è di superfluo in detta equatione, (in compagnia di 1 ce. p̃ 1 co.) dall'uno & l'altro estremo di quella, che si haueranno poi 1 ce. p̃ 1 co. equali a 342. Et smezzando il numero delle co. & l'una mità quale è per $\frac{1}{2}$ multiplicando in se medesima, & detta multiplicatione ponendo sopra 342 che farà in tutto 342 $\frac{1}{4}$, & di detta summa pigliandone la radice, laquale è 18 $\frac{1}{2}$, & di detta radice abbattendone detta mità del numero delle co. idest $\frac{1}{2}$ che ci restarà poi 18 per valuta della cosa. Et in tanti giorni se dirà congiongersi detti dui ponti in uno medesimo ponto.

Ma quando gli giorni del detto congiongimento non venissero intieri (il che si conoscerebbe per mediante la medesima operatione algebratica che habbiamo fatta, cioe quando la valuta della cosa, venisse irrationale ouer numero corrotto,) Allhora in quel caso gli bisognerebbe un poco più arte a voler risoluere un tal quesito, Attento prima, che come habbiamo detto l'ordine del summare dette progressioni al modo detto di sopra non riuscisse totalmente giusto, non essendo secondo la computatione de giorni intieri, & poi un simile quesito puol sempre essere risolto giustamente senza irrationalità, per la causa adutta nella seconda parte del nostro general trattato sopra la espositione di un simile quesito come è questo, posto da Frate Luca dal Borgo, Come sarebbe quando si hauesse posto che detta circonferentia di detto circulo equinottiale della sfera terrena fosse 20000 miglia, che secondo il modo della detta nostra operatione algebratica, si trouerìa la co. valere ℞ v. (℞ 120001 men $\frac{1}{2}$) men $\frac{1}{2}$, il che non è totalmente giusto per la causa detta di sopra, Tamen si puo facilmente giustare, recando la valuta della cosa a numero rationale, laqual recatione si fa pigliando prima la radice de 120001, & di quella battendo $\frac{1}{2}$, & poi pigliando ancora la radice del detto rimanente, & di essa ultima radice battendo $\frac{1}{2}$ che vi è di meno in detta valuta della cosa, che quello restarà, sarà il numero di detta valuta della cosa, benche non di punto, ilqual numero se diligentemente operarai, tu lo trouerai essere 18 & rotto, el qual 18 è verissimo numero delli giorni intieri di detto congiongimento. Ma il rotto che si attroua in sua compagnia non è il vero rotto, & così saranno sempre tutte le simili verissime, in quanto a gli numeri intieri, ma non in quanto a gli rotti, (& sia pur la valuta de la cosa irrationale, ouer numero corrotto che non importa, imperoche all'uno & l'altro modo sempre sarà vero quello dicemo,) & volendosi poi conseguire ancor il vero rotto, se da vedere quanto camino haueriano fatto questi dui ponti mobili in essi soli 18 giorni intieri, caminando secondo le dette lor progressioni, summandole secondo gli ordini dati di sopra, che si trouera hauer fatto 19412 miglia, il che ci serue prima per proua del sopradscritto quesito, quando ponessimo detta circonferentia di detto circulo equinottiale della sfera terrena, essere 19412 miglia, & che concludessimo congiongersi in giorni 18, poi ci serue in questo, che hauendo essi dui ponti mobili fatto 19412 miglia, in giorni 18, si vede chiaramente che gli vien a mancare ad hauer compito di circuire la sfera terrena, laquale in questo secondo loco hauemo posta essere miglia 20000, solum 588 miglia, le mo da vedere nel giorno seguente al decimoottauo, cioe nel decimonono, quanto camino fariano detti dui ponti mobili, per caminando secondo le dette lor progressioni e trouerai che fariano 687 miglia. Et tamen habbiamo trouato che non gli manca altro che 588 miglia, per il che se dirà per la regola del tre, se 687 miglia son fatti da questi dui ponti mobili in un sol giorno in quanto faranno 588 miglia, si trouerai che si faranno in $\frac{588}{687}$ de giorno, il che aggionto sopra 18 giorni intieri farebbe in tutto giorni 18 $\frac{588}{687}$. Et in tanti giorni si direbbe congiongersi in un medesimo ponto infallibilmente, & a questo modo habbiamo còseguito il vero rotto. Et cò quello iustata detta nostra operatione.

Similmente quando la valuta della cosa venisse giorni con rotto. Si farìa pur la summa del camino che hauessero fatto tra ambidui essi ponti mobili, nelli giorni intieri lasciando stare il rotto da parte, (laqual summa si farìa per nelli modi di sopra posti) e trouato detto camino, se gli aggiongerebbe poi quella parte ouer parti de giorno, che gli andasse a compire detto suo camino, nel medesimo modo & ordine che si ha fatto di sopra, & così sempre potrai dare vera solutione a tali & simili quesiti operando uti supra.

Da Fiorenza a Roma, sono miglia 100, Et quattro compagni si vogliono partire da Fiorenza per andare a Roma, & caminano diuersamente, il primo fa uno miglio el primo giorno, el secondo 2 el terzo 3, & così ogni giorno cresce uno, el secondo fa il primo giorno un miglio, el secondo 3, el terzo 5, & così ogni giorno cresce 2, il terzo fa il primo giorno 2 miglia, el secondo 4, el terzo 6, & così ogni giorno cresce 2, il quarto fa il primo giorno 4 miglia, el se- Terzo.

condo 8, el terzo 12, & cosi ogni giorno cresce sempre 4: Si dimanda volendo questi quat-
tro compagni giongere a Roma insieme, quanti giorni douera partirsi l'uno doppo l'altro.
Nel primo libro della seconda parte del nostro general trattato a carte 10. Promettessimo
Iddio concedendo, che in questo loco haueressimo dato il modo ouer regola di risoluere que-
sta propositione adutta da Frate Luca dal Borgo, nella sua opera a carte 42. & da lui non be-
ne risolta, come chiaramente si puo hauere inteso, per quello che in detto loco nel primo
libro di detta seconda parte del nostro general trattato fu detto. Hor volendo noi satisfare
a detta promissione, vi facciamo intendere, che egli e prima di bisogno, quando il primo ter-
mine de simili progressioni, come son queste, secondo lequali caminano gli soprascritti quat-
tro compagni, ci sia manifesto, & che ancora sappiamo il numero ascendente, & etiam il nu-
mero de gli termini, ouer lochi di quelle, saper ancora ritrouare, quanto sia l'ultimo di detti
termini ouer lochi di quelle. Et appresso sapere poi ben summare ouer raccogliere esse pro-
gressioni, altramente la nostra operatione circa il risoluere questa tale propositione sarebbe
male intesa. Et auenga che in detto primo libro di essa seconda parte del detto nostro gene
ral trattato habbiamo chiaramente manifestato tutte le predette cose: Niente di meno non
ci par essere fuor di proposito, ancora in questo loco, per maggior intelligentia di ciascuno
breuemente replicarle. Dico adunque, che a volere per la notitia del primo termine de simi
li progressioni, & ancora per quella del numero ascendente, & etiam del numero delli lochi
ouer termini di quella, ritrouare quanto sia l'ultimo di detti termini, che sempre per regola
generale, di esso numero de lochi ouer termini si ne abbatti vno, & quello che resta multipli-
care per il numero ascendente, & al prodotto di detta multiplicatione aggiongere il primo
termine, che quella summa sara sempre la vera quantita di esso vltimo termine di quella pro-
gressione. (cioe essendo gli termini ouer lochi di quella intieri.) Poi a volerle summare si
procede in questo modo, videlicet, aggiongendo sempre il primo termine sopra l'ultimo, &
quella summa multiplicando per la mita di termini che il prodotto di tal multiplicatione
sara la vera summa di quelle, essendo pero la computatione loro, secondo lochi ouer giorni
intieri, e non altrimenti, perche altrimenti non darebbe totalmente il iusto, ma gli saria qual
che poco di fallo ben che minimo, come in altri lochi habbiamo detto. Hor volendosi ri-
soluere questa propositione, le necessario prima di vedere in quanti giorni ciascuno di det-
ti quattro compagni caminando secondo le dette lor progressioni faranno detto viaggio.
Pero poneremo che faciano ciascun di loro in 1 co. de giorni. Adunque summaremo quan-
to camino hauera fatto ciascuno in detto tempo, cominciando dal primo, el quale il primo
giorno fa vno miglio, el secondo 2, &c. (della qual sua progressione sempre l'ultimo termi-
ne, & li giorni che lui camina, sono equali di numero,) il che non interuiene in alcuna delle
altre. Pero hauendosi posto il numero de giorni essere 1 co. (il qual numero de giorni vien a
essere il numero di termini ouer lochi di tutte le dette progressioni.) sara etiam l'ultimo ter
mine di quella, pur 1 co. per il che aggiongendoli sopra vno, cioe il primo termine di essa
progressione sara 1 co. $\bar{p}$ 1, qual 1 co. $\bar{p}$ 1 multiplicandosi per la mita di termini, cioe per $\frac{1}{2}$
co. si hauera poi $\frac{1}{2}$ ce. $\bar{p}$ $\frac{1}{2}$ co. per la summa del camino che hauera fatto il primo in detto
tempo, & questo tal camino, a da essere equale a 200 miglia, che sono da Fiorenza a Roma
seguir l'ordine del capitolo la co. valera $200 \frac{1}{4}$ men $\frac{1}{2}$ il che non e iusto, se non per quanto
aspetta al numero de gli giorni intieri (come di sopra si ha dichiarito,) il qual numero de gior
ni intieri si hauera pigliando la radice de $200 \frac{1}{4}$, & di quella abbattendo $\frac{1}{2}$, laqual (se diligen-
temente operarai) tu la trouerai essere 13. & rotto, el qual rotto per non essere totalmente iu
sto, tu lo lascierai andare da banda, & vederai quanto camino detto primo compagno haue-
ra fatto in soli giorni 13 intieri, summandoli al modo posto di sopra per detta progressione,
& trouerai hauer fatto miglia 91. Adunque gli manca miglia 9 a compire detto suo viaggio.
Et perche nel giorno seguente al detto terzodecimo, cioe nel quartodecimo farebbe 14 mi
glia, pero dirai, se 14 miglia son fatti in vn giorno intiero, in quanto si faranno li detti mi-
glia 9 che gli manca, & trouerai che gli sara in $\frac{9}{14}$ de giorno, & aggiongendo questo rotto so
pra li 13 giorni intieri, sara in tutto giorni $13 \frac{9}{14}$. E in tanti giorni el primo fara detto suo
viaggio indubitatamente. Il secondo facendo ancora lui detto suo viaggio in 1 co. de gior-
ni, & caminando el primo giorno vno miglio, el secondo 3 &c. Volendo noi fare la summa
del camino che'l fa in detto tempo, le necessario a trouare l'ultimo termine di detta sua pro-
gressione, al modo adutto di sopra, cioe abbattendo vn per regola generale di 1 co. laqua-
le e il numero di termini ouer lochi di essa progressione, che restara 1 co. men 1. Et questo re
stante multiplicandolo per il numero ascendente di detta progressione, cioe per 2 fara 2 co.
men 2.

men 2. Et a questa multiplicatione aggiongendoli poi sopra il primo termine, cioè 2 farà in tutto 2 co. men 1 per esso ultimo termine, il quale aggiontoli poi sopra un'altra fiata, il primo si haverà in summa 2 co. apponto, & multiplicando queste due cose per la mità di lochi, cioè per $\frac{1}{2}$ co. si haverà poi 1 ce. per la summa del camino di esso secondo, el qual camino farà per etiam lui eguale a detti 100 miglia, che è da Fiorenza a Roma. Et essendo 1 ce. eguale a 10, la co. val 10 apponto, & in tanti giorni giustamente detto secondo farà detto viaggio: Il terzo facendo ancora lui detto suo viaggio in 1 co. de giorni, & cominciando il primo giorno a far 2 miglia, el secondo 4 &c. Havendo noi da fare la summa del camino che'l fa in detto tēpo, le par necessario a trovar l'ultimo termine di detta sua progressione, nel modo che si ha fatto di sopra in quella del secondo che si troverà essere 2 co. il quale aggiongendoli poi il primo termine farà 2 co. p̃ 2, & questa summa multiplicandola per $\frac{1}{2}$ co. cioè per la mità di termini over lochi, se haverà poi 1 ce. p̃ 1 co. per tutta la summa del camino di detto terzo, laqual summa a per ancora lei da essere eguale a detti 100 miglia. Seguita il capitolo, che troverai la co. valere radice 100 $\frac{1}{4}$ men $\frac{1}{2}$, laqual valuta reccandola a numero rationale, tu la troverai essere 9 & rotto, il qual rotto lascialo andare, & vedi quanti miglia costui haverà fatto, in soli giorni 9 intieri, che troverai haver fatto miglia 90, per il che gli viene a mancare miglia 10, a compire detto suo viaggio, iquali 10 miglia, gli farebbe in mezo del decimo giorno, adunque aggiongendo $\frac{1}{2}$ giorno sopra gli 9 intieri, farà in tutto giorni 9 $\frac{1}{2}$, & in tanto tempo veramente questo terzo farà detto suo viaggio: Il quarto poi, facendo ancora lui detto suo viaggio in 1 cosa de giorni, come havemo posto, & volendo pur noi summare tutto il camino che lui fa in detto tempo, le par necessario di trovare l'ultimo termine della sua progressione cominciando lui il primo giorno 4 miglia, il secondo 8 &c. il quale ultimo termine si troverà per come è detto di sopra, cioè bavendo uno del numero di lochi, idest de 1 co. che resterà 1 co. men 1. & detto residuo multiplicando per 4 che farà 4 co. men 4. & a detta multiplicatione aggiongendo il primo termine che farà 4 co. per l'ultimo, il quale aggiongendoli il primo, si haverà poi di summa 4 co. p̃ 4, & multiplicando detta summa per la mità di lochi, cioè per $\frac{1}{2}$ co. si haverà poi 2 cen. p̃ 2 co. per la summa di tutto il tempo di esso quarto, il qual camino, a par da essere eguale a detti 100 miglia, seguita il capitolo reccando prima a 1 ce. che tu troverai la co. valere R 50 $\frac{1}{4}$ men $\frac{1}{2}$, laqual valuta reccandola a numero, tu la troverai 6 & rotto, il qual rotto, per non essere totalmente intiero tu lo lascierai andare, & vederai in 6 giorni intieri quanto camino costui haverà fatto, che tu troverai haver fatto miglia 84, & che 16 gli manca a compir detto viaggio, & perche il settimo giorno farebbe 28 miglia, adunque li 16 gli farà in $\frac{4}{7}$ de giorno, il qual $\frac{4}{7}$ aggiongendoli sopra giorni 6 intieri, farà in tutto giorni 6 $\frac{4}{7}$, & in tanto tempo detto quarto farà il viaggio. Hor per vedere quanti giorni questi quattro compagni, si hanno da partire l'uno dopo l'altro, cava gli giorni nelli quali il secondo fa detto viaggio, delli giorni che lo fa il primo, che resterà 5 $\frac{1}{4}$, e tanti giorni il secondo si partirà dopo il primo, similmente cava ancora li giorni nei quali il terzo fa esso viaggio, di quelli nei quali lo fa il secondo, che resterà $\frac{1}{2}$, & $\frac{1}{2}$ giorno si partirà il terzo dopo il secondo, Ancora cava gli giorni che pena il quarto a fornire esso viaggio, de quelli che pena a farlo il terzo che ti resterà 2 $\frac{13}{14}$, e tanti giorni il quarto a da partirsi dopo il terzo. &c. fanne prova a tuo beneplacito, che tu troverai tutto star bene. &c.

Fo ... che da Ragusi a Constantinopoli sono 1970 miglia, & che uno Corriero si parta da Ragusi per andare a Constantinopoli, & faccia il primo giorno miglia 8, & il secondo 14, el terzo 20, & così ogni giorno crescendo 6: Un'altro Corriero si parte in quel medesimo ponto da Constantinopoli per venire a Ragusi, & fa il primo giorno miglia 5, el secondo 8, el terzo 11, & così ogni giorno crescendo sempre 3. Si dimanda in quanti giorni questi doi Corrieri s'incontreranno. Quarto

Poni che s'incontrino in 1 cosa de giorni, & per trovare il camino che haverà fatto il primo in detto tempo, cioè quello che si parte da Ragusi per andare a Constantinopoli, abbattimo de 1 co. secondo la regola generale di tal progressione che ti resterà 1 co. men 1. & questo residuo multiplicalo per il numero ascendente di essa progressione, cioè per 6, & a detta multiplicatione aggiongeli sopra il primo termine, cioè li 8 miglia che'l fa il primo giorno che farà in tutto 6 co. p̃ 2, per l'ultimo termine di essa progressione, il quale ultimo termine aggiongeli sopra un'altra fiata il primo, cioè 8, farà 6 co. p̃ 10, & questo 6 co. p̃ 10, multiplica per la mità di termini, over giorni che si hanno da congiongere insieme, cioè per $\frac{1}{2}$ co. che farà 3 ce. p̃ 5 cose, per tutti li miglia che haverà fatto il detto primo Corriero, in detto tempo, qual salva da banda.

Poi vedi con il medesimo ordine, quanti ne haverà fatto il secondo, cioè quello che si parte da Constantinopoli per venire a Ragusi, pur nel medesmo tempo, idest in 1 co. de giorni, trovarai haver fatto 1 ½ ce. p̄ 3 ½ co. di miglia. Hor summa insieme il camino de l'uno & l'altro, cioè 3 ce. p̄ 5 co. & 1 ½ ce. p̄ 3 ½ co. che farà in tutto 4 ½ ce. p̄ 8 ½ co. & questi 4 ½ ce. p̄ 8 ½ co. hanno da essere equali a 1970 miglia, che sono da Ragusi a Constantinopoli, seguì l'ordine del capitolo, che tu troverai la co. valer 20 di ponto, & in tanti giorni dirai scontrarsi questi doi Corrieri, ancora ci resta da vedere quanti miglia haverà fatto ciascuno, che sarà etiam la prova di detta nostra operatione, laquale si fa in questo modo, videlicet abbattendo quell'uno che si ha da battere per regola generale de gli termini di detta progressione, iquali termini sono 20. cioè li giorni che habbiamo trovato questi doi Corrieri scontrarsi insieme, che resterà 19. & questo 19, multiplicalo per il numero ascendente di detta prima progressione, cioè per 6, che farà 114, & a questa multiplicatione aggiongivi il primo termine, cioè 8 farà in tutto 122, per li miglia che'l primo fa l'ultima giornata, al quale 122 aggiongi il primo termine, cioè 8 miglia che'l fa il primo giorno, farà 130, & questo 130, multiplicalo per la mità di termini, idest per la mità di 20 giorni, nei quali s'incontrano, farà 1300, & tanti miglia dirai haver fatto il primo, videlicet quello che va da Ragusi a Constantinopoli. Poi multiplica ancora quel 19 (che restò quando tu cavasti 1 de gli 20 giorni, nei quali s'incontrano,) per il numero ascendente della seconda progressione, cioè per 3, che farà 57, & a questa multiplicatione aggiongivi il primo termine, cioè gli 5 miglia che fa detto secondo il primo giorno, farà 62, per li miglia che'l fa poi l'ultimo giorno. Et questi 62 miglia che'l fa l'ultimo giorno aggiongi gli 5 che'l fa il primo, che farà 67, & questa summa multiplicala per la mità de gli giorni che s'incontrano, cioè per 10, farà 670, e tanti miglia dirai haver fatto detto secondo, iquali summati con miglia 1300 del primo, fanno ben appunto 1970 miglia, come debbon fare.

Quinto. Uno compra uno credito de ducati 1000, per duc. 600, quali duc. 600, detto compratore gli esborsa attualmente subito concluso il mercato, & poi ha da ricovere detto credito in anni dieci, videlicet duc. 100 in fine di ciascuno di essi dieci anni, se dimanda quanto guadagna per cento al l'anno detto comprator del suo capitale: questa tal proposta si può solvere algebraticamente, & non. Ma per che qui lo intento nostro, non è ad altro effetto che a dimostrare, operare, & ancora far pratica in detta arte algebratica, però algebraticamente la risolveremo in questo modo, videlicet abbattendo prima gli duc. 600 che costa detto credito fuor de gli duc. 1000, che è la summa di esso credito, che ci resterà duc. 400 per guadagno di detti duc. 600, il qual guadagno veramente non si fa in quanto tempo, detto compratore, con detti suoi duc. 600 di capitale lo conseguisca, per che sel si volesse dire che lo cõseguisce in anni dieci, io dirò de non, Attento che quando detta proposta dicesse, che finiti detti dieci anni esso compratore cõseguisce tutti gli detti duc. 1000 in una sola volta, che allhora in quel caso sarebbe vero che con duc. 600 in dieci anni guadagnarebbe duc. 400, ma la non dice così, anzi dice che gli conseguisce in diece anni a duc. 100 per ciascun'anno, il che è molto differente dal conseguirli in una sola volta in capo de gli diece anni. Et sel si volesse dire, che lo conseguisce in anni 6, nel qual tempo viene a compire de reimborsarsi tutto il suo capitale a duc. 100 all'anno, io dirò similmente di non, perche nõ si harebbe alcuna cõsideratione al tempo che la da aspettare a conseguire gli altri duc. 400, ne manco a quello che ha conseguito gli duc. 600 a duc. 100 all'anno, ilche è pure troppo in simili casi da essere considerato. Bisogna adunque che questo compratore con detti suoi duc. 600 de capitale venghi a conseguire detti duc. 400 de guadagno in un tal numero d'anni, che oltra gli duc. 400 che'l guadagna, tanto sia ancora il semplice merito de gli danari che'l conseguisce a duc. 100 all'ãno in ditto n° d'ãni, quãto qllo che'l patisce poi ad aspettare a cõpire de cõseguir il restante de detti duc. 1000 pure a duc. 100 all'anno fin in capo de detti dieci anni. Et con questa verità poneremo che il detto numero d'anni sia 1 co. per ilche il semplice merito de gli primi duc. 100 che'l conseguisce in fine del primo anno, da essa fine di detto primo anno, fino al compimento di detta cosa d'anni, debbe essere equale a quello de gli ultimi duc. 100 che'l conseguisce in capo de gli detti dieci anni, cominciando da detta co. d'anni, fino alla fine di essi dieci. Similmente il semplice merito de gli secondi duc. 100 che'l conseguisce in fine de gli primi doi anni, debbe essere equale a quello de gli penultimi duc. 100 che'l conseguisce in capo di 9 anni, & così discorrendo di tutti essendo referiti relatiuamente. Et per che gli danari che'l conseguisce in fine del primo anno, sono equali a quelli che'l conseguisce in fine de gli dieci anni, se il merito loro, ha da essere equale come si ha detto, necessariamẽte ancora gli

anni

anni dal quali nasce esso merito per commune scientia seranno eguali. Adunque 1 co. de anni men vn'anno, cioè men quel primo anno, nella fine delquale conseguisse gli primi ₰ 100, sara eguale a 10 anni men 1 co. d'anni, cioè dieci anni nella fine dei quali consegnisce li vltimi ₰ 100. & essendo 1 co. men 1 eguale a 10 men 1 co. come chiaramente per le ragion adutte a da essere, aggiongendo a ciascuno de gli estremi, quello che ciascun di loco si troua hauere di meno, secondo gli ordini, si hauerano poi 2 co. eguale a 11, & mandando il capitolo ad essecutione, si trouera la co. valer $5\frac{1}{2}$. & tanti sono gli anni nei quali veramente detto compratore con detti suoi ₰ 600 de capitale, guadagna li sopradetti ₰ 400: Volendosi vedere quanto guadagna per cento all'anno, poni da capo che guadagni 1 co. de ₰ per cento all'anno, adunque de ₰ 600 de capitale, guadagnarà 6 co. de ₰ in vn sol'anno, & in anni $5\frac{1}{2}$ ne guadagnerà 33 co. & perche in detto tempo guadagna ancora ₰ 400, come si ha detto, 33 co. saranno eguale a ₰ 400. & essequendo il capitolo si trouerà la co. valer $12\frac{4}{33}$, e ₰ $12\frac{4}{33}$ se dirà che detto compratore guadagna per cento all'anno a simplice merito.

Vno compra vna mercantia adi 16 Luio 1550 per ₰ 1450. Et la paga attualmente de contanti subito concluso il mercato. Et poi la vende adi 15 Ottobrio 1552 per ₰ 1800 a esserli pagata in anni 6 a ₰ 300 all'anno, si dimanda quanto costui guadagna per cento all'anno del suo capitale. Sesto

Prima se da vedere l'amontar della vendita di detta mercantia a pagarla a ₰ 300 all'anno in quanti anni la si dourebbe pagar in vn sol termine. Et per farlo algebraticamente ponremo che esso tempo sia 1 co. de anni per liche, per quello che per auanti è stato detto, il semplice merito de gli primi ₰ 300 chel riscotte in fine del primo anno da essa fine di detto primo anno, fino al compimento di detta co. de anni, (che hauemo posto douersi pagare detta mercantia in vn sol termine) sara eguale a quello de gli vltimi 300 che l'aspetta poi a riscottere dal detto numero d'anni, che si dourebbe pagare detta mercantia in vn sol termine, cioè da 1 co. d'anni fino in capo de gli sei anni, & perche queste due summe de danari, cioè quella chel riscote in fine del primo anno, & quella chel consequisse in capo de gli sei anni, sono eguale per essere ciascuna di loro ₰ 300. & gli meriti di quelle eguali come si ha detto, necessariamente ancora gli anni dai quali pertengono detti meriti seranno eguali. Adunque 1 co. men 1 sera eguale a 6 men 1 co. Et essequendo il capitolo la co. valerà $3\frac{1}{2}$, & in anni $3\frac{1}{2}$ si dourebbe pagare tutto l'amontare della vendita di essa mercantia in vn sol termine. Et perche detto compratore, l'hauea tenuta auanti che la vendesse mesi 27 computando il giorno della compreda & quello della vendita, iquali mesi 27, aggionti sopra gli detti anni $3\frac{1}{2}$ fanno in tutto anni $5\frac{3}{4}$. Adunque costui con ₰ 1450 di capitale, in detti anni $5\frac{3}{4}$, guadagna ₰ 350, (iquali ₰ 350, sono la differentia che è da ₰ 1450 che costa detta mercantia a ₰ 1800 che la si vende,) & si voria saper quanto guadagna per cento all'anno di detto suo capitale, però di nouo ponremo che guadagni 1 co. de ₰, & guadagnando 1 co. de ₰ per cento all'anno, de ₰ 1450 guadagnerà $14\frac{1}{2}$ co. de ₰ in vn sol anno, & in anni $5\frac{3}{4}$ ne guadagnerà $83\frac{3}{8}$ co. quali $83\frac{3}{8}$ co. seranno eguale a gli ₰ 350 chel guadagna, & essequendo il capitolo si trouerà la co. valer $4\frac{118}{667}$ e ₰ $4\frac{118}{667}$ se dirà guadagnar costui per cento all'anno.

Vno presta a vna communità ₰ 2000, a 20 per cento all'anno di vsura, a essere pagato in anni quattro, videlicet in capo di ciascuno di essi quattro anni, tutto il guadagno che gli perueniria per il suo capitale che detta communità hauerà nelle mani. Et ancora tal parte di esso suo capitale, insieme con detto guadagno, che in fine di essi quattro anni, venghi totalmente a essere satisfatto, si di esso suo capitale, come del guadagno: si dimanda quanto douerà hauere per ciascuno di essi anni, douendo hauer tanto vn'anno quanto l'altro. Poni che debba hauere 1 co. de ₰ per ciascun'anno: poi vedi a 20 per cento all'anno de 2000 ₰, quanto pro gli viene in vn'anno, che trouerai venirli la quinta parte di detti ₰ 2000 cioè ₰ 400. iquali ₰ 400 aggionti sopra gli 2000 fara 2400, & abbattendone 1 co. chel riscotte in fine di detto primo anno restarà 2400 men 1 co. poi di nouo piglia la quinta parte de 2400 men 1 co. che ti uerrà 480 men $\frac{1}{5}$ co. per il guadagno del secondo anno, ilqual guadagno aggionto sopra 2400 men 1 co. farà 2880 men $1\frac{1}{5}$ co. della qual summa abbattendone 1 co. che l'riscote in fine di esso secondo anno restarà 2880 men $2\frac{1}{5}$ co. Ancora piglia la quinta parte de 2880 men $2\frac{1}{5}$ co. che ti verrà 576 men $\frac{11}{25}$ co. per l'utile del terzo anno, ilqual vtile aggionto sopra 2880 men $2\frac{1}{5}$ co. farà 3456 men $2\frac{16}{25}$ co. della qual summa abbattendone 1 co. chel riscote in capo di esso terzo anno, restarà 3456 men $3\frac{16}{25}$ co. delqual residuo pigliandone ancora la quinta parte per il guadagno del quarto anno cioè $691\frac{1}{5}$ men $\frac{91}{125}$ co. & ponen Settimo dolo sopra 3456 men 1 [illegible] co. si hauera poi 4147 $\frac{1}{2}$ men 4 [illegible] cose della qual summa abbattendone 1 co. che la da riscottere in fine di esso quarto anno, A da restar distratto & anichilato egualmente caedal & pro. Adunque 4147 $\frac{1}{2}$ men 4 [illegible] co. seranno eguali a 1 co. & aggiongendo 4 [illegible] co. egualmente all'uno & l'altro extremo si hauera poi 5 [illegible] co. eguale a 4147 $\frac{1}{2}$. Et partendo 4147 $\frac{1}{2}$ per 5 [illegible] videlicet per il n. delle co. ci verra 772 [illegible] per valuta de 1 sol co. Et tanto se dira douer hauere per caduno de essi quatro anni cioe Ꝺ 772 [illegible] & volendone far proua palpabile fa in questo modo videlicet. aggiongi li Ꝺ 400 chel guadagna il primo anno a 40 per cento sopra li Ꝺ 1000 suo capitale che fara Ꝺ 1400 della qual summa abbattene Ꝺ 772 [illegible] che habbiam trouato douer hauere caduno di detti 4 anni resta 627 [illegible] & a detto rimanente aggiongendoli la quinta parte per il vadagno del secondo anno laqual quinta parte e 125 [illegible] si hauera in summa 753 [illegible] dellaqual summa abbattendone gli Ꝺ 772 [illegible] chel consequisse in fine di detto secondo anno restara 1180 [illegible] al qual restante aggiongendoli la quinta parte per il vadagno del tercio anno, laquale e 236 [illegible] si hauera 1416 [illegible] & abbattendone gli Ꝺ 772 [illegible] chel riscota in fine de esso tercio anno restara 643 [illegible] al qual resto aggiongendogli finalmente la quinta parte per il vadagno del quarto anno laquale e 128 [illegible] si hauera per summa 772 [illegible] della qual summa abbattendone pur Ꝺ 772 [illegible] chel consequisse in fine di esso quarto anno, restara veramente egualmente anichilato si del pro quanto del capitale come si ricercaua, &c.

Ottauo Vno compra vno credito de Ꝺ 800 per Ꝺ 600 iquai Ꝺ 600 ditto compratore gli exborsa attualmente al venditore subbito concluso il mercato, Et poi esso compratore a da riscottere ditto credito in dui anni videlicet Ꝺ 400 in fine de caduno de essi dui anni, si dimanda quanto esso compratore guadagna per cento all'anno. Poni che guadagnasse 1 co. de Ꝺ per cento all'anno per il che de 600 Ꝺ guadagnara 6 co. de Ꝺ in vno anno qual 6 co. aggiongile sopra gli Ꝺ 600 fara in tutto Ꝺ 600 p̄ 6 co. tra caedal & guadagno del primo anno abbattene Ꝺ 400 chel riscotte in fine de esso primo anno, che ti restara poi Ꝺ 200 p̄ 6 co. per capitale del secondo anno, le da vedere quanto vadagnano quelli Ꝺ 200 p̄ 6 co. in detto secondo anno per aragion de 1 co. de Ꝺ per cento all'anno, il che si puo fare per la regula del tre dicendo se de 100 si guadagna 1 co. de Ꝺ in vn'anno, che si guadagnaranno de Ꝺ 200 p̄ 6 co. Et multiplicando detti Ꝺ 200 p̄ 6 co. p̄ 1 co. fara Ꝺ 200 co. p̄ 6 ce. da partir per cento, che viene Ꝺ 2 . co. p̄ $\frac{3}{50}$ ce. de guadagno qual Ꝺ 2 co. p̄ $\frac{3}{50}$ ce. de guadagno aggiongi sopra il capitale di detto secondo anno, cioe sopra li detti Ꝺ 200 p̄ 6 co. che fara in tutto Ꝺ 200 p̄ 8 co. p̄ $\frac{3}{50}$ ce. tra caedal e guadagno di esso secondo anno qual Ꝺ 200 p̄ 8 co. p̄ $\frac{3}{50}$ ce. hanno da essere eguali a gli Ꝺ 400 chel a da riscottere in fine di esso secondo anno leuegli superflui che hauerai poi Ꝺ 8 co. p̄ $\frac{3}{50}$ ce. eguali a Ꝺ 200 recca a 1 ce. partendo tutta la equatione per $\frac{3}{50}$ videlicet per il numero di ce. di quella che hauerai Ꝺ 133 $\frac{1}{3}$ co. p̄ 1 ce. eguali a Ꝺ 3333 $\frac{1}{3}$. Smezza il numero delle co. e l'una mitta quale e 66 $\frac{2}{3}$ multiplica in se che fara 4444 $\frac{4}{9}$ qual 4444 $\frac{4}{9}$ aggiongi sopra il numero, cioe sopra 3333 $\frac{1}{3}$ fara in tutto 7777 $\frac{7}{9}$ della qual summa prendine la radice laquale e pur R 7777 $\frac{7}{9}$ & di esse radice abbattene ditta mitta del numero delle cose, cioe 66 $\frac{2}{3}$ che ti restara R 7777 $\frac{7}{9}$ men 66 $\frac{2}{3}$ per valuta della cosa, e di che tanto guadagna per cento all'anno ditto compratore, cioe Ꝺ R 7777 $\frac{7}{9}$ men 66 $\frac{2}{3}$ che vol dire presa la radice de 7777 $\frac{7}{9}$ laqual e da 88 [illegible] in circa. Et di essa radice abbattendone 66 $\frac{2}{3}$ che restara da 21 [illegible] in circa per il numero de gli ducati che guadagna per cento all'anno & a questo medesimo modo & ordine bisognerebbe a procedere quanto detto compratore hauesse da riscottere detto credito in piu de dui anni fane proua dicendo se de 100 guadagna R 7777 $\frac{7}{9}$ men 66 $\frac{2}{3}$ in vno anno che si guadegnaranno de Ꝺ 600. E trouerai che si guadegnara 6 volte tanto, cioe 6 volte R 7777 $\frac{7}{9}$ men 66 $\frac{2}{3}$ che fa R 280000 men 400, qual R 280000 men 400 aggiongi sopra il capitale, cioe sopra gli Ꝺ 600 che fara in tutto R 280000 p̄ 200 dellaqual summa abbattene gli Ꝺ 400 chel riscotte in fine del primo anno, che ti restara R 280000 men 200 hor vedi quanto guadagna R 280000 men 200 nel secondo anno alla medema ragione cio e R 7777 $\frac{7}{9}$ men 66 $\frac{2}{3}$ per cento all'anno dicendo se de 100 si guadagna R 7777 $\frac{7}{9}$ men 66 $\frac{2}{3}$ che si guadegneranno de Ꝺ R 280000 men 200 & operando trouerai che guadegnara Ꝺ 600 men R 280000 el qual guadagno aggionto sopra il capitale di esso secondo anno cioe sopra R 280000 men 200 faranno ben apunto Ꝺ 400 come detto compratore a da riscottere in fine di esso secondo anno, &c.

Nono Vno presta a un'altro Ꝺ 2500 per dui anni e non so quanto per cento all'anno, a far capo d'anno, & finiti detti dui anni colui gli rese tra merito & capitale ♃ 3025. Si dimanda a quanto fu prestato el cento all'anno queste simile proposte si risolueno per via de quantita continue proportionali imperoche facendosi capo d'anno, chi moltiplica li danari prestati per vno, piu tal parte, qual e, il guadagno che colui che presta conseguisce per cento all'anno del suo capitale, di esso cento suo capitale, ne perviene quello che detti danari prestati saranno diuentati in fine del primo anno tra merito, & capitale. Et chi moltiplica ancor quello che son diuentati in fine di esso primo anno tra merito e capitale per detta unita, piu detta parte, ne peruenira quello che seranno diuentati in fine del secondo anno tra merito e capitale, Et chi moltiplica ancor quello che seranno diuentati in fine di esso secondo anno tra merito capitale per detta unita & parte, ne peruenira quello, che seranno diuentati in capo del tertio anno tra merito & capitale, & cosi discorrendo a anno per anno se fussero cento, di maniera che quella unita, & parte vien ad essere, la denominatione di esse proportioni, quantunque essa parte sia incognita. Ma perche questa proposta si extende solum per dui anni, quella se intende essere constituita solamente sotto tre termini continui proportionali, el primo de quali e gli danari prestati cioe ♃ 2500 el secondo e quello che essi danari diuentorno tra merito e capitale in fine del primo anno, el qual ci e incognito, el tertio e gli ♃ 3025 che colui gli rese tra merito e capitale in fine de dati dui anni. E perche Euclide nel sesto ci dechiarisse, che il ditto della prima nella tercia di tre quantita continue proportionali e sempre eguale al quadrato della seconda adonque multiplicando noi 2500 in 3025 & di detta multiplicatione pigliandone la radice hauerem noto quello che detti danari prestati diuentorno in fine del primo anno tra merito & capitale, ma il detto di 2500 in 3025 fa 7562500, & la radice de 7562500 e 2750 adunque ♃ 2750 diuentorno detti ♃ 2500 prestati tra merito & capitale in fine del primo anno de iquali ♃ 2750 abbattendone gli ♃ 2500 de capitale restara ♃ 250 per guadagno di esso primo anno per detti ♃ 2500, che viene a ragione de 10 per cento. E tanto si dira esser prestati detti danari cioe a 10 per cento all'anno. Ma perche il principale intento nostro e per instruirti in l'operare algebratico. Perho ancor algebraticamente la risolueremo almanco questo, & alcuni de gli seguenti [illegible] quasi impertinenti hauendone il medesmo hauesso altroue posti de simili, & per cio fare procederemo in questo modo. videlicet, ponendo che detti ♃ 2500 fussero prestati a 1 co. de ♃ per cento all'anno per il che de ♃ 2500 in vn anno guadagnarebbe 25 co. de ♃ lequal 25 co. aggionte sopra gli detti ♃ 2500 de capitale sara in tutto 2500 p̃ 25 co. tra merito e capitale in fine del primo anno & multiplicando 2500 p̃ 25 co. in se fara 6250000 p̃ 625 cen. p̃ 125000 co. Et questo prodotto sara eguale a quello che e fatto de gli ♃ 2500 primo termine de tal proportione in ♃ 3025 tercio cioe, a 7562500. Segui el capitolo che tu trouerai la co. valer 10, & a 10 per cento furno prestati detti danari vt supra.

Ouer altramente per ordine generale de tutti gli simili, poni che la denominatione della sopradetta continua proportionalita sia 1 co. perche gli detti ♃ 2500 in fine del primo anno sarano diuentati 2500 co. & in fine del secondo anno 2500 ce. & questo per che multiplicando 2500 per 1 co. idest per detta denominatione ne perviene 2500 co. & ancor multiplicando 2500 co. per la medesima denominatione videlicet per detta co. ne perviene 2500 ce. liquali 2500 ce. sono equali a ♃ 3025 che colui gli rese, tra merito & capitale in fine de gli detti dui anni, & partendo 3025 per 2500, cioe per il numero di ce. ne venira 1 $\frac{21}{100}$ per valuta de 1 sol ce. del qual pigliandone la radice, laqual e 1 $\frac{1}{10}$ quella sara la valuta della co. & denominatione di detta continua proportionalita, & moltiplicando gli ♃ 2500 prestati per detta denominatione idest per 1 $\frac{1}{10}$ ne venira 2750 per il numero de gli ♃ che si trouorno esser diuentati tra merito & capitale detti ♃ 2500 prestati in fine del primo, iquali ♃ 2500 detrahendoli de essi ♃ 2750 ci restara ♃ 250 per guadagno di detti ♃ 2500 in vn sol anno Et poi dice per la regula del tre, se ♃ 2500 guadagna ♃ 250 che guadagnara ♃ 100, & operando secondo gli ordeni di detta regula trouerai che medesimamente guadagnaranno ♃ 10 & a tanto vi stara sara dira esser stato prestato el cento di ♃ all'anno, & questo e posto per ordine generale de tutti gli simili, sian per gli anni quanti si voglino, che sempre facilmente da te medesimo, mediante esso ordine potrai darli vera risolutione. &c.

Decimo

Vno presta a vn altro, scuti 1600 per anni quattro, a non so quanto per cento di mile all'anno a far capo d'anno, & finiti detti quattro anni, colui gli rese tra merito & capitale scuti 2000 si dimanda a quanto fu prestato el cento all'anno.

Poni secondo, il nostro general ordine dato di sopra, che la denominatione della proportionalita continua de detti scuti 1600 fino al compimento de quattro anni (che colui gli rese scuti

2000 tra merito & capitale) fusse 1 co. e moltiplica essi scuti 1600 prestati de detta co. che fara scuti 1600 co. per quello che detti scuti 1600 diuentorno tra merito & capitale in fine del primo anno, & di nouo moltiplica scuti 1600 co. per detta denominatione, cioè per detta co. che fara scuti 1600 ce. per quello che si trouorno essere in fine del secondo anno, pur tra merito & capitale, & ancora moltiplica scuti 1600 ce. per essa medema co. che fara scuti 1600 cu. per cio che furon in fine del terzo anno. Etiam moltiplica scuti 1600 cu. per detta co. che fara scuti 1600 cece. per gli scuti 2000, che colui gli rese in fine del quarto anno tra merito, & capitale, & cosi andaresti facciando quando la proposta fusse de piu numero d'anni, cioè moltiplicando sempre per detta co. fino che peruenissi alla fine de tutti gli anni, & peruenuto a esso fine exequire poi come si fara in questa, videlicet, che essendo detti danari prestati diuenuti in fine del quarto, scuti 1600 cece. & colui hauendogli reso scuti 2000 tra merito & capitale 1600 cece. saranno equali a 2000, & exequendo l'ordine del capitolo de cece. equali a numero cioè partendo 2000 per 1600 ne verra 1 $\frac{1}{4}$ per valuta de 1 ce. ce. del qual pigliandone la radice della radice, quella fara la valuta della co. & denominatione di detta continua proportionalità, idest ℜℜ 1 $\frac{1}{4}$ hor moltiplicandosi gli scuti 1600 prestati per ℜℜ 1 $\frac{1}{4}$ reccado prima 1600 a radice de radice, ouer cece. ne verra ℜℜ 8192000000000, per detta moltiplicatione, e tanto si trouorno esser diuenuti detti scuti 1600 prestati tra merito & capitale in fine del primo anno, cioè ℜℜ 8192000000000 della qual quantità detrahendone essi scuti 1600 de capitale ci restara scuti ℜℜ 8192000000000 men 1600 per il merito de un anno di detti scuti 1600 hor diremo se scuti 1600 de capitale me da scudi ℜℜ 8192000000000 men 1600 de guadagno che me dara scuti 100, de capitale e moltiplicando ℜℜ 8192000000000 men 1600 per 100, & il prodotto partendo per 1600 ne verra ℜℜ 125000000 men 100 e a tanto se dira esserli prestato el cento all'anno, cioè a scuti ℜℜ 125000000 men 100. &c.

Vndecimo Voglio meritare scuti 800 per anni 5 a ragion de 10 per cento all'anno a far capo d'anno si dimanda quanti saranno diuenuti in fine di detti 5 anni tra merito e capitale.

Si vede che a 10 per cento di merito all'anno, ogni 100 diuenta 110 in uno anno per il che partendo 110 per 100 ne verra 1 $\frac{1}{10}$ per la denominatione della continua proportionalità di detti scuti 800 per 5 anni della quale continua proportionalità essi scuti 800 sono l'origine & principio, & il fine sara 1 co. che ponemo quelli diuenire tra merito & capitale in detti cinque anni la quale 1 co. partendola retrograde per detta denominatione idest per 1 $\frac{1}{10}$ ci verra $\frac{10}{11}$ co. per la quantità che detti danari erano tra merito & capitale in fine del quarto anno & partendo ancora quelli $\frac{10}{11}$ co. per detta denominatione ci verra $\frac{100}{121}$ co. per la quantità che essi medesimi danari erano tra merito & capitale in fine del terzo anno. Euidentemente partendo quelli $\frac{100}{121}$ co. pur per detta denominatione ci verra $\frac{1000}{1331}$ co. per la quantità che erano essi predetti danari tra merito, & capitale in fine del secondo anno. Ancora partendo quelli $\frac{1000}{1331}$ co. per essa medesima denominatione ci verra $\frac{10000}{14641}$ co. per quello che si trouorno esser tra merito & capitale in fine del primo anno, & ancora partendo quelli $\frac{10000}{14641}$ co. per essa denominatione ne verra $\frac{100000}{161051}$ co. per la quantità che essi danari da principio erano, idest per scuti 800 adunque $\frac{100000}{161051}$ co. saranno equali a scuti 800 pero partendo (secondo l'ordine del capitolo) 800 per $\frac{100000}{161051}$ ne verra 1288 $\frac{51}{125}$ per valuta della co. e tanto saranno diuenuti essi scuti 800 in 5 anni tra merito e capitale, videlicet scuti 1288 $\frac{51}{125}$. &c.

Duodecimo Anchor voglio meritare ₤ 600 per anni 6 a ragion de 5 per cento all'anno a far capo d'anno, si dimanda quanto esse ₤ 600 saran diuentate tra merito & capitale in fine de gli detti 6 anni. Le da esser proceduto, come di sopra ponendo che dette ₤ 600 in fine di detti 6 anni fussero diuentate 1 co. de ₤ tra merito & capitale. Et perche d'ogni cento a 5 per cento di utile all'anno fa 105 in un anno pero partendo 105 per 100 ne verra 1 $\frac{1}{20}$ per la denominatione della continua proportionalità di dette ₤ 600 per 6 anni della qual proportionalità esse ₤ 600 sono el primo termine, & 1 co. de ₤ (che ponemo quelle diuenire in detti 6 anni tra merito & capitale) el'ultimo sia adunque come di sopra, retrograde diuiso detto ultimo termine, di essa continua proportionalità, videlicet 1 co. de ₤ per la detta denominatione de essa proportionalità, idest per 1 $\frac{1}{20}$ che ne verra $\frac{20}{21}$ co. per la quantità che esse ₤ 600 si trouorno essere tra merito & capitale in fine del quinto anno, & di nouo diuidendo quelli $\frac{20}{21}$ co. per detta denominatione ne verra $\frac{400}{441}$ co. per quello si trouorno in fine del quarto anno, & ancora diuidendo quelli $\frac{400}{441}$ co. per essa denominatione ne verra $\frac{8000}{9261}$ co. per quello che si trouorno in fine del terzo anno. Preterea diuidendo quelli $\frac{8000}{9261}$ co. per la medesima denominatione ne verra $\frac{160000}{194481}$ co. per cio che si trouorno in fine del secondo anno, Et diui-

Et diuidendo ancora questi [illegible] co. per detta denominatione ne uerra [illegible] co. p quāto si trouorno in fine del primo anno. Et vltimamente diuidendo ancora questi [illegible] co. per la medesima denominatione ne uerra [illegible] co. per quello che essi danari se trouorno da principio, cioè, che [illegible] co. sara equali a ₰ 600 per il che diuidēdo 600 p [illegible] ne uerra 504 [illegible] per ualuta della co. E tanto dirai che detti ₰ 600 diuengono in anni 4 tra merito & capitale videlicet ₰ 504 [illegible]. &c.

Decimoterzio

Vno douendo hauer da un altro scuti 500 in un sol termine, cioè in capo de anni 7. fa patto e conuentione cō el debitore, che se lui vuol satisfarlo al presente, che le cōtento che esso debitore guadagni a ragiō de 12 ½ p cēto all'anno de suoi danari a far capo d'anno, se dimāda quanto (detto debbitore) debbe attualmēte esborsare al p̄sente al creditore, acciochè esso creditore sia integralmēte satisfatto, secōdo il detto patto, qsto è all'opposito de gli tre passati, & la sua resolutione va ancora oppositamēte di q̄lla de essi tre passati. Et per ho pōgo che gli danari gli quali il detto debbitore debbe esborsare al presente p satisfattione de gli detti scuti 500 che lui douerebbe dare in termine de detti anni 7 siano 1 co. de scuti. Et p che il creditore cō sente chel guadagni a ragion de 12 ½ p cento all'anno di suoi danari a far capo d'anno, sara adūque in vn anno de ogni 100. 12 ½ p il che partēdo 112 ½ p cēto, ne verra 1 ⅛ p la denominatione della cōtinua pportionalita, sotto la quale vāno cōtinuāti gli danari, che deueriāno quelli che lui esborsare al p̄sente, ad anno p anno tra merito & capitale fin in capo de sette anni del la qual cōtinua pportionalita il primo termine è detta co. che poniamo douer esborsare al presente detto debbitore, & l'vltimo è gli scuti 500, che douerebbe esborsare in capo de 7 anni. & moltiplicādo 1 co. p detta denominatione, cioè p 1 ⅛ ne uerra 1 ⅛ co. p la quātita che gli detti danari (di quali esso debbitore debbe esborsare al presente) sariano diuētati in fine del primo anno tra merito & capitale, & cosi moltiplicādo 1 ⅛ co. p detta denominatione, ne uerra [illegible] co. che saran diuētati i fine del secōdo anno, cioè [illegible] co. & moltiplicādo [illegible] co. p essa medesima denominatione ne verra [illegible] co. p qllo che sarāno in fine del terzo anno. Vn'altra fiata moltiplicādo [illegible] co. p detta denominatione ne verra [illegible] co. p quāto sariāno i fine del quarto anno. Ancora moltiplicādo [illegible] co. p essa denominatione ne verra [illegible] co. p la quātita che sarāno in fine del qnto anno. Ancora moltiplicādo [illegible] co. p detta denominatione ne verra [illegible] co. p quāto sariāno in fine del sesto anno. Et vltimamēte moltiplicādo [illegible] co. p la detta denominatione ne verra [illegible] co. per quello che essi danari equali a detto debbitore debbe esborsare al presente sarebbō diuentati tra merito & capitale in fine de 7 anni, quali adunque vengono a esser equale a scu. 500 adūque partēdo 500 p [illegible] co. ne verra 219 [illegible] p valuta della co. e tāto debbe esborsare il detto debbitore al presente a satisfare p detti scuti 500 che douerebbe dare in fine de 7 anni videlicet scuti 219 [illegible]. &c.

Decimoquarto

Vno piglia vna casa a fitto p ₰ 60 all'anno con patto di dar al patron di quella ₰ 200 accioche siano dentro gli quali ₰ 200 si habbino poi a scontar nel fitto con tale patto de 5 p cento all'anno. Et promette detto patrone lasciarlo stare in detta casa fino che detti danari saranno del tutto scontati si dimanda quanto tempo douerà starli dentro.

Merita ₰ 200 per uno anno a ragion de 5 per cento all'anno, che viē a essere el tutto ₰ 210, la vintesima parte del capitale idest ₰ 10 iquali posti sopra gli 200 fanno i tutto ₰ 210 tra merito, & capitale in fine del primo anno, de iquali abbattendone ₰ 60 chel paga de fitto restarà ₰ 150. Et di nouo a questi ₰ 150 aggiongigli la sua vintesima parte, laqual è ₰ 7 ½, fara in tutto ₰ 157 ½ tra merito & capitale in fine del secondo anno de iquali abbattendone come prima ₰ 60 che si paga de fitto restarà ₰ 97 ½. Et ancora a questi ₰ 97 ½ aggiongigli pur sopra la sua vintesima parte laqual è ₰ 4 ⅞ fara in tutto ₰ 102 ⅜ tra merito & capitale in fine del terzo anno de iquali abbattendone gli ₰ 60 de fitto restarà ₰ 42 ⅜ hor per che si uede, che piu non può stare anno intiero in detta casa, imperochè gli detti ₰ 42 ⅜ col suo merito non sono a sufficientia per il fitto de vno anno. Porremo adunque che gli habbi a stare solamente 1 co. di anno, & douendogli mancare a essere scontati a vna con il suo merito. Et per che pagarà i 1 co. d'anno diremo primamēte, se in 1 anno paga de fitto ₰ 60 che pagarà i 1 co. d'anno. Et moltiplicādo 1 co. p 60, & partendo il prodotto p 1 anno ne uerra 60 co. de ₰ p il fitto che ha da pagare in 1 co. d'anno, di poi pigliaremo la vintesima parte de ₰ 42 ⅜ che mancano a esser scontati p merito di essi ₰ 42 ⅜ in vn anno, laqual vintesima parte è ₰ 2 [illegible] & diremo, se in 1 anno detti ₰ 42 ⅜ portan di merito ₰ 2 [illegible] che portarano i 1 co. d'anno, & moltiplicando 2 [illegible] p 1 co. Et partendo il pdotto p 1 anno, ne verra 2 [illegible] co. de ₰ p merito de essi ₰ 42 ⅜ in 1 co. d'anno quai 2 [illegible] co. de ₰ aggiongi cō detti ₰ 42 ⅜ fara ...

to duc. 42 $\frac{1}{2}$ p̃ 2 [illegible] co. tra merito & capitale laqual somma a da essere equale a cio che si ha da pagare de fitto di detta casa in 1 co. d'anno, che di sopra fu trouato essere 60 co. de duc. adonque essendo 42 $\frac{1}{2}$ p̃ 2 $\frac{1}{160}$ co. equal a 60 co. leua gli superflui, che tu hauerai poi 42 $\frac{1}{2}$ equali a 57 $\frac{[illegible]}{160}$ co. & esequendo il capitolo trouerai la co. valer [illegible] e tante parti de anno douera stare a scontare gli detti duc. 42 $\frac{1}{2}$ lequal parti volendole far in giorni moltiplica 2 360, che e di sopra la virgula per 365 & il prodotto parti per 5087 che e di sotto, che ti verra giorni 267 hore 5 [illegible] iquali giorni 267 hore 5 [illegible] aggiogni sopra gli sopradetti tre anni intieri che si hanno trouati douer stare in detta casa, che fara in tutto anni 3 giorni 267 hore 5 [illegible] e tanto tempo dirai douer stare in tutto in essa casa a scontare gli detti duc. 200 nel modo detto di sopra. &c.

Decimoquinto Voglio meritare duc. 400 per anni 2 & mesi 3 a ragion de 5 per cento all'anno a fare capo d'anno si dimanda quanto saranno diuentati tra merito & capitale in detto tempo. Non facendo si altra conditione a detta propositione, & maxime hauendo colui che piglia detti danari actione di poter far la restitutione de quelli, quando a lui par & piace, io diria sempre che si douesse prima meritare duc. 400 per vno anno a ragion de 5 per cento all'anno, che viene ad esser di merito la vintesima parte del capitale, laqual vintesima parte, che e duc. 20 essendo posta sopra duc. 400 sarebbe in tutto duc. 420 tra merito & capitale del primo anno. Poi medemamente sopra quelli duc. 420 aggiongergli per la sua vintesima parte laqual e duc. 21 che sarebbe duc. 441 pur tra merito & capitale del secondo anno. Et ancora sopra quelli duc. 441, che si douesse ponere, la quarta parte della sua vintesima parte (atento che ci manca solamente a meritare detti duc. 441 per mesi 3 che sono la quarta parte d'un'anno) la qual quarta parte di essa vintesima parte, e duc. 5 $\frac{1}{80}$ che sarebbe in tutto duc. 446 $\frac{1}{80}$ e duc. 446 [illegible] diria senza alcun dubbio diuentite detti duc. 400 in anni 2 & mesi 3 tra merito & capitale a la detta ragione. Et massime essendo ancor questa la oppenion nostra come si vede nel vndecimo libro della prima parte del nostro general trattato.

Ma quando verbi gratia il prestatore de essi danari ricercasse da colui che piglia a imprestito, che in fine di detti dui anni & tre mesi gli facesse detta restitutione, non essendo fra loro patto, che detto prestatore potesse rettrohauere essi danari a suo beneplacito. Giusta cosa sarebbe, che di quella misura, che esso prestatore, hauesse misurato colui che piglia a imprestanza, che similmente colui che piglia douesse misurare quello che da, cio e che domando colui che piglia satisfare colui che da per mesi 9 auanti, che compisca el terzo anno, debbe ancor lui fare detta satisfattione con suo vtile de 5 per cento all'anno per detti mesi 9 & p che detti duc. 400 in fine del secondo anno son diuentati duc. 441 tra merito & capitale, Et essendo poi ancora oltra detti dui anni scorsi mesi tre essi duc. 441 in detti mesi tre hano per merito qualche parte del merito de tutto l'anno, qual parte pongo essere 1 co. laqual aggionta sopra duc. 441 fa in tutto duc. 441 p̃ 1 co. Et questa somma e quanto a da esborsare colui che piglia gli detti duc. 400 a l'presstito in fine de anni 2 mesi 3 cioe p mesi 9 auanti che compisca el terzo anno a 5 per cento all'anno di merito, si come ancor lui pagaua al prestatore. Et perche a 5 per cento all'anno vien di merito la vintesima parte del capitale & 9 mesi sono gli $\frac{3}{4}$ de 1 anno perho pigliando la vintesima parte de duc. 441 p̃ 1 co. laqual e duc. 22 $\frac{1}{20}$ p̃ $\frac{1}{20}$ co. & di questa vintesima parte pigliandone poi gli $\frac{3}{4}$ che sono duc. 16 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ p̃ $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ co. & questi duc. 16 $\frac{[illegible]}{80}$ p̃ $\frac{3}{80}$ co. ponendo sopra a duc. 441 p̃ 1 co. che fa in tutto duc. 457 $\frac{[illegible]}{80}$ p̃ 1 $\frac{3}{80}$ co. per la somma de quanto sarebbon diuentati duc. 441 p̃ 1 co. tra merito & capitale in fine de 3 anni che vien a esser mesi 9 doppoi la esborsatione de quelli. Et per che gli sopradetti duc. 400 prima prestati in fine de dui anni son diuentati duc. 441 tra merito & capitale, & a la medema ragione in fine de 3 anni sarebbon diuentati duc. 463 $\frac{1}{20}$ perho senza alcun dubbio, colui che piglia a imprestito, sarebbe stato debbitore de colui che da duc. 463 $\frac{1}{20}$ in fine de 3 anni adonque gli danari che esso pigliante ad imprestito esborsa per mesi 9 inanti el compimento di detti 3 anni insieme con il suo merito per essi mesi 9 a da essere equale a duc. 463 $\frac{1}{20}$. Ma di sopra tal danari che lui esborsa co detto suo merito la somma hauemo trouati esser duc. 457 $\frac{[illegible]}{80}$ p̃ 1 $\frac{3}{80}$ co. per il che duc. 457 $\frac{[illegible]}{80}$ p̃ 1 $\frac{3}{80}$ co. saranno equali a duc. 463 $\frac{1}{20}$ & esequendosi el capitolo trouerasi la co. valer 5 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ qual 5 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ aggiongendogli sopra a duc. 441 che si trouorno esser diuentati duc. 400 prestati in fine de dui anni tal somma qual e 446 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ sara la quantita dei ducatti, che douera dare il pigliante a imprestito a colui che presta tra merito e capitale in termine de anni 2 & mesi 3 da poi prestati gli duc. 400 quando che la occasione della restitutione venghi come se ha detto di sopra per causa del prestatore. &c.

Ma quando si conuenissero tra loro prestatore, & pigliatore, di far detta restitutione a ponto-

ne per

te per portione, & a rata per rata, si de beneficio quanto di maleficio tanto per l'una, quanto per l'altra parte, all'hora in quel caso la resolutione de tal quesito, sarebbe alquanto piu difficile per che ogni volta che fussero scorsi dui anni & tre mesi doppo la prestatione de detti duc. 400 quelli sariano diuentati duc. 441 & piu, tra merito & capitale, el qual piu pongo essere 1 co. (come ancor fu fatto di sopra) & perche colui che presta in gli 3 mesi soli, che son scorsi, oltra gli dui anni intieri ha guadagnato 1 co. de duc. pertho bisogna alla medema ratta, veder colui che piglia a imprestito de duc. 441 p. 1 co. che lha da cabo[illegible] per mesi 9 auanti, che compisca el terzo anno, quanto ancor lui debbe guadagnare, il che si fa in questo modo videlicet, dicendo se duc. 441 in mesi 3 guadagna 1 co. de duc. quanto guadagnaranno duc. 441 p. 1 co. in mesi 9 & moltiplicando prima duc. 441 per mesi 3 che fa 1323 & duc. 441 p. 1 co. per mesi 9 che fa 3969 p. 9 co. Poi moltiplicando 3969 p. 9 co. per 1 co. che fa 3969 co. p. 9 ce. & questo prodotto partendo per 1323 ne venira 3 co. p. $\frac{1}{147}$ ce. per cio, che si guadagnara de duc. 441 p. 1 co. in mesi 9 il qual guadagno aggiongendolo sopra a duc. 441 p. 1 co. fara in tutto duc. 441 p. 4 co. p. $\frac{1}{147}$ ce. per cio, che sariano diuentati duc. 441 p. 1 co. tra merito & capitale in fine del terzo anno. Et perche in fine de gli dui anni duc. 400 prestati so diuentati duc. 441 tra merito & capitale a ragion de 5 per cento all'anno. Et alla medema ragione duc. 441 in fine del terzo anno, sarebbo diuentati duc. 463 $\frac{1}{20}$ pero duc. 441 p. 4 co. p. $\frac{1}{147}$ ce. saran equali a duc. 463 $\frac{1}{20}$ se gui l'ordine del capitolo, trahendola in luce, che te trouerai la co. valer R 29677 $\frac{1}{20}$ men 294 qual R 29677 $\frac{1}{20}$ men 294 aggiongendo con duc. 441 che essi duc. 400 prestati era diuentati in dui anni tra merito & capitale, fara in tutto duc. R 29677 $\frac{1}{20}$ p. 147 e tanto doueria dare il pigliatore del imprestito a colui che presta, tra merito & capitale in termine de anni 2 & mesi 3 doppoi pigliato esso imprestito, cioe duc. R 29677 $\frac{1}{20}$ p. 147. &c.

Decimosesto

Dui fanno compagnia il primo mette vna quantita de danari il secondo quattro tanti del primo. Et guadagnano tanto per cento quanto fo lor capitale. Et alla fine si trouorno in tutto tra capitale e guadagno duc. 800 si dimanda quanto misse cadauno in la compagnia.

Poni che il primo metta 1 co. che il secondo verra a metter 4 co. idest, 4 volte tanto e tra ambidui, metteranno 5 co. & perche guadagnano tanto per cento, quanto e lor capitale. Adunque guadagnano 5 co. per cento, e pertho di se 100 capitale me da 100 p. 5 co. capital e guadagno, che me dara 5 co. capitale e moltiplicando 100 p. 5 co. p. 5 cosa. che fa 500 co. p. 25 cen. & questo tal prodotto partendo per 100 ne uerra 5 co. p. $\frac{1}{4}$ ce. per il capitale & guadagno che si trouorno quelli compagni in fine di detta compagnia. Et perche la proposta dice che si trouorno duc. 800, adunque 5 co. p. $\frac{1}{4}$ ce. sariano equali a 800 reduci a 1 ce. partendo tutta la equatione per $\frac{1}{4}$ ce. cioe per il numero di ce. che hauerai poi 20 co. p. 1 ce. equali a 3200 e pertho smezza il numero delle co. & l'una mita laqual e 10 moltiplica in se che fa 100 & a questo prodotto aggiongi il numero idest 3200 fara in tutto 3300 della qual somma piglione la radice laqual e per detta cosi sordamente R 3300, & di quella abbattene il numero della mitta delle co. cioe 10, che restara R 3300 men 10 per valuta della co. e tanto misse il primo de capitale in detta compagnia idest duc. R 3300 men 10 il secondo quattro tanti videlicet, duc. R 52800 men 40 che e quanto si dimanda dil che volendone far proua somma insieme R 3300 men 10, che misse il primo con R 52800 me. 40, che misse il secondo, che fa R 82500 men 50 per tutto il capitale posto da ambi dui in detta compagnia, el qual capitale e equalita quanto guadagnano per 100, tra ambidui e pertho a R 82500 men 50 come guadagnano aggiongeli sopra 100 di capitale fara in tutto R 82500 p. 50 tra capitale e guadagno. Poi di se 100 capitale me da R 82500 p. 50 capital e guadagno, che me dara R 82500 men 50 capitale. Et moltiplicando R 82500 p. 50 per R 82500 men 50, che fa 80000, & questo prodotto partendo per 100 ti uerra a ponto 800 tra capital e guadagno come si trouorno in fine di detta compagnia. &c.

Decimoterzo

Tre fanno compagnia il primo mette duc. 200, & vn rubino, il secondo duc. 800, & vn diamante, il qual diamante e di tal ualore, che moltiplicando esso ualore per gli duc. 200 che mette il primo fa tanto come a moltiplicare il ualor del rubino, che mette esso primo per gli duc. 800, che mette il detto secondo, il terzo mette tanto quanto e il prodotto che nasce fatto della moltiplicatione del valor del rubino in quello del diamante, & guadagnano duc. 2400 del qual guadagno al primo ne tocca duc. 260 si dimanda quanto tocca a cadauno de gli altri dui, & quanto valse il rubino, & il diamante, & ancor quanto misse il terzo in la compagnia. Poni che il rubino, che mette il primo vaglia 1 co. de duc. & moltiplica per gli duc. 800, che mette il secondo fara duc. 800. co. la qual 800 co. partendole per gli duc. 200, che mette il primo ne uerra duc. 4 co. per il valor del diamante, qual valor de diamante moltiplicalo con quello del rubino che fara 4 ce. per cio, che mette il tercio in la compagnia. Poi somma insieme questi capitali videlicet, duc. 200 p̃ 1 co. del primo duc. 800 p̃ 4 co. del secondo, & duc. 4 ce. del tercio che fara in tutto duc. 1000 p̃ 5 co. p̃ 4 ce. per il monte del capitale di essa compagnia, & di se duc. 1000 p̃ 5 co. p̃ 4 ce. de capitale, guadagna duc. 2400, che tocca a 200 p̃ 1 co. capitale del primo, e moltiplicando 2400 per 200 p̃ 1 co. che fa 480000 p̃ 2400 co. e quello prodotto partendo per 1000 p̃ 5 co. p̃ 4 ce. ne verra $\frac{480000 \text{ p̃ } 2400 \text{ co.}}{1000 \text{ p̃ } 5 \text{ co. p̃ } 4 \text{ ce.}}$ per il guadagno del primo. Et dipoi per che egli e detto, che esso guadagno del detto primo e duc. 260. adunque $\frac{480000 \text{ p̃ } 2400 \text{ co.}}{1000 \text{ p̃ } 5 \text{ co. p̃ } 4 \text{ ce.}}$ sera equale a 260 leua il rotto moltiplicando il denominatore di quello, cioe 1000 p̃ 5 co. p̃ 4 ce. per 260 che fa 260000 p̃ 1300 co. p̃ 1040 ce. che tu haueraj poi 480000 p̃ 2400 co. equali a 260000 p̃ 1300 co. p̃ 1040 ce. & leuando gli superflui & recado la equatione a 1 ce. haueraj finalmente 211 [illegible] p̃ [illegible] co. equali a 1 ce. Et secondo l'ordine del capitolo trahendola in luce ti verra R 211 [illegible] p̃ [illegible] per valuta della co. e tanto diraj esser valso il rubino, cioe R 211 [illegible] p̃ [illegible]. Et il diamante essendosi di sopra ragionato per 4 co. varra 4 volte tanto quanto vale esso rubino ideſt duc. R 3384 [illegible] p̃ [illegible]. Et perche il tercio mette tanto come perviene della moltiplicatione del valor del rubino ideſt duc. R 211 [illegible] p̃ [illegible] in duc. R 3384 [illegible] p̃ [illegible] valor del diamante. Adunque moltiplicando gli detti valori uno in l'altro quello che ti verra, sara cio che mette il detto tercio di capitale in la compagnia, cioe duc. 846 [illegible] p̃ R 11 [illegible] hor volendo saper quanto tocca de guadagno al detto tercio, & ancor al secondo somma prima gli duc. 800 che mette il secondo, con il valor del diamante, cioe con R 3384 [illegible] p̃ [illegible], che fara duc. 800 [illegible] p̃ R 3384 [illegible] per tutto il capitale che mette esso secondo in detta compagnia. Poi somma detto capitale che mette detto secondo con quello che mette el tercio, cioe con duc. 846 [illegible] p̃ R 11 [illegible] che fara duc. 1646 [illegible] p̃ R 3786 [illegible] per tutto il capitale che mettono ambidui questi, cioe, secondo & tercio, poi abbatti duc. 260 che tocca de guadagno al primo suor di tutto el guadagno di detta copagnia, cioe suor de duc. 2400, che restara duc. 2140 per guadagno del primo & secondo. Poi di se duc. 1646 [illegible] p̃ R 3786 [illegible] che metteno di capitale tra il primo & secondo in detta compagnia me da duc. 2140, che gli tocca de guadagno tra ambidui, che mi dara duc. 800 [illegible] p̃ R 3384 [illegible] che mette el secondo solo de capitale, & operando secondo gli ordini della regula del tre, & etiam del moltiplicare & partire de binomii posti a suoi debiti lochi, ti verra cio che tocca de guadagno a esso secondo el qual guadagno detrahendolo poi de detti duc. 2140, che gli tocca tra lui & il tercio restara finalmente, quello che tocca di esso guadagno al detto tercio solo, che cio potraj ben fare da te medesimo, senza che piu cerchi cio, lo metto.

Decimottauo

Dui fanno compagnia l'uno mette una zoglia l'altro duc. 600. Et guadagnano in tutto duc. 500 a quello dalla zoglia tocca tra capitale & guadagno duc. 800, all'altro il resto. si dimanda quanto valse la zoglia. Poni che essa zoglia valesse 1 co. de duc. & aggiongeli sopra duc. 600 che mette l'altro fara in tutto 1 co. p̃ 600 per il capitale de ambi dui questi compagni al qual capitale aggiongi duc. 500, che guadagnano fara in tutto 1 co. p̃ 1100 tra capitale & guadagno. della qual somma abbattene gli duc. 800, che tocca a quel della zoglia, che restara 1 co. p̃ 300 per cio che tocca all'altro solo, tra capitale & guadagno. Poi di, se a, cosui che mette duc. 600 de capitale gli tocca 1 co. p̃ 300 tra capitale & guadagno, che debbe toccare, a 1 co. che ponemo valer la zoglia che misse quello da essa zoglia per suo capitale in detta compagnia e moltiplicando 1 co. p̃ 300, per 1 co. ti verra 1 ce. p̃ 300 co. qual advenimento partendo lo per 600, ne verra $\frac{1}{600}$ ce. p̃ $\frac{1}{2}$ co. per il guadagno & capitale de colui che misse la zoglia. el qual guadagno & capitale di sopra e stato detto essere duc. 800. Adunque $\frac{1}{600}$ ce. p̃ $\frac{1}{2}$ co. sara equale a duc. 800. recca la equatione a 1 ce. e ponela in luce, che tu trouerai la co. valer R 502500 men 150, e tanto diraj esser valsa la zoglia cioe duc. R 502500 men 150. &c.

Decimonono

Tre fan compagnia il primo mette una quantita de danari el secondo 200. piu che il primo, il tercio la fare la radice di cio, che metteno il primo, & secondo piu 60. & guadagnano 480, al primo ne tocca di detto guadagno 140 se dimanda quanto ne tocca a gli altri dui separatamente, & quanto misse cadauno in la compagnia.

Poni per schiuar le radici, che tra il primo & secodo metessino 1 ce. de capitale in detta compagnia, del qual ce. egli e necessario farne due tal parti, che l'una sia 200 piu dell'altra, secondo il tema il che si fa in questo modo videlicet, abbattendo 200 suor di detto, ce. che resta 1 ce. men 200 del qual resto pigliandone la meta laqual e $\frac{1}{2}$ ce. men 100, cio sera quello che mette il primo solo di capitale, al quale aggiongendoli sopra 200, che mette il secondo piu di lui ne verra ne verra, cio che mette esso secondo idest, ½ ce. p̃ 100, che sta ben secondo la proposta. Et perche il terzo, mette 12 fiate la radice de cio che metteno gli doi primi p̃ 60, esso terzo verra a metter 12 co. p̃ 60, imperoche mettando tra gli dui primi 1 ce. la radice sua viene a essere 1 co. & moltiplicando 1 co. per 12 fa 12 co. & aggiongendogli sopra 60 che'l mette di piu fa ben, 12 co. p̃ 60. come si ha detto. hor somma insieme questi capitali che metteno gli detti compagni in detta sua compagnia videlicet, ½ ce. men 100 del primo ½ ce. p̃ 100 del secondo. Et 12 co. p̃ 60 del terzo, che sara in tutto 1 ce. p̃ 12 co. p̃ 60 per il monte del capitale di essa compagnia. Et poi di se 1 ce. p̃ 12 co. p̃ 60 di capitali, me da 480 de guadagno, che me dara ½ ce. men 100 di capitale, che mette il primo e moltiplicando 480 per ½ ce. men 100, che fa 240 ce. men 48000, Et esso prodotto partendo per 1 ce. p̃ 12 co. p̃ 60 ti verra

$\frac{240 \text{ ce. men } 48000}{1 \text{ ce. } \tilde{p}\ 12 \text{ co. } \tilde{p}\ 60}$ per cio, che tocca de guadagno al detto primo, & la proposta dice che gli tocca 140. adunque $\frac{240 \text{ ce. men } 48000}{1 \text{ ce. } \tilde{p}\ 12 \text{ co. } \tilde{p}\ 60}$ sara eguale a 140 leua il rotto moltiplicando el detto minore di quello $1 \text{ ce. } \tilde{p}\ 12 \text{ co. } \tilde{p}\ 60$ per 140, che fa 140 ce. p̃ 1680 co. p̃ 8400. che hauerai poi 240 ce. men 48000 equali a 140 ce. p̃ 1680 co. p̃ 8400. ragugliа le parti, leuando gli superflui & restorando gli diminuti & partendo tutta la equatione per il numero di censi che finalmente tu hauerai 1 ce. solo eguale a 564 p̃ 16 4/5 co. & trahendola in luce secondo gli ordini over regole del capitolo, trouerai la co. valer R 6434 ... p̃ 8 2/5. Et il ce. 705 ... p̃ R 179058 ... che si troua moltiplicando la valuta della co. idest, R 6434 ... p̃ 8 2/5 in se medesima, el qual ce. bisogna a farne due tal parti che l'una sia, 200 piu dell'altra nel modo che fu fatto ancor nel principio della presente propositione, cioe detrahendo 200, fuor de 705 ... p̃ R 179058 ... valuta di esso ce. che resta 505 ... p̃ R 179058 ... & di questo residuo pigliandone la mita laqual e 252 ... p̃ R 44774 ... che cio sara vna de dette parti, cioe la minore, laqual minore sara ancor quanto mette il primo de capitale in detta compagnia, l'altra de dette parti idest la maggiore tu l'hauerai aggiongendo 200 sopra di questa minore, videlicet sopra 252 ... p̃ R 44774 ... che fa 452 ... p̃ R 44774 ... per detta parte maggiore, laqual parte maggiore e ancor lei, quanto mette el secondo de capitale in essa compagnia, che sommate insieme ambedoe queste parti fanno ben tanto quanto e la valuta di detto ce. idest 705 ... p̃ R 179058 ... & la maggiore, cioe quello che mette el secondo e ancor 200 piu della menore, scilicet piu de cio, che mette il primo come debbe essere. Et per che il terzo mette tanto come e 12 uolte che la radice de cio che metteno il primo & secondo p̃ 60. Et la radice de cio che metteno essi primo & secondo, e R 6434 ... p̃ 8 2/5 idest la valuta della co. adunque questo terzo uerra a metter 12 uolte R 6434 ... p̃ 8 2/5 aggiontogli sopra 60 che fa in tutto R 91 ... p̃ 161 ... che si troua moltiplicando R 6434 ... p̃ 8 2/5 per 12 Et al prodotto di essa moltiplicatione aggiungendo 60, ci resta hor solamente, a ueder quanto tocca de guadagno al secondo & terzo, di questi compagni ma voglio che insieme facciamo etiam la proua di detta nostra operatione, cioe che uediamo cio che tocca a tutti tre, a uno per uno, perche trouandosi che al primo tocchi 140, come dice la proposta detta nostra operatione, senza alcun dubbio uerra a star bene e non trouandosi che gli tocchi 140 aponto, si hauerra errato. Sommaadunque gli capitali, che metteno tutti tre videlicet 252 ... p̃ R 44774 ... del primo e 452 ... p̃ R 44774 ... del secondo, & R 91 ... p̃ 161 ... del terzo, che fa in tutto 868 ... p̃ R 525129 ... & di se 868 ... p̃ R 525129 ... di capitale me da 480 de guadagno che me dara 252 ... p̃ R 44774 ... di capitale, che mette il primo in detta compagnia, & operando secondo gli debiti ordini posti a suoi debiti luoghi te ti uerra 140 & si hauera operato giustamente. Et non uenendoti 140 apunto gli sara qualche error di penna il che da te medesimo potrai facilmente emendare, cosa che io per carestia di tempo non ho potuto fare. Poi di nouo dirai se 868 ... p̃ R 525129 ... di capitale me da 480 di guadagno quanto ne tocca al secondo di esso guadagno che mette 452 ... p̃ R 44774 ... di capitale, & operando ti uerra il guadagno di esso secondo, & ancor uno altra fiata dirai se 868 ... p̃ R 525129 ... di capitale, me da 480 de guadagno, quanto di esso guadagno toccara al terzo, che mette R 91 ... p̃ 161 ... di capitale, & operando ti uerra il guadagno di esso terzo, qual sommandolo insieme con quello del secondo uora fare 480 men 140 che tocca al primo idest, 140 altramente hauresti errato &c.

Vigesimo

Doi han fatto compagnia il primo misse vna quantita de scudi il secondo vna quantita de ... gli ... de gli scudi fornon a numero ... delle ... men 10. & a moltiplicare il numero de gli scudi con quello delle ... fece quanto che aggiongendogli insieme fa piu 4800. & guadagnorno scudi 684 de quali al primo ne tocco 266, al secondo el resto, si dimanda quanti foron gli scudi che misse il primo,

& quanto le ₰ che misse il secondo & quante ₰ misse il terzo.

Poniamo, che la quantità di scudi che misse il primo fussero 1 co. & pigliamone gli 1/5 che son 1/5 co. a quali 1/5 co. se gli aggiongeremo 20 tal somma sara poi il quarto delle ₰ che misse il secondo iuxta la proposta, imperoche quella dice, che gli 1/5 del numero di scudi furon quanto 1/4 del numero delle ₰ men 20 adunque aggiongendoli detto 20 che essi 1/5 di scudi furon meno del detto quarto del numero delle ₰ tal somma vien poi a esser giustamente esso quarto de ₰ il qual quarto, idest 1/5 co. p̄ 20 essendo moltiplicato per 4 che fa 4/5 co. p̄ 80 tal prodotto vien poi a esser tutto il numero di esse ₰ & perche la detta proposta dice, che a moltiplicare il numero di scudi con quello delle ₰ fece quanto che aggiongerli insieme men 4800. Adunque se moltiplicaremo 1 co. per 4/5 co. p̄ 80 tal prodotto qual e 4/5 ce. p̄ 80 co. verra a esser 4800 piu che la somma de 1 co. con 4/5 co. p̄ 80. Ma la somma de 1 co. co 4/5 co. p̄ 80. e 1 4/5 co. p̄ 80 per il che 1 4/5 co. p̄ 80 vien a esser 4800 meno de 4/5 ce. p̄ 80 co. Adunque se a 1 4/5 co. p̄ 80 aggiōgeremo 4800 tal somma laqual e 1 4/5 co. p̄ 4880 sara poi equale a 4/5 ce. p̄ 80 co. hor mandiamo ad essecutione gli ordeni del capitolo, levando prima dall'uno & l'altro estremo 1 4/5 co. che restara 4880 equal a 4/5 ce. p̄ 78 1/5 co. Poi partendo tutta la equatione per il numero di ce. idest per 4/5 che si haverà poi 6100 equal a 1 ce. p̄ 97 3/4 co. Poi smezzando esso numero de co. & l'una meta qual e 48 7/8 moltiplicando in se, che fa 2389 1/64 & a detta moltiplicatione aggiongendogli il numero della equatione, idest 6100 che fa 8489 1/64 & di questa somma pigliandone la radice laqual e per ℞ 8489 1/64 & di essa radice detrahendo la detta meta del numero delle co. che quello restara sara la valuta della co. videlicet ℞ 8489 1/64 men 48 7/8. E tanto se dira esser stato il numero di scudi che il primo misse in detta compagnia del qual numero de scudi se ne pigliaremo gli 1/5 che sono ℞ 339 25/64 men 9 31/40 & a essi 1/5 aggiongeremo 20 tal somma laqual e ℞ 339 25/64 p̄ 10 9/40 sara il quarto del numero delle ₰ che misse el secondo il qual quarto essendo moltiplicato per 4 tal prodotto qual e ℞ 5430 1/4 p̄ 40 9/10 sara poi tutto esso numero de ₰, se vogliamo sapere quante ₰ misse il terzo abbattemo gli scudi 268, che tocca de guadagno al primo, de tutto il guadagno della compagnia, idest de scudi 684 che restara scudi 416 per il guadagno del secondo. Poi diremo se scudi, 268 che tocca de guadagno al primo, me da scudi ℞ 8489 1/64 men 48 7/8 che esso primo misse in la compagnia, che me dara scudi 416 che tocca de guadagno al secondo, e moltiplicando scudi ℞ 8489 1/64 men 48 7/8 per 416, che fara ℞ 1469117 9/16 men 20332, & questo prodotto partendo per 268 ne vennera scudi ℞ 20454 16/4489 men 75 57/67 per la valuta che doveva metter el secondo de capitale in la compagnia in scudi. Et perche esso ne misse ₰ ℞ 5430 1/4 p̄ 40 9/10 adunque scudi ℞ 20454 16/4489 men 75 57/67 gli misse ₰ ℞ 5430 1/4 p̄ 40 9/10. E pero diremo, se scudi ℞ 20454 16/4489 men 75 57/67 gli misse ₰ ℞ 5430 1/4 p̄ 40 9/10 che misse il terzo 1 & procedendo secondo gli ordeni della regola del tre moltiplicare, & partire de binomi, ti verra la valuta de 1 sol scudo che sara il proposito.

Vigesimo primo Tre han fatto compagnia, e tra tutti tre missero in quella ₰ 34 & sapemo, che il prodotto della moltiplicatione de quelli che misse il primo solo, in la somma de quelli che missero gli altri dui aggionto con il prodotto della moltiplicatione de quelle che misse il secondo solo in la somma de quelli che missero gli altri dui, & etiam co il prodotto della moltiplicatione de quelli che misse il tercio solo in la somma de quelli che missero gli altri dui fece 544. Et guadagnorno ₰ 81 si dimanda quanto misse cadauno in la cōpagnia, & ancor quanto gli tocca a cadauno del guadagno.

Sappi che facendo de gli ₰ 34 che missero tra loro questi compagni di capitale in detta cōpagnia, tre parte continue proportionali, che quelle faranno lo effetto, cerca il moltiplicarle nel modo che dice la proposta. Ma per fare de 34 tre parte continue proportionali, parti p il doppio de 34, cioe per 68 in la somma delle moltiplicationi di cadauna di quelle in le altre due, laqual somma da proposta dice esser 544, che ti venira 8 per la parte che cade nel mezo in detta continua proportionalita tra le altre due laqual parte media si potra etiam dire essere la quantita di ducati che misse il secondo de capitale in detta compagnia laqual ₰ 8 cavali fuor de gli 34 che missero tra tutti 3, che ti restara 26 per la somma de cio che missero tra il primo & tercio, del qual 26 ti bisogna farne due tal parti che moltiplicando l'una per l'altra faccia tanto como fa a moltiplicare gli ₰ 8, che habbiamo trovato haver messo il secondo in se medesimo, il che porrai fare in questo modo, cioe ponendo che una de esse parti sia 1 co. che l'altra verra poi a esser 26 men 1 co. e moltiplicando 1 co. in 26 men 1 co. fara 26 co. men 1 ce. qual 26 co. men 1 ce. farai equali al quadrato de 8, videlicet a 64 raguaglia le parti & poneli in luce che tu troverai la co. valer 13 men ℞ 105 & tanto sara la menor de dette parti tre parti, & la maggior sera il rimanente fin 16, cioè 15 p̃ R 105. Et così porrai dire che uno de detti compagni, cioè il primo, over terzo qual te piace (che non fa caso) mise ß 15 p̃ R 105 (videlicet la maggior di dette parti) il secondo duc. 8 (cioè la meza) & l'altro ß 15 men R 105 (idest la menore) lequal parti sommate insieme fanno ben 54 & moltiplicate nel modo della proposta, & dette moltiplicationi aggionte insieme fanno apunto 544 come debbon fare. Ci resta di vedere che tocca a cadauno di guadagno, il che si puo fare partendo tutto esso guadagno idest, 56 per 24 videlicet per il numero di ducati che han messo tra tutti di capitale in detta compagnia, che ne verra 2 $\frac{1}{3}$ per li quali 2 $\frac{1}{3}$ moltiplicando lor capitali, a uno per uno ne verra, cio che tocca a cadauno di esso guadagno cioè a quello che mise gli ß 15 p̃ R 105 trouerai toccarli ß 22 $\frac{1}{2}$ p̃ R 656 $\frac{1}{4}$. A quello che mise duc. 8 gli toccara duc. 20. Et a quello che mise gli ß 15 men R 105 ß 22 $\frac{1}{2}$ men R 656 $\frac{1}{4}$. &c.

Dui vogliono barattare l'uno a tenteri che a danari contanti valeno ß 15 el cento & a barratto gli vuol metter duc. 17 $\frac{1}{2}$ l'altro a panni che a danari contanti valeno duc. 64 la pezza & a barratto gli mette ß 70. Si dimanda volendo costoro barattare pari, cioè non dare ne receuer botta l'uno dall'altro, qual de loro debbe dimandar parte in denari, & che parte debbe dimandare. Abenche in altri lochi del nostro trattato de' numeri & misure sian state poste de simili dimande. Nientedimeno non si debbe pero riputare per superfluo, se quelle cose che da poi son state dimostrate con semplici numeri saranno ancor qui dimostrate algebraticamente, attento che l'operar con numeri semplici, e una cosa, & l'operar algebratico ne e un'altra. Vedi adunque qual de questi dui conseguirebbe danno del baratto, barattando senza ch'alcun di loro desse parte in danari a l'altro, il che si puo fare in piu modi. Ma il piu commune e questo, cioè procedendo per la regula del tre dicendo se cioche val 15 a danari contanti, colui da i tenteri lo pone 17 $\frac{1}{2}$ a baratto, quello che val 64 a danari contanti de colui da i panni, quanto si debbe poner a barratto. Et moltiplicando 17 $\frac{1}{2}$ per 64 over 64 per 17 $\frac{1}{2}$ che fa 1120. & detto prodotto partendo per 15 ti verra 74 $\frac{2}{3}$ per tanto, che doverebbe poner a barratto la pezza del panno a non dar ne receuer botta. Et perche lui la pone solamente duc. 70 la adunque manifesto che esso da gli panni debbe hauer la parte in danari per releuarsi della botta hor questo cognosciuto le da veder che parte debbe hauer volendo barattar al paro, idest a non dar ne receuer botta il che faremo ponendo che debba hauer 1 co. & quella detrahendo si de gli duc. 64 che val la pezza de' suoi panni a danari quanto de gli duc. 70 che la mette a barratto che restara per gli contadi duc. 64 men 1 co. & per il baratto duc. 70 men 1 co. poi dicendo, se duc. 64 men 1 co. de contanti me da duc. 70 men 1 co. de barratto, che me dara duc. 15 che val el cento di tenteri a contanti. Et moltiplicando 70 men 1 co. per 15 che fa 1050 men 15 co. & detto prodotto partendo per 64 men 1 co. ti verra $\frac{1050 \text{ men } 15 \text{ co.}}{64 \text{ men } 1 \text{ co.}}$ per tanto che debbe metter el cento di tenteri a barratto a non dar ne pigliar botta. Et per che la proposta dice, che gli mette duc. 17 $\frac{1}{2}$ adunque $\frac{1050 \text{ men } 15 \text{ co.}}{64 \text{ men } 1 \text{ co.}}$ sera equale a 17 $\frac{1}{2}$ hor leua il rotto moltiplicando il denominator di quello cioè 64 men 1 co. per 17 $\frac{1}{2}$ che fa 1120 men 17 $\frac{1}{2}$ co. che tu haverai poi 1050 men 15 co. equal a 1120 men 17 $\frac{1}{2}$ co. raguaglia le parti e ponerai in luoco secondo gli ordini del capitolo, che tu trouerai la co. valer duc. 28. Iqual duc. 28 sono gli $\frac{2}{5}$ de duc. 70 che si mette la pezza del panno a baratto & $\frac{2}{5}$ debbe dimandare & hauere in danari contanti esso da i panni a barattare parimenti. &c.

Vigesimosecundo.

Dui barattano luno da gottoni filadi, che a danari contanti vagliono duc. 22 el centenaro, & in barratto gli mette ß 24 $\frac{1}{2}$ l'altro da oglio che a danari contanti vale duc. 48 $\frac{1}{2}$ el mer. Si dimanda essendo tra lor patto che esso da l'oglio guadagni 5 per cento quanto si debbe metter detto miaro d'oglio a barratto.

Vigesimoterzio.

Poni che lo debba mettere 1 co. de ß poi moltiplica quello che esso miaro d'oglio val a danari contanti videlicet ß 45 $\frac{1}{2}$ per 10, che quel da i filadi mette el cento de' suoi filadi a barratto idest per 14 $\frac{1}{2}$ che fa ß 681 $\frac{1}{2}$ per capitale di quello da l'oglio, poi moltiplica ancora cio che val a danari contanti el cento di filadi cioè ß 22 per quello che si mette a barratto el miaro de l'oglio cioè 1 co. che fa 22 co. per capitale de colui da i filadi. Et perche egli e patto tra gli detti barattatori che colui da l'oglio debba guadagnare 5 per cento, perho egli e ancor necessario che in somme eguali di baratto, il suo capitale che lui de l'oglio barratta sia meno di quello de colui da i filadi altramente non guadagnarebbe. Et essendo el capitale de colui da l'oglio videlicet duc. 681 $\frac{1}{2}$ menor de quello de colui dai filadi cioè de 22 co. sottratto resta 22 co. men 681 $\frac{1}{2}$ per guadagno, adunque duc. 681 $\frac{1}{2}$ suoi de duc. 22 co. che tu trouarai. Et di poi per la regula del tre se duc. 681 $\frac{1}{2}$ guadagno de duc. 681 $\frac{1}{2}$ de capitale de colui da l'oglio hor di

guada-

guadagna 12 co. men 681 $\frac{7}{?}$ che guadagnara de 100 e moltiplicādo 12 co. men 681 $\frac{7}{?}$ per 100, che fa 1200 co. men 6815 $\frac{?}{?}$ e detto prodotto partēdo per 681 $\frac{?}{?}$ ti uerra 1 [illegible] co. men 100 per guadagno de ℔ 100 de capitale di esso da l'oglio. Et per che e glie patto fra loro, che detto guadagno sia 5 per cento perho 1 [illegible] co. mē 100 sira equal a 5 hor a tuo beneplacito poncia in loco, che tu trouerai la co. ualer 59 [illegible] e tanto dirai douersi metter a barratto il miaro de l'oglio videlicet ℔ 59 [illegible]. Ma chi uolesse sapere per qual causa ouer per qual ragione moltiplicando gli ℔ 14 $\frac{1}{?}$ che si conta el cento de' filadi in barratto in gli ℔ 48 $\frac{1}{?}$ che ual el meraro de l'oglio a contanti ne peruenghi il capitale di quello da l'oglio gli facciamo intendere, che cio procede pche immaginemo che esso da l'oglio barratti tanti meara d'oglio quanto è esso ꝯ de ducatti che colui da i filadi, conta el cento di essi suoi filadi in barratto idest 14 $\frac{1}{?}$. Et quello da' filadi barratti tanti centenara de filadi, quanto e il numero de i ducatti che li conta el mearo de l'oglio in barratto idest 1 co. per che a tal modo tanto uiene sempre precisamente a montare cio che barratta l'uno quanto quello che barratta l'altro, cioe al precio che la robba de l'uno & l'altro si cōta in barratto. Eperho meara 14 $\frac{1}{?}$ d'oglio a ℔ 48 $\frac{1}{?}$ el mearo che ual a contanti monta ℔ 681 $\frac{?}{?}$ Et 12 co. de centenara de filadi a ℔ 12 el cento che ualeno a contanti monta 12 co. de ℔. Et abbattando lo a montar della robba dell'uno fuor del amontar di quella dell'altro. Essendo fatta la computatione dell'una & dell'altra per quello che ualeno a contanti uien a restar el guadagno che fa colui che meglio barratta. Et per che in questo loco quello da l'oglio a da guadagnar 5 p cento, per ho eglie necessario che lui sia q̄llo che meglio barratta, & barrattando meglio eglie ancor necessario che la sua robba ueghi a montar manco al precio che la ual a danari contāti, che non fa quella de colui da i filadi. Eperho di sopra fo abbattuto lo a montar de detta sua robba de lui da l'oglio idest ℔ 681 $\frac{?}{?}$ fuor di quella de colui da i filadi uidelicet de 12 co. & resto il guadagno de ℔ 681 $\frac{?}{?}$ di capitale de esso da l'oglio. Eperho fo detto, se de ℔ 681 $\frac{?}{?}$ si guadagna 12 co. de ℔ men ℔ 681 $\frac{?}{?}$ che si guadagna per cento. Et tal guadagno peruenuto di detta operatione fo concluso douer essere equale a ℔ 5 (che secondo lor patto debbe guadagnare per cento.) &c.

Vigesimoquarto Dui barrattano cera, & carisee, el cento della cera ual a danari cōtanti ℔ 8. & a barratto lo mette ℔ 9 $\frac{1}{?}$ la pezza della carisea ual a danari contanti ℔ 10 $\frac{1}{?}$ si dimanda quanto la debbe metter a barratto, uolendo quello dalla cera in danari contanti per ogni centenaro della sua cera, el quarto de cio che si mette la pezza della carisea a barratto.

Poni che la pezza della carisea si debba metter in barratto 1 co. de ℔ poi di, p la regula del tre, se cio che ual ℔ 8 a danari cōtanti colui dalla cera lo mette ℔ 9 $\frac{1}{?}$ a barratto, che si douera metter la pezza della carisea che ual ℔ 10 $\frac{1}{?}$ a contanti. Ma p che quel dalla cera uuol pagar cētenaro della sua cera in danari contanti il quarto de cio che si mette la pezza della carisea a barratto perho, mettendosi 1 co. de ℔, quello uora $\frac{1}{4}$ co. per ilche abbatti $\frac{1}{4}$ co. de ℔ 8 che ual el cento della cera a contanti. Et etiam de ℔ 9 $\frac{1}{?}$ che lo metta a barratto, che restara ℔ 8 men $\frac{1}{4}$ co. per gli cōtanti. & ℔ 9 $\frac{1}{?}$ men $\frac{1}{4}$ co. per il baratto. Dapoi secondo l'ordine della regula moltiplica ℔ 9 $\frac{1}{?}$ men $\frac{1}{4}$ co. per 10 $\frac{1}{?}$ che fa 97 $\frac{1}{?}$ men 2 $\frac{?}{?}$ co. Et detto prodotto parti p 8 men $\frac{1}{4}$ co. che ti uerra $\frac{97\frac{1}{?}\text{ men }2\frac{?}{?}\text{ co.}}{8\text{ men }\frac{1}{4}\text{ co.}}$ percio che si debbe metter la pezza della carisea a barratto. Et perche habbiamo posto che la si debba metter 1 cosa, de ℔ adunque $\frac{97\frac{1}{?}\text{ men }2\frac{?}{?}\text{ co}}{8\text{ men }\frac{1}{4}\text{ co.}}$ sara eguale a 1 co. hor leua il rotto moltiplicādo il denominator di quello, idest, 8 men $\frac{1}{4}$ co. per 1 co. che fa 8 co. men $\frac{1}{4}$ ce. che tu hauerai poi 97 $\frac{1}{?}$ men 2 $\frac{?}{?}$ co. equal a 8 co. men $\frac{1}{4}$ ce. aguaglia le parti & manda el capitolo ad esecutione che tu trouerai la co. ualer 21 $\frac{1}{?}$ men R 6? [illegible] e tanti ℔ 21 $\frac{1}{?}$ men R 6? [illegible] si douera metter la pezza della carisea a barratto. &c.

Vigesimoquinto Dui barrattano, garrofoli & raso la ℔ de i garrofoli ual grossi 1? $\frac{1}{?}$ a danari contanti, & in barratto la mette grossi 12 $\frac{1}{?}$ el brazzo del raso ual grossi 18 $\frac{1}{?}$ a danari cōtanti. si dimanda quāto lo debbe metter a barratto, uolendo colui da i garrofoli dare in danari cōtanti per ogni ℔ de' suoi garrofoli la mita de cio che mette el brazzo del raso a barratto.

Poni che metta esso brazzo di raso a barratto 1 co. de grossi, della qual pigliane la meta che è $\frac{1}{2}$ co. & ponela sopra grossi 1? $\frac{1}{?}$ che ual la ℔ di garrofoli a danari contanti. Et etiam sopra grossi 12 $\frac{1}{?}$ che la mette a barratto, che per gli contanti hauerai grossi 1? $\frac{1}{?}$ p̄ $\frac{1}{2}$ co. & per il barratto grossi 12 $\frac{1}{?}$ p̄ $\frac{1}{2}$ co. Dapoi di, se cio che ual grossi 1? $\frac{1}{?}$ p̄ $\frac{1}{2}$ co. a danari contanti colui da i garrofoli lo mette a barratto grossi 12 $\frac{1}{?}$ p̄ $\frac{1}{2}$ co. quello che ual grossi 18 $\frac{1}{?}$ a danari

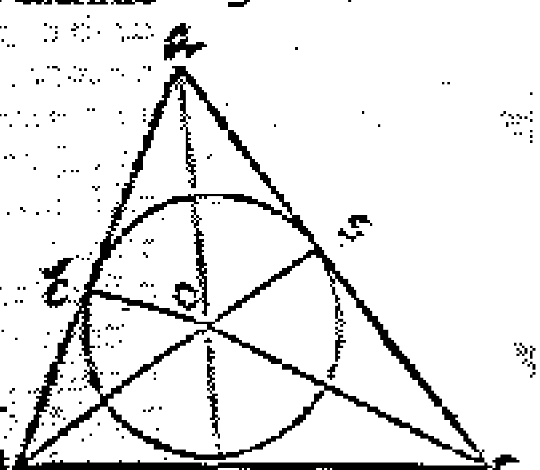
contanti

contanghi colui dal raso quanto doueralo metter a barratto. Et moltiplicando 12 [illegible] p̃ [illegible] co. per 24 [illegible] che fa 347 [illegible] p̃ 14 [illegible] co. & questo prodotto partendo per 11 [illegible] p̃ [illegible] co. ti uenira $\frac{347\ [\text{illegible}]\ \tilde{p}\ 14\ [\text{illegible}]\ co.}{11\ [\text{illegible}]\ \tilde{p}\ [\text{illegible}]\ co.}$ percioche doueria metter el brazzo del raso a barratto. Et perche habbiamo posto che lo metta 1 co. de grossi, adunque $\frac{347\ [\text{illegible}]\ \tilde{p}\ 14\ [\text{illegible}]\ co.}{11\ [\text{illegible}]\ \tilde{p}\ [\text{illegible}]\ co.}$ sara eguale a 1 co. Et leuando il rotto, moltiplicando el denominator di quello, cioè 11 [illegible] p̃ [illegible] co. per 1 co. che fa 11 [illegible] co. p̃ [illegible] cen. si hauera poi 347 [illegible] p̃ 14 [illegible] co. eguali a 11 [illegible] co. p̃ [illegible] ce. Et ragguagliando le parti & reccando a 1 ce. finalmente si hauera 694 [illegible] p̃ 5 [illegible] co. eguali a 1 ce. e ponendola in luce, si trouera la co. ualer R 701 [illegible] p̃ 2 [illegible] e tanto diria douersi metter el brazzo del raso a barratto uidelicet grossi R 701 [illegible] p̃ 2 [illegible] &c.

Vno compra una peccia di [illegible] per [illegible] 5 [illegible] 5 [illegible] 10 a ragion de [illegible] 6 [illegible] 4 per [illegible] & fa suo conto e troua che tanti brazza com'e longa ditta peccia, tanti soldi gli costa il braccio. Et dipoi la reuende per tanto precio, che facendo ancor suo conto troua, che tanti [illegible] come guadagna in essa peccia. Etiam tanti soldi uende il braccio. Si dimanda quanti braccia fu longa essa peccia, & quanti soldi costo il braccio, & ancor quanti lo uendete. Vigesimosesto

Questa tal proposta per quanto aspetta alla prima parte di quella, altro non vuol inferire, se non che sia trouato vn numero ouer una quantità che il dotto di quello ouer quella in se sia [illegible], ouer si medesimo faccia a ponto 730, cioè [illegible] di soldi che costo ditta peccia qual numero de soldi si consequisse, reducendo il precio di quella cioè [illegible] 5 [illegible] 5 [illegible] 10 tutto a soldi, adunque pigliando noi la radice quadra de 730 potremo poi dire che tanti braccia fu longa essa peccia. Et per consequente che tanti soldi costo ancor il braccio. Ma perche 730 non e numero quadrato, non si puo dare ouer assignare precisamente per numero la sua radice per tal che si dira che ditta peccia fu longa braccia R 730 & per consequente che costo ancor [illegible] R 730 il braccio che e da cerca 27 [illegible] ma non di ponto. Restacimo a uedere quanti [illegible] uendete il braccio. Et percio fare poneremo, che lo uendesse 1 co. de soldi, adunque se 1 braccio fu uenduto per 1 co. de soldi braccia R 730 che fu longa ditta peccia a quel medemo precio viene a montare [illegible] R 730 cen. Et perche la proposta dice che in essa peccia guadagno tanti [illegible] quanti uendete il braccio, che pone 1 cosa de soldi sopra gli soldi 730 che costo ditta peccia, si hauera poi [illegible] R 730 ce. eguali a [illegible] 730 p̃ 1 co. de soldi leua ditta radice moltiplicando gli estremi in se medesimi che haueremo 730 ce. eguali a 532900 p̃ 1 ce. p̃ 1460 co. Et leuando 1 ce. che e di superfluo in ditta Equatione, ti restara 729 ce. eguali a 532900 p̃ 1460 co. Et partendo ditta equatione per 729 videlicet per il numero di censi che in quella si attroua, haueremo poi 1 cen. eguale a 731 [illegible] p̃ 2 [illegible] co. Segui el capitolo, cioè dimezzando il numero de le co. e l'una mita la quale e 1 [illegible] moltiplicando in se che fa 1 [illegible] e dito quadrato cioè 1 [illegible] ponendo sopra il numero id est sopra 731 [illegible] che fara 732 [illegible] de laqual summa prendendone la radice, & a quella aggiongendo ditta mita del numero delle co. haueremo poi R 732 [illegible] p̃ 1 [illegible] per ualuta della cosa, Et tanti [illegible] diremo che uendete il braccio, videlicet [illegible] R 732 [illegible] p̃ 1 [illegible] che uol dire presa la radice de 732 [illegible] laquale e da cerca 27 [illegible] & a quella aggiongendoci 1 [illegible] che fara in tutto da cerca 28 [illegible] per il numero di soldi che fu uenduto ditto braccio. Ma non di ponto fine Proua in questo modo videlicet moltiplica la longhezza de ditta peccia, id est braccia R 730 per tanti [illegible] come si ha trouato esserci uenduto 1 braccio di quella, cioè per [illegible] R 732 [illegible] p̃ 1 [illegible] che ti uenira [illegible] R 732 [illegible] p̃ R 732 [illegible] Et questo a mōtare uuol essere eguale a quello che costo ditta peccia aggiontoli sopra quello si uendete esso braccio Attento che la proposta dice, che tanti [illegible] guadagna in essa peccia, quanti [illegible] uende il braccio, ma il braccio hauemo trouato esserse uenduto [illegible] R 732 [illegible] p̃ 1 [illegible] Et la peccia costo [illegible] 730 che gionti insieme fanno bene a ponto [illegible] 731 [illegible] p̃ R 732 [illegible] come debbe fare.

Frate luca nella sua opra intitulata diuina proportione in fine del terzo trattato della seconda parte a carte 26 pone questo quesito dicendo. Egli e uno triangolo abc, che la basa sua bc e 14 Sopra laquale si pone uno circolo a [illegible] che il suo diametro e 8, & il ponto del contatto e discosto dal b 6 dimandasi la quantita de gli altri dui lati ab, & ac, del detto triangolo questo medesimo pone ancora Hieronimo cardano milanese medico, in vna sua opra & ciascuno de questi dui auttori lo risolueno per certe lor uie, lequali in uero no sono generali. Et di una cosa che non e generale non si puo di quella conseguire costrutto alcuno buono. Noi adunque uolendo risoluere questo tal quesito & ogni altro simile a quello Vigesimosettimo

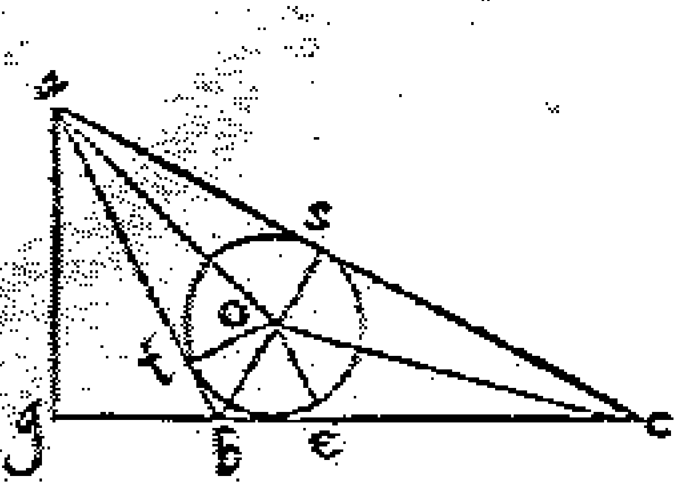


sto ouer da questo dependente con regule generali & euidenti, le da saper prima, che discendo la perpendiculare dall'angolo supremo alla basa b c, laquale basa ci e nota & manifesta, come di sopra si ha detto, che alcuna fiata essa perpendicolare cadde di dentro del triangolo, & questo corre quando gli dui angoli che riposano sopra la detta basa sono ambidui acuti. Ma quando gli ne fusse uno retto & l'altro acuto, all'hora necessariamente quel lato cadente sopra detta basa formante esso angolo retto sarebbe essa perpendicolare di detto triangolo. Et quando uno de essi dui angoli fusse obtuso, cioe maggior che'l retto all'hora detta perpendicolare caderebbe fuori del detto triangolo, per il che seguita, che secondo la variatione di detti triangoli il proceder della risolution de quelli sia ancor alquanto variabile. E perho bisogna cognoscere quando essa perpendicolare cascha di dentro, & quando di fuori, & quando nel lato di esso triangolo. Et per cognoscerlo le da sapere che il detto cerchio e inscritto in detto triangolo, talmente che la circonferentia di esso cerchio tocca caduno di lati di esso triangolo solamente in un puncto. Et essendo dedutte le tre linee o s, o t, & o e, dal centro, o de detto cerchio a gli tre puncti t, s, e di toccamenti, quelle uengono a stare perpendicolarmente sopra essi lati, diuidendo caduno di quelli in due parti. E perho seguita che le due linee b t, & b e, similmente le due, e c, & s c, & ancora le due a t, & a s, sono sempre a due, a due tra loro eguali, videlicet la a t, eguale alla a s, & la t b alla b e, & la s c alla e c. Et che di questo dubbitasse ricorrendo alla quarta del quarto di Euclide se ne porra chiarire, benche ancor qui, sotto breuita si faci manifesto, tirando dal centro, o, de detto cerchio inscritto a detto triangolo a gli tre angoli di esso triangolo le tre linee o c, o a, & o b. Et argumentando in questo modo videlicet perche gli dui angoli che sono al ponto s, & gli dui che sono al ponto e, & ancor gli dui che sono al ponto t, sono retti, sara il quadrato della linea o c, eguali a gli quadrati delle due linee o s, & s c, & similmente a quelli delle due o e, & e c, Ma perche gli quadrati delle due o e, & o s, sono eguali per essere caduna di esse linee eguali imperoche ambedue uengono dal centro del detto circulo alla circonferentia, seguita per commune scientia il quadrato della s c, essere eguale a quello della e c, & per che gli quadrati eguali uengono descritti da linee eguali sara per questo la linea s c, eguale alla e c, Ma la e c, e 8, dal presupposito, impero che essendo tutta la basa b c, 14. & ancora essendo la parte b e di quella 6, come si ha detto la sua parte e c, uiene a rimaner 8. adonque la s c sara ancor lei 8. & per simile modo si prouara de tutte le altre essere a due a due eguali, come di sopra si ha detto. Quando adunque el semidiametro del detto cerchio inscritto al detto triangolo e minore dell'una & l'altra delle dette due parti b e, & e c, della basa del triangolo, all'hora ambidui essi angoli constituiti sopra la detta basa sono acuti. E perho la perpendicolare detta dall'angolo supremo del triangolo cade di dentro di quello. Et quando una de dette parti di essa basa fusse eguale al detto semidiametro all'hora quell'angolo contenuto da ditta parte eguale a esso semidiametro sarebbe retto. E perho la detta perpendicolare cadente dal detto supremo angolo sopra la detta basa caderebbe nel proprio lato di esso triangolo, cioe sarebbe il medesimo lato. Ma quando el detto semidiametro fusse maggiore de alcuna di dette due parti di essa basa all'hora quell'angolo contenuto da essa parte minor del detto semidiametro sarebbe maggior che'l retto, per il che la perpendicolare detta dal detto supremo angolo di esso triangolo caderebbe fuor di quello come di sopra dicemo hor tutte queste cose benissimo intese possiamo uenire al fatto di risoluere detto quesito, facendo positione che caduna delle parti a s, & a t, de li dui lati a b, & a c (lequal parti ci sono ignote & per essere caduna di quelle necessariamente eguali come di sopra habbiamo detto) siano 1 co. Et perche la parte s c, del lato a c, e 8 come habbiamo detto & prouato, adunque tutto esso lato a c, sara 8 p̃ 1 co. & per la medesima ragione tutto il lato a b sara 6 p̃ 1 co. Et quadrando l'uno & l'altro di essi dui lati a b, & a c, per il quadrato de a c, hauremo 64 p̃ 1 ce. p̃ 16 co. & per quello de a b, 36 p̃ 1 ce. p̃ 12 co. & abbattendo il minor del maggior ci restara 28 p̃ 4 co. el qual residuo diuidendolo per la basa b c, cioe per 14 ci uenira 2 p̃ 2/7 co. el qual auenimento detrahendolo di essa basa, cioe de 14 restara 12 men 2/7 co. el qual residuo pigliandone la mita che e 6 men 1/7 co. essa mita, sara la parte minore di essa basa che debbe essere distinta ouer causata dalla perpendicolare detta dal supremo angolo di esso triangolo a essa basa. Et questo procede perche sempre il lato maggiore d'ogni triangolo puo tanto piu del minore, quanto puo la parte maggiore della basa di esso triangolo conterminale a detto lato maggiore, piu della parte minore della medesima basa conterminale al lato minore lequal parti uengono assignate dalla perpendicolare cadente dal l'angolo supremo, di esso triangolo sopra essa basa di quello. Et perche anchora la parte maggiore di essa basa puo tanto piu della minore, quanto e quello che e contenuto sotto tutta

detta

detta basa & quel residuo nelquale la parte maggiore excede ouer sopr[a]auanza la minore. Et pho il residuo della subtractione del quadrato dellato minore fuor del quadrato dellato maggiore habbiamo diuiso per la detta basa ad hauere la quantita nellaquale la parte maggiore di essa basa excede la minore. & esso aduenimento habbiamo detratto di detta basa, & di esso residuo presone la meta per il puncto doue debbe cadere essa perpendicolare sopra essa basa qual ponto per hora poneremo da canto. Et perche il dutto del semidiametro del detto cerchio a esso triangolo inscritto nella meta della summa de tutti gli lati di quello ne peruiene la superficie di esso triangolo, adunque multiplicando nui 4 in 14 p̃ 1 co. (qual 14 p̃ 1 co. uiene a essere la meta de tutti essi lati) haueremo 56 p̃ 4 co. per la superficie di esso triangolo. & perche ancora chi multiplica la perpendicolare di esso triangolo nella mita della basa di quello ne peruiene ancora essa superficie partendo adunque nui detta superficie cioe, 56 p̃ 4 co. per la metta di essa basa uidelicet 7 ci uerra 8 p̃ $\frac{4}{7}$ co. p la quantita di detta perpendicolare. e detrahendo il quadrato di essa ppendicolare qual uien a essere 64 p̃ $\frac{16}{49}$ ce. p̃ 9 $\frac{1}{7}$ co. del quadrato del minor lato di detto triangolo cioe del lato a b, qual lato e 6 p̃ 1 co. & il suo quadrato e 36 p̃ 1 ce. p̃ 12 co. come di sopra dicemo, ci restara $\frac{33}{49}$ ce. p̃ 2 $\frac{6}{7}$ co. me 28 per il quadrato del la parte minore della detta basa assignata dalla perpendicolare. Et perche di sopra per l'altra via detta minor parte di essa basa l'habbiamo trouata essere 6 men $\frac{1}{7}$ co. quando fu detto do uersi poner da canto. Adunque ditto residuo restato della subtractione del quadrato di detta perpendicolare fuor del quadrato dil detto minor lato di esso triangolo, cioe del lato a b. qual residuo e $\frac{33}{49}$ ce. p̃ 2 $\frac{6}{7}$ co. men 28 uie ne a essere equal al quadrato di essa parte minore di detta basa ritrouata per il primo modo, cioe al quadrato de 6 men $\frac{1}{7}$ co. qual quadrato e 36 p̃ $\frac{1}{49}$ ce. men 1 $\frac{5}{7}$ co. Adunque haueremo $\frac{33}{49}$ ce. p̃ 2 $\frac{6}{7}$ co. men 28 equale a 36 p̃ $\frac{1}{49}$ ce. men 1 $\frac{5}{7}$ co. & leuando gli superflui & restorando gli diminuti & riducendo a 1 ce. secondo gli ordini, si hauera finalmente 1 ce. p̃ 7 co. equali a 98. Et seguendo il capitolo si trouera la cosa ualer 7 laqual 7 aggionto sopra 6 & sopra 8, cioe sopra le parti, a b, & s c di lati a b, & a c, di esso triangolo, si hauera 13 per tutto il lato a b, & 15, per tutto il lato a c. Et cosi habbiamo adempito quanto che per ditto questio si ricercaua questo medemo si poteua fare, adoperando la parte maggiore di detta basa in loco della minore, & il lato maggiore di esso triangolo in loco del minore, laqual parte maggiore di basa, si trouera aggiongendo sopra la minore, laquale e 6 men $\frac{1}{7}$ co. quella quantita nellaquale e sta trouato essa maggiore excedere ouero sopra auanzare detta minore, cioe 2 p̃ $\frac{2}{7}$ co. che fara 8 p̃ $\frac{1}{7}$ co. tutto il resto tractando come si ha fatto della parte minore con il minor lato, ancor si poteua peruenire a questa cognitione di detti dui lati di esso triangolo, reducendo la equalitione del quadrato della perpendicolare di quello, ritrouato al primo di detti dui modi a quello della medema, ritrouato al secondo modo. Et poteuasi etiam per il primo di detti dui modi ritrouare le dette parti di basa di esso triangolo & la perpendicolare di quello, secondo che pone Euclide nella decimaterza del secondo, ma per ueniare, si ha posto secondo si ha detto. Etc.

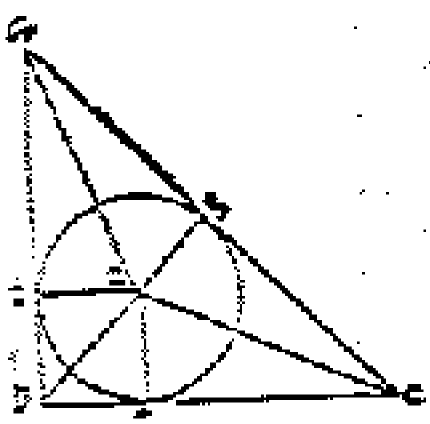
Ancor egli e il triangolo a b c, che la sua basa b c, e 8. Et in quello egli e inscritto un' circulo che il suo diametro e R. 30 $\frac{6}{7}$ dal centro delqual circulo ilquale e il ponto, o, sono deducte le tre linee, o s, o t, o e, & ppendicolare a gli tre lati di esso triangolo lequal cadono ne gli ponti ne quali il detto circulo tocca gli detti lati. Et il ponto del contacto e, e discosto dal b. 2 si troua la quantita de gli altri dui lati a b, & a c, di esso triangolo. Essendo il diametro di esso cerchio scritto a detto triangolo R. 30 $\frac{6}{7}$ sara la meta di esso diametro R. 7 $\frac{5}{7}$. Et essendo ancor la parte minore della basa del detto triangolo 2 seguita per questo che nella dechiaratione del precedente questio habbiamo detto che l'angolo a b c, di esso triangolo sia obtuso, cioe maggiore del recto, imperoche la R. de 7 $\frac{5}{7}$ e piu che 2, cioe piu che la minor parte b e, di detta basa di esso triangolo ancor seguita che essendo tutta essa basa b c. 8 dal presupposito che la parte maggiore, e c, di quella sia, 6, e tanto e ancor la parte, s c, dellato a c, & la parte, t b, del lato a b, uiene a essere 2, impero che tanto e la parte minore b e, di essa basa. hor poniamo che gli residui di detti lati a b, & a c, cioe le parti, a t, & a s, siano ciaduna di loro 1 co. sara adunque tutto il lato a c, maggiore, 6 p̃ 1 co. & il lato a b, minore 2 p̃ 1 co. e detrahendo il quadrato del minore di quello del maggiore ci restara 32 p̃ 8 co. & di questo residuo detrahendo ancor il quadrato della basa b c, cioe 64, ci restara poi 8 co. me 32, elqual ultimo residuo diuiso in due parti equali & l'una mi tapartita per detta basa b c, cioe per 8 hauremo $\frac{1}{2}$ co. me 2 per la linea, b g, che va aggionta



Vigesimoquarto

in continuo e diritto alla basa b c. nella extremita dellaquale cioe nel ponto q. cade la perpendicolare di detto triangolo. detta dal supremo angolo a. di quello a essa basa. laqual perpendicolare cade fuor di esso triangolo nel detto ponto q. come si ha detto & questo per essere triangolo a b c obtuso laqual cosa dimostra Euclide nella duodecima del secondo perche sapendo quella habbiamo fatta questa operatione. hor trouamo la quantita di essa perpendicolare attento che essendo il semidiametro di detto cerchio R 7 7/11 & la meta de tutti gli lati di esso triangolo 8 ⁊ 1 co. si puo facilmente conseguire essa quantita di detta perpendicolare per che essendo il semidiametro di detto cerchio R 7 7/11 & la mita di tutti gli lati di detto triangolo 8 ⁊ 1 co. chi multiplica il detto semidiametro nella detta mita de tutti gli lati di esso triangolo cioe R 7 7/11 via 8 ⁊ 1 co. ne peruenira R. V. 488 8/11 ⁊ 7 7/11 ce. ⁊ 122 2/11 co. per la superficie di esso triangolo. laqual superficie essendo diuisa per 4. cioe per la meta della basa b c. di quello si harra poi R. V. 30 6/11 ⁊ 21/44 ce. ⁊ 7 7/11 co. per la quantita della perpendicolare a q di esso triangolo. il quadrato delaquale che e 30 6/11 ⁊ 21/44 ce. ⁊ 7 7/11 co. essendo detratto del quadrato del lato maiore a b. di esso triangolo. quale quadrato e 4 ⁊ 1 ce. ⁊ 4 co. hauremo poi 23/44 ce. men 3 7/11 co. men 26 6/11 per il quadrato della linea b q. che e aggionta in continuo e diritto alla basa b c. fino alla perpendicolare a q. laqual linea b q. di sopra secondo il modo di Euclide trouassimo essere 1/2 co. men 2. Adonque 23/44 ce. men 3 7/11 co. men 26 6/11 sono equali al quadrato de 1/2 co. men 2. cioe a 1/4 ce. ⁊ 4 men 2 co. & leuando gli superflui & restorando gli diminuti & reducendo a 1 ce. si hauera in fine 1 ce. equale a 112 ⁊ 6 co. delequal 6 co. pigliando la meta del numero di quelle che e 3 & il suo quadrato che e 9. ponendo sopra a 112 fara in tutto 121 delaqual summa pigliandone la radice laquale e 11. Et a quella aggiongendo la detta meta del numero delle cose cioe 3 fara in tutto 14 per ualuta della cosa. il qual 14 aggionto sopra la parte 6 c. del lato a c. cioe sopra 6 haremo in tutto 20 per il detto lato a c. similmente aggiongendo esso 14 sopra la parte b 2. del lato a b. laqual parte e 2. si hauera 16 per tutto il lato a b. & cosi hauemo adempito quanto si ricerca.

Vigesimonono

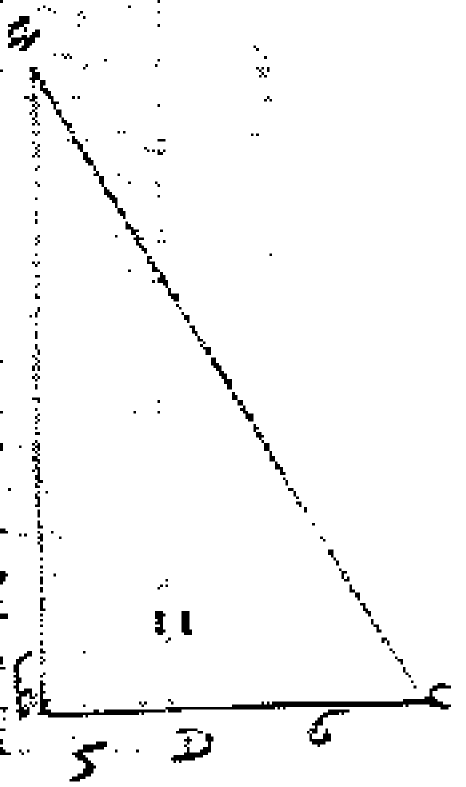


Inscriuesi el triangolo a b c. nelquale egli e inscritto un cerchio che il suo diametro e 10. Et il ponto doue cade la perpendicolare detta dal centro. o. di detto cerchio al lato ouer basa b c. di esso triangolo e distante dal ponto b 5. & il residuo de ditto lato b c cioe la parte e c. e 15 di modo che tutto esso lato ouer basa b c e 20. Si domanda la quantita de ciascuno de gli altri doi lati a b. & a c. di esso triangolo. Per le cose che nello anti l'antecedente questo si hanno dette l'angolo a b c. di detto triangolo mena esser retto. & questo per che cosi la parte b e. della basa b c. come ancor il semidiametro del cerchio in scritto al detto triangolo sono ciascuno di loro 5. & la parte b f. del lato a b. e ancor lei 5. & la parte g c. del lato a c. e 15. adunque ponendo ciascuno de doi residui de gli detti doi lati a b. & a c. cioe le parti a f. & a g. essere 1 co. Sara tutto il lato a b. 5 ⁊ 1 co. & lo lato a c. 15 ⁊ 1 co. Et conciosia che l'angolo a b c. sia retto sara il quadrato del lato a c. equale a quelli de gli doi lati a b. & b c. gionti insieme. Ma gli quadrati de gli doi lati a b. & b c. gionti insieme sono 425 ⁊ 1 ce. ⁊ 10 co. & quello del a c. e 225 ⁊ 1 ce. ⁊ 30 co. adunque 425 ⁊ 1 ce. ⁊ 10 co. sono equali a 225 ⁊ 1 ce. ⁊ 30 co. Et seguendo gli ordini si hauera ultimamente 200 equali a 20 co. per il che la cosa ualera 10. laqual 10 aggionto sopra le parti b f. & g c. di lati a b. & a c. di detto triangolo si hauera 15 per tutto il lato a b. & 25 per tutto lo a c. &c. Ancor per un'altro modo si poteua peruenire in luce di detti doi lati a b. & a c. di esso triangolo. cioe moltiplicando la meta del diametro del cerchio a quello inscritto nella meta della summa de tutti gli lati. cioe 5 in 20 ⁊ 1 co. che fara 100 ⁊ 5 co. per la superficie di esso triangolo. Et moltiplicando ancor il lato a b contenente langolo b. retto nella meta della basa b c. cioe 5 ⁊ 1 co. in 10 fara 50 ⁊ 10 co. pur per la medesima superficie di esso triangolo per il che 100 ⁊ 5 co. saranno equali a 50 ⁊ 10 co. & leuando gli superflui restara 5 co. equali a 50. Et la co. medesimamente ualera per 10 come al primo modo.

Da questo quesito se ne puo conseguire molti utilissimi documenti deiquali tre soli te ne voglio ponere per non esser prolixo. il primo de iquali fara che sempre a tuo beneplacito potrai trouare quanti triangoli orthogonii tu vorai. che hauerano tutti gli lati rationali in longhezza. senza che altramente sieno tutti proportionali a quello che uno di suoi lati e 3. l'altro 4. & l'altro 5. il secondo fara che sempre tu potrai trouare doi numeri che gli lor quadrati gionti insieme faranno numero quadrato. il tercio fara che sempre tu potrai trouare doi numeri differenti l'uno da l'altro per quante unita ti piacera. che sotrando il quadrato dell'uno fuor del quadrato de l'altro restara ancor numero quadrato lequal cose sono molto

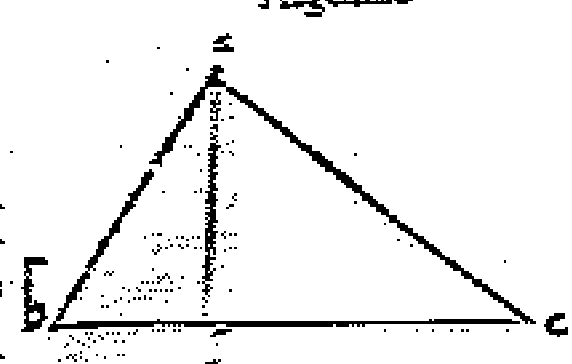
necessarie

necessarie in quest'arte. Et accio che io sia meglio inteso porro a campo che tu vogli trovare dui numeri che l'uno sia differente dall'altro per una sol unita. Et che sbatendo il quadrato del minore fuor di quello del maggiore resti ancor numero quadrato, il che si potra fare, se pigliaremo un numero dispare qual pongo sia il numero b c, cioe 11, Et divideremo quello in doe parti, che siano differenti l'una da l'altra per una sol unita lequal parti pongo che siano li doi numeri, b d, & d c, videlicet che il numero b d sia 5, & il d c 6. Et poi immaginando che il detto numero b c, cosi diviso in punto d, sia una linea la longhezza dellaquale sia il detto numero cioe 11, sopra laqual linea sia designato over descritto il triangolo ortogonio A B C, delquale gli dui lati a b, & A c, ci sono ignoti. Et che per via del precedente quesito si vogli pervenire in cognitione di quelli, il che si fa ponendo che il lato a b sia 5 p̃ 1 co. cioe la parte minore di detto numero over linea b c, & piu 1 co. & il lato A c b p̃ 1 co. cioe la parte maggiore del medesmo numero over linea b c, & ancor piu 1 co. & quadrando il lato a b, & il numero over linea b c, & quelli congiungendo insieme tal summa qual e 146 p̃ 1 ce. p̃ 10 co. (per essere l'angolo b retto) sara eguale al quadrato del lato a c, cioe a 36 p̃ 1 ce. p̃ 12 co. delquale eguagliamento levando gli superflui restara 110 egual a 2 co. & essequendo il capitolo la co. varra 55, il qual 55 aggionto sopra le dette due parti di esso numero over linea B C, cioe sopra 5 & sopra 6 haveremo 60 per il lato a b & 61 per lo A C, che ben sono doi numeri differenti l'uno da l'altro per una sol unita, & che detratto il quadrato del minore qual e 3600 fuor del quadrato del maggiore qual e 3721 resta a ponto 121, che e numero quadrato, la radice delqual e il detto numero b c, cioe la basa del detto triangolo videlicet 11. Donde si vede chiaramente havere adempito quanto si ha posto a campo, cioe che habbiamo trovati doi numeri differenti per una sol unita, che il quadrato del minore detratto di quello del maggiore resta numero quadrato. oltra di cio si ha constituito uno triangolo ortogonio che ha tutti gli suoi lati rationali in longhezza. Et ancora, trovati doi numeri che gli lor quadrati gionti insieme fanno numero quadrato, & questi sono gli doi numeri over lati a b, & b c, cioe 60, & 11, che gli lor quadrati qual sono 3600 & 121 gionti insieme fanno 3721 ch'e numero quadrato, la radice delquale e 61, cioe il lato a c del detto triangolo, & cosi riuscira sempre de tutti, pero che alcuna fiata bisognera ponere il numero b c paro, & alcuna volta disparo, secondo la opportunita delle unita che si vora, che gli numeri siano differenti l'uno da l'altro. Et questa variatione di poner detto numero paro over disparo sera solamente per causa di non rompere la unita & non per altro, advertendo pero, che la minor delle parti nellequali si divide il numero b c, resti sempre contingente a l'angolo retto del detto triangolo.

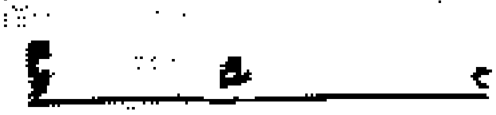


trigesimo

Ancora egli e il triangolo ortogonio A B C, delqual tutti i suoi lati A B. B C, & A C, aggionti insieme fan 60, & moltiplicando gli doi lati a b, & a c, quali contengono l'angolo A retto di quello l'uno per l'altro. Et il prodotto di detta moltiplicatione ancora moltiplicato per la perpendicolare a d, di esso triangolo, dutta da esso angolo A retto al lato opposito, fa tanto quanto il quadrato de la summa de tutti gli lati di esso triangolo, si dimanda la notitia de cadauno de essi lati separatamente, & ancor quella della perpendiculare, & etiam quella della superficie.

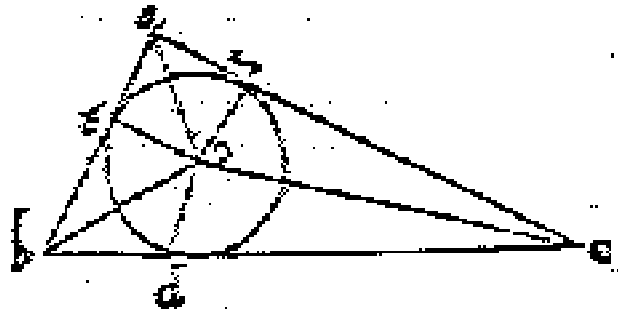


Volendo solvere questo tal quesito, e da sapere che chi congiungesse gli dui lati a b, & a c (contenenti l'angolo A retto del detto triangolo) in continuo e di retto, che tal congiungimento se direbbe poi essere una sol linea divisa in due parti in punto a, dellaquale gli quadrati de ambedue esse parti, co'l doppio della superficie de l'una in l'altra delle medesime parti, aggionto insieme saranno eguali al quadrato de tutta essa linea cosi composta per la quarta del secondo di Euclide, Et perche il dutto dell'uno in l'altro di detti doi lati a b, & a c, contenenti esso angolo a retto e quanto il doppio della superficie di esso triangolo, come esso Euclide in fine della trigesima prima del decimo ci fa manifesto. Adunque il doppio del dutto de l'uno in l'altro de essi doi lati, sono il quadruplo di essa superficie del medesimo triangolo. Et perche ancor gli quadrati de ambidoi essi lati a b, & a c, contenenti esso angolo a retto sono eguali al quadrato del lato opposito a esso angolo retto, cioe al lato over basa b c, come il medesimo Euclide dimostra per la penultima del primo. Adunque il quadrato della linea composta da gli detti dui lati a b, & a c, contenenti il detto angolo a retto, sara sempre eguale al quadrato del



lato over basa b c, (che si oppone al detto angolo retto) & al quadruplo della superficie di esso triangolo hor tutte queste cose benissimo intese, volendo noi mandare ad esecutione quanto ci e proposto poneremo caso che la basa b c, del detto triangolo laquale è opposita all'angolo a, retto, sia 1 co. per il che gli dui restanti lati a b, & a c, di quello contenenti esso angolo a, retto insieme gionti, saranno 60 men 1 co. & quadrando noi questo 60 men 1 co. il suo quadrato qual e, è 3600 p̃ 1 cen. men 120 co. per quello che di sopra si ha dechiarito sarà eguale al quadrato della basa b c, (cioè a 1 ce.) & a quattro fiate la superficie di esso triangolo, over a 2 ce. piu due fiate il dutto de l'uno in l'altro de essi dui lati a b, & a c, contenenti d'esso angolo a retto del detto triangolo. Adonque detrahendo noi 1 ce. de 3600 p̃ 1 cen. men 120 co. ci restara 3600 men 120 co. per il quadruplo della superficie di esso triangolo, over per il doppio del dutto de l'uno in l'altro di detti dui lati a b, & a c. Et perche il dutto della perpendicolare a d, di esso triangolo in tutta la basa b c, di quello fa ancora il doppio di essa superficie del detto triangolo, come esso Euclide in fine della prellegata trigesimaquinta del decimo ci mostra. Adonque dividendo noi la meta de 3600 men 120 co. laqual meta e 1800 men 60 co. per la basa b c, laquale è 1 co. del presupposito ci venira $\frac{1800 \text{ men } 60 \text{ co.}}{1 \text{ co.}}$ p la quantita di essa perpendicolare, è moltiplicando poi detta perpendicolare in 1800 men 60 co. (che è una sol volta la moltiplicatione de l'uno in l'altro di detti dui lati a b, & a c, contenenti detto angolo a, retto di esso triangolo) tal moltiplicatione a da essere eguale al quadrato della summa de tutti gli lati di detto triangolo. Ma la moltiplicatione de $\frac{1800 \text{ men } 60 \text{ co.}}{1 \text{ co.}}$ in 1800 men 60 co. fa $\frac{3240000 \text{ p̃ } 3600 \text{ cen. men } 216000 \text{ co.}}{1 \text{ co.}}$ & il quadrato de tutti gli lati del detto triangolo fa 3600, adonque $\frac{3240000 \text{ p̃ } 3600 \text{ ce. men } 216000 \text{ co.}}{1 \text{ co.}}$ sarà eguale a 3600 & moltiplicando 3600 per 1 co. per levar il rotto haveremo poi 3600 cose eguale a 3240000 p̃ 3600 ce. men 216000 co. Et levando gli superflui & restorando gli diminuti & reducendo la equatione a 1 sol ce. haveremo poi finalmente 900 p̃ 1 ce. eguale a 61 co. & smezzando esso numero delle co. & detta meta qual è 30 $\frac{1}{2}$ moltiplicando in se & di detta moltiplicatione quale e, 930 $\frac{1}{4}$ sottrando fuori il numero, cioè 900, restara 30 $\frac{1}{4}$ delqual residuo presa la radice laquale è 5, $\frac{1}{2}$ & quella detratta della detta meta del numero delle co. cioè de 30 $\frac{1}{2}$ ci restara 25 per valuta della cosa. perche in questo loco aggiongendola essa radice, sopra la detta meta del numero delle co. non fa lo effetto del detto nostro quesito, come chiaramente si puo vedere imperoche aggiongendola sarebbe 36 per valuta della co. è tanto sarebbe il lato b c, opposito a l'angolo retto del detto triangolo, il che non puo stare che un sol lato di esso triangolo sia 36, cioè piu de gli dui restanti lati, lati egli e necessario che essi dui restanti lati sempre siano piu che non e quel solo. come esso Euclide nella vigesima del primo ci dimostra, adonque il detto lato b c, opposito al detto angolo a, retto del detto triangolo sarà 25, & gli altri dui restanti lati a b, & a c, contenenti esso angolo retto (insieme gionti) saranno 35 e quadrando il lato b c, cioè 25, & esso suo quadrato qual è, 625 sotratto del quadrato del composto de detti dui lati a b, & a c, cioè del quadrato de 35 quale e, 1225. ci restarà 600 per il doppio del dutto de l'uno in l'altro de detti dui lati a b, & a c, per il che 300 che è la meta del detto 600, sarà una sol volta il dutto de l'uno in l'altro di essi dui lati a b, & a c, & dividendo poi 35 in due tal parti che il dutto de l'una in l'altra di esse parti faccia 300 haremo poi la noticia di essi lati separatamente, & per far questo pigliaremo la meta de 35 laquale e, 17 $\frac{1}{2}$ & la quadraremo & del suo quadrato qual e 306 $\frac{1}{4}$ detrazeremo 300 che ci restarà 6 $\frac{1}{4}$ delqual 6 $\frac{1}{4}$ presa la radice ch'è 2 $\frac{1}{2}$ & quella detratta de 17 $\frac{1}{2}$ & aggionta sopra 17 $\frac{1}{2}$ haremo 15, & 20 per gli detti lati a b, & b c, contenenti il detto angolo retto, cioè 20 per il maggiore, & 15 per il minore, che moltiplicati l'uno per l'altro fanno ben 300, come debbono fare, ci resta di havere la noticia della perpendicolare & della superficie di esso triangolo, lequal cose sono molto facili da conseguire e massime la superficie imperoche pigliando la meta del dutto de l'uno in l'altro di essi dui lati a b, & a c, contenenti el detto angolo retto, cioè la meta de 300 quella sarà essa superficie videlicet 150 e partendo 300, cioè esso dutto de l'uno in l'altro de detti dui lati a b, & a c, contenenti esso angolo retto per la quantita del lato b c, opposito al detto angolo retto idest per 25 ne perviene la perpendicolare cioè 12, & cosi haveremo adempito quanto, che per detto quesito si dimandava, e volendone far prova moltiplica essi dui lati a b, & a c, contenenti esso angolo retto l'uno per l'altro, cioè 15 via 20 fa 300 (come si ha detto di sopra) di sopra) & questo 300 multiplicato per la perpendicolare cioè per 12 fa 3600, come si ricer ca, & ancora li quadrati de 15 & 20, aggionti insieme fanno quanto il quadrato de 25 solo, e partendo li quadrati de 15 & 20 per detto 25, ci viene 9 & 16 per le parti della basa ouero lato opposito all'angolo retto di detto triangolo, che vengono distinte ouero separate dalla perpendicolare dutta da esso angolo retto a detta basa, lequal parte multiplicate l'una per l'altra fanno 144. cioè tanto quanto fa la perpendicolare multiplicata in se medesima. Trigesimoprimo.

Item egliè il triangolo ortogonio A, B, C, che la summa de tutti e suoi lati è 60, la perpendicolare della quale, dutta dall'angolo A retto, di quello al lato B, C, opposito a esso angolo retto, multiplicata nel diametro del cerchio inscrittibile a esso triangolo fa 60. Si dimanda la notitia de cadauno di essi lati del detto triangolo separatamente. Chi dubbitasse che della multiplicatione del semidiametro del circulo inscritto in un triangolo, nella metà della summa de tutti gli lati di quello ne peruenisse la superficie di esso triangolo, se tirerano tre linee dal centro, o del detto cerchio, a cadauno di angoli, a b c, dil detto triangolo facilmente se ne potrian chiarire, perche si vederà quello essere diuiso in tre triangoli, la superficie de iquali si ha del dutto, delle tre linee o d, o s, & o t, che vengono da esso centro, o dil detto cerchio alla circonferentia di quello (cadente perpendicolarmente, sopra gli tre lati di esso triangolo ne gli tre ponti d, t, s, di toccimenti della circonferencia di esso cerchio, cum detti tre lati di esso triangolo) nella metà de cadauno de essi lati, videlicet, la superficie del triangolo, o a c, si ha dal dutto della perpendicolare o s, nella metà del lato a c, & quella del triangolo o a b, si ha dal dutto della perpendicolare, o t, nella metà del lato a b, finalmente quella del triangolo o b c, si ha pure dal dutto della perpendicolare, o d, nella metà del lato b c, & perche le dette tre perpendicolare sono equali tra loro per esser cadauna di quelle semidiametro del detto cerchio inscritto al detto triangolo, & ancora perche questi tre triangoli parciali impliscono precisamente total triangolo a b c, però non è più lecito dubbitare, che del dutto di essi semidiametro nella metà della summa de tutti gli lati di esso triangolo non ne peruenghi la sua superficie di quello. Et perche nel precedente quesito, si ha dechiarito che del dutto de l'uno in l'altro di dui lati a b, & a c, contenenti l'angolo, A, retto di esso triangolo, ne peruiene sempre il doppio della superficie di quello, & hauendosi qui & altroue dechiarito, che del dutto del semidiametro del cerchio inscritto a esso triangolo, nella metà di lati di quello, ne peruiene la superficie di esso triangolo, adunque del dutto di tutto il diametro del medesimo cerchio nella detta metà della summa di lati del triangolo ne peruenirà ancor il doppio di essa superficie dil detto triangolo, cioè tanto quanto fa la multiplicatione dell'uno in l'altro de gli detti dui lati a b, & a c, contenenti esso angolo a, retto del detto triangolo. Per ilche seguita, che tanto fa la multiplicatione della perpendicolare di esso triangolo, nel prodotto della multiplicatione dell'uno in l'altro de essi dui lati a b, & a c, contenenti detto angolo, a, retto quanto fa la multiplicatione di essa perpendicolare nel prodotto, della multiplicatione del diametro del cerchio a esso triangolo inscritto nella metà della summa di lati di quello, hora ponimo che il lato b c, opposito all'angolo A, retto, sia 1 co. per ilche seguita che gli altri dui lati a b, & a c, contenenti esso angolo A, retto insieme gionti fanno 60 men 1 co. il cui quadrato fa 3600 p̃ 1 ce. men 120 co. dal quale sotrando il quadrato del lato b c, cioè 1 ce. restarà 3600 men 120 co. per il doppio del dutto dell'uno in l'altro di essi dui lati a b, & a c, dil qual doppio pigliandone la metà, laquale è, 1800 men 60 co. quella sarà una sola nota esso dutto dell'uno in l'altro di essi dui lati a b, & a c, & partendosi questo dutto. cioè 1800 men 60 co. per il lato b c, opposito al detto angolo retto, lo advenimento quale è $\frac{1800 \text{ men } 60 \text{ co.}}{1 \text{ co.}}$ sa rà la perpendicolare di esso triangolo. Et multiplicando essa perpendicolare in detto 1800 men 60 co. ci aviene $\frac{3240000 \text{ p̃ } 3600 \text{ ce. men } 216000 \text{ co.}}{1 \text{ co.}}$ per il dutto della perpendicolare, nel prodotto dell'uno in l'altro de detti dui lati a b, & a c, contenenti detto angolo retto, ilqual dutto sarà equale alla multiplicatione della metà della summa di lati del detto triangolo nel prodotto della multiplicatione della perpendicolare nel diametro del cerchio, cioè de 30 in 60 che fa 1800, & questo perche hauendosi di sopra dechiarito che del dutto del diametro dil detto cerchio nella metà della summa di lati del triangolo ne peruiene tanto quanto fa il dutto dell'uno in l'altro de essi dui lati a b, & a c, contenenti detto angolo retto. Adunque



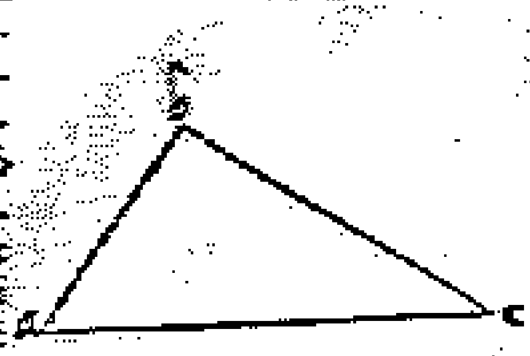
del ducto della meta della summa di lati nel prodocto della moltiplicatione del diametro del cerchio nella perpendicolare videlicet de 10 in 60, ne perviene quanto fa della moltiplicatione di essa medesima perpendicolare nel prodocto del ducto dell'uno in l'altro de essi dui lati a b, & a c, contenenti decto angolo recto. essendo adunque $\frac{324000 \text{ p̃ } 3600 \text{ ce. mẽ } 216000 \text{ co.}}{100}$ equali a 1800 (come di sopra si ha trovato) moltiplicando esso 1800 per il denominatore del decto rocto, cioè per 1 co. Si haveranno poi 1800 co. equali a 324000 p̃ 3600 cen. men 216000 co. Et sequendo gli ordini si haverà finalmente 900 p̃ 1 ce. equali a 60 1/2 co. siche la cosa varrà 30 1/2 men ℞ 15 1/4 è tanto sarà il lato opposito all'angolo recto, cioè il lato b c, & gli dui restanti lati a b, & a c, contenenti esso angolo recto insieme gionti saranno il resto de 60, cioè 29 1/2 p̃ ℞ 15 1/4. Et quadrando questo congionto di detti dui lati a b, & a c, & ancora il lato b c, solo, si haverà per il quadrato del congionto di dui a b, & a c, 900 1/2 p̃ ℞ 53525 1/16 & per quello del solo b c, 930 1/2 men ℞ 55135 1/16 & sobtrando il decto 930 1/2 men ℞ 55135 1/16 dal decto 900 1/2 p̃ ℞ 53525 1/16 ci restarà ℞ 216900 men 30, per il doppio del ducto de l'uno in l'altro di dui lati a b, & a c, del qual doppio pigliandone la metà laqual è ℞ 54225 men 15, questa sarà una sol volta la moltiplicatione de l'uno in l'altro de essi dui lati a b, & a c. E dividendo il congionto de quelli, cioè 29 1/2 p̃ ℞ 15 1/4 in due tal parti che il ducto de l'una in l'altra facci ℞ 54225 men 15, quelle saranno poi gli detti lati separati, & per far detta divisione pigliaremo il quadrato della metà de 29 1/2 p̃ ℞ 15 1/4 (qual quadrato viene a essere la quarta parte di quello di tucto esso 29 1/2 p̃ ℞ 15 1/4 cioè la quarta parte de 900 1/2 p̃ ℞ 53525 1/16 laquale è 225 1/8 p̃ ℞ 3345 5/256) & di quello sobtraremo ℞ 54225 men 15, che ci restarà 240 1/8 men ℞ 30671 1/256 del qual residuo ne pigliaremo la radice, laqual radice sarà una delle linee irrationali che Euclide pone nel decimo videlicet quella che vien detta linea minore idest ℞ V. (120 1/16 p̃ ℞ 6735 1/256) men ℞ V. (120 1/16 men ℞ 6735 1/256) & essa radice aggiongeremo sopra la metà de 29 1/2 p̃ ℞ 15 1/4 cioè sopra 14 3/4 p̃ ℞ 3 13/16. Et etiam detraremo de 14 3/4 p̃ ℞ 3 13/16 che si haveranno poi noti detti lati a b, & a c, contenenti detto angolo recto separatamente, & per il maggiore si haverà 14 3/4 p̃ ℞ 3 13/16 p̃ ℞ V. (120 1/16 p̃ ℞ 6735 1/256) men ℞ V. (120 1/16 men ℞ 6735 1/256) Et per il minor 14 3/4 p̃ ℞ 3 13/16 men ℞ V. (120 1/16 p̃ ℞ 6735 1/256) men ℞ V. 120 1/16 men ℞ 6735 1/256) & così haveremo adempito quanto che per detto quesito ci è stato recchiesto. Niente dimeno per maggior intelligentia de ognuno aggiongemo questo videlicet che facciamo a sapere che sempre gli dui lati contenenti l'angolo recto de caduno triangolo orthogonio, sono tanto più longhi del restante lato opposito a esso angolo recto, quanto è il diametro del cerchio inscriptibile a esso triangolo che con la esperientia sopra questo medesimo quesito lo vogliamo far chiaro, facendo la resolutione sua a un altro modo diverso da quello habbiamo facto, cioè ponendo che il diametro di esso cerchio inscriptibile al detto triangolo sia 1 co. Et perche havemo pronunciato questo diametro essere equale a quel eccesso nel quale gli dui lati contenenti l'angolo recto di esso triangolo eccedeno over soperavanciano il lato opposito a esso angolo recto, sarà adunque il ducto della perpendicolare del detto triangolo in ambidui essi lati contenenti detto angolo recto, tanto più del ducto di essa medesima perpendicolare nel solo lato opposito a esso angolo recto, quanto è il ducto di detta perpendicolare nel diametro del cerchio inscriptibile a esso triangolo. Ma del ducto della perpendicolare nel lato opposito all'angolo recto ne perviene il doppio della superficie di esso triangolo come già è stato dechiarato, adunque del ducto di detta perpendicolare ne gli dui lati contenenti esso angolo recto ne perverrà il doppio della detta superficie del detto triangolo più 60, cioè più il ducto di essa perpendicolare, nel diametro del cerchio, qual ducto dal presupposito è 60. & perche ancora del ducto del diametro di esso cerchio nella metà della summa de tutti gli lati del triangolo, ne perviene similmente il doppio della detta superficie di esso triangolo, perche pervenendo del ducto de tutto esso diametro nella detta metà della summa de tutti detti lati una sol volta detta superficie di esso triangolo come è già stato provato necessariamente adunque del ducto de tutto el detto diametro in essa metà della summa di lati ne perverrà il doppio di essa superficie. Ma esso diametro lo habbiamo posto essere 1 co. & la metà della summa de tutti i lati, è 30, adunque 30 co. sarà il doppio della superficie del detto triangolo, per laqual cosa del ducto della perpendicolare in ambidui gli lati contenenti esso angolo recto ne perverrà 30 co. p̃ 60. & del ducto della medesima perpendicolare nel solo lato opposito a esso angolo recto ne perverrà 30 co. sole. Adunque per esser queste superficie constituite sotto una medesima altezza, laquale è, la detta perpendicolare per la prima del ma del sesto di Euclide, sarà la proportione da 30 co. p̃ 60 a 30 co. sole, come da tutti dui e lati contenenti l'angolo retto congionti insieme al lato solo opposito a esso angolo retto. Et cōgiontamente per la decima ottaua del quinto del nostro medemo, da 60 co. p̃ 60 a 30 co. sole sarà come da 60 congionto de tutti tre e lati del detto triangolo, al solo lato opposito a l'angolo retto, & moltiplicando 60 in 30 co. e partendo il prodotto per 60 co. p̃ 60, ci uerrà la quantità di esso solo lato opposito a detto angolo retto cioè $\frac{1800\ co.}{1\ co.\ p̃\ 60}$ e partendo per essa quantità di detto lato, nel doppio della superficie del triangolo, cioè in 30 co. per auenimenti ci uerrà 1 co. p̃ 1 per la perpendicolare di esso triangolo, & per che il diametro del cerchio inscrittibile a esso triangolo e stato posto essere 1 co. e dal presupposto del quesito la moltiplicatione di esso diametro in detta perpendicolare debbe far 60. adunque moltiplicādo 1 co. p̃ 1 per 1 co. sola nel prodotto quale è 1 ce. p̃ 1 co. sarà eguale a 60. Et essequendo el capitolo la co. uerrà ℞ 60 $\frac{1}{4}$ men $\frac{1}{2}$ e tanto sarà il detto diametro di cerchio & cōciosia che habbiamo trouato la perpendicolare essere 1 co. p̃ 1 quella sarà ancora ℞ 60 p̃ $\frac{1}{2}$, che moltiplicati l'uno per l'altro fanno ben aponto 60 come debbono fare, & detrahendo detto diametro della summa de tutti e lati del triangolo cioè de 60, ci restarà 60 $\frac{1}{2}$ mē ℞ 60 $\frac{1}{4}$ & pigliando la metà di esso rimanente, laquale è 30 $\frac{1}{4}$ men ℞ 15 $\frac{1}{16}$ essa metà sarà la uera quantità del lato opposito all'angolo retto, e detrahendo detta quantità del lato opposito all'angolo retto, della summa de tutti e lati cioè de 60 ci restarà 29 $\frac{3}{4}$ p̃ ℞ 15 $\frac{1}{16}$ per ambidui e lati contenenti l'angolo retto congionti insieme oueramente aggiongendo la quantità di esso diametro di cerchio sopra quella del lato opposito al detto angolo retto, cioè ℞ 60 $\frac{1}{4}$ men $\frac{1}{2}$ sopra 30 $\frac{1}{4}$ men ℞ 15 $\frac{1}{16}$ ci uerrà la medema quantità di detti dui lati contenenti esso angolo retto, cioè 29 $\frac{3}{4}$ p̃ ℞ 15 $\frac{1}{16}$ che bene se incontrano con quelli del primo modo, & così uenimo ad hauere uerificato quanto hauemo detto.

Trigesimosecondo.

Proposta una linea retta longa piedi 60, con laquale ci fa bisogno descriuere uno triangolo oxtogonio di maggior superficie che possibil sia. Si dimanda la quantità de caduno de suoi lati.

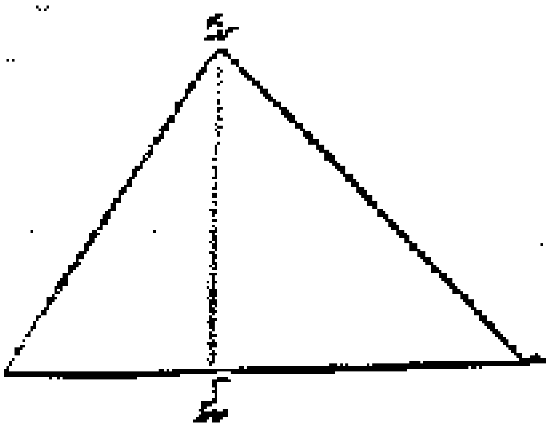
60

Poni che il lato opposito all'angolo retto del detto triangolo, che uogliamo descriuere con la proposta linea, sia 1 co. per ilche gli dui restanti lati contenenti esso angolo retto restarāno 60 men 1 co. qual 60 men 1 co. diuiderai in due parti eguali, e l'una di dette parti moltiplica in se che sarà 900 p̃ $\frac{1}{4}$ ce. mē 30 co. per gli quadrati de ambidui gli lati contenenti l'angolo retto di esso triangolo iquali quadrati hanno da essere eguali per la penultima del primo di Euclide, al quadrato del lato opposito a esso angolo retto, cioè a 1 cen. & essequendo gli ordeni del capitolo hauerai finalmente 3600 eguali a 1 ce. p̃ 120 co. per ilche la co. uerrà ℞ 7200 men 60, e tanto sarà il detto lato opposito all'angolo retto. Et gli altri doi restāti insieme saranno il remanente sin 60, cioè 120 mē ℞ 7200, & per che gli ponemo eguali l'uno a l'altro, quando diuidessimo 60 men 1 co. in due parti eguali caduna de quelli sarà la metà de 120 men ℞ 7200, cioè 60 men ℞ 1800, che moltiplicati l'uno per l'altro fanno 5400 mē ℞ 25920000, della qual moltiplicatione pigliaremo la metà, laqual è 2700 men ℞ 6480000 per la superficie del maggior triangolo, che con la proposta linea longa piedi 60 possi esser descritto. Ilche essendo dallo aduersario negato, con la ragione lo uogliamo fortificare. ma auanti che piu oltra procediamo, egli è da sapere che ogni uolta che una linea retta sia diuisa in due parti eguali, & in due non eguali, che sempre gli quadrati delle due parti inequali gionti insieme sono maggiori che quelli delle due parti eguali per gionti insieme. Et tanto più come essa linea sarà diuisa in parti più inegual ouer più lontane dalla medietà, tanto più sarà maggiore lo eccesso de detti quadrati di esse parti inegual gionti insieme sopra quelli delle parti eguali per gionti insieme. Ma è ben uero che la superficie de l'una in l'altra delle parti inequali è sempre minore de quella che è contenuto sotto le parti eguali, laqual cosa Euclide ci fa chiaro & manifesto per gli antecedenti della quarantesimaprima del decimo, & per la quinta del secondo, Se adunque lo aduersario dice esser possibile, che con la proposta linea si possi fare uno triangolo di maggior superficie di quello che si ha fatto, sarà necessario che gli dui lati contenenti l'angolo retto di quello siano piu longhi de gli dui che habbiamo trouati noi, per che essendo maggiori potrà poi dire che si possono diuider in due parti che la superficie de l'una in l'altra (laqual è sempre doppia a quella del triangolo) sarà maggior di quella che si possono diuidere quando sono più corti. Et essendo gli detti dui lati del aduersario più lon-



gli di nostri seguitarà che il restante lato opposito a esso angolo retto resti minore del nostro. Et se sarà minore, minor sarà etiam il suo quadrato di quello, che è al modo nostro, & se minor sarà il suo quadrato, minori saranno ancor quelli di dui de gli lati contenenti l'angolo retto al modo suo, di quello che sono al modo nostro, perche quelli dui sono sempre equali a quello del lato opposito a esso angolo retto, per la preallegata penultimo del primo di Euclide. Et perche li minori quadrati, che si posson fare dividendo una linea in due parti si è quando quella si divide in parti equali, (come si ha detto di sopra) se quelli dui lati contenenti l'angolo retto del triangolo del adversario sono piu longhi di nostri, conciosia che gli nostri sono stati divisi in parti equali, seguitaria quello inconveniente che gli quadrati delle maggior linee fussono minori de quelli delle minor linee, il che non è possibile. Et se il detto adversario volesse dire, che detti suoi lati contenenti detto angolo retto, si posson dividere in parti inequali, che faranno lo effetto, noi respõderemo per l'auttorita adutta di sopra, che gli detti quadrati d'esse parti inequali sarebbono ancora maggiori di quelli delle parti equali, & per consequente maggior sarebbe ancor lo inconveniente al quale esso adversario si condurrebbe di quello al quale si ha condotto. Seguita adunque, che non potendo esser detti dei lati contenenti detto angolo retto, piu longhi di quelli che habbiamo trovati & conciosia che quelli siano divisi in parti equali, la superficie de li equali parti equali è sẽpre la maggior che possi esser fatta dalle parti d'una linea divisa in due) che il detto triangolo che habbiamo dessignato sia il maggiore che si possi fare con la proposta linea longha piedi 60 &c.

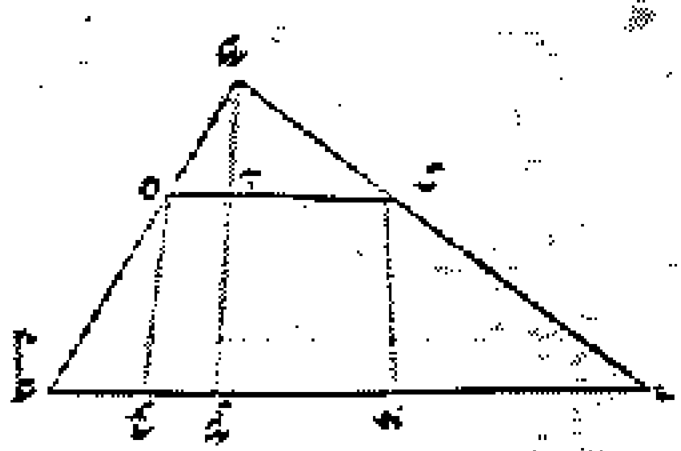
Trigesimotertio



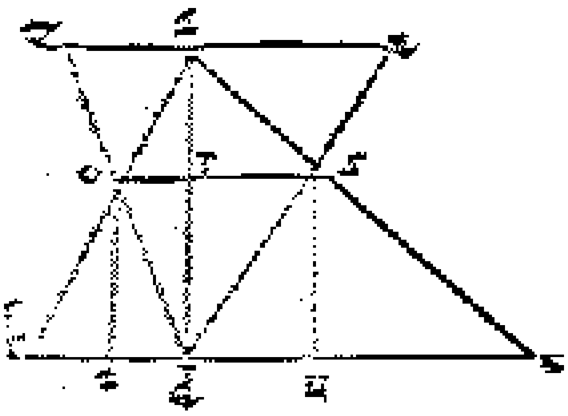
Egli è il triangolo diversilatero a b c, che la sua basa, b c, è 20, & la sua perpendicolare a d, è 12 & gli dui restanti lati a b, & a c, insieme sono 36 si dimanda quanto sarà il lato del quadro che, è equale a quella differẽtia nellaquale il quadrato del maggiore de detti dui restanti lati a b, & a c, eccede over sopravancia quello del minore. Sia posto il lato, a b, minore esser 1 co. che il rimanente fin 36 sarà poi il lato, a c, maggiore, cioè 36 men 1 co. & sia moltiplicato il detto lato, a c, maggiore in se medesimo che farà 1296 p̄ 1 ce. men 72 co. & al detto prodotto sia aggionto il quadrato della basa b c, videlicet 400, che ambidui questi quadrati faranno in summa 1696 p̄ 1 ce. men 72 co. dellaqual summa sia detratto il quadrato del lato a b, minore, cioè 1 ce. che restarà 1696 men 72 co. il qual residuo sia diviso per il doppio della basa b c, cioè per 40 che ne venirà 42 2/5 men 1 4/5 co. per la parte d c, de essa basa, dove cade la perpendicolare cõdotta dall'angolo A, del detto triangolo a essa basa, come nella terzadecima del secondo, Euclide ci dechiara, & manifesta il quadrato dellaqual parte di basa, d c, aggionto con quello della perpendicolare a d, per la penultima del primo del medemo nostro a da esser equale al quadrato del lato a c, Ma il quadrato della detta parte d c, è 1797 19/25 p̄ 3 6/25 ce. men 152 16/25 co. Et quello della perpendicolare è 144 che gionti insieme fanno 1941 19/25 p̄ 3 6/25 ce. men 152 16/25 co. Et il quadrato del lato a c, è 1296 p̄ 1 ce. men 72 co. come di sopra è stato detto. Adunque 1941 19/25 p̄ 3 6/25 ce. men 152 16/25 co. saranno equali a 1296 p̄ 1 ce. men 72 co. ristora le parti e reduci a 1 sol ce. che tu haverai poi in fine 288 2/7 p̄ 1 cen. equali a 36 co. Smezza il numero delle co. è dirrà di mezzamento multiplica in se, che farà 324 delqual prodotto detrazi il numero, cioè 288 2/7 che ti restarà 35 5/7 del qual residuo prendine la radice cube è per R 35 5/7 & quella detrazi della mità del numero de le co. che ti restarà 18 men R 35 5/7 per valuta della co. è tanto vienea esser il minor lato a b, di esso triangolo. Et il maggiore viene a esser il remanente fin 36, cioè 18 p̄ R 35 5/7 hor quadra questi dui lati a b, & a c, che per quel del minore a b, tu haverai 359 5/7 men R 46285 5/7 & per quel del maggiore a c 359 5/7 p̄ R 46285 5/7 poi detrazi il minore del maggiore che ti restarà R 185142 6/7 per la loro differentia dellaqual differẽtia pigliãdone la radice, laqual è RR 185142 6/7, quella sarà la vera quantità del lato del quadro, che è equale alla differẽtia nellaquale il lato del quadrato a c, maggiore eccede over sopravancia quello del a b, minore questa medema operatione si harebbe potuta fare con l'altra parte b d, di detta basa, impero che havendosi trovata la parte, d c, di quella esser 42 2/5 men 1 4/5 co. sotraendo essa parte, d c, fuor di tutta essa basa cioè de 20, sarebbe restato 1 4/5 co. men 22 2/5 per detta parte b d, e summando il quadrato di quella, con il quadrato della perpendicolare, tal summa sarebbe stata equale al quadrato del minor lato, a b, cioè a 1 ce. & tutto il resto si harebbe poi fatto come di sopra.

Ancor

Ancor egli è il triangolo diuersilatero a b c, delquale il lato a b, è 13, il b c 14, & lo a c, 15, si dimanda quanto sarà il lato del maggior quadro che in quello si puo collocare. Prima le da sapere che cadauno di lati d'ogni triangolo puo esser basa di quello. Niente dimeno per il presente pigliaremo il lato b c, in loco di basa, & dall'angolo a, condurremo à quella la perpendicolare a d, laqual diuiderà essa basa in due parti in ponto d, la quantità de laqual perpendicolare si ritroua in piu modi. Pur volendo noi immitar quello ch'è posto da Euclide nella decimaterzia del secondo, quadraremo il lato a c, & la basa b c, & questi doi quadrati congiongeremo insieme che faranno 421, dellaqual summa ne cauaremo il quadrato del lato a b, cioè 169 che restarà 252, qual residuo diuideremo per il doppio della basa idest per 28, che ci uerrà 9 per la parte d c, di essa basa, laqual parte giace tra la perpendicolare, & l'angolo c, opposito al lato a b, il quadra ro delquale habbiamo cauato del congionto di quadrati de gli altri doi, l'altra parte b d, di detta basa, sarà il rimanente da 9 fina 14, cioè 5 i quadrati dellequal parti essendo cauati a uno per uno di quelli di lati a essi parti conterminali, (cioè il quadrato della parte d c, de quello dello a c, & il quadrato dell'altra parte b d, di quello dello a b, restarà equalmente il quadrato della perpendicolare, delquale pigliandone poi la sua radice (laqual si trouera essere 12) quella sarà la uera quantità di essa perpendicolare, hor poneremo caso, che sia il quadro o t u s, quello che vien collocato in detto triangolo, Et perche tutti gli lati oppositi d'ogni quadrato sono tra loro equidistanti, sarà il lato o t, di quello equidistante a l'altro lato, u s, & perche cosi gli detti lati, di esso quadro, quanto la perpendicolare di detto triangolo stanno ad angoli retti sopra la basa b c, di quello, seguita per la uigesimaottaua, & trigesimaquarta del nostro predetto, che la parte, r d, di detta perpendicolare, sia equale, & equidistante alli 'uno & l'altro di detti doi lati, o t, & u s, di detto quadro. Similmente per essere il lato o s, di detto quadro, equidistante al lato t u, di medemo, ilqual lato t u, giace & sta nella basa b c, seguita ancor che essa basa sia equidistante a detto lato o s. Adunque se la basa b c, equidistante al lato o s, di quadro, il triangolo a b d, sarà per la uigesimanona del primo, & per la quarta del sesto del nostro medemo simile al triangolo, a o r, & similmente il triangolo, a d c, sarà simile al triangolo, a r s, per laqual cosa la proportione dello b d, al o r, & dalla b a, a la o a, sarà come da tutta la perpendicolare, a d, alla sua parte, a r, similmente la proportione dal d c, al r s, & dal, a c, al a s, sarà come dalla medema perpendicolare, a d, alla detta sua parte, a r, adunque in summa per la terciadecima del quinto di esso nostro, sarà la proportione da tutta la basa b c, a tutto il lato, o s, del detto quadro come da tutta la perpendicolare a d, alla sua parte, a r, Et sia posto ditto lato, o s, del quadro essere, 1 co. che sarà poi la proportione da detta basa, b c, laqual è, 14 a 1 co. si come da tutta la perpendicolare a d, laqual è 12 alla sua parte, a r, laqual è 12 men 1 co. (cioè men tanto quanto è il lato di detto quadrato imperoche di sopra fu approuato l'altra parte, r d, di essa perpendicolare essere equale al detto lato) adunque moltiplicando 14, cioè la prima di queste quattro quantità proportionali per 12 men 1 co. idest per l'ultima, il prodotto di tal moltiplicatione per la decimasesta del sesto del nostro detto sarà equale a quello che, è contenuto sotto l'altre due, videlicet sotto de 1 co. & 12. Ma la moltiplicatione de 14 in 12 men 1 co. fa 168 men 14 co. & quella de 12 in 1 co. fa 12 co. adunque 168 men 14 co. saranno equali a 12 co. restora le parte over estremi, & trouaremo che tu trouerai la cosa ualer 6 $\frac{6}{13}$, è tanto uien ad essere cadauno lato di detto quadro, cioè 6 $\frac{6}{13}$. Ma voglio che uediamo cioche ne dice il speculatiuo geometra di questa nostra operatione, accioche non restassemo inciampellati non dimostrandogli geometricamente la uerità di tal nostra operatione, perche hauendosi di sopra dechiarito che la proportione del lato, a b, alla sua parte, a o, Et dal lato, a c, alla sua parte a s, essere come dalla perpendicolare, a d, alla sua parte a r, possiamo a nostro beneplacito trouar le dette parti a o, & a s, di detti lati, per la regola del tre, in questo modo videlicet, dicendo, se la perpendicolare, a d, laqual, è 12, mi da la sua parte a r, laqual è, 5 $\frac{7}{13}$ (che si troua detrahendo l'altra parte, r d, di essa perpendicolare che è equale al lato di detto quadro inscritto a esso triangolo) che mi darà il lato, a b, qual è 13, & che mi darà lo, a c, qual è 15, & moltiplicando ambidui questi lati per 5 $\frac{7}{13}$ & gli prodotti partendo equalmente per 12, ci uerrà per la parte, a o, del lato a b 6, & per la parte a s, del lato a c, 6 $\frac{12}{13}$ lequal parti detrahendole de chi lati, cioè cadauna del suo, ci restarà 7



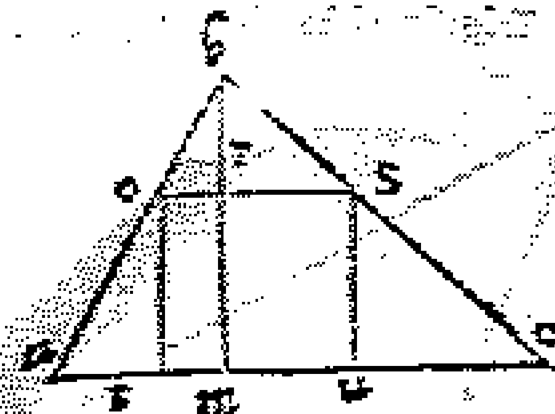
Trigesimoquarto

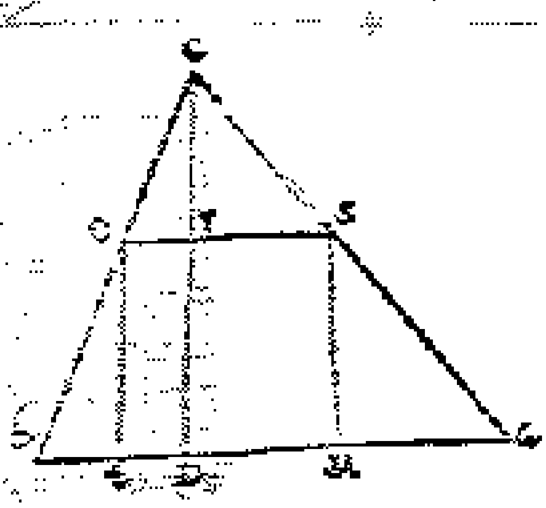


per la parte, o b, del lato, a b, & e [illegible] per la parte s c, del lato, a c, hor dal ponto d della estremità della perpendicolare produremo due linee a gli dui ponti, o, & s, de gli dui lati a b, & a c, & quelle a longharemo fuori del triangolo finche concorrino con quella linea retta, laquale ortogonalmente sarà dedutta dall'altra estremità di essa perpendicolare, cioè dal ponto, a, alongata da una, & l'altra parte quanto sarà bisogno fin ne gli ponti del concorso, qual ponti pongho siano gli dui z & x di questa seconda figuratione & perche il triangolo a d c, è simile al triangolo, s u c sarà la proportione del lato, a c, qual, è 15 alla sua parte, s c, qual è 8 [illegible] (come di sopra habbiamo trovato) come della perpendicolare a d (qual è 12) al lato, s u, del detto quadro, e moltiplicando 12 per 8 [illegible] fa 106 [illegible] e partendo esso prodotto per 15, ci uerrà 6 [illegible] per il detto lato, s u, che è ben quanto habbiamo trovato l'altro, o s, Ancora habbiamo il triangolo, a d b, simile al triangolo, o t b, per ilche la proportione de tutto il lato, a b, qual è, 13 alla sua parte, o b, qual è 7 (come di sopra habbiamo trovato) sarà come della perpendicolare, a d, ch'è 12 al lato, o t, del quadro, e multiplicando 12 per 7 & il prodotto qual è, 84 partendo per 13 ci uerrà pur 6 [illegible] per il detto lato, o t, che è ben quanto habbiamo trovato cadauno de gli altri dui, o s, & s u, ma che il lato, t u, sia ancor lui equale a questi tre ben che da se sia chiaro, & manifesto per la sopra allegata trigesimaquarta del primo di sopra allegato nostro si puo etiam provare in questo modo, cioè detrahendo il quadrato del lato, s u, (di esso quadro) fuor del quadrato della parte, s c, del lato a c del triangolo & del restante qual è 25 [illegible] pigliandone la radice laquale è 4 [illegible]. Et ancor detrahendo il quadrato de l'altro lato, o t, (di esso quadro) fuor del quadrato della parte, o b, del lato, a b, del triangolo & del rimanente quale è 7 [illegible], pigliandone la radice qual è 2 [illegible] & questa radice summata con l'altra, cioè con 4 [illegible] che fa 7 [illegible] e liqual 7 [illegible] detratto de tutta la basa b c, laquale è 14, restarà apunto 6 [illegible] per il lato t u, di esso quadro, che è ben quanto cadauno de gli altri tre, & a questo modo habbiamo provata la nostra operatione. Hor vediamo la quantità delle due linee, a x, & a z, dedutte ortogonalmente dalla estremità della perpendicolare, a d, cioè dal ponto a (acciochè dimostriamo in che modo geometricamente per un'altra via diversa da quella che habbiamo tenuta fin qui nel proposito triangolo si descrive il detto quadro) & per ciò fare argumentaremo in questo modo, cum sia che gli dui triangoli, o b d, & o z a, siano equianguli per la decimaquinta, & vigesima ottava del primo del detto nostro, sarà la proportione dal, o b, che è 7 al, o a, che è 6 come dal, b d, che è 5 al a z, & multiplicando 6 per 5 & il prodotto che è 30 partendo per 7 ci uerrà 4 [illegible] per la a z, & conciosia ancora, che per le preallegate autorità del detto nostro il triangolo s d c sia simile al triangolo, s x a, sarà la proportione del s c, che è 8 [illegible] al a s, che è 6 [illegible] come dal d c, che, è 9 al a x, e moltiplicando 9 per 6 [illegible] che fa 61 [illegible] & esso prodotto partendo per 8 [illegible] ci uerrà 7 [illegible] per la a x, per ilche tutta la z x, sarà 12 cioè tanto quanto è la perpendicolare, a d, & la proportione de tutta la detta z x, laquale è 12 alla sua parte, a z, che è 4 [illegible] sarà come de tutta la basa, b c, laquale è 14 alla sua parte b d, laquale 5, imperoche l'una & l'altra è come da 14 a 5, Adunque quando geometricamente si vol descrivere un quadro in un triangolo diversilatero. Dapoi che in esso triangolo si haverà dedutta la perpendicolare, dalla estremità di quella laqual termina ne l'angolo opposito alla basa, cioè nel ponto a, sia tirata ortogonalmente una linea equale a essa perpendicolare, ma che sia divisa in due parti & una di esse parti sia dalla man dritta, l'altra dalla man sinistra, di essa perpendicolare, & sia la proportione da tutta essa linea alla sua minor parte, come, è da tutta la basa del triangolo pur alla sua minor parte, è facendo ancora che essa minor parte di detta linea ortogonalmente tirata dalla estremità di detta perpendicolare, cioè dal detto ponto a, sia dalla parte dove è ancor la minor portione della basa & poi siano tirate due linee rette dalle estremità di questa tal linea (a questo modo ortogonalmente prodotta dalla estremità di detta perpendicolare cioè dal detto ponto, a) all'altra estremità di essa perpendicolare, che termina nella basa, cioè al ponto d, lequal linee pongo siano le due z d, & x d, che segano ambidui gli lati a b, & a c del detto triangolo ne gli dui ponti, o & s, Et sia tirata una linea retta dall'uno all'altro di detti ponti qual pongo sia la linea, o s, Et ancor da gli medesimi ponti siano protratte due perpendicolari sopra la basa b c, di esso triangolo, lequal pongo siano le due linee, o t, & s u, il che fatto, si haverà perfettamente descritto un quadro in esso triangolo che è il quadro, o t u s, che cosi se approba uidelicet, perche egli è la linea, z x, ortogonalmente prodotta dalla estremità della perpendicolare a d, cioè dal ponto a, quella sarà equidistante alla basa b c, per la vigesimaottava del primo del preallegato nostro. Et ancor perche tutti gli angoli contra-

positi

posti sono tra lor equali per la decimaquinta di esso primo del detto nostro, sarà il triangolo, o a r, equiangolo al triangolo, o b d. Et similmente il triangolo, s a n, sarà equiangolo al triangolo s c n, per il che gli lati de quelli risguardanti gli angoli equali per la quarta del sesto del medesmo nostro saranno proportionali. Et essendo del presupposito la proportione de tutta la, a n, alla sua parte, a o, come da tutta la basa, b c, alla sua parte b d, sarà ancor disgiontamente da l'altra parte, o n, di detta linea, a n, alla parte, a o, della medesma, come da l'altra parte d c, della basa alla parte, b d, della medesma, e permutatamente, si come la parte, a o, della linea, a n, alla parte, d c, della basa, b c, così dall'altra parte, o n, di detta linea, a n, all'altra parte, b d, della basa, b c. Ma come, e dalla, a n, alla, b d, così e, dalla parte, a o del lato, a b, alla parte o b, del medesimo, e come dal, a n, alla d c, così e dalla parte, a s, del lato, a c, all'altra parte, s c del medesmo per il che sarà dal a o, al o b, come e dal, a s, al s c, adonque per la seconda del sesto del sopradetto nostro, la linea retta tirata dal ponto, o, al ponto, s, sarà equidistante alla basa, b c. Et concio sia che le due perpendicolari, o t, & s u, stiano ad angoli retti sopra la detta basa, seguita che ancor quelle per la sopra allegata vigesimaottava del primo di esso nostro siano equidistante l'una all'altra, Adonque la superficie, o t s u, sarà de lati equidistanti per laqual cosa, quella per la sopra allegata trigesimaquarta del primo del detto nostro quella hauerà gli lati egli angoli contraposti equali, cioè tutti li angoli di quella saranno retti, perche gli dui sopra la basa son retti. Et il lato, s u, sarà equal al o t, & similmente il lato, o s, sarà equale al t u. Et perche per la detta vigesimaottava, & trigesimaseconda del primo di esso nostro, il triangolo, o r d, è equiangolo al triangolo, o t d, similmente il triangolo, s r d, è equiangolo al triangolo, s u d, sarà la proportione dal, d t, al t o, del triangolo, d t o, come dal, r d, al r o, del triangolo o r d, & similmente la proportione dal, d u, al, u s, del triangolo, d u s, sarà come dal, r d, al r s, del triangolo, s r d, per laqual cosa per la vigesimaquarta del quinto dal, d t, & d u, insieme gionti, cioè da tutto il lato, t u, di esso quadro (qual è composto da esse due linee, t d, & d u) a ciascuno de gli altri dui lati, o t, over, s u, del medesmo (per esser equali) sarà come dalle due linee r o, & r s, insieme aggionte alla perpendicolare, r d, ma le due linee, r o, & r s, insieme aggionte sono tutta la linea, o s, & essa linea, o s, è equale alla detta perpendicolare dal presupposito, adonque il lato, t u, del detto quadro sarà equale a l'uno & l'altro di dui altri lati, o t, & s u, del medesimo. Et perche egli è stato approvato che ancor l'altro lato, o s, di quello è equale al lato t u, & etiam che tutti gli angoli della detta figura de' lati equidistanti sono retti, egli è chiaro quella esser quadro perfetto. Ma quando il detto triangolo fusse equicrurio, over che l'havesse solamente dui lati equali, qual pongo siano li dui, a b, & a c, della detta seconda figura, & che pur in quello si volesse collocare il detto quadro, se faria cadauna delle due parti della linea, a n, (ortogonalmente prodotta dall'estremità della perpendicolare, a d, cioè dal ponto, a) equale alla metà di essa perpendicolare, Et poi in tutto è per tutto seguitare, come si ha fatto di sopra a collocare esso quadro nel triangolo diversilatero. Cercaremo solamente a veder se questo quadro che habbiamo collocato in detto triangolo a b c, diversilatero è il maggiore che se gli possi collocare atteso che la proposta dimanda il maggiore il che non ci sarà grande fatica, havendo trovato il maggiore che se gli puo collocare quando uno de' soi lati stasse & giace nella basa b c, d'esso triangolo. Ma quando uno de soi lati giacesse i uno de gli altri dui lati forsi che all'hora il detto quadro sarebbe maggiore, & per chiarezza di questo poneremo che il lato, a c, di questa terza figuratione qual è 15 sia basa del detto triangolo, a b c, Et per il modo adutto di sopra trovaremo che la sua perpendicolare, b m, sarà 11 $\frac{1}{5}$ & ponendo, che il lato di esso quadro sia 1 co. la proportione da 15, a 1 co. sarà come da 11 $\frac{1}{5}$ a 11 $\frac{1}{5}$ men 1 co. e multiplicando 15 per 11 $\frac{1}{5}$ men 1 co. che fa 168 men 15 co. questo prodotto sarà equale a quello che perviene della moltiplicatione de 1 co. in 11 $\frac{1}{5}$ cioè 11 $\frac{1}{5}$ co. reducendo le parti & esequendo il capitolo si trovera la co. valer 6 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ e tanto sarebbe il lato del detto quadro, quando esso lato giacesse nel lato maggiore, a c, del triangolo, che è men de 6 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$. Ma pigliando il lato, a b, d'esso triangolo qual è 13 per basa di quello come in questa quarta figuratione, e tirando in quello la sua perpendicolare, c d, quella si trovera esser 12 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$. E ponendo per il lato del quadro esser 1 co. sarà la proportione da 13 a 1 co. come da 12 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ a 12 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ men 1 co. e multiplicando 13 per 12 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ men 1 co. ci venira 168 men 13 co. che sarà equale alla multiplicatione de 1 co. in 12 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ cioè 12 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ co. & Esequendo il capitolo la co. venirà 6 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ e tanto sarebbe il lato del detto quadro, quando quello giac



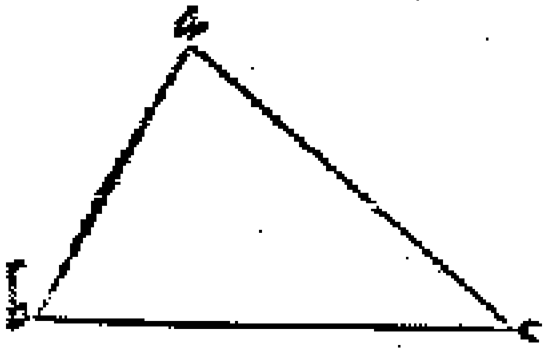


F

cesse nel minor lato del proposto triangolo, che è qualche cosetta piu di ciascuno di lati de dui altri quadri giacenti ne gli dui altri lati del medesimo triangolo, & questo sicuramente senz'alcun dubbio si puo dire essere il lato del maggior quadro, che puo esser collocato in esso triangolo, per il che egli è molto da advertire in simile proposte, per che quando si dimanda il maggior quadro egli è necessario constituir quello talmente che uno de suoi lati, giaci nel minor lato del proposto triangolo, come appar in questa nostra operatione.

Trigesimoquinto

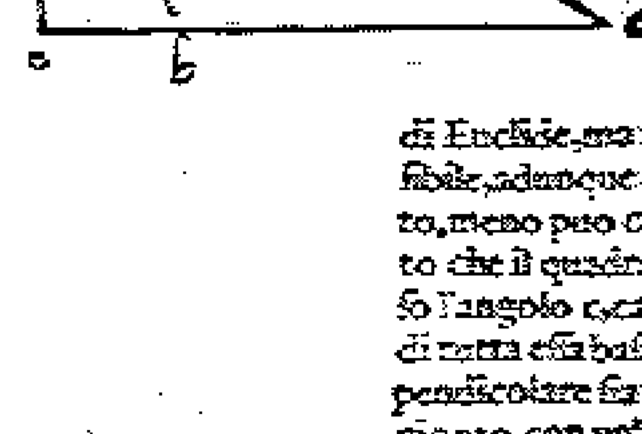
Ancor egli è il triangolo a b c, che ha tutti e suoi lati proportionali in la continua proportionalità sesquialtera, & la sua area è 175. Si dimanda quanto è ciascun di pordetti suoi lati.



Per schivar gli rotti piu che sia possibile poneremo che il primo lato cioè il minore sia 8 co. che il secondo cioè il mezzano verrà poi a esser 12 co. & il terzo idest, il maggiore, 18 co. & volendo la sua area teniremo questo modo, cioè che prima summaremo tutti questi lati che si trovaremo essere 38 co. dellaqual summa ne pigliaremo la metà laqual è 19 co. & di queste 19 co. ne detraremo 8 co. cioè il minor lato che restaranno 11 co. lequal 11 co. multiplicate per 19 co. cioè per detta metà della summa de tutti e lati di esso triangolo faranno 209 cen. Et ancora di dette 19 co. detraremo 12 co. cioè il secondo lato che restarà 7 co. lequal multiplicate via 209 cen. farà 1463 cu. Et ancora detraremo il terzo lato, cioè 18 co. per delle dette 19 co. che restarà 1 co. laqual moltiplicandola in 1463 cu. farà 1463 cece. de lequali 1463 cece. pigliandone la radice, quella farà la vera area del proposto triangolo. Ma perche 1463 non, è numero quadrato, la radice de 1463 cece. se dirà per cosi sordamente R 1463 cece. Et questa tal radice, è equale all'area del detto triangolo cioè, a 175. Et levando ditta radice dell'equatione, cioè multiplicando gli estremi di quella, ciascuno in se medesimi, si haverà poi 1463 cece. equali a 30625. & partendo esso numero, cioè 30625 per il numero di cece. videlicet per 1463 ne verrà 20 $\frac{1365}{1463}$ per valuta de 1 sol cece. dellaqual valuta pigliandone la radice della radice laqual è pur R R 20 $\frac{1365}{1463}$ quella sarà la valuta de 1 sol co. Et perche ponessimo il minor lato del detto triangolo 8 co. il mezzano 12 co. & il maggiore 18 co. moltiplicando detta radice de R 8 R 12 & R 18, si verrà la quantità de ciascuno di essi lati. Ma volendo multiplicare detta radice de radice per detti numeri, le necessario ridurre ciascuno de quelli a radice de radice, cio è a quadrato de quadrato. Essempli gratia volendo multiplicare R R 20 $\frac{1365}{1463}$ per 8, multiplica detto 8 in si medesimo fa 64 & ancor 64 in si medesimo fa 4096. Et questo 4096 multiplica per 20 $\frac{1365}{1463}$ che fa 85741 $\frac{857}{1463}$ delqual prodotto pigliandone la radice dela radice che sarà pur R R 85741 $\frac{857}{1463}$ questa sarà la vera quantità del minor lato. Et quella del mezzano procedendo pur per simil modo si troverà esser R R 434066 $\frac{1442}{1463}$ Et quella del maggiore R R 2197464 $\frac{168}{1463}$ Et cosi potrai dar risposta alla detta dimanda e facendone prova, trovarai che haveremo inflamente operato.

Trigesimosesto

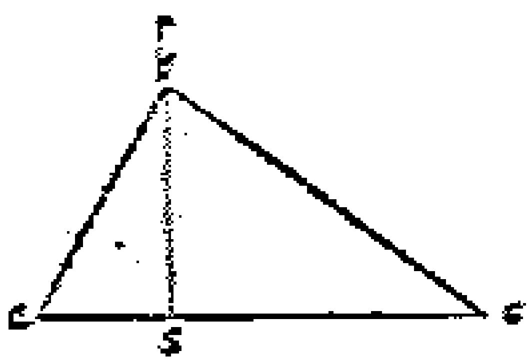
Ancor egli è il triangolo, a b c, che la sua basa, b c, è 20, & il lato a c, è 30, & la sua area superficiale, è 200. Si dimanda la notitia del lato a b.



In questo per esserci nota, l'area di esso triangolo, e gia sapendo noi che sempre del dutto della perpendicolare d'ogni triangolo, nelle metà della sua basa, ne perviene essa area superficiale. Partiremo adunque detta area laqual del presupposito, è 200 per la metà di essa basa, cioè per 10, che ci verrà 20 per la quantità di essa perpendicolare laqual perpendicolare necessariamente cade fuor del triangolo, & questo perche la non puo cader ne nel lato, a b, ne manco di dentro di esso triangolo, perche ponendosi prima per satisfaction del adversario, che quella cadesse nel lato a b, essendo la quantità sua 20, & la basa b c similmente 20 gli quadrati de 20, & 20 gionti insieme che sono 800, converriano essere equali al quadrato del lato, a c, per la penultima del primo di Euclide, ma il quadrato del lato a c, è 900, adunque 800, sarebbe equale a 900, che, è impossibile, adunque detta perpendicolare non puo cader nel lato, a b, & non potendo cader nel lato, meno puo cader di dentro del triangolo. perche ponendosi poter cader di dentro (attento che il quadrato di quella parte di basa che sarebbe) tagliata da essa perpendicolare verso l'angolo c, cadendo essa perpendicolare di dentro del triangolo, sarebbe meno che quello di tutta essa basa, cioè men de 400) Seguitarebbe maggior inconveniente, che quãdo essa perpendicolare si ponesse cader nel lato a b, idest che il quadrato di essa perpẽdicolare qual è 400 gionto con un'altro quadrato minor de 400 fosseno equali al quadrato del lato a c, videlicet a 900, che è per troppo impossibile, il che inteso, ancor che questo tal quesito possa essere talmente

mente risoluto senza algebra, nondimeno trattando noi di algebra, voglio che algebraicamente per maggior utilità de gli studenti lo risolviamo. Ponendo che il lato, a b, sia 1 co. Et perche il predetto nostro nella duodecima del secondo, ne dimostra che il lato che riguarda l'angolo obtuso, puo tanto più de gli altri dui lati contenenti esso angolo obtuso, quanto e quello che è contenuto due fiate sotto uno di detti dui lati, & quella linea a se direttamente congionta al detto angolo obtuso taglinta della perpendicolare di fuori del triangolo, quadraremo la basa b c, cioe 20 che fa 400. Et finalmente quadraremo il lato, a b, cioe 1 co. che fa 1 ce. & questi dui quadrati detraremo del quadrato del lato, a c, cioè de 900, che restarà 500 men 1 ce. per il doppio di quello ch'è contenuto sotto la basa b c, & la linea o b, a se direttamente congionta a l'angolo, b, obtuso tagliata dalla perpendicolare, a o, di fuor del triangolo. E pigliando la metà d'esso 500 men 1 ce. laquale è 250 men ½ ce. questa sarà una sol volta quello che è contenuto sotto la detta basa b c, & la detta linea o b, & partendo essa metà per la detta basa cioè per 20, ci verrà 12 ½ men $\frac{1}{40}$ ce. per la quantità di detta linea o b, il quadrato dellaquale che è 156 ¼ p̃ $\frac{1}{1600}$ cece. men $\frac{5}{8}$ ce. aggionto con il quadrato della perpendicolare a o, laqual è 400, che fa in tutto 556 ¼ p̃ $\frac{1}{1600}$ cece. men $\frac{5}{8}$ ce. tal summa sarà eguale al quadrato del lato, a b, cioè a 1 ce. & restorando le parti si haverà poi 890000 p̃ 1 cece. equali a 2600 ce. adimezzando il detto numero del ce. è l'una di dette metà multiplicando in se che fa 1690000, & di detta multiplicatione detrahendo 890000 ci restarà 800000, delqual restando presa la radice ch'è pur R 800000, & quella detratta di detta metà del numero di ce. ci restarà 1300 men R 800000, per valuta de 1 sol censo, (Atteso che in questo loco aggiongendo essa radice sopra la detta metà del numero di ce. non fa lo effetto del detto nostro questo come per esperientia ciascuno puo vedere) delqual ce. pigliandone la radice. Secondo gli modi & ordeni posti a i lochi suoi, quella sarà la valuta de la co. cioè R. V. (650 p̃ R 222500) men R V. (650 men R 222500) e tanto se dirà essere il detto lato, a b.

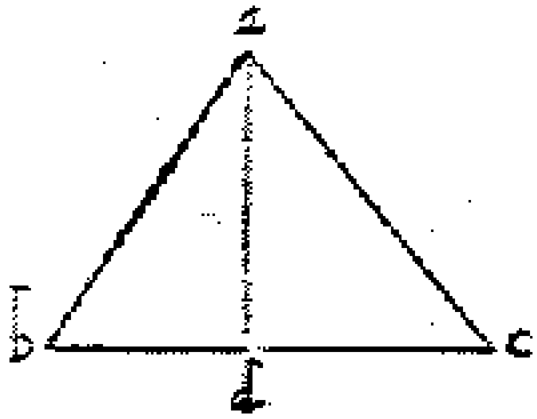
Ma pigliando il lato, a c, qual è 30, per basa di esso triangolo (come in questa seconda figuratione) essendo dal presupposito l'area superficiale di quello, 200, la perpendicolare cadente dall'angolo opposito a essa basa verrà a esser 13 ⅓ che si trova partendo detta superficie, cioè 200 per la metà di essa basa, cioè per 15. E ponendo pur ancora il detto lato, a b, ignoto esser 1 co. detraremo il quadrato di essa perpendicolare quale è 177 $\frac{7}{9}$ del quadrato del lato b c, che è 400, che ci restarà 222 $\frac{2}{9}$ per il quadrato della parte, s c, di detta basa, laqual parte giace tra la perpendicolare, b s, & l'angolo, c, delqual quadrato pigliandone la radice, laqual e pur R 222 $\frac{2}{9}$ quella sarà la propria longezza di essa parte, s c, di basa, laqual parte essendo detratta di tutta essa basa che e 30, ci restarà 30 men R 222 $\frac{2}{9}$ per l'altra parte, a s, della medesima basa il quadrato dellaqual parte, a s, aggionto con quello della perpendicolare, b s, la summa loro a da essere eguale al sol quadrato del lato a b. Ma il quadrato della parte, a s, di detta basa, è 1122 $\frac{2}{9}$ men R 800000. Et quello della perpendicolare, b s, è 177 $\frac{7}{9}$ come e stato detto di sopra, che gionti insieme fanno in tutto 1300 men R 800000. Et il quadrato del lato a b, è 1 ce. Adunque 1 ce. val 1300 men R 800000 & la co. val la sua radice, come di sopra e stato deffinito, senza che più lo replicar.



Et volendo fare questa operatione di trovare la quantità del detto lato a b, senza algebra, sapendosi di sopra trovato (quando nella sopradetta prima figuratione del presente questo fu posto il lato, b c, idest 20 esser basa del detto triangolo) che la perpendicolare dedutta da l'angolo opposito a detta basa essere ancor lei 20, & che quella necessariamente cadde fuor di esso triangolo, quadraremo questa perpendicolare, & il suo quadrato qual è 400, detraremo di quello del lato, a c, che è 900 che ci restarà 500, per il quadrato de tutta la linea o c, laqual e composta della basa, b c, di esso triangolo, & della linea, o b, a se direttamente congionta al l'angolo obtuso, tagliata dalla perpendicolare di fuor del triangolo, delqual quadrato pigliandone la radice, laqual se dice pur R 500, & di quella detratta la detta basa b c, cioe 20 ci restarà R 500 men 20, per la sola linea, o b, il quadrato dellaqual linea, o b, aggionto co quello della perpendicolare, a o, di essa prima figuratione, tal summa per la penultima del primo del sopra allegato nostro sarà equale al quadrato del lato, a b, ignoto. Ma il quadrato di detta linea, o b, è 900 men R 800000, & quello della perpendicolare, a o, è 400, che gionti insieme fanno ben 1300, men R 800000 per lo quadrato di detto lato, a b, ignoto, delqual pigliandone poi la sua radice, quella sarà la vera longezza di esso lato. Si come ancor di sopra e stato dechiarito.

Trigesimosettimo

Pretera egli è il triangolo equilatero, a b c, che la sua superficie, è eguale alla quantità con laquale vien nominato un de suoi lati. Si dimanda la notitia di essa superficie.

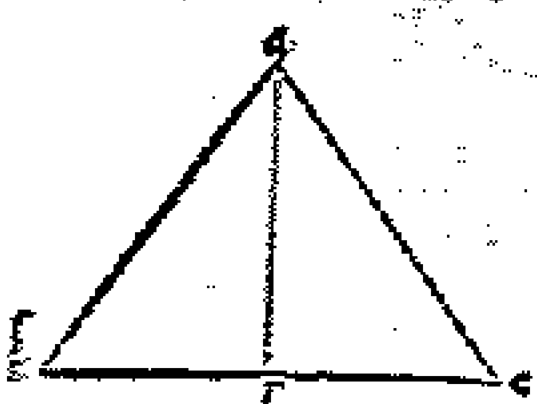


Egli è da sapere, che la perpendicolare dutta da qual si vogli angolo del triangolo equilatero al lato, opposito, quella necessariamente cade nel meggio di esso lato, & ciò si farà chiaro & manifesto per la penultima del primo del megarense Filosopho, imperoche il quadrato di cadauno di altri dui lati a, ha da essere eguale al quadrato di essa perpendicolare, & al quadrato di quella parte di base, a cadauno di detti lati cōterminale, laqual parte vien distinta over assignata da essa perpendicolare, laqual perpendicolare pongo che sia la linea, a d, & perche cadauno de essi lati dal presupposito sono eguali, & linee eguali producono eguali quadrati, seguita gli quadrati de dui lati, a b, & a c, esser tra loro eguali. Et perche quello dello, a b, per la detta penultima del primo del detto nostro è eguale a quello della perpendicolare, a d, & a quello della parte, b d, della base, b c, gionti insieme. Similmente quello del lato a c, è eguale a quello di detta perpendicolare, a d, & a quello de l'altra parte, d c, di essa base pur gionti insieme. Adunque il quadrato della parte b d, della base, insieme con quello della perpendicolare sono eguali al quadrato de l'altra parte, d c, di essa base, & a quello di essa medema perpendicolare, a d, per insieme gionti, per il che detrahendo egualmente de l'una & l'altra di queste due somme eguali, il quadrato di detta perpendicolare per commune scientia, restaranno gli quadrati di esse due parti a d, & d c, eguali. Et perche come è ancor detto di sopra gli quadrati eguali sono fatti da linee eguali, seguita che dette due parti, a d, & d c, di detta base siano tra loro eguali.

Hor ponimo, che cadauno di lati di esso triangolo a b c, per esser eguali siano 1 co. per il che cadauno delle parti a d, & d c, della base di quello distinte over assegnate dalla perpendicolare dotta da l'angolo a, di quello a essa base per quello che di sopra si ha dechiarito, sarà meggia co. Adunque detrahendo il quadrato de $\frac{1}{2}$ co. il qual è $\frac{1}{4}$ ce. del quadrato di qual si vogli di dui lati, a b, over a c, che sono cadauno di loro, 1 ce. restarà $\frac{3}{4}$ ce. per il quadrato della perpendicolare, a d, del qual quadrato pigliandone la radice, laquale è pur R $\frac{3}{4}$ ce. quella sarà la quantità di essa perpendicolare, laqual perpēdicolare moltiplicata nella metà della base, cioè in mezza co. ci verrà la superficie di esso triangolo. Ma a moltiplicare R $\frac{3}{4}$ cen. in $\frac{1}{2}$ co. egli è necessario quadrar $\frac{1}{2}$ co. che fa $\frac{1}{4}$ ce. & questo quadrato cioè $\frac{1}{4}$ ce. moltiplicato per quello della perpendicolare idest per $\frac{3}{4}$ ce. che fa $\frac{3}{16}$ cece. & di questo prodotto pigliarne la sua radice laqual è per R $\frac{3}{16}$ cece. quella sarà la superficie del detto triangolo, laqual superficie ha da essere eguale dal presupposito alla quantità de uno de i lati del proposto triangolo, cioè a 1 co. dunque R $\frac{3}{16}$ cece. sarà eguale a 1 co. è moltiplicando cadauno de essi estremi in se medesimi per levar detta radice, si haverà poi $\frac{3}{16}$ cece. eguali a 1 ce. Et schisando ancor questi ultimi estremi per 1 ce. si haverà finalmente $\frac{3}{16}$ ce. eguali a 1 per numero, è partendo 1 per $\frac{3}{16}$ ci verrà 5 $\frac{1}{3}$ per valuta de 1 ce. del qual pigliandone la radice, laqual è pur R 5 $\frac{1}{3}$ quella sarà la valuta della co. e tanto se dirà essere l'area superficiale del proposto triangolo cioè R 5 $\frac{1}{3}$ è parimenti R 5 $\frac{1}{3}$ detto triangolo sarà per ciascuna sua faccia.

Trigesimottavo

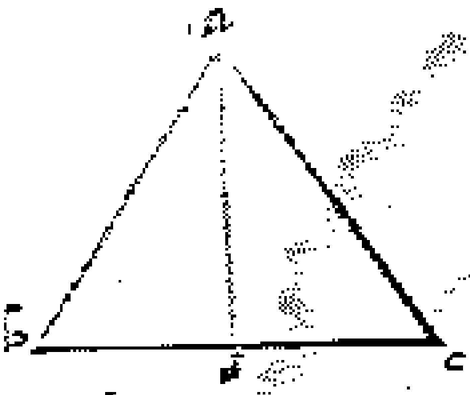
Ancor egli è il triangolo equilatero, a b c, che la sua superficie, è eguale alla sua perpendicolare a d, si dimanda la quantità di essa superficie.



Poni pur ancora, come nel precedente che cadauno di lati del proposto triangolo sia 1 co. per che ancor cadauna delle parti b d, & d c, della b c, di quello saranno $\frac{1}{2}$ co. è detrahendo il quadrato de una qual si vogli di esse parti, de quello di uno qual si vogli de dui lati a b, & a c, cioè $\frac{1}{4}$ cen. de 1 cen. restarà $\frac{3}{4}$ cen. per il quadrato della perpendicolare a d, del qual pigliandone la radice, che è pur R $\frac{3}{4}$ cen. & quella moltiplicando nella metà della base, b c, cioè in $\frac{1}{2}$ co. ne verrà R $\frac{3}{16}$ cece. per la superficie di esso triangolo qual superficie dal presupposito, ha da essere eguale a detta perpendicolare, cioè a R $\frac{3}{4}$ ce. & moltiplicando detti estremi in se medesimi per levar le radici, si haverà poi $\frac{3}{16}$ cece. eguali a $\frac{3}{4}$ ce. & schisando per ce. si haverà finalmente $\frac{3}{16}$ ce. eguali a $\frac{3}{4}$ numero è partendo $\frac{3}{4}$ per $\frac{3}{16}$ ci verrà 4 per valuta de 1 ce. del qual pigliandone la radice, laqual è 2 quella sarà la valuta della co. e tanto è cadauno di lati del proposto triangolo idest, 2 & la sua perpendicolare è R 3. Similmente la sua superficie è pur R 3. &c.

Ancor

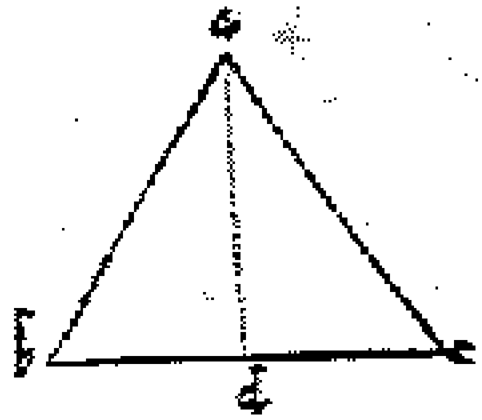
Trigesimonono



Ancor egli è il triangolo equilatero, a b c, che la sua superficie, è equale alla summa de tutti tre è suoi lati. Si dimanda la quantità di essa superficie, & de cadauno di predetti tre lati.

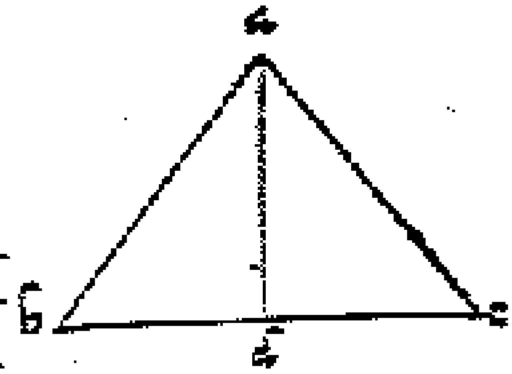
Sia posto cadauno lato essere 1 co. che seguitarà, cadauna delle parti, b d, & d c, della basa b c, essere $\frac{1}{2}$ co. Et detrahendo il quadrato de $\frac{1}{2}$ co. qual è $\frac{1}{4}$ cen. fuor di quello de uno de i lati a b, over a c, qual è 1 cen. restarà $\frac{3}{4}$ cen. per il quadrato della perpendicolare, a d, & multiplicando la radice di esso quadrato di detta perpendicolare la qual è ℞ $\frac{3}{4}$ cen. nella metà della basa, cioè in $\frac{1}{2}$ co. ne venirà ℞ $\frac{3}{16}$ cece. per la superficie del detto triangolo, laqual superficie, a da essere equale a tutte tre le radici over lati di quello videlicet a 3 co. Et multiplicandosi detti estremi in se medesimi per levar detta radice della equatione, haveremo poi $\frac{3}{16}$ cece. eguali a 9 ce. & schifando per ce. haveremo finalmente $\frac{3}{16}$ ce. eguali a 9 & partendo 9 per $\frac{3}{16}$ ci venirà 48 per valuta de 1 cen. delqual pigliandone la radice, che è pur ℞ 48, quella sarà la valuta della co. e tanto è cadauno lato del detto triangolo idest ℞ 48 per il che tutti tre gli lati di quello in summa saranno ℞ 432 Similmente la superficie di esso triangolo sarà pur ℞ 432 che è il proposito. &c.

Quadragesimo



Ancor egli è il triangolo equilatero a b c, che la sua superficie è equale al quadrato de uno de suoi lati men 4, si dimanda la quantità di essa superficie. Poneremo pur come ne gli passati, che cadaun di lati di esso triangolo sia 1 co. perche ancor le parti, b d, & d c, della basa di quello verranno ad essere $\frac{1}{2}$ co. & detrahendo il quadrato d'una di esse parti, b d, over, d c, di quello de uno di lati a b, over a c, cioè $\frac{1}{4}$ cen. de 1 ce. restarà $\frac{3}{4}$ per ce. per il quadrato della perpendicolare, a d, la radice della quale, multiplicata nella metà della basa, cioè in $\frac{1}{2}$ co. farà pur ℞ $\frac{3}{16}$ cece. per la superficie di esso triangolo (come ne gli tre quesiti passati) laqual superficie, a da essere equale dal presupposto al quadrato de uno di lati del detto triangolo men 4 videlicet a 1 ce. men 4. Et multiplicando questi estremi in se medesimi per levar detta radice, haveremo poi $\frac{3}{16}$ cece. eguali a 1 cece. ₚ 16 men 8 ce. & restorando le parti, & reducendo a 1 cece. si haverà finalmente 1 cece. ₚ 19 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ eguali a 9 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ & dimezzando esso numero de ce. & l'una metà multiplicando in se medesima che fa 24 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ & di esso prodotto detrahendo il numero della equatione cioè 19 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ che restarà 4 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ delqual residuo pigliando la sua radice, laqual è pur ℞ 4 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ & essa radice aggiongendo sopra la detta metà del numero di ce. videlicet sopra 4 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ detta summa sarà la valuta de 1 sol ce. idest 4 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ ₚ ℞ 4 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ del qual censo, pigliandone la radice, che si trovarà per gli modi dati a suoi proprii lochi essere ℞ V. (2 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ ₚ ℞ 4 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$) ₚ ℞ V. (2 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ men ℞ 4 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$) quella sarà la valuta de 1 co. e tanto dirai esser cadauno di lati del detto triangolo. Et volendosi conseguire la sua superficie con quella più facilità che possibil sia, teniremo questo ordine, cioè che piglieremo la quarta parte della valuta di esso censo per il quadrato di una delle parti b d, over d c, della basa di esso triangolo (attento, che il quadrato de una linea, che è, la metà d'un'altra è sempre la quarta parte del quadrato di quella che gli è doppia) laqual quarta parte, è 1 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ ₚ ℞ $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ & questo quadrato detraremo dil detto suo quadruplo idest de 4 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ ₚ ℞ 4 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ che ci restarà 3 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ ₚ ℞ 2 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ per il quadrato della perpendicolare, a d, il qual quadrato di essa perpendicolare multiplicandolo con quello della metà della basa, idest cō quello di una delle dette parti b d, over d c, di essa basa, cioè, c 1 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ ₚ ℞ $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ & dil prodotto qual è, 5 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ ₚ ℞ 15 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ pigliandone la radice laquale se ben operarai si troverà esser ℞ 4 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ ₚ $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ quella sarà la superficie di esso triangolo, cioè ℞ 4 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ ₚ $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ che è ben equale al quadrato de uno di lati dil detto triangolo men 4 cioè a 4 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ ₚ ℞ 4 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ detrattone 4, che a pūcto resta ℞ 4 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ ₚ $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ come è la detta superficie.

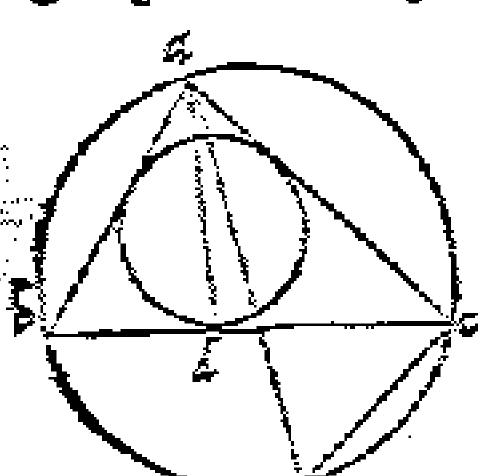
Quadragesimoprimo



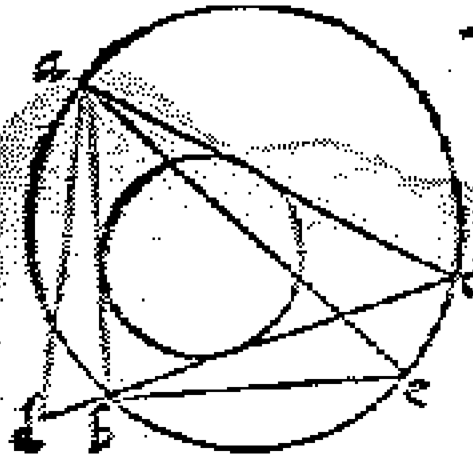
Ancor egli è il triangolo equilatero a b c, che la sua superficie multiplicata per 12 è equale alla summa di quadrati di tutti tre e suoi lati ₚ 10 si dimanda la quantità di essa superficie, & di cadauno di essi lati.

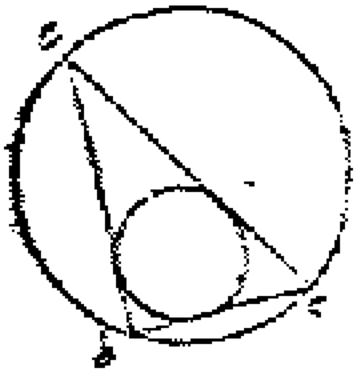
Ponendo che uno di lati dil detto triangolo sia 1 co. Sarà cadauna delle parti b d, & d c della basa b c, $\frac{1}{2}$ co. & il quadrato di qual si voglia de dui lati a b, over b c, sarà 1 ce. dalquale detrahendo il quadrato di una delle ditte parti di basa, cioè $\frac{1}{4}$ ce. restarà $\frac{3}{4}$ ce. per il quadrato della perpendicolare, a d, e multiplicando la radice di quello quadrato di detta perpendicolare in una delle dette due parti b d, over d c, di basa, per esser cadauna di loro la metà di quella ci perveniria ℞ $\frac{3}{16}$ cece. per la superficie di esso triangolo, laqual superficie multiplicata per 12 che fa ℞ 27 cece. questo prodotto sarà equale alla summa di tutti tre e lati dil detto triangolo aggionto gli perho sopra, 10 cioè a 3 ce. ₚ 10. & multiplicādo cadauno de gli estremi di detta eguagliatione in se mede fatti, si hauerà poi 27 cen. cen. eguali a 9 cen. cen. p̄ 60 ce. p̄ 100, & leuando gli superflui, & reducendo la equatione alla sua maggior unità come comanda el capitolo, si hauera finalmente 1 cen. cen. eguale a 5 [illegible] ce. p̄ 5 [illegible], hor smezzando il detto numero de ce. & l'una metà laqual è 2 [illegible] multiplicata in se medesima che fa 2 [illegible], & il prodotto di essa moltiplicatione aggiongendo con il numero della equatione cioe con 5 [illegible] farà 8 [illegible] della qual summa pigliandone la radice, laqual e pur ℞ 8 [illegible] & a quel aggiongendogli detta metà del numero di ce. si hauerà in tutto ℞ 8 [illegible] p̄ 1 [illegible] per ualuta de 1 sol ce. delaquale pigliandone la radice, laqual è ℞ V. (℞ 2 [illegible] p̄ ℞ 1 [illegible]) p̄ ℞ V. (℞ 2 [illegible] men ℞ 1 [illegible]) questa sarà la ualuta della co. & tanto se dirà essere ciascuno lato ouer faccia del detto triangolo, cioe ℞ V. (℞ 2 [illegible] p̄ ℞ 1 [illegible]) p̄ ℞ V. (℞ 2 [illegible] men ℞ 1 [illegible]) & uolendosi poi conseguire la superficie di esso triangolo, con quello manco disturbo che possibile sia, le da esser tenuto il modo della precedente, cioe, che del quadrato de uno di lati di esso triangolo, qual habbiamo trouato essere ℞ 8 [illegible] p̄ 1 [illegible] ne sia pigliata la sua quarta parte per il quadrato dell'una delle ditte parti b d, ouer d c, della basa del detto triangolo, laqual quarta parte è ℞ [illegible] p̄ [illegible], & questo quadrato sia detratto dal detto suo quadruplo cioe de ℞ 8 [illegible] p̄ 1 [illegible] che restarà ℞ 4 [illegible] p̄ 1 [illegible] per il quadrato della perpendicolare a d, ilqual quadrato multiplicato con quello della metà della basa b c, cioe con il quadrato di una di dette due parti b d, ouer d c, di essa basa il qual di sopra habbiamo trouato esser ℞ [illegible] p̄ [illegible] & del prodotto di tal multiplicatione ilqual è ℞ 2 [illegible] p̄ ℞ 3 [illegible] pigliandone la radice laqual è 1 [illegible] p̄ ℞ 2 [illegible] questa sarà ueramente la superficie di esso triangolo, laqual multiplicata per 12 fa 15 p̄ ℞ 75, & ancor multiplicato il quadrato de un di lati di esso triangolo cioe ℞ 8 [illegible] p̄ 1 [illegible] per 5 fa ℞ 75 p̄ 5 ilqual prodotto aggiongendoli 10 fa bene a punto ℞ 75 p̄ 15, come fa la detta superficie di esso triangolo multiplicata per 12 che è il proposito, &c.

Quadragesimosecondo. Egli è il triangolo a b c, al qual e gli è inscritto dentro un cerchio, & un altro gli ne è circumscritto di fuori, il diametro dello inscritto è 8 & quello del circumscritto è 25, Et il prodotto del detto del lato a b, nel lato a c è 300, si dimanda la notitia de ciascun lato di esso triangolo, & ancor dell'area sua.



Sia prima tirato il diametro a e, del cerchio circumscritto a detto triangolo a b c, poi sia protratta la linea e c, & ultimamente sia deduta la perpendicolare dell'angolo a del detto triangolo a b c, al suo lato opposito cioe alla basa b c, laqual pongo esser la linea a d, che fatto questo si hauera fatti gli dui triangoli a b d, & a e c, equiangoli, che cosi lo approbo, videlicet, perche l'angolo a b d, del triangolo a b d, & langolo a e c, del triangolo a e c, hanno ambidui una medesima basa de circumferentia laqual è l'arco a c, quelli saranno per la uigesimaprima del terzo di Euclide tra loro equali, & perche ancor l'angolo a d b, del triangolo a b d, causato ouer fatto dalla perpendicolare a d, è retto, similmente l'angolo a c e, del triangolo a e c, per esser fatto nel mezzo cerchio per la trigesimaprima del detto terzo, e ancor lui retto, seguita per la trigesima del primo di esso nostro quello che di sopra habbiamo detto, cioe il triangolo a b d, esser equiangolo al triangolo a e c, e perho gli lati de quelli sono proportionali in questo modo, videlicet, che la proportione del lato a b, del triangolo a b d, al lato a e, del triangolo a e c, ilqual lato a e, è il diametro del detto cerchio circumscritto al triangolo a b c, e come dalla perpendicolare a d, lato del triangolo a b d, al lato a c, del triangolo a e c, & etiam del triangolo a b c, per laqual cosa il dutto della prima (di queste quatro linee proportionali) nella quarta per la decimasesta del detto sesto sarà eguale a quello che, e contenuto sotto le altre due, idest, sotto la perpendicolare a d, & il diametro a e, del cerchio circumscritto a detto triangolo a b c, ma il dutto dell'una in l'altra cioe prima & quarta di queste quatro linee proportionali (lequal sono gli dui lati a b, & a c, del triangolo a b c) e, 300 dal presupposito, adunque della multiplicatione del diametro a e, seconda, nella perpendicolare a d, tercia, ne debbe peruenire finalmente 300, & perche il diametro e posto essere 25 se partiremo 300 per 25 ne uenira 12 per la quantita della perpendicolare a d, ma quando la perpendicolare a d, cadde fuor del triangolo, come in questa seconda figuratione sia protratta la linea b e, che sarà poi il triangolo a d c, equiangolo al triangolo a b e, perche hauendo l'angolo a c d, & l'angolo a e b, una medesima basa di circumferentia quelli uengono a esser fatti in una medesima portione di cerchio laqual è la portione a c e b, e perho sono tra loro equali per la sopradetta uigesimaprima del terzo similmente perche l'angolo a d c, fatto dalla perpendicolare a d, e retto, & etiam l'angolo a b e, per esser fatto nel mezzo cerchio a b e, per la sopradetta trigesimaprima del terzo e perretto seguita senz'alcun dubbio per la trigesimaseconda del primo del detto nostro il triangolo a d c.

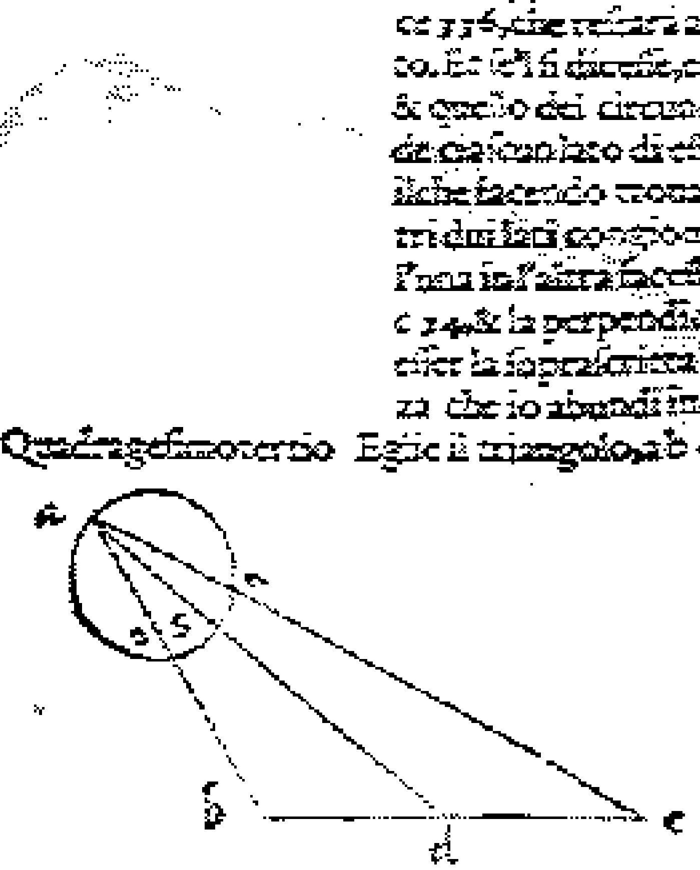




golo, a d c, essere equiangolo al triangolo, a b c, per il che la proportione del lato, a c, del triangolo, a d c, al lato a c, del triangolo, a b c, sarà come dal lato, a d, del triangolo a d c, al lato, a b, del triangolo, a b c, per il che di 2000 il dutto del lato, a c, prima, nel lato, a b, quarta, sarà eguale al dutto della perpendicolare, a d, tertia nel diametro, a c, seconda. Et quando essa perpendicolare cadesse nel lato del triangolo, come in questa tertia figuratione, all'hora il lato, a c, sarebbe il diametro del cerchio, che circonscriveria tal triangolo, per che essendo il lato a b, perpendicolare sopra la basa b c, l'angolo, a b c, verria a esser retto, & essendo retto quello per il conuerso modo della già detta trigesimaprima del tertio, verria a esser fatto nel meggio cerchio. & essendo fatto nel meggio cerchio, il detto lato, a c, verrebbe a esser il diametro de tal cerchio come habbiamo detto, Et essendo il detto lato, a c, diametro del detto cerchio, & lo lato, a b, perpendicolare, seguita ancora che il dutto de l'uno in l'altro de gli detti dui lati, a b, & a c, sia eguale al dutto della perpendicolare, a b, nel diametro, a c, anzi e quel medesimo perche essa perpendicolare e diametro, sono gli medesimi lati. Et per che come piu uolte in altri lochi habbiamo detto, del dutto di meggio il diametro del cerchio inscritto a ogni triangolo nella metà de tutti gli lati di quello, ne perviene la superficie di esso triangolo. Similmente del dutto della metà della perpendicolare nella basa d'ogni triangolo ne perviene pur ancor essa superficie de tal triangolo, saranno adunque gli lati de questi tai prodotti proportionali in questa forma videlicet, che dal meggio diametro del cerchio inscritto a tal triangolo che in questo loco, e 4 alla metà della perpendicolare di quello, che qui e 6, sarà come della basa di esso triangolo, che qui e la b c, laqual pongo essere 1 co. alla metà de tutti e suoi lati. Adunque moltiplicando 6 per 1 co. & il prodotto qual e, 6 co. partendo per 4 ci uerrà 1 $\frac{1}{2}$ co. per la metà de i lati del detto triangolo, a b c, gli quali essendo duplicati ci uerrà 3 co. per la summa de tutti essi lati. De iquali abbattendone la basa scilicet, 1 co. restarà, 2 co. per ambidui gli lati, a b, & a c, di quello congionti insieme. De iquali bisogna farne due tal parti che del dutto dell'una in l'altra, ne peruenghi, 300, il che si fa in questo modo videlicet pigliando la metà di esso congionto, laqual e, 1 co. e quadrandola che fa 1 ce. delaqual ce. se ne abbatte, 300, che resta 1 ce. men 300. delqual residuo, se piglia la sua radice, laqual e R V. 1 ce. men 300. Et questa si aggionge sopra 1 co. & ancor si abbatte de 1 co. che quando e aggionta fa, 1 co. piu R V. (1 ce. men 300.) per il maggiore de detti dui lati, cioe per lo, a c, & quando e abbattuta resta 1 co. men R V. (1 ce. men 300) per lo minore, cioe per lo, a b, hor siano quadrati questi dui lati, che per lo maggiore si hauera 2 ce. men 300 piu R V. (4 cece. men 1200 ce.) Et per lo minore 2 ce. men 300 men R V. (4 cece. men 1200 ce.) Et di poi sia abbattuto il minor del maggior, che restarà R V. (16 cece. men 4800 ce.) & questo tal residuo sia diuiso per la basa, b c, cioe per 1 co. che ne uerrà R V. (16 ce. men 4800) & questo tal auenimento sia detratto di essa basa, cioe de 1 co. che restarà 1 co. men R V. (16 ce. men 4800) & di questo residuo ne sia presa la metà, laqual e $\frac{1}{2}$ co. men R V. (4 ce. men 1200) che essa metà sarà la minor parte di essa basa, b c, laqual parte vien definita & assignata ouer taglia ta della perpendicolare dutta da l'angolo, a di esso triangolo a detta basa, cioe la parte, b d, videlicet, quando detta perpendicolare cade di dentro dal detto triangolo. Ma quando quel la cadesse di fuori, doue hauemo detratto R V. (16 ce. men 4800.) de 1 co. bisognerebbe detrare 1 co. de R V. (16 ce. men 4800) che restarebbe R V. (16 ce. men 4800) men 1 co. & poi di tal residuo pigliarne la metà laqual sarebbe. R V. (4 ce. men 1200) men $\frac{1}{2}$ co. che essa me ta sarebbe la quantità della linea, laqual andrebbe aggionta in continuo e diretto a detta basa, b c, dalla parte del ponto, b fino al ponto, doue caderebbe essa perpendicolare di fuor del triangolo, laqual pongo esser la linea, b d, della seconda figuratione. Ma perche qui non si cognosce se detta perpendicolare cade di dentro, o di fuori, ouer nel lato di esso triangolo perche lo perho non uoglio che sia posto mente a questo fino che la si hauera trouata in luce perche egli e il procedere di sorte tale, che qui non importa niente, a sapere se essa perpendicolare cadde di dentro o di fuori, ouer nel lato di esso triangolo, impero che in ogni modo, questa metà del residuo, che resta doppoi detratta. R V. (16 ce. men 4800) fuor de 1 co. ouer 1 co. fuor de R V. (16 ce. men 4800) sempre per regola generale, bisogna quadrarla, & tal suo quadrato detrarre del quadrato del lato menore, cioe della, b a. Et perche tanto fa a quadrare $\frac{1}{2}$ co. men R V. (4 ce. men 1200) quanto a quadrare R V. (4 ce. men 1200) men $\frac{1}{2}$ co. ch'e l'una di dette metà, & l'altra, fa 4 $\frac{1}{4}$ ce. men 1200 men R V. (4 cece. men 1200 cen.) come cadauno da se medemo puo esperimentare, perho cadde essa perpendicolare come si uoglia, detraremo il quadrato delqual si uogli di dette metà di essi residui fuor del quadrato del lato minore, cioe 4 $\frac{1}{4}$ ce. men 1200 men R V. (4 cece. men 1200 ce.)

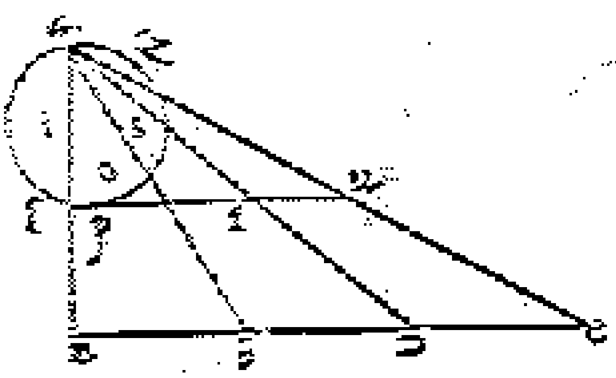
re di detto triangolo, cioè del a b, qual quadrato e 2 ce. men 900 men ℞ V 54 cecen. mē 1200 cen. che ci restarà 900 men 2 ½ ce. per il quadrato della perpendicolare, a d, ma essa perpendicolare l'habbiamo trouata esser, 12, adunque 900 men 2 ½ cen. sarà eguali al quadrato de 12, idest a 144, reguaglia le parti e ponela in luce che tu trouerai il cen. valer, 336. Et la co. la radice sua idest ℞ 336, e tanto serà la basa, b c, di esso triangolo, & gli altri dui lati, essendo tra tutti dui congionti insieme, 2 co. come di sopra si hanno trouati, quelli saranno il doppio de ℞ 336 videlicet ℞ 1344, ci resta de quelli dui lati farne doe tal parti che il dotto dell'uno in l'altro faccia, 900, & ancora di trouare la quantità dell'area superficiale de tal triangolo. Ma a diuidere il congionto de essi dui lati idest ℞ 1344, talmente, che il detto dell'uno in l'altro faccia, 900 pigliaremo la metà de ℞ 1344 laqual e per ℞ 336, & del suo quadrato qual e 336, ne abbatteremo 900, che restarà, 36, del qual residuo pigliandone la radice laqual e 6, & quella posta sopra ℞ 336, & ancor detratta de ℞ 336 che quando è aggionta ne viene ℞ 336 p̄ 6 per lo lato maggiore de detto triangolo, cioè per lo, a c, & quando e detratta ne resta ℞ 336 mē 6 per lo menore, cioè per lo, a b, & cosi diremo, che il lato menore, a b, del proposito triangolo a b c, e ℞ 336 men 6, & lo a c, maggiore ℞ 336 p̄ 6, & la basa b c, ℞ 336. Et volendosi ancor l'Area superficiale di esso triangolo multiplicheremo, la metà della perpendicolare, a d, nella basa, b c, idest 6, in ℞ 336, che ne uerrà ℞ 12096 per detta area superficiale, & a questo modo, uenimo ad hauer satisfatto a quanto ci e stato proposito dil che volendone far proua, quadra il lato, a c, qual lato habbiamo trouato esser ℞ 336 p̄ 6 che fa 372 più 12 fiate ℞ 336, del qual quadrato detrazene quello del, a b, (quale per hauerlo trouato detto lato, a b, esser ℞ 336 men 6 vien a essere, 372 men 12 fiate ℞ 336) che restarà 24 fiate ℞ 336, qual residuo (secondo il soprascritto nostro general proceder in ritrouare doue cadde la perpēdicolare de ogni triangolo) e da esser partito ouer diuiso per la quantità della basa, cioè per ℞ 336, che ne uerrà 24, imperoche essendo tal residuo, 24 volte essa ℞ 336, partēdo quello per una fiata essa medema ℞ 336, quella senz'alcun dubbio ne intrerà a punto, 24 fiate, ilqual 24 per esser più che la detta basa idest più che ℞ 336, non si puo estrahere di quella, dal che ne seguita, la cognitione, che la perpendicolare de tal triangolo cadde fuor di quello imperoche quando quella cadesse di dentro, lo adenimento dil detto partire, esso residuo che rimane della detrattione del quadrato del lato menore, fuor di quello del maggiore, si porrebbe estrahere di essa basa, & ci restaria ancor qualche cosa, & quando lo adenimento di esso partire fusse eguale a essa basa, allhora detta perpendicolare caderebbe nel lato, idest esso lato sarebbe detta perpendicolare. Adunque non potēdosi estrahere, 24 fuor de ℞ 336 sia estratta ℞ 336 fuor de 24, che restarà, 24 men ℞ 336 del qual residuo ne sia preso la metà, laqual e 12 men ℞ 84, che quella sarà la quantità della linea, b d, che va aggionta in continuo e diretto alla basa, b c, cioè dal ponto b, sino al d, doue cadde essa perpendicolare di fuor del triangolo, il quadrato dellaqual linea b d, qual e 228 men 24 volte ℞ 84, (che vien a esser 228 men 12 volte ℞ 336, per esser detta ℞ 336 doppia a ℞ 84) sia detratto del quadrato del lato, a b, qual e 372 men 12 fiate essa radice 336, che restarà apunto, 144 per il quadrato della perpendicolare, a d, che, e il proposito. Et se'l si dicesse, egli e il triangolo, a b c, che il diametro del cerchio inscritto in quello, e 14 & quello del circonscritto e 42 ½. Et il dotto dil lato, a b, nel a c, sia 680, si dimanda la notitia de ciascun lato di esso triangolo. Procederesti medesimamēte secondo che si ha fatto di sopra ilche facendo trouaresti la co. valer 42, e tanto sarebbe la basa, b c, di esso triangolo, & gli altri dui lati congionti insieme sarebbono 54 de iquali facēdone doe tal parti che il detto de l'una in l'altra facesse 680 trouaresti il minore cioè lo, a b, esser 20, & il maggiore, cioè lo, a c 34, & la perpendicolare cadere di dentro da esso triangolo, si che potrai da te medemo, per esser la soprascritta regula generale, soluere questo, & altri simili, pur che siano possibili senza che io abundi in più longo dire. &c.

Quadragesimoterzo. Egli è il triangolo, a b c, del qual il lato, a b e 30, lo a c, 40 & la basa b c e 20, & dal ponto, a, è



condotta alla detta basa b c, la linea, a d, laqual diuide essa basa in doe parti eguali in ponto, d, & faccio un cerchio di tal qualità, che il lato del pētagono, a esso medesimo cerchio inscritto, e 10, & la circumferentia di esso cerchio transisse per il detto ponto, a, segando le tre linee a b, a c, & a d, talmente che quello che, e contenuto sotto tutta la, a b, & quella sua parte, a o, che rinchiude dentro di se il detto cerchio, & ancor quello, che e contenuto sotto tutta la, a c, & quella sua parte, a e, che rinchiude pur di dentro di se el medesimo cerchio, ambi dui questi prodotti aggionti insieme sono doppi a quello ch'è prodotto da tutta la a d, in quella sua parte sua parte a s, che ancor rinchiude dentro di se, il medesimo cerchio. Si dimanda, quanto cadde lontano, il centro del detto cerchio a cadauno de gli tre ponti, b, d, & c. Et etiam quanto saranno cadauna delle parti a o, a s, & a n di esse tre linee a b, a d, & a c, lequal parti rinchiude over taglia dentro di se il detto cerchio.

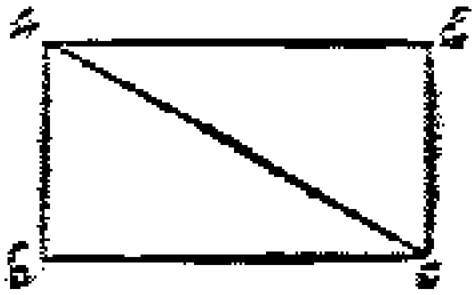
Prima & principalmente le necessario di sapere dove cadde il centro d'un tal cerchio, che tagli over seghi le dette tre linee, a b, a d, & a c, secondo la detta conditione, cioe che gli rettangoli contenuti sotto cadauna delle due, a b, & a c, in le sue parti a o, & a n, lequal parti rinchiude detro di se il detto cerchio aggionti insieme, siano doppii al solo rettangolo che e fatto da tutta la, a d, in la sua parte, a s, laqual pur rinchiude dentro di se il medesimo cerchio. Ilqual centro dico, sempre cadere nella perpendicolare de tal triangolo, & che ogni volta che tal centro sara affermato in detta perpendicolare, & che la circonferentia sia fatta transire per il detto ponto, a, che essa circonferentia taglierà le dette linee, secondo che si ricercha, laqual cosa geometricamente voglio dimostrare & approbare, in questo modo videlicet. Deducendo la perpendicolare, a m, dall'angolo a, di esso triangolo alla basa, b c, di quello allongata in continuo e diretto dalla parte del ponto, b, di questa seconda figuratione quanto faccia bisogno, Atento che essa perpendicolare (per esser il quadrato del lato, a c, maggiore, che no e gli quadrati de gli altri dui lati, a b, & b c, di esso triangolo aggionti insieme) cadde di fuori di quello. Et poi facendo il cerchio, a l o s n, di che grandezza mi pare & piace, pur che il diametro di quello non sia maggiore della detta perpendicolare a m, & che la circonferentia sia transitta per il ponto a, dove hanno principio & origine le dette tre linee, a b, a d, & a c, il centro del qual cerchio pongo che sia il ponto, i. Et poi dalla estremità di tal cerchio, cioe dal ponto l, tiro la linea l u, equidistante alla, m c, laqual segha tutte tre le ditte linee, a b, a d, & a c, ne gli ponti, p t u, & conciosia che l'angolo che e al ponto, m, causato dalla perpendicolare a m, sia retto, sarà medesimamente per la vigesimanona del primo di Euclide, anchora l'angolo che e al ponto, l, retto, & essendo l'angolo, l, retto per la penultima di esso primo gli quadrati delle due linee, a l, & l p, sono eguali al quadrato della, a p, ma il quadrato del a p, e eguale per la seconda del secondo del detto nostro a gli dui rettangoli contenuti sotto tutta detta, a p, & ambedue le sue parti a o, & o p, & perche quello che e contenuto sotto la detta a p, segante il detto cerchio in la sua parte estrinseca, o p, è eguale per la trigesimasesta del terzo del medesimo nostro al quadrato della, l p, tocante esso medesimo cerchio, seguita che il rettangolo contenuto sotto tutta essa, a p segante in la sua parte, a o, intrinseca al detto cerchio, sia eguale al quadrato della, a l, per il che essa, a l, sarà media proportionale (per la decimasettima del sesto del prefato nostro) tra tutta la, a p, & la sua parte, a o, cioe che la proportione, da detta a p, a detta a l, sarà come da essa, a l, alla parte, a o, della medesima, a p, anchora conciosia che la, l u, sia equidistante alla, m c, sarà per la seconda del detto sesto la proportione dalla b p, alla, a p, come dal m l, al a l, per laqual cosa permutatamente dalla b p, al m l, sarà come dal, a p, al a l, & in summa per la decimaottava del quinto del medesimo nostro, di tutta la, a b, a tutta la, a m, sarà come dal, a p, al, a l, ma dalla a p, al a l, e come dalla medesima, a l, al a o, come esta approbato di sopra. Adunque dal, a b, al, a m, è come dal, a l, al a o, per laqual cosa per la decimasesta del sesto prefato nostro, il rettangolo contenuto sotto la, a b, prima & la, a o, quarta sarà eguale al rettangolo contenuto, sotto la, a m, seconda, & la, a l, terza, & a simil modo si approvarà, che il rettangolo contenuto sotto tutta la, a d, & la sua parte a s, & ancor quello, che e contenuto sotto la, a c, & la sua parte, a n, esser eguali cadauno di loro al medesimo rettangolo, contenuto sotto la perpendicolare, a m, & il diametro, a l, per laqual cosa essendo cadauno de essi tre rettangoli contenuti sotto la, a b, & la sua parte, a o [illegible] sotto la, a d, & la sua parte, a s, & sotto la, a c, & la sua parte, a n, eguali al rettangolo contenuto sotto la perpendicolare, a m, & il diametro a l, seguita quelli esser tra loro eguali. Et perho quello che e fatto dalla, a b, in la, a o, & ancor quello che e fatto dalla, a c, in la, a n, ambidui questi rettangoli aggionti insieme saranno doppii a quello che e fatto dalla, a d, in la, a s per il che egli è chiaro e manifesto, che il centro del detto cerchio senza alcun dubbio si ha sempre da affermare & stabilire nella detta perpendicolare, dapoi che la circonferentia di esso cerchio passando per il detto ponto, a, taglia le dette tre linee, a b, a d, & a c, secondo che si ricercha. Et non solamente esso centro si ha da stabilire & affermare in detta perpendicolare, quando quella cadde fuor del triangolo, ma ancora quando cadde di dentro, over in uno de i lati, il che se approba con gli medesimi modi & co gli medesimi meggi che si ha fatto di sopra quando cadde



do cade di fuori. Ma volendo sapere, quanto il detto cerchio sia lontano da cadauno de gli tre ponti, b c e, Et etiam che parte taglia con la circonferentia sua delle tre linee, a b, a d, & a c, quando esso cerchio sia di tal grandezza, che il lato del pentagono a quello inscritto sia 10 teniremo questo ordine, cioè che prima trouaremo la quantità del diametro del detto cerchio che circonscriue il detto pentagono ponendo pur che questo sia il medesimo diametro a l, della soprascritta seconda figuratione, & ancor ponendo questo per quantità essere 1 co. & per che il detto nostro Euclide nella duodecima del duodecimo, ci fa cognoscere, che detrahendo delli $\frac{4}{5}$ del detto diametro, una linea che sia media proportionale tra essi $\frac{4}{5}$ & $\frac{1}{5}$ del detto diametro, resta quella parte di esso diametro, laquale e segata da quella linea, che sotto tende all'angolo di esso pentagono (contenuto da dui de suoi lati) quando esso diametro viene dal detto angolo pentagonico diuidendo ortogonalmente in doi equal parti, essa linea sottotendente a tal angolo pentagonico. Adunque multiplicando $\frac{4}{5}$ co. per $\frac{1}{5}$ co. che fa $\frac{4}{25}$ ce. & di tal prodotto pigliandone la radice, laqual e pur ℞ $\frac{4}{25}$ ce. & quella detrahendo de $\frac{4}{5}$ co. che resta $\frac{4}{5}$ co. men ℞ $\frac{4}{25}$ ce. per quella parte di esso diametro, che e segata da detta linea, che sotto tende al detto angolo pentagonico al predetto modo, adunque multiplicando tutto esso diametro in detta sua parte tagliata da detta linea, sottotendente a tale angolo pentagonico, cioè 1 co. in $\frac{4}{5}$ co. men ℞ $\frac{4}{25}$ ce. per la penultima del primo, terza del secondo, & trigesima quinta del terzo di esso nostro tal prodotto qual e $\frac{4}{5}$ ce. men ℞ $\frac{4}{25}$ cece. sarà eguale al quadrato del lato di esso pentagono al detto cerchio inscritto, idest al quadrato de 10, qual e 100. Adunque essendo $\frac{4}{5}$ ce. men ℞ $\frac{4}{25}$ cece. eguali a 100, aggiongeremo ℞ $\frac{4}{25}$ cece. a cadauno de essi estremi che hauerremo poi $\frac{4}{5}$ ce. eguali a 100 p̃ ℞ $\frac{4}{25}$ cece. & leuando il numero cioè 100 da l'uno & l'altro de essi estremi, si hauerà $\frac{4}{5}$ ce. men 100 eguali a ℞ $\frac{4}{25}$ cece. e multiplicando cadauno de essi estremi in se medesimi per leuare detta radice di detta equatione, ci uerrà $\frac{16}{25}$ cece. p̃ 10000 men 125 ce. eguali a $\frac{4}{25}$ cece. E rag[u]agliando le parti e partendo tutta la equatione per il numero di cece. finalmente si hauerà 1 cece. p̃ 25000 eguali a 400 ce. e ponendola in luce seguendo la regola de tal capitolo trouaremo la ce. valer 200 p̃ ℞ 8000, & la co. ℞ V.(200 p̃ ℞ 8000) p̃ ℞ V.(200 men ℞ 8000) e tanto sarà essere il detto diametro, a l, del predetto cerchio, quando il lato del pentagono a quello inscritto sia posto esser 10 vero, e che si puo ancor dire, detto diametro essere ℞ V.(200 p̃ ℞ 8000) che netamente tanto e a uno quanto all'altro modo. Hor trouiamo la quantità della perpendicolare a m & ancor della linea a d, procedendo secondo che ce insegna la duodecima del secondo del sopradetto nostro, cioè quadrando la a b, qual e 30, che fa 900 di quadratura, & ancor quadrando la basa b c, laqual e 20 che fa per 400 di quadrato, che aggionti insieme ambi dui questi quadrati fanno 1300, laqual summa detraremo del quadrato del, a c, qual e 40, che fa 1600 di quadratura, che ci resterà 300, del qual residuo pigliandone la metà laqual e 150 & quella partendo per detta basa, b c, cioè per 20, ci uerrà 7 $\frac{1}{2}$ per la linea, l b, laqual è aggionta in continuo e diretto a detta basa b c, il quadrato della qual linea l b, qual è 56 $\frac{1}{4}$ essendo detratto del quadrato del lato, a b, qual e 900 ci resterà 843 $\frac{3}{4}$ per il quadrato della perpendicolare a m, & la sua radice qual e per ℞ 843 $\frac{3}{4}$ sarà essa perpendicolare, & per che la metà della basa b c, e 10, & la linea m b, a quella aggionta in continuo e diretto, e 7 $\frac{1}{2}$ sarà tutta la m d, 17 $\frac{1}{2}$ dellaquale il suo quadrato, e 306 $\frac{1}{4}$ che aggionto con quello della perpendicolare, a m, qual e 843 $\frac{3}{4}$ si hauerà in tutto, 1150 per il quadrato della linea, a d, la radice del qual quadrato, qual e ℞ 1150, sarà la quantità di essa linea, a d. Hor trouiamo la quantità delle parti, a o, a s, & a n, delle tre linee, a b, a d, & a c, lequal parti rinchiude ouer taglia dentro di se il detto cerchio, partendo il quadrato del diametro a l, quale habbiamo trouato essere, 200 p̃ ℞ 8000, per cadauna di esse tre linee, a b, a d, & a c, atteso che tanto debbe fare il rettangolo contenuto, sotto cadauna di esse tre linee a b, a d, & a c, in le dette sue parti, a o, a s, & a n, segate del detto cerchio debbe essere eguale, a detto quadrato di esso diametro, a l, come di sopra geometricamente si ha prouato. E perho partendolo primamente per la, a b, laqual è 30, ci uerrà 6 $\frac{2}{3}$ p̃ radice 8 $\frac{8}{9}$ per la parte a o, di essa medesima, a b. Poi partendolo per la, a d, laqual e radice 1150, ci uerrà radice 34 $\frac{18}{23}$ p̃ radice 6 $\frac{2}{23}$ per la parte a s, di detta linea, a d, & ancor partendolo per la, a c, laqual e 40, ci uerrà 5 p̃ radice 5 per la parte, a n, di essa, a c, ci resta solamente a sapere quanto sia lontano il centro, i del detto cerchio a cadauno de gli tre ponti b, d, & c, che ancor questo si trouarà, quadrando prima tutta la linea, m c, laqual, e 27 $\frac{1}{2}$ che fa 756 $\frac{1}{4}$ di quadratura, poi quadrando etiam la i, m, laqual viene a essere radice 843, men radice V.(50 p̃ radice 500) perche essendosi trouata tutta la perpendicolare, a m, esser radice 843 $\frac{3}{4}$ & ancor il quadrato de tutto il diametro, a l, 200 p̃ radice 8000 Seguita

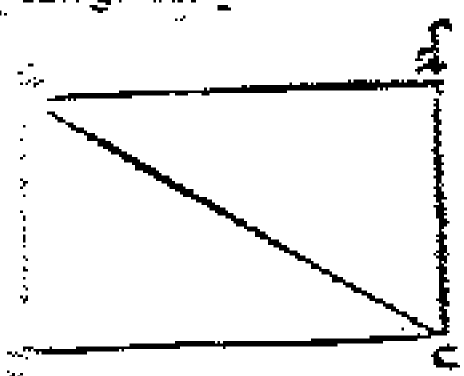
8000. Seguita che la detta linea .i m. venghi a restar ℞ 843 ¾ men ℞ V.(50 p ℞ 500) cioè ℞ 843 ¾ meno la radice della quarta parte di tutto il quadrato di esso diametro .a.l. laqual radice vien ad essere la metà di esso medesimo diametro. E perho il quadrato di detta linea .i m. sarà 843 ¾ p ℞ 500 men ℞ V.(168750 p ℞ 5695312500) alqual aggiongendoli il quadrato della .m c. cioè 756 ¼ farà in tutto 1600 p ℞ 500 men ℞ V.(168750 p ℞ 5965312500) per il quadrato di quella linea che viene mentalmente protratta del centro .i del detto cerchio al ponto c. & questo per la penultima del primo del sopradetto nostro (a tento che l'angolo qual è al ponto m. è retto) del qual quadrato pigliandone la radice quella sarà la vera quantità secondo laquale il detto centro .i. è lontano dal detto ponto c. per liche si dirà che centro .i. sia lontano dal ponto c la radice de 1600 p ℞ 500 men ℞ V.(168750 p ℞ 5965312500). Ancor quadrando la linea .m d. laqual è 17 ½ che fa 306 ¼ di quadratura, & esso quadrato aggiongendolo sopra quello della linea .i m. cioè sopra 893 ¾ p ℞ 500 men ℞ V.(168750 p ℞ 5965312500) farà in tutto per le auctorità e raggion di sopra allegate 1200 p ℞ 500 men ℞ V.(168750 p ℞ 5965312500) per il quadrato di quella linea che mentalmente si pò intendere esser tirata dal detto centro .i. al ponto .d. E perho se dirà esso centro .i. esser lontano dal ponto .d. la radice de 1200 p ℞ 500 men ℞ V.(168750 p ℞ 5965312500) & ancor quadrando la linea .m b. laqual è 7 ½ & esso suo quadrato qual è 56 ¼ aggiongendo sopra il medesimo quadrato della .i m. cioè sopra 893 ¾ p ℞ 500 men ℞ V.(168750 p ℞ 5965312500) farà in tutto 950 p ℞ 500 men ℞ V.(168750 p ℞ 5965312500) per il quadrato di quella linea, che ancor mentalmente si pò intendere esser tirata da esso medesimo centro .i. al ponto .b. e perho si pò dire ditto centro .i. esser lontano dal detto ponto .b. la radice de 950 p ℞ 500 men ℞ V.(168750 p ℞ 5965312500) & a questo modo veremo ad haver satisfatto in tutto e per tutto alla detta dimanda. Ma egli è da notare che in tutti gli lochi dove si dice radice V. tanto men radice tanto, che quel secondo termine che dice più vuol dire tanto più meno e non altrimenti. &c.

Egli è un quadrilatero over paralellogrammo rettangolo parte altera longiore .a b c d. che la summa de tutti quattro e suoi lati & etiam del suo diametro fanno 164 ½ & la sua superficie è 735 si dimanda la notitia de ciascun suo lato & ancor del diametro. quadragesimoquarto



Questa propositione over questo, mi fu proposto da pre Antonio da monopoli, & la sua resolutione si fa in questo modo videlicet ponendo che dui di lati di esso paralellogrammo, cioè un di corti & un di longhi iquali contengono langolo retto di quello insieme aggionti fano 1 co. per liche ancor gli altri dui verranno a essere medesimamente 1 co. & il diametro verrà a esser il rimanente da 2 co. a 164 ½ cioè 164 ½ men 2 co. ilqual diametro viene a dividere esso paralellogrammo in dui triangoli rettangoli equali l'uno all'altro habente ciascun di loro per suoi lati dui di quelli del detto paralellogrammo cioè un di corti & un di longi, & per basa il diametro, e cosi questo il quadrato del qual diametro è equale a gli quadrati de dui lati contenenti l'angolo retto di esso paralellogrammo, & il quadrato de dui lati contenenti esso angolo retto ponendosi esser congionti in una sol linea come si pongono è equale alli quadrati de ambedui le sue parti, cioè de ambi dui essi lati, & al doppio del detto de l'una in l'altra di esse parti cioè de l'uno in l'altro di essi lati. Ma del detto di una in l'altra di esse sue parti over de essi lati ne perviene la superficie di esso paralellogrammo, cioè 735. Adunque il doppio de 735, che è 1470, sarà il doppio del detto de l'una in l'altra de ditte parti over de essi lati, cioè de 1 co. che si pongono esser congionti insieme, elqual doppio di superficie aggiongendolo al quadrato del detto diametro cioè al quadrato de 164 ½ men 2 co. (elqual quadrato è quanto gli quadrati de dui lati contenenti l'angolo retto aggionti insieme) questa summa sarà equale al quadrato de quella linea che è composito d'ambidui essi lati contenenti detto angolo retto videlicet al quadrato de 1 co. che si pongono esser. Ma il quadrato de 164 ½ men 2 co. è 27060 ¼ p 4 cen. men 658 co. al quale aggiongendoli detto doppio di superficie cioè 1470 fa in tutto 28530 ¼ p 4 cen. men 658 co. Et il quadrato de 1 co. cioè de dui lati contenenti l'angolo retto congionti insieme è 1 cen. adunque 28530 ¼ p 4 cen. men 658 co. indubitatamente sarano equali 1 ce. Et restorando le parti 28530 ¼ p 3 ce. sarano poi equali 658 co. e dividendo la equatione per il numero di censi loci per 3 ci verrano 9510 1/12 equali a 219 ⅓ co. & pigliando la metà del detto numero delle co. laqual è 109 ⅔ & quella multiplicando in se medesima che fa 12026 7/9 & di tal prodotto detrahendo il numero della equatione, cioè 9510 1/12 ci restarà 2516 25/36 del qual restàno pigliandone la radice laqual è 50 1/6 & quella detrahendo della detta metà del numero delle co. perche qui aggiongendola non ha lo effetto del detto questo ci restarà 59 1/2 per valuta della co. et tanto vien a essere gli dui lati contenenti l'angolo retto del soprascritto parallelogrammo congionti insieme, Et altrotanto egli altri dui di modo che tra tutti quattro sono 119. Et il restante da 119 sin 164 1/2 che è 45 1/2 vien a essere la quantità del diametro. ci resta a dividere essi dui lati contenenti detto angolo retto, cioè 59 1/2 in due tal parti, che il dutto de l'una in l'altra di esse parti faccia 735, cioè la superficie del detto parallelogrammo il che si fa pigliando la metà del detto 59 1/2 laqual è 29 3/4 & quella moltiplicando in se medesima che fa 885 1/16 & di tal prodotto detrahendo 735 che resta 150 1/16 & di questo residuo pigliando la radice laqual è 12 1/4 & quella aggionta sopra la detta metà de 59 1/2 cioè sopra 29 3/4 & ancora detratta de esso 29 3/4 che quando è aggionta ne restarà 42 per il maggiore di detti dui lati contenenti esso angolo retto di tal parallelogrammo, & quando è detratta ne rimane 17 1/2 per il minore de essi lati & cosi se dirà che cadauno di dui lati maggiori di esso parallelogrammo è 42, & cadauno di dui minori è 17 1/2 & il diametro è 45 1/2 che gionti insieme tutti quattro essi lati con il diametro fanno ben a ponto 164 1/2 come debbon fare. Et ancor moltiplicando un di lati maggiori cioè 42 per un di minori idest per 17 1/2 fanno ben a ponto 735, che è il proposito.

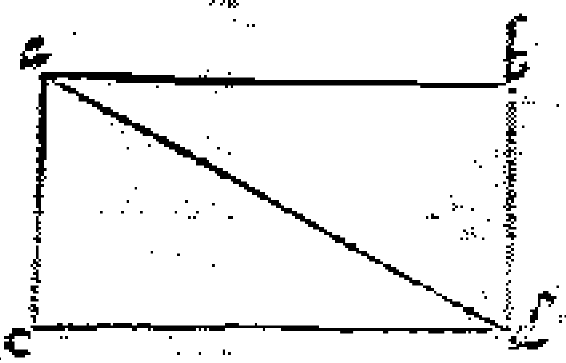
Quadragesimoquinto Ancor egli è un altro parallelogrammo rettangolo parte altera longiore a b c, del quale tutti e suoi lati aggionti insieme con il suo diametro sono 150 & l'area sua è 600 si dimanda quanto è cadauno de essi lati separatamente, & ancor quanto è il diametro.



Questo si risolve nel medesimo modo che si ha risolto il precedente, attento che il diametro a c, di esso parallelogrammo divide quello in dui triangoli ortogoni, come è sta detto nella risolutione di esso precedente. Et perho ponendo che dui de suoi lati contenenti un de suoi angoli di questo parallelogrammo (dalqual lati vien prodotta l'area superficiale di esso parallelogrammo per esser il detto angolo retto) insieme aggionti siano 1 co. per il che gli altri dui lati saranno ancor loro 1 co. & il diametro sarà il rimanente da 2 co. sin 150. videlicet 150 men 2 co. e quadrando detto diametro che fa 22500 p̃ 4 ce. men 600 co. & a esso quadrato aggiongendo il doppio della superficie di esso parallelogrammo idest 1200 tal summa laqual è 23700 p̃ 4 ce. mẽ 600 co. per le raggioni addutte sopra il precedente sarà eguale al quadrato di dui lati contenenti esso angolo retto del presente parallelogrammo, videlicet al quadrato de 1 co. che son posti esser congionti insieme qual quadrato è 1 ce. & essendo 23700 p̃ 4 ce. men 600 co. eguali a 1 ce. resinzando le parti & reducendo la equatione al debito ordine, se haverà finalmente 7900 p̃ 1 ce. eguali a 200 co. delqual numero di co. pigliādone la metà laqual è 100 & quella reducēdo al suo quadrato che fa 10000 & di tal prodotto detrahendo il numero della equatione cioè 7900 resta 2100. & di tal residuo pigliandone la radice, laqual è per cosi sordamente detta ℞ 2100 & essa radice detrahendola di essa metà del numero delle co. che quello ci restarà qual è 100 mē ℞ 2100 sarà la vera valuta della co. di detta equatione, & tanto se dirà esser dui di lati contenenti esso angolo retto di detto parallelogrammo congionti insieme, & altro tanto sono gli altri dui a quelli opposti, & la summa de tutti quattro laqual è 200 men ℞ 8400 detratta de 150 tal rimanente che è ℞ 8400 men 50 sarà la quantità del diametro di esso parallelogrammo. Ci mancano solamente a dividere il congionto de essi dui lati contenenti il detto angolo retto del detto parallelogrammo, cioè 100 men ℞ 2100 in due tal parti che il prodotto de l'una in l'altra faccia 600 il che farassi in questo modo videlicet pigliando la metà di esso congionto de detti dui lati, laqual metà è 50 men ℞ 525 & di essa metà facendone il quadrato, qual è 3025 men ℞ 5250000, & di quello detrahendo 600 (cioè la superficie che debbon fare essi lati, moltiplicati l'uno in l'altro, doppo che saranno divisi) che restarà 2425 men ℞ 5250000 del qual residuo pigliandone la radice laqual è ℞. V. (3212 1/2 p̃ ℞ 5157656 1/4) men ℞ V. (3212 1/2 men ℞ 5157656 1/4) & quella posta sopra la detta metà del congionto de detti lati, cioè sopra 50 mē ℞ 525. Et ancor detratta di essa metà idest di detto 50 men ℞ 525, che quādo è aggionta ci mostra la quantità del maggiore de detti dui lati, cioè 50 men ℞ 525 p̃ ℞. V. (3212 1/2 p̃ ℞ 5157656 1/4) men ℞. V. (3212 1/2 men ℞ 5157656 1/4) & quando è detratta, ci rimane la quantità del minore idest 50 men ℞ 525, men ℞. V. (3212 1/2 p̃ ℞ 5157656 1/4) men ℞. V. (3212 1/2 men ℞ 5157656 1/4) & cosi haveremo adempita la detta dimanda. ma bene me immagino che molti saranno quelli che per la diversità delle quantità irrationali che pervengono di questa resolutione, non potranno affatto chiarirse a vederla cosi minutamente. Ma gli perspicaci ingegni iquali hanno apiacere di saper risolvere le cose difficile ben se gli affatticheranno, directo quanto sarà debisogno.

Item

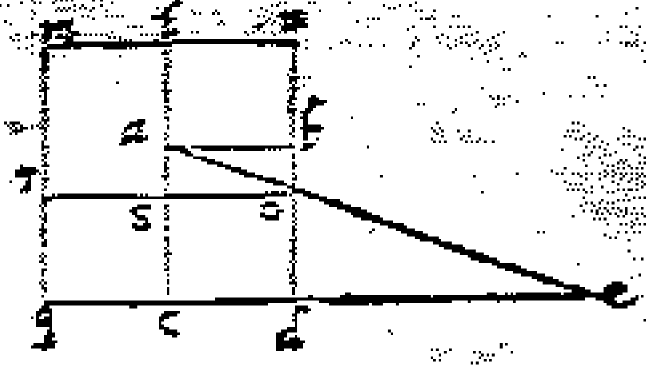
Item egli è un'altro quadrangolo rettangolo a b c d, del quale la longhezza a b, e 8 piu che la larghezza a c, & la sua area con il diametro a d, e 120, Addimandasi quanto e la longhezza & larghezza sua. **Quadragesimo sesto**



Chi ponesse, che la longhezza del detto quadrangolo fusse 1 co. necessariamente la longhezza sua sarebbe 1 co. p̃ 8, e procedendo per questa uia sincorrebbe a capitolo tanto alto, che per le cose fin hora dette & dechiarite, non si saprebbe poi trarlo in luce, di maniera che il detto quesito ci restarebbe ignoto, come esperimentando ciascuno se ne potra chiarire, E però bisogno sempre nel primo apponere aduertire di apponersi talmente, che se egli e possibile si possino ridurre a capitolo ordinario, cioè ad alcun de quelli a iquali si ha posta & assignata regola di porli in luce, come si uedra nel presente, imperoche ponendo la detta larghezza 1 co. men 4 sara poi la longhezza 1 co. p̃ 4, idest 8 de piu. Et moltiplicando detta longhezza per la larghezza fara 1 ce. men 16 per la superficie ouer area di detto quadrangolo, & ancor quadrando detta longhezza, cioè 1 co. p̃ 4, che fa 1 cen. p̃ 8 co. p̃ 16 Et similmente quadrando la larghezza uidelicet 1 co. men 4 che fa 1 ce. p̃ 16 men 8 co. & questi dui quadrati aggiongendo insieme che fa 2 ce. p̃ 32 questa summa sara tanto quanto è il quadrato del diametro a d, della qual presa la radice, che è R. V. 2 cen. p̃ 32. Et questa posta sopra l'area di esso quadrangolo, cioè sopra 1 cen. men 16 fara in tutto 1 ce. men 16 p̃ R. V. (2 ce. p̃ 32) ? l'area & diametro di detto quadrangolo, laqual area & diametro han da esser equali dal presupposto a 120 ci bisogna uolendola trare in luce alenar uia detta radice, laqual cosa si fa in questo modo uidelicet, discompagnando essa radice da ogni altra quantità facendola restar sola da uno de gli estremi di detta equatione (come a suo loco e sta detto, & dechiarito) & perche si gli attroua in sua compagnia 1 ce. men 16 remouegli da quella, & remoui ancor altro tanto da l'altro estremo idest da 120 che restara 136 men 1 ce. equali a detta R. V. 2 ce. p̃ 32 iquali estremi moltiplicati in se medesimi si hauera poi 18496 p̃ 1 cece. men 272 cen. equali a 2 ce. p̃ 32 & restorando le parti si hauera finalmente 18464 p̃ 1 cece. equali a 274 cen. & esequendo il capitolo si trouera il censo ualer 137 men R. 305. Et la cosa radice di questo uidelicet radice V. (68 1/2 p̃ radice 4616) men radice V. (68 1/2 men radice 4616) & perche la larghezza di detto quadrangolo fu posta 1 co. men 4 & la longhezza 1 co. p̃ 4 adunque chi detraze 4 di essa ualuta della co. quello che restara qual e radice V. (68 1/2 p̃ radice 4616) men radice V. (68 1/2 men radice 4616) men 4 sara la larghezza del detto quadrangolo, & ancor chi aggionge 4 a essa medema ualuta della co. quello ne resultara qual e radice V. (68 1/2 p̃ radice 4616) men radice V. (68 1/2 men radice 4616) p̃ 4 sara la longhezza di quello ben che si potrebbe ancor dire, che la detta larghezza fusse radice V. (137 men radice 305) men 4 & la longhezza radice V. (137 men radice 305) p̃ 4 che tanto è a un modo quanto a l'altro. Che in sustanza tal altro non uol dire, ne altro uuol inferire, se non che si prenda la radice de 305, laqual è da cerca 17 ... & questa detrare de 137 che restara da 119 ... & di nouo di questo residuo prenderne ancor la radice, laqual è da 10 ... & di quella leuarne 4 & ancor aggiongere 4 che tal residuo, & summa saranno la larghezza & longhezza di detto quadrangolo, ma nõ di ponto, cioè 6 ... la larghezza & 14 ... la longhezza, & ponendoui ben l'intelletto, a questo tal quesito tarragli grandissimo argumento circa la cognitione dell'operare in questa arte ouer scientia algebratica.

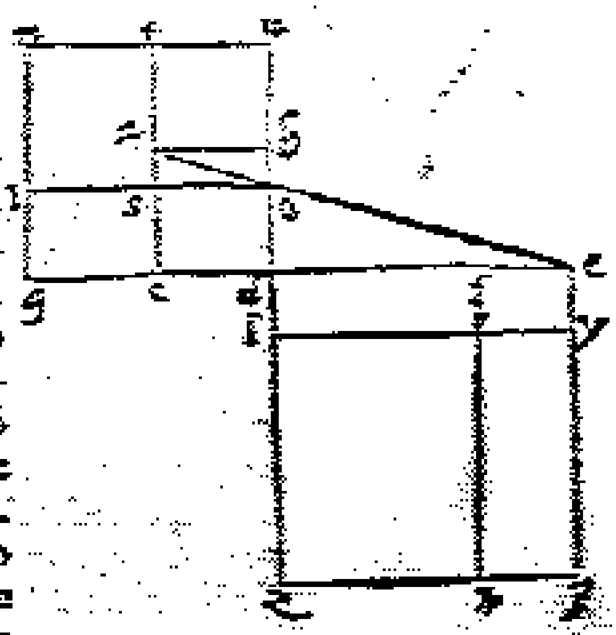
Ancor egli è un quadro a b c d, che è 10 per ciascuno suo lato, & l'angolo b a c d, di quello e diuiso in doi tal parti dalla linea a o (protratta in continuo, e diretto e segante il lato b d, di esso quadro fin che concorra con il lato, c d, del medesimo quadro ancor lui allongato dalla medesima parte) che con stituisse il triangolo, o d e, di fuori del detto quadro, equale a esso quadro. Si dimanda la notitia de la linea, a e, & ancor di caduno di lati del detto triangolo o d e. Poni che il lato, d o, del detto triangolo, o d e, qual e una parte del lato, b d, del detto quadro sia 1 co. che il rimanente di esso lato b d, cioè il b o, uerra poi a esser 10 men 1 co. Et perche per la uigesimanona & decimaquinta del primo di Euclide, il triangolo o d e, e equiangolo al triangolo, o b a, sara la proportione dal b o, lato del triangolo o b a, qual e 10 men 1 co. al o d, lato del triangolo, o d e, qual e 1 co. come e dal a b, lato del triangolo, o b a, qual e 10 al d e, lato del triangolo o d e, e moltiplicando 10 per 1 co. fara 10 co. & il detto prodotto partendo per 10 men 1 ca. ne **Quadragesimo settimo**

uerrà questo rotto cioe $\frac{20\ co.}{20\ men\ 1\ co.}$ per il lato d e, del triangolo o d e, il qual essendo multiplicato per lo, o d, cioè per 1 co. ne uerrà $\frac{20\ co.}{20\ men\ 1\ co.}$ per il doppio della superficie di esso triangolo, o d e. Et perche la superficie di questo tal triangolo a da esser eguale dal presupposito a quella dil detto quadro a b c d, qual è 20 per ciascaduna sua faccia. Adunque $\frac{20\ co.}{20\ men\ 1\ co.}$ sarà eguale al doppio della superficie di detto quadro, cioè a 800. Et fa moltiplicato detto 800 per il denominator dil detto rotto, cioè per 20 men 1 co. che tal prodotto qual è 1600 men 800 co. sarà poi eguale a 20 co. Et essequendo il capitolo si trouerà la co. ualer ℛ 2400 men 20. E tanto è il lato, o d, del triangolo o d e, el rimanente da ℛ 2400 men 20 per fino a 20 qual è 40 men ℛ 2400 sarà il lato, b o, del triangolo o b a. Se tu uoi hauere la quantità del lato, d e, del triangolo o d e, procedi per il medemo modo, & per la medema uia che si ha proceduto di sopra proportionando & dicendo, come dal lato, b o, del triangolo o b a, qual habbiamo trouato esser 40 men ℛ 2400, al lato o d, del triangolo, o d e, qual habbiamo trouato esser ℛ 2400 men 20 così dal lato a b, del triangolo o b a, qual è 20, al lato d e, del triangolo o d e, e moltiplicando ℛ 2400 men 20 per 20, che fa ℛ 960000 men 400, & tal prodotto partendo per 40 men ℛ 2400 ci uerrà ℛ 2400 più 20, per il lato d e, del triangolo o d e, Et se tu uoi il lato, o e, del medesimo triangolo, o d e, quadra l'uno & l'altro de delli lati o d, & d e, di quello, che per il d o, harai di quadrato 2800 men ℛ 3840000, & per il d e, 2800 più ℛ 3840000 liquali quadrati aggionti insieme per esser l'angolo, o d e, retto, harai 5600 per il quadrato dil detto lato, o e, dell'istesso triangolo o d e, del qual quadrato pigliandone la radice laqual si dice pur così sordamente ℛ 5600, quella sarà la quantità ouer longhezza di esso lato, o e, similmente fa quadrato gli lati, b o, & b a, del triangolo, o b a, che per quello dal b o, si hauerà 2800 men radice 7680000, Et per quello dal b a, 400, che aggionti insieme ambidui questi quadrati per esser lo angolo o b a, retto si hauerà 3200 mē radice 7680000 per il quadrato del lato, a o, dil detto triangolo o b a, del qual quadrato pigliandone la radice, laqual è radice 2400 men radice 800, essa sarà la quantità del detto lato, a o, laqual quantità del detto lato a o, aggiongendola, con quella del lato, o e, del triangolo o d e, cioè con ℛ 5600, che fa in tutto radice 2400 più radice 800 quella sarà la uera quantità di tutta la linea a e, & così ueniremo ad hauer satisfatto al tutto. Nientedimeno uogliamo mediante la detta nostra operatione algebratica di mostrare ancor alla geometria ad essequire geometricamente un tal problema, cioè a diuidere l'angolo, b a c, dil detto quadro a b c d, talmente che aggiongendo la linea di tal diuisione quella uenghi a segare il lato, b d, di esso medemo quadro, che è opposito al detto angolo, b a c, facendo fuor di esso quadro a uno con l'altro lato, c d, dil medesimo quadro slongato dalla medema parte, & ancor con quella portione del lato, b d, laqual è segata da essa linea diuidente detto angolo, c a b, (laqual tocca il detto lato c d slongato) d'un triangolo che uenghi ad esser eguale al proposito quadro, Il che si fa slongando in continuo e diretto il lato b d, di esso quadro fin al ponto, n, talmente che tutta la linea, d n, sia potentialmente treppia al detto lato, b d, & secondo la quantità ouer longhezza di essa linea, d n, sia descritto il quadrato, d n m q, di questa seconda figuratione. & sia ancor a longato il lato, a c, del quadro a b c d, fin che'l seghi il lato, n m, del quadrato, d n m q, in ponto, f, & poi dalla parte superiore del detto lato d n del quadro d n m q, sia assignata la linea, o n, eguale al a b, lato del quadro, a b c d, laqual linea, o n, uerrà a intersecare essa linea b d, coprendo una parte di quella altramēte il quadrato, d n m q, sarebbe quadruplo, ouer piu che quadruplo del quadro, a b c d, proposito, il che non è per hauersi posto solamente treppio, & dal ponto, o, sia condotta la linea, o r, equidistante al lato, d q, del quadro, d n m q, laqual segharà il lato a c, del quadro a b c d, in ponto, s, Et ancor a longaremo il lato c d, di esso medemo quadro a b c d, fin in ponto e, facendo che la linea, d e, sia eguale ad ambidui gli lati, d n, & b d, ouer q d, & c d, di predetti quadri d n m q, & a b c d, & etiam sia tirata una linea dal ponto, a al ponto, o, & un'altra dal ponto, o, al ponto, e che fatte tutte queste cose si hauerà geometricamente adempito un tal problema, cioè diuiso l'angolo b a c, del proposito quadro a b c d, con la linea, a o, laqual linea, a o, uerrà congionta diretamente con la linea, o e, in una sol linea (laqual è tutta la, a e) facendo con il concor-



concor-

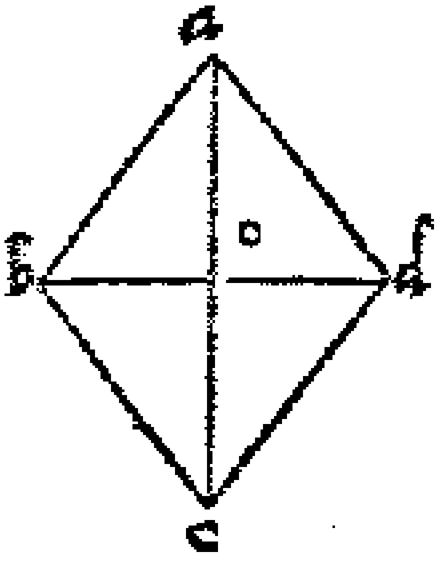
concorso del lato, c d, di esso medesimo quadro, a b c d, protratto in continuo & diretto dalla medesima parte il triangolo o d e, eguale al proposto quadro, che in questo modo si approba, videlicet perche il quadro, d u m q, è treppio al quadro a b c d, & il quadro a b c d, è eguale al quadro, t u s o, imperoche tanto è il lato, b d, de l'uno quanto lo, o u dell'altro, seguita che detrahendo il quadro, t u s o, del quadro, d u m q, con il rimanente del detto quadro, d u m q, cioe le due superficie, o r q d, & r m t s, sia doppio al proposto quadro a b c d, ma queste due superficie sono contenute sotto il detto del lato, o d, del triangolo o d e, nel lato q d, del quadro, d u m q, & ancor nel lato, s t, over m r, del quadro, t m r s, che è quanto il lato b d, over, c d, del quadro a b c d, (imperoche essendo il lato, u o, del quadro, t u s o, eguale al lato b d, del quadro, a b c d, seguita che ancor tutti gli altri lati del detto quadro t u s o, sia eguali a tutti gli altri del quadro a b c d, & similmente la, u m, sia eguale al, o d, per quella commune sententia che dice, se da cose eguale, si leva cose eguale gli rimanenti debbono esser ancor eguali, perche essendo tutti gli lati del quadro d u m q, tra loro eguali, & ancor tutti quelli del quadro, t u s o, tra loro eguali, levando egualmente da gli lati q d, & u m, del quadro, d u m q, gli dui lati, t o, & u s, del quadro, t u s o, sara senza alcun dubbio, le due rimanente linee, o d, & s m, tra loro eguale,) Et perche ancor del detto de esso medesimo lato, o d, del triangolo, o d e, nella sua basa d e (laqual è composta de l'uno & l'altro di detti dui lati de questi quadri d u m q, & a b c d) ne perviene il doppio della superficie di esso triangolo, Et esso detto, di questo tal lato, o d, in cadauno de quelli dui lati de detti quadri, e doppio a esso proposto quadro come si ha dimostrato, seguita adunque, che la superficie di esso triangolo, laqual è la meta di esso detto di detto lato o d, di esso triangolo, o d e, nella sua basa, d e, sia eguale alla superficie del proposto quadro, a b c d, ci restano a dimostrare, che ambedue le linee a o, & o e, (per esser quelle tirate separatamente) sono una sol linea, & per dimostrarlo slongaremo il lato, b d, del quadro a b c d, dalla parte del ponto, d, fino al ponto, l, come si puo veder in questa terza figuratione, facendo la, d l, eguale al b o, & da esso ponto, l, tiraremo una linea equidistante & eguale alla, d e, & protraremo la linea, e y, & la superficie, d, e, l, y, Sara, de lati equidistanti ancora divideremo la, d e, in ponto, f, & la l y, in ponto, h facendo la, d f, & l h, eguali al lato d u, over, q d, del quadro, d u m q, & la f e, & h y, eguali al lato b d, over, c d, del quadro, a b c d, perche cio, e ben possibil fare, attento che havendosi fatta la linea, d e, eguale alla somma de detti doi lati de essi quadri, si puo ben ancor dividere quella secondo la quantita de essi lati, & similmente si puo dividere la l y, a lei eguale, & con cio sia, che il lato, o d, del triangolo, o d e, sia un residuo, cioe quello che ci rimane detrahendo over abscindendo della linea, d u, lato del quadro, d u m q, la linea o u, lato del quadro, t s o u, lequal linee in longhezza no sono comunicanti per non esser la proportione delle potentie loro, come da numero quadrato, a numero quadrato anzi esser come da 3 a 1 perho. Questo si dira esser una linea potentialmente treppia al lato del proposto quadro a b c d, men esso lato de ditto quadro a b c d, videlicet la linea, d u men la linea, o u, laquale, o u, e tanto come la b d, lato del detto proposto quadro a b c d, come si ha detto, & detrahendo esso residuo, o d, over del lato, b d, di detto quadro a b c d, ci restara il doppio di esso lato, b d, men tutta la linea, d u, per cadauna delle due linee, o b, & d l, adonque l'una & l'altra di dette due linee o b, & d l, sono ancor loro residui. Et per tanto a ditta linea, d l, aggiongeremo quella medesima linea, per la detrattione over abscisione dellaquale esso e rimasto residuo, che pongo sia la, l z, laqual l z, sara eguale al la d u, cioe una linea potentialmente treppia al lato del proposto quadro, a b c d, come è la d u, [illegible] tutta la linea, d z, sara doppia al lato di esso proposto quadro, a b c d, [illegible] mita della qual linea d z, cioè dal ponto, z, protraremo la linea, z p, eguale & equidistante alla l y & compiremo la superficie de lati equidistanti, l y z p, mediante la linea y p, & ancor dal ponto, h, tiraremo la linea h x, equalmente distante a l'uno & l'altro de dui lati l z, & y p, della superficie, l y z p, & poi argumentaremo in questo modo, conciosia, che la linea, d f, sia eguale alla, d u, lato del quadro, d u m q, & la linea, f e, sia eguale al lato, b d, over, c d, del quadro a b c d, seguita che tutta la linea, z d, sia doppia al medesimo lato, b d, over, c d, di esso quadro, a b c d, seguita che la rettangola superficie, d e z p, sia doppia alla summa della superficie, a u c d, (che giace & sta nel quadro, d u m q, Et al proposto quadro, a b c d, & perche la linea, l h, & ancor la, l z, sono eguale alla, d f, & la, d f, è eguale alla d u, lato del quadro, d u m q, seguita che la superficie, l h z x, sia eguale a esso quadro, d u m q, & perche la linea, h y, è eguale alla f e, & la f e, è eguale alla, c d, lato del quadro, a b c d, & la, y p, è eguale al, h x, & al l z, & la l z, è eguale al d u, seguita



che la superficie,h c a p,sia eguale alla superficie,t u c d,per il che la superficie,l y z p, viene a esser tre fiate il quadrato,a b c d,& una fiata la supficie,t u c d,& per che havemo provato, che tutta la superficie,d e z p,e due fiate la detta superficie,t u c d,& due fiate il quadrato,a b c d e,seguita che la partial superficie,d e l y,sia una sol volta detta superficie t u c d,meno una fiata il quadro,a b c d,& perche la superficie,s o e d,e ancor lei quato e detta superficie,t u c d, meno il quadrato,t a s o,laqual è quanto il quadro,a b c d,come si ha dimostrato,seguita adonque che la superficie,s o e d,sia eguale alla superficie,d e l y, & perho quelle sono de lati mutui,cioè,che la proportione dalla,d e,alla e d,sia come dal,o d,al l d,ma lal d,è eguale al b e, dal presupposito,& la,e d,è eguale al,a b. Adonque la proportione dal,d e lato del triangolo, o d e,al,a b lato dal triangolo o b a,è come,da l'altro lato,d o,del triangolo,o d e, a l'altro lato,o b,del triangolo,o b a,adonque il triangolo,o d e,per la sesta del sesto dil predetto nostro sarà equiangolo al triangolo,o b a,è perho per la decimaquarta del primo del medemo nostro la due base de quelli a o,& o e,sono congionte direttamente in una sol linea, che è il proposito &c.

Quadragesimoottavo.

Egli è una superficie de quattro lati eguali & equidistanti a b c d, laqual non è rettangola, anci ha li dui angoli contraposti a,& c,acuti. Et gli altri dui,b,& d,obtusi,laqual superficie è detta helmuaym over rombo,& è per ciascuno suo lato 10,& il diametro a c di quella e piu longo de l'altro b d 4,si dimanda la quantità dell'area sua superficiale.

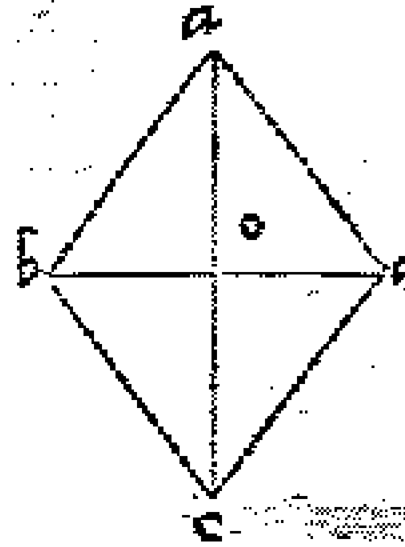


Questa tal supficie. Essendo protratti in quella gli detti suoi diametri a c,& b d,quelli veramente si vengono a segare tra loro in ponto o,per equal parti, ortogonalmente,cioè ad angoli retti,talmente che la parte,a o del diametro,a c,è eguale a l'altra sua parte,o c,similmente la parte b o,del diametro,b d,e eguale a l'altra sua parte o d,che in questo modo si fa manifesto mediocriter,perche ponédo, che in esso rombo fusse protratto solamente il diametro,a c tal superficie verria a essere divisa in dui triangoli eguali,a b c,& a c d. Educendo la perpendicolare da gli angoli, b, & d, de detti triangoli alla sua basa commune laquale e,il detto diametro,a c,(per haver ciascuno de essi triangoli dui lati eguali, che sono due delle faccie over lati del detto rombo) caduna di esse perpendicolari verriano a cadere nel meggio della detta sua basa,a c,cioè nel ponto,o dividendo quella per egual parti. Et questo perche dovendo per la penultima del primo di Euclide,il quadrato del lato,a b,essere eguale al quadrato del,a o,& b o,& similmente il quadrato del,b c,dovendo essere eguale a quello del b o,& del,o c,conciosia, che questi dui lati a b,& b c,dal presupposito sono tra loro eguali, seguita per commune scientia, che levando da caduna de quelle due summe eguali, egualmente il quadrato della perpendicolare, b o, che il quadrato della, a o,resti eguale a quello della, o c, e perho la linea, a o, eguale alla o c, Et a questo modo si approveria de l'altra perpendicolare, d o, che quella cadde nel meggio dil detto diametro, a c cioè nel detto ponto, o, & cadendo ambedue queste perpendicolari nel medesimo ponto, o del detto diametro, a c, conciosia, che esse cadono ad angoli retti quelle saranno per la quartadecima di esso primo dil detto nostro una sol linea, che sia il diametro, b d,& al medemo modo si approveria protrando in essa superficie solamente il diametro, b d, che ducendo le perpendicolari da gli angoli a, & c, a esso diametro, b d, esse caderanno nel meggio di quello, cioè in detto ponto, o, & si congiungeranno in esso ponto, o del cadimento in una sol linea laqual sarà il diametro, a c, hor venimo al fatto. Ponendo che la metà del diametro, b d, cioè la parte, b o, sia 1 co, che la metà de l'altro diametro, a c, cioè la parte, a o,(per esser detto diametro a c, 4 piu longo de l'altro, b d) verrà ad essere 1 co. p 2. Et quadrando l'una & l'altra di esse metà de diametri, si haverà per quello della, b o 1 ce.,& per quello della, a o 1 ce. p 4 co. p 4. Et summando insieme questi dui quadrati che fanno 2 ce. p 4 co. p 4, tal summa sarà eguale al quadrato della faccia, a b, dil detto rombo,cioè a 100 e fatto le parte e trala in luce che tu troverai la cosa valer R 49 men 1. Et tanto e meggio il diametro b d,per il che tutto esso diametro verra a esser il doppio de R 49 men 1, cioè R 196 men 2 & l'altro diametro, a c, per esser 4 de piu dal presupposito verra ad esser radice 196 p 2, che multiplicati questi diametri l'uno in l'altro fanno 192 per il doppio de l'area superficiale dil detto rombo. Adonque la metà de 192 laqual e 96 sarà la vera superficie di quello,& cosi si viene ad haver adempito quanto ci è stato proposito.

Ancor

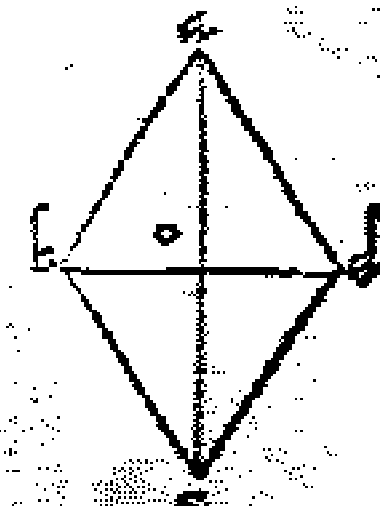
Quadragesimonono

Ancor egli e un'altra superficie rombica a b c d, che per ciascuna faccia e 12. Et l'area sua soperficiale e 96. Si dimanda la quantita de suoi diametri, a c, & b d. Havendo ben intesa la resolutione dil precedente, facil cosa sara, a risolvere il presente. Imperoche ponedosi la meta del diametro, b d, cioe b o, a essere 1 co. Et detrahendo il suo quadrato qual e 1 ce. fuor del quadrato della faccia a b, di detta figura rombica, ilqual quadrato e 144 ci restara 144 men 1 ce. per il quadrato della meta de l'altro diametro a c, idest per il quadrato del a o, la radice delqual quadrato che e per R V. 144 men 1 ce. multiplicata nel b o, cioe in 1 co. producera la superficie del triangolo a b c, ilqual e la meta di detta figura rombica. Ma della multiplicatione de 1 co. in R V. 144 men 1 ce. ne perviene R V. 144 ce. me 1 ce.ce. & la meta d'essa superficie rombica e 48 adunque R V. 144 ce. men 1 ce.ce. sara equale a 48. Et multiplicando questi doi estremi in se medesimi p levare detta R si havera poi 144 ce. me 1 ce.ce. equali a 2304. Et ragguagliando le parti si havera finalmente 144 ce. equali a 2304 p 1 ce.ce. Et seguendo el capitolo si trovera il ce. valer 72 men R 2880 delqual pigliandone la R laqual e R 60 men R 12 questa sara la valuta della co. cioe la meta del diametro, b d, idest il b o. Et R 240 men R 48, verra ad essere tutto esso diametro, b d. Et volendo la notitia de l'altro, a c, detrarai il quadrato del b o, fuor di quello del lato a b, idest, 72 men R 2880 de 144 che restara 72 p R 2880 p il quadrato del a o, meta del detto diametro a c, la R delqual quadrato laqual e R 60 p R 12, e essa meta dil detto diametro a c, cioe, la a o. Et R 240 p R 48 sara tutto esso diametro a c, che multiplicati l'un per l'altro questi dui diametri fanno 192 per il doppio della superficie della detta figura rombica che la meta qual e 96 vien a esser la giusta area superficiale di quella che e il proposito.



Quinquagesimo

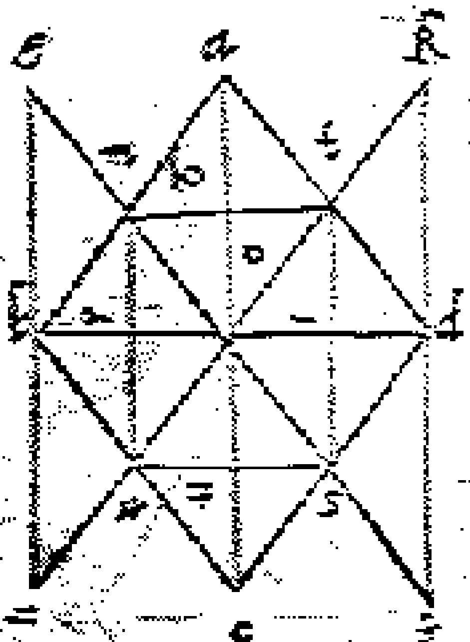
Ancor egli e un'altra superficie rombica a b c d, che tutti e suoi lati & diametri, a c, & b d, la summa sono, 140 & la sua superficie, e 220. Si dimanda la notitia de ciascuno lato & ancor de ciascun diametro separatamente. Poni che ciascun lato di essa figura rombica sia 1 co. perche tutti quattro saranno 4 co. & gli dui diametri saranno il restante da 4 co. fin 140, cioe 140 men 4 co. per ilche la meta de 140 men 4 co. laqual e 70 men 2 co. verra a esser la summa de ambedue le meta, a o, & b o, de detti diametri, lequal due meta contengono l'angolo, a o b, retto) Et perche il quadrato del lato a b, over b c, di essa figura rombica e equale per la penultima del primo di Euclide a gli quadrati delle due linee perpendicolari over mezzi diametri a o, & b o, over, b o, & o c. Et il quadrato d'essi dui mezzi diametri essendo congionti in una sol linea, e equale agli quadrati delle sue due parti, a o, & b o, & al doppio de l'una in l'altra di esse due parti. Ma il dutto de l'una in l'altra de dette sue parti, e la meta della superficie di essa figura rombica, cioe 110. Adunque tutta essa superficie di detta figura rombica laqual e 220 ex hipotesi sara il doppio del dutto de l'una in l'altra di esse sue parti cioe dal doppio del dutto de l'uno in l'altro di detti dui mezzi diametri a o, & b o, per ilche aggiongendo essa superficie rombica sopra il quadrato de uno de suoi lati ch'e quanto gli quadrati delle due parti over mezzi diametri a o, & b o cioe sopra 1 ce. tal summa laqual e 1 ce. p 220 sara equale al quadrato del congionto de detti dui mezzi diametri, a o, & b o, videlicet al quadrato de 70 me 2 co. ilqual quadrato e 4900 p 4 ce. men 280 co. adunque essendo 1 ce. p 220 equali a 4900 p 4 ce. men 280 co. ragguagliando le parti & reducendo a 1 ce. si havera poi $93\frac{1}{3}$ co. equali a 1 ce. p 1560 e trahendone la equatione in luce si trovera la co. valer $46\frac{2}{3}$ men R $617\frac{7}{9}$ e tanto se dira esser per ciascuna faccia detta figura rombica videlicet $46\frac{2}{3}$ men R $617\frac{7}{9}$ avertendo che in questo loco la radice del rimanente della detrattione del numero della equatione fuor dil quadrato della meta del numero delle co. laqual e R $617\frac{7}{9}$ aggionta sopra la detta meta del numero delle co. no saria effetto, ma si ben detratta, come ciascuno da se medesmo puo facilmente con la esperientia certificarsi, pero si ha concluso la co. valer $46\frac{2}{3}$ men detta radice, cioe $46\frac{2}{3}$ men R $617\frac{7}{9}$ Et volendosi conseguire la notitia della quantita di diametri di essa figura rombica detraremo il quadruplo de $46\frac{2}{3}$ men R $617\frac{7}{9}$ che vien a essere la summa de tutti quattro e lati di esso rombo, cioe $186\frac{2}{3}$ men R $9884\frac{4}{9}$ fuor de 140 che e la summa de essi quattro lati & de gli dui diametri, che questo restara, che e R $9884\frac{4}{9}$ men $46\frac{2}{3}$ sara la summa de gli soli dui diametri. Liquali essendo poi divisi in due tal parti che il dutto de l'una in l'altra faccia il doppio della superficie di essa figura rombica videlicet 440 si havera adempito quanto ci e sta proposito. Ma a dividere detti diametri in tal modo, che multiplicati l'uno per l'altro facciano 440 la da esser presa la meta del congionto de quelli, laqual meta e R $2471\frac{1}{9}$ men $23\frac{1}{3}$ & di quella farne il suo quadrato qual e $3015\frac{5}{9}$ men R $5381530\frac{70}{81}$ & di esso quadrato abbattere il detto doppio di superficie cioe 440 che restara $2575\frac{5}{9}$ men R $5381530\frac{70}{81}$ del qual residuo presa la radice laqual



é ℞ V.(1287 ½ p̃ ℞ 331988 ¾) men ℞ V.(1287 ½ men ℞ 331988 ¾) & quella posta sopra la detta metà di esso congionto di detti dui diametri, videlicet sopra ℞ 2471 ¼ men 25 ½ sarà cosa detratta di ℞ 2471 ¼ men 25 ½ che quando è aggionta ne resulta ℞ 2471 ¼ men 25 ½ p̃ ℞ V.(1287 ½ p̃ ℞ 331988 ¾) men ℞ V.(1287 ½ men ℞ 331988 ¾) per il diametro, a c, maggiore, & essendo detratta ne rimane ℞ 2471 ¼ men 25 ½ men ℞ V.(1287 ½ p̃ ℞ 331988 ¾) mẽ ℞ V.(1287 ½ men ℞ 331988 ¾) per il diametro, b d, minore. Ma chi non volesse tanta tedia si pò ancor dar risposta alla detta dimanda in questo altro modo, dicendo che il diametro, a c, maggiore è ℞ 2471 ¼ men 25 ½ p̃ ℞ V. 1575 ¾ mẽ ℞ 5381550 15/16 & lo, b d, minore è ℞ 2471 ¼ men 25 ½ men ℞ V.(1575 ¾ men ℞ 5381550 15/16) che tanto è a un modo quanto a l'altro, ma il primo è più sententioso, imperoché il detto residuo, cioè 1575 ¾ men ℞ 5381550 15/16 è un quarto residuo, posto & assegnato da Euclide nel suo decimo libro, del quale la sua radice è quella che habbiamo trovata al detto primo modo, secondo che ne insegna el detto nostro nel detto nostro decimo libro laqual radice da noi è nominata linea minore. &c.

Quinquagesimo primo

Ancora egli è una altra figura rombica a b c d, che tutti e suoi quattro lati & etiam gli dui diametri insieme aggionti fanno 68, & la sua superficie è 96, dentro della qual egli è collocato un quadro perfetto. Si dimanda quanto è ciascun suo lato, e di esso quadro perfetto.



Questo è simile al precedente, in quanto che egli è prima necessario trovar la quantità di lati & diametri di essa figura rombica separatamente, secondo il modo & ordine del precedente, & poi ritrovar il lato del perfetto quadro in quella collocato, & ultimamẽte dimostrare in che modo geometricamente si descrive detto quadro perfetto in essa superficie rõbica. Ma se tu nõ havesti per rispetto della quantità irrationali ben intesa la resolutione del passato qui di novo sotto brevità si farà manifesta nella resolution di questo, che ci dà tutte le quantità rationali. Et pero sia anchor perché poneremo similmente che ciascun lato di esso rõbo sia 1 co. Et detraremo el quadruplo de questa cosa, che vien a esser la sõma de tutti quattro e lati di detto rõbo, fuor di 68, che restarà 68 men 4 co. per gli dui diametri a c & b d, de' quali pigliandone la metà, cioè la sõma delle due linee a o, & b o che formano l'angolo retto di dentro d'essa figura rombica, laqual metà è 34 men 2 co. & quella quadrãdo, che haveremo per detto suo quadrato 1156 p̃ 4 ce. men 136 co. & poi quadrando ancora uno dei lati di detta superficie rõbica, cioè 1 co. che si han posti esser ciascuno sarà 1 ce. alqual 1 ce. aggiongendogli p le ragion addutte nella resolutione del precedente la quantità superficiale della detta figura rõbica cioè 96 la qual sõma sarà eguale al detto quadrato del cõgionto della metà de detti dui diametri, cioè a 1156 p̃ 4 ce. men 136 co. ragguaglia gli estremi e serai a 3 ce. che te remarrà poi 45 ⅓ co. eguali a 353 ⅓ p̃ 1 ce. dimezza il nº de le co. & l'una metà multiplica in sè, che fa 513 7/9. Et di tal prodotto trahene il nº della equatione, cioè 353 ⅓, & del remanente qual è 160 4/9 pigliane la radice, laqual è 12 ⅔ & essa ℞ detrai della detta metà del numero delle co. cioè de 22 ⅔ che ti restarà 10 per valuta della co. e tãto vien a esser ciascun lato della detta figura rõbica, cioè 10 & detrahendo il quadruplo de 10, cioè 40 fuor di 68, resta 28 per ambidui gli diametri di essa figura congionti insieme liquali hanno da essere divisi in doi tal parti, che il dutto de l'una in l'altra faccia il doppio della superficie di essa figura, cioè 192. Et pero sia se piglia la metà del detto congionto d'essi diametri laqual è 14 e quadra la, fa 196 del qual quadrato detrane detto doppio de superficie, cioè 192, resta 4 del qual resto pigliane la ℞ laqual è 2, & quella aggiongi sopra la detta metà del congionto de detti diametri, cioè sopra 14 che farà 16 p il diametro maggiore, a c. & ancor detrarai la ditta ℞ di detta metà del cõgionto de essi dui diametri, cioè de 14, che restarà 12 p il menore, videlicet p lo b d. Hor se vogliamo sapere quãto sia ciascun lato del quadro pfetto, che si trova collocato in detta figura rõbica, ilqual põgo sia il quadrato o t n s, teniremo q̃sto modo videlicet, che prima cõsideraremo che di esso quadro pfetto meggio ne sia nel triangolo a b c, il qual è la metà di essa figura rõbica, & l'altro meggio giace nel triangolo a d c, che è l'altra metà della medema [illegible]. Secondo l'ordine che fo tenuto a trovare la quantità del lato del quadrato collocato nel triangulo dinanzi detto, se tenirà ancora a trovar la quantità del lato di quello che è collocato in questi, atento che quelle medesime passioni che intervenne in quello intervengono ancor in q̃sto eccetto che si come in quello egli era collocato tutto il quadrato, in questo gli ne è collocato se nõ meggio p ciascuno. Et pho, si com'è la pportione del diametro a c, ch'è basa d'ambidui essi triangoli laqual è 16 al lato, m n, di esso quadro qual pongo essere 1 co. cosi dalla ppendicolare b o, laqual è 6 cioè la metà del menor diametro, b d, a quella sua parte, b r, che è tagliata da esso lato, m n, del detto quadro, laqual vien a essere 6 men ½ co. cioè mẽ meggio detto lato del q̃dro atento che in detto triãgolo a b c, nõ gli ne è collocato se nõ meggio coe

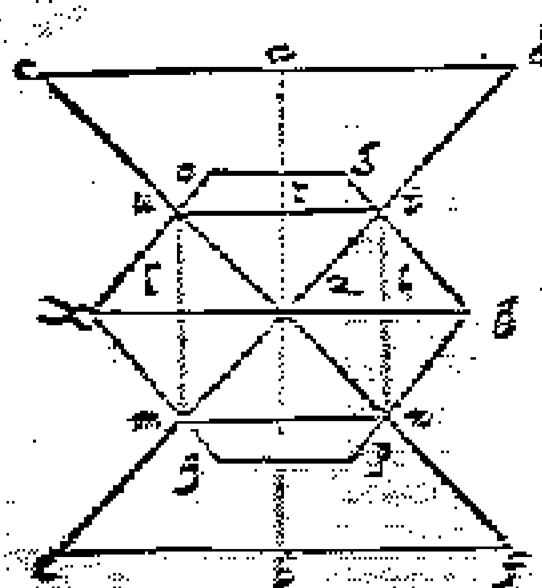
si ha ancor

si ha ancor detto di sopra un'altra fiata per la sexta multiplicata la prima nella quarta di queste quattro quantità proportionali, cioè 6 in 6 men [illegible] co. il prodotto qual è 96 men 8 co. sarà eguali a quello che è contenuto sotto le altre due, cioè sotto 6 & 1 co. che fa 6 co. come il mostra di Euclide nella decimasesta del sesto ci fa manifesto. Adunque essendo 96 men 8 co. eguale a 6 co. ragguagliando gli estremi si haverà poi 14 co. eguali a 96, & partendo detto 96 per 14 ci venirà 6 $\frac{6}{7}$ per valuta della co. è tanto è il lato del detto quadro perfetto, collocato in detta superficie rombica. Se vogliamo dimostrare per via di questa nostra operatione algebraica, in che modo il geometra, a da collocare esso quadro perfetto in detta figura rõbica, teneremo quest'ordine, cioè che prima vederemo quanto siano cadauna delle parti b n, & n c, del lato b c, di essa figura. Et similmente quanto siano cadauna delle parti b m, & m a, de l'altro lato a b, della medesima. Proportionando in questo modo, conciosia che il triangolo b o c, sia simile al triangolo n n c, sarà la proportione dal b o, che è 6 al n n, che è 3 $\frac{3}{7}$, cioè la metà del lato del quadro perfetto collocato in detta figura, così dal lato b c, che è 10 alla sua parte n c, è moltiplicando 10 per 3 $\frac{3}{7}$, che fa 34 $\frac{2}{7}$ & il detto prodotto partendo per 6 ci venirà 5 $\frac{5}{7}$ per la parte n c, del lato b c, & l'altra parte b n, del medesimo lato b c, sarà il rimanente sin 10, cioè 4 $\frac{2}{7}$. Similmente conciosia che l'altro lato, a b, di essa figura rombica sia ancor lui 10, sarà la parte, a m, di quello medesimamente 5 $\frac{5}{7}$, & la parte m b, 4 $\frac{2}{7}$ hor dal ponto, o siano protratte due hippotumisse a gli ponti m, & n, di detti lati, a b, & b c. Et quelle siano allongate di fuor del triangolo a b c, sin che concorrano, con quella linea ortogonalmente tirata dalla estremità del diametro, b d, cioè dal ponto, b, & allongata da l'una & l'altra parte sin che concorra, con le dette due hippotumisse, che gli ponti del concorso pongo siano gli dui h, & g, & perche il triangolo, n o c, è simile over equiangolo al triangolo o h b, sarà la proportione dal n c, qual habbiamo trovato esser 5 $\frac{5}{7}$ al n b, qual habbiamo trovato esser 4 $\frac{2}{7}$ come è dal o c, qual è 8, ch'è la metà del diametro maggiore a c, al h b, & moltiplicando, 8 per 4 $\frac{2}{7}$ che fa 34 & il detto prodotto partendo per 5 $\frac{5}{7}$ ci venirà 6 per lo h b, che è quanto il b o, cioè quanto è meggio il diametro b d, minore, similmente per le medesime ragioni il, b g lato del triangolo, m b g, sarà ancor lui, 6 di maniera che tutta la linea h g ortogonalmente tirata dalla estremità del detto diametro b d, cioè dal detto ponto, b, & allongata da l'una & l'altra parte di esso ponto, b sarà, 12 videlicet tanto quanto è tutto il detto minor diametro, b d, & la metà ne sia da una parte del detto ponto, b & l'altra metà da l'altra, similmente si troverà intervenire, facendo la medesima operatione ne l'altro triangolo a d c, imperoche come si ha detto, meggio di detto quadro perfetto sia nel triangolo a b c, & meggio nel triangolo, a d c, iquali triangoli sono del tutto simili & eguali per esser ciascaduno de quelli la metà di essa figura rombica. quando adunque geometricamente si vuol collocare un perfetto quadro in una simil figura rombica, si dalle due estremità de l'uno de suoi diametri sia qual si voglia siano tirate quattro perpendicolari, cioè due da una di esse estremità, & due da l'altra, & cadauna di quelle sia posta eguale alla metà di esso medesimo diametro, dalla estremità del quale son tirate. Et poi le estremità di esse perpendicolari siano congionte con quattro hippotumisse, con il ponto nel quale gli dui diametri di tal figura rombica si segano tra loro ortogonalmente, che in questa figura rappresentato per il ponto o lequal quattro hippotumisse si vederanno segar gli quattro lati di essa figura rombica, in quattro ponti, che in questo loco sono rappresentati per gli ponti n, m s t, liquali quattro ponti se saranno continuati cõ quattro linee rette si haverà asseguito un tal problema (cioè descritto over collocato un perfetto quadro in essa figura rombica che in questo loco, è rappresentato per il quadro, m n s t) che in questo modo si approva [illegible] et perche gli quattro angoli a o b, a o d, c o b, & c o d, sono tutti retti, & gli dui lati h b, & b o, del triangolo h b o, sono eguali, & l'angolo, h b o, è retto saranno gli altri dui angoli, b h o, & b o h, del medesimo triangolo h b o, per la quinta & trigesimaseconda del detto nostro, ciascun meggio angolo retto, per il che tutto l'angolo c o h, retto, è diviso dalla hippotumissa o h, in dui mezzi angoli retti. Et con simil modo si approvarà esser cadauno de gli altri, di detti quattro angoli retti divisi dalle altre hippotumisse, g o, k o, & f o, in dui mezzi angoli retti, di modo che tutti gli otto angoli, che circonstano al detto ponto, o sono cadaun di loro meggio angolo retto. Adunque perche gli dui lati, n o, & m o, del triangolo m o n, sono eguali a gli dui lati, s o, & t o, del triangolo, s o t, & ancora a gli dui, s o, & n o, del triangolo, n o s, Et etiam a gli dui, t o, & m o, del triangolo m o t, & cadauno di angoli contenuti sotto de essi lati eguali, sono retti per esser cadauno di loro composto da dui mezzi angoli retti, seguita per la quarta del primo del nostro, che tutte le basi de quelli che sono gli lati di detto quadro siano tra loro eguali è similmente gli altri angoli de ciascuno siano eguali a quelli del primo, cioè a quelli del triangolo m o n. Et perche la perpendicolare g h, e equale alla perpendicolare o h, similmente il mezzo diametro a o, e equale al mezzo diametro, o c, sara la proportione dal g h, al h h, come dal a o, al o c, (cioe proportione di equalita) & permutatamente dal g h, al a o, sara come dal o h, al o c, ma com'e dal g h, al a o, cosi dal o h, al o c, cosi e dal h n, al n o, & dal g m, al m o, per laqual cosa sara dal g m, al m o, come dal h n, al n o, adunque per la seconda del sesto del detto nostro la m n, sara equidistante al diametro a c. Et perche etiam tutta la linea h g, e equidistante al medesimo diametro, seguita per la trigesima del primo del medemo nostro, che la sia etiam equidistante al m n, e pero per la vigesimanona de esso primo del prefatto nostro, gli angoli o n m, & o m n, del triangolo m o n, sono equali a gli dui angoli o h g, & o g h, del triangolo o h g, & perche questi dui del triangolo, o h g, sono cadauno di loro mezzo angolo retto, sara etiam cadauno de gli altri dui del triangolo m o n, mezzo angolo retto, & cosi sono etiam cadauno de gli altri angoli delle basi de gli altri triangoli t o s, s o n, & t o m cadauno di loro mezzo angolo retto (perche egli e stato provato che sono tra lor equali) adunque tutti gli angoli di esso quadro sono composti da dui mezzi angoli retti, per ilche sono tutti retti. Et perche ancor e gia e sta provato, che tutti e suoi lati sono equali si conclude quello esser quadro perfetto. Adunque dalla probatione geometrica di questo nostro quesito, ne seguita un'altro modo di collocare geometricamente esso perfetto quadro, in una simil figura rombica, cioe dividendo in due equal parti, cadauno de gli quattro angoli retti che sono al ponto, o dove si segano ambidui gli diametri in essa figura, come ne insegna la nona del primo del detto nostro, & producendo le linee di tal divisioni fin che seghino li quattro lati di tal figura rombica & poi continuando gli quattro ponti di tal incisioni con quattro linee, che si havera adempito un tal probleme. &c.

Quinquagesimo secondo

Egli e lo ottagono, o x q p g s, equilatero & equiangolo, nelquale e gli e collocato il quadro, a n m t, si domanda quanto e cadauno lato di esso quadro, essendo cadauno de' quali del detto ottagono 8. Prima & principalmente sia tirato il diametro x g, di tal ottagono ilquale dividera esso in dui quadrilateri equali che uno ne il quadrilatero o x g s, l'altro il quadrilatero x q p g, & cadauno de questi quadrilateri sara egli e la meta del detto quadro, & perche il lato de esso ottagono e 8, dal presupposito sara il diametro x g, di quello per la decimaquinta del quarto del nostro Euclide il doppio de 8 idest 16, in mezzo del qual diametro siano erigate due perpendicolari, una dalla parte superiore, & l'altra dalla inferiore, & quelle siano alongate in continuo & diretto tanto, che quelle concorrino con gli lati x o, g s, x q, & g p, etiam loro alongati verso le medesime parti, cioe superiore, & inferiore, liquali concorsi pongo che siano gli ponti a, & b. Ma non si hanno voluti alongar essi lati per non generar confusione. Et perche il diametro x g, e doppio al lato, o s, del detto ottagono intendendosi essere alongato il lato, x o, fino al ponto, a tutta la linea, x o a, sarebbe ancor lei doppia alla, o a, per ilche detta, o a, sarebbe pur 8, & tutta la, x o a, sarebbe 16 & 16 sarebbe ancor tutta la g s a. Et similmente dalla parte inferiore 16 sarebbe la, x q b, & ancor la, g p b, adunque cavandosi il quadrato della meta del diametro x g, cioe il quadrato del la, x z, qual e 64 dal quadrato della x o a, qual sarebbe 256 quando fusse alongata fino al ponto, a, come si ha ancor detto, ci restara 192 per il quadrato della perpendicolare, a z, per il che detta perpendicolare sara R 192, & similmente R 192 sara l'altra, b z, dalla parte inferiore.

Hor dal ponto, a superiore siano cavate due linee perogonalmente alla perpendicolare a z, cioe, una dalla destra & l'altra dalla sinistra del detto ponto, a, lequali siano poste equali cadauna di loro a detta perpendicolare, a z, lequal linee pongo che siano le due, a c, & a d, & ancora due altre medesimamente ne siano cavate dal ponto b, inferiore due altre pur ortogonalmente alla perpendicolare, b z, cioe una dalla destra, & l'altra dalla sinistra del medesimo ponto b, & cadauna di quelle siano pur fatte equale a detta perpendicolare, b z lequal linee pongo siano le due, b e, & b f. Dapoi siano tirate altre quattro linee rette dalle estremita delle prime quattro, cioe da gli ponti, c d e f, lequal tutte vadino a terminare nel ponto, z, lequal ultime quattro linee segarano quattro de gli lati del detto ottagono in quattro ponti videlicet il lato x o, in ponto, n, lo x q, in ponto, m, lo, g s, in ponto, t, & lo, g p, in ponto, n, gli quali quattro ponti essendo continuati con quattro altre linee rette, geometricamente si havera adempito tal proposito, laqual cosa si approba medesimamente come fu fatta quella del quadrato inscritto nella figura rombica. Ma se algebraticamente vorremo trovare la quantita del lato di esso quadro a detto ottagono inscritto, ci sara bisogno procedere come in sino in

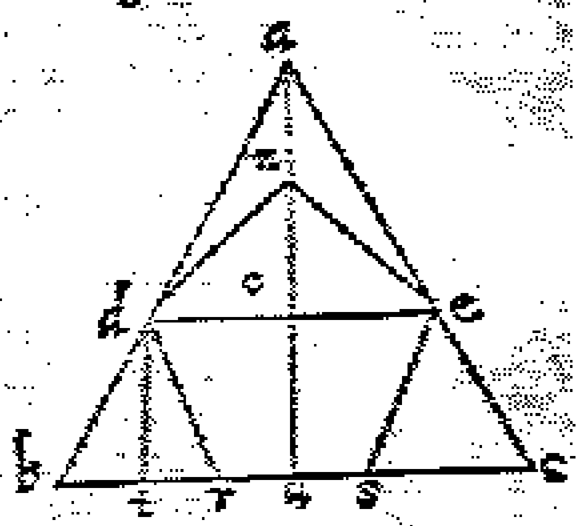


costui

trouar la quantità di quello che fu collocato nella sopradetta figura cubica, cioè proportionando, come il diametro, x g, qual è 16 al lato, x t, dil detto quadro, qual pongo esser, 1 co. così la perpendicolare, a x, qual è R 192 alla sua parte a s, che è tagliata dal medesimo lato, s t, di esso quadro, laqual parte vien a esser R 192 men $\frac{1}{2}$ co. idest men $\frac{1}{2}$ il lato di esso quadro, atteso che meggio solo ne è collocato nel quadrilatero, a x g s, l'altro meggio nel quadrilatero, x q p g. & multiplicando la prima di queste quattro quantità proportionali nell'ultima, el prodotto per la decimasesta dil sesto dil detto nostro sirà equale a quello che è contenuto sotto le altre due. Ma il prodotto de 16 in R 192 men $\frac{1}{2}$ co. è R 49152 men 8 co. & quello de 1 co. in R 192 è R 192 ce. Adunque R 49152 men 8 co. sono equali a R 192 ce. Et hora multiplicarai cadauno di questi estremi in se medesimi che ne verrà 49152 p 64 ce. men R 12582912 co. Equali a 192 ce. & ragguagliando le parti si haverà 49152, equali a 128 ce. p R 12582912 co. Et levando da cadauno de essi estremi, 128 ce. per far restar detta R 12582912 co. sola, si haverà poi 49152 men 128 ce. equali a R 12582912 ce. & multiplicando ancor questi dui ultimi estremi in se medesimi per levare detta R della equatione, ci verrà 2415919104 p 16384 cece. men 12582912 ce. equali a 12582912 ce. e ragguagliando un'altra fiata le parti e recando essa equatione a 1 cece. si haverà finalmente 1 cece. p 147456 equali a 1536 ce. e cavando il capitolo in luce si trovarà il ce. valer 768 men R 442368. & la co. R V. (768 men R 442368) o vero R V. (384 p R 36864) men R V. (384 men R 36864) e tanto si dirà esser il lato del detto quadro collocato in detto essigono, cioè R V. (384 p R 36864) men R V. (384 men R 36864) over R V. 768 men R 442368, che veramente tanto è a uno modo quanto all'altro. &c.

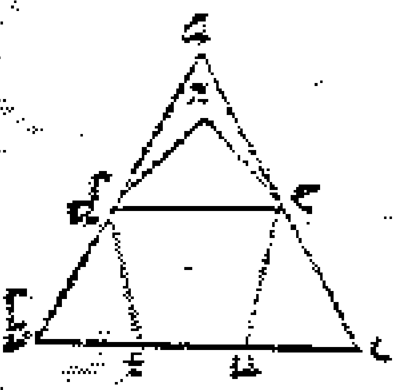
Quinquagesimonono

Egli è il triangolo equilatero, a b c, nel quale è collocato il pentagono equilatero & equiangolo n d r s e, talmente che uno de suoi lati, r s, giace nella basa, b c, dil detto triangolo, & uno de suoi angoli dil detto pentagono, tocca gli altri dui lati a b, & a c, dil medesimo triangolo & esso pentagono è 10 per cadauna sua faccia, si dimanda quanto è cadauno lato dil predetto triangolo quello, e l'ordine de risolvere tal proposta videlicet dechiarando prima che la linea, d e, laqual sotto tende all'angolo d n e, dil detto pentagono, è equalmente distante dalla basa over lato, r s, di esso medesmo pentagono, & questo si manifesta in questo modo, cioè imaginandosi con la mente che a detto pentagono gli sia circonscritto uno cerchio, & perché tutti gli lati di esso pentagono sono tra loro equali, gli archi ancora quali cadauno essi lati sirranno ancor tutti tra lor equali per la vigesimaottava del terzo di Euclide, & perché per la vigesimanona dil detto terzo gli angoli constituiti sopra equali archi, sono ancor tra lor equali, adunque imaginando essersi dal puncto d al puncto, s, & dal puncto e al puncto, r, esser protratte due linee rette, gli angoli da quelle causati sopra la circonferentia de detti archi sirranno ancor tra lor equali. Eperò per la vigesimasettima del primo del medesimo nostro le dette due linee, d e, & r s. Eperò tutta la, b c, (nellaqual sta & giace detta r s,) sirranno tra loro equidistante, per il che seguita per la vigesimanona dil detto primo, che il partial triangolo, a d e, sia ancor lui equilatero. Et perché il lato dil detto pentagono, è 10 dividendo mo esso 10 in due tal parti che quello che è a fatto da tutto esso 10 in la sua minor parte sia equale al quadrato della maggiore. Et ancor ponendo essa maggior sopra il detto 10 idest sopra il detto lato di esso pentagono, si haverà nota etiam manifesta (per la quarta & undecima del terzodecimo del detto nostro) la quantità della linea, d e, laqual sottotende a l'angolo, d n e, dil detto pentagono. Ma a divider detto 10 secondo che si ha detto poneremo che la sua maggior parte sia 1 co. per il che la minore sirà 10 men 1 co. & multiplicando 10 per 10 men 1 co. farà 100 men 10 co. per il detto de tutto esso 10 nella sua minor parte, il qual prodotto a da esser equale al quadrato della maggior parte, cioè al quadrato de 1 co. qual è 1 ce. adunque essendo 1 ce. equale a 100 men 10 co. ragguagliando le parti e cavando il capitolo in luce, si trovarà la co. valer R 125 men 5, e tanto è la detta maggior parte, laqual aggiongendola sopra 10 farà in tutto R 125 p 5 per la quantità di detta linea, d e, laqual sottotende al detto angolo, d n e, dil detto pentagono. Hor dal puncto, d, sia lassiata andare una perpendicolare sopra la basa, b c, laqual pongo sia la linea, d t, dellaqual ci fa bisogno trovare la sua quantità. Ma prima si ha da sapere, che ducendo la perpendicolare, a o, del partial triangolo, a d e, che quella cade nel meggio della sua basa d e, Et similmente, ducendo la perpendicolare dall'angolo, n, del pentagono alla detta basa, d e, laqual sottotende al detto angolo pentagonico quella ancor cade nel meggio di detta basa d e, per il che egli è necessario, che la prima perpendicolare del detto partial triangolo, a d e, transisca per l'angolo del detto pentagono, cioè per il puncto, n. Et in esso puncto, n, si congionga



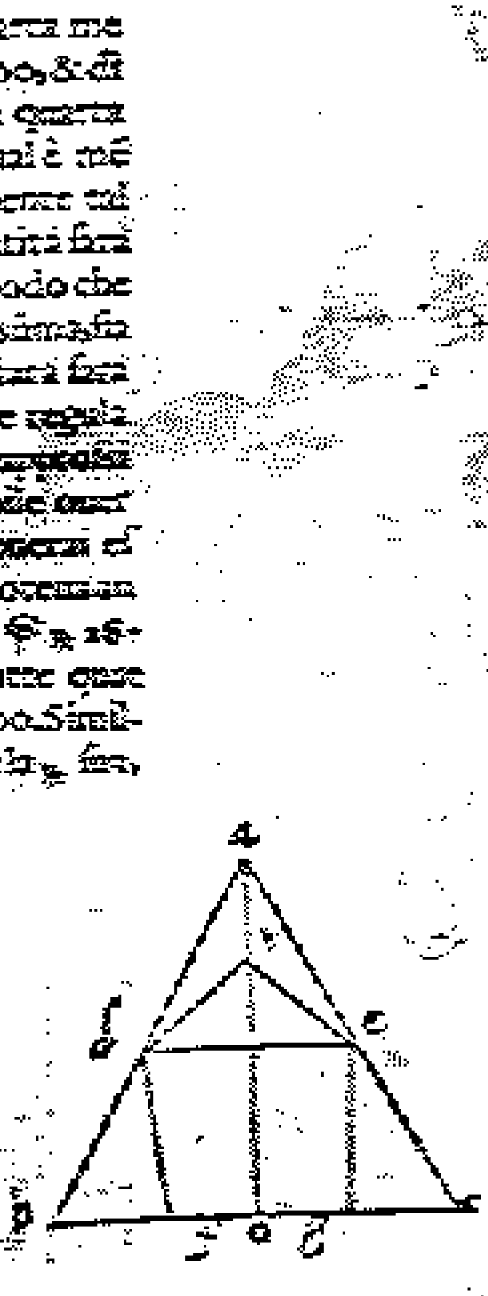
con la seconda, idest con quella che e ditta dal detto angolo del pentagono. Et diventino una sol linea, laqual è la detta perpendicolare over linea, a o. Ma perche ancor discendo dal detto angolo, o, il diametro del cerchio, che circunscrive il detto pentagono quello divide essa basa, over linea, d e, ortogonalmente in doe parte eguali. Et finalmente il lato, r s, del detto pentagono (il quale è equalmente distante a essa linea over basa, d e,) per ortogonalmente in doe parti eguali. Adonque a longando noi detta perpendicolare, a o, del detto partial triangolo a d e fino alla basa, b c, del total triangolo, a b c, quella dividerà nõ solamente essa basa, b c, ortogonalmente in doe parti eguali, ma ancor il lato, r s, del detto pentagono per il che seguita che la superficie, d o r u, sia de lati equidistanti, & perche ogni superficie de lati equidistanti a gli lati oppositi eguali, sarà adonque il lato, d o, di quella eguale al lato, r u, della medesima. Ma il lato, d o, è la metà de tutta la basa, d e, laqual habiamo trovata essere R 125 p̄ 5. Adonque l'uno & l'altro de detti doi lati, d o, & r u, sarà R 31 $\frac{1}{4}$ p̄ 2 $\frac{1}{2}$. Et detrahendo del lato, r u, la metà del lato, r s, del pentagono, laqual metà è 5 restarà R 31 men 2 $\frac{1}{2}$ per la linea, r u, il quadrato dellaqual linea, r u, qual è 37 $\frac{1}{2}$ men R 781 $\frac{1}{4}$ [illegible] detrato del quadrato del, r s, lato del pentagono, il qual quadrato, è 100 per esser il detto lato 10 dal presupposito, ci restarà 62 $\frac{1}{2}$ p̄ R 781 $\frac{1}{4}$ per il quadrato della ppdicolare over lato, o r. Et cosi per il quadrato del lato, o u, a quello opposito. & perche havemo trovato la basa, d e, del partial triangolo, a d e, esser R 125 p̄ 5, & essendo la proportione del quadrato del lato del triangolo equilatero, a quello della sua perpendicolare come da 4 a 3 perho multiplicãdo il quarto del quadrato di essa basa, d e, (qual quadrato viene ad essere 150 p̄ R 12500.) & il suo quarto 37 $\frac{1}{2}$ p̄ R 781 $\frac{1}{4}$) per 3 ci verrà 112 $\frac{1}{2}$ p̄ R 7031 $\frac{1}{4}$ per la perpendicolare, a o. Et perche di sopra habbiamo trovato che il quadrato della linea, o u, a detta perpendicolare, a o, in continuo e directo aggionta è 62 $\frac{1}{2}$ p̄ R 781 $\frac{1}{4}$ perho congiungendo noi insieme le radici de ambidui questi quadrati, haveremo nota & manifesta tutta la perpendicolare, a u, del total triangolo equilatero, a b c, laqual sarà R V. (112 $\frac{1}{2}$ p̄ R 7031 $\frac{1}{4}$) p̄ R V. (62 $\frac{1}{2}$ p̄ R 781 $\frac{1}{4}$) Et perche p la seconda del sexto dil sopradetto nostro, egual è la proportione della, a o, al o u, come della, a d, al d b, perho permutatamente della, a o, al a d, sarà come del o u, al d b, p il che, dal quadrato della, a o, a quello della, a d, sarà come dal quadrato della, o u, a quello della d b, ma quello della, a o, a quello della, a d, è come, 3 a 4 come si ha detto di sopra, perho quello della, o u, a quello della d b, sarà ancor lui come 3, a 4. & perche quello della, o u, è 62 $\frac{1}{2}$ p̄ R 781 $\frac{1}{4}$ partendo adonque 62 $\frac{1}{2}$ p̄ R 781 $\frac{1}{4}$ p 3 e lo avenimento qual è 20 $\frac{5}{6}$ p̄ R 86 $\frac{29}{36}$ multiplicando per 4 ci verra 83 $\frac{1}{3}$ p̄ R 1388 $\frac{8}{9}$ per il quadrato della, d b, del qual quadrato pigliandone la radice laquale è R V. (41 $\frac{2}{3}$ p̄ R 1388 $\frac{8}{9}$) p̄ R V. (41 $\frac{2}{3}$ men R 1388 $\frac{8}{9}$) essa sarà la vera longitudine di detta linea, d b, laqual aggionta co la quantità della linea, a d, che è R 125 p̄ 5 cioè tanto quanto, è la basa, d e, del partial triangolo, a d e, per esser quello equilatero, si haverà in tutto R 125 p̄ 5 p̄ R V. (41 $\frac{2}{3}$ p̄ R 1388 $\frac{8}{9}$) p̄ R V. (41 $\frac{2}{3}$ men R 1388 $\frac{8}{9}$) per tutto il lato, a b, del total triangolo equilatero, a b c, che è il proposito vero è che si potrebbe ancor dire che esso lato, a b, & similmente cadauno de gli altri doi del detto triangolo a b c, è esser R 125 p̄ 5 p̄ R V. (83 $\frac{1}{3}$ p̄ R 1388 $\frac{8}{9}$) overo R V. (150 p̄ R 12500) p̄ R V. (83 $\frac{1}{3}$ p̄ R 1388 $\frac{8}{9}$). Et veramẽte cadauna delle dette tre risposte sono una medesima quantità s bonche paiano diverse.

Quinquagesimo quarto

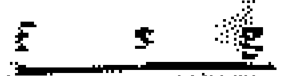


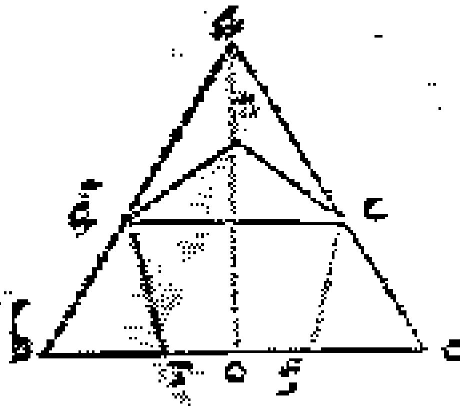
Egli è il triangolo, equilatero, a b c, nel qual è collocato il pentagono equilatero, n d f e, g, talmente che uno de suoi lati sia & giace nella basa b c, dil detto triangolo, & doi de suoi angoli toccano, gli altri doi lati a b, & a c, del medesimo triãgolo. Si dimanda quanto è ciascun lato del detto pentagono, essendo cadauno de quelli del triãgolo 10, che volesse per via retta pervenire in cognitione de lati de tal pentagono, cioè procedendo per la regula de l'algebra o vogliamo dire della cosa si cõdurebbe a capitolo tanto alto, che poi nõ si potrebbe per le cose fin hora dechiarato in luce, & perho per nõ incorrere in tal inconveniente, ci sarà bisogno, che per via di proportioni veniamo a conseguire il nostro desiderio.

A beneplacito adonq̃ pigliaremo un pentagono che gli lati di quello siano rationali per piu nostra facilità, a benche non facesse caso, che fusse rationali overo irrationali, se nõ in questo da un poco piu a un poco men fatica. Et sia ritrovato mediante il quesito precedente il lato del triangolo equilatero, nelqual esso pentagono cade dentro, che per non abondare in tanto dire, pogo che sia quel medesimo di esso passato quesito, collocato nel passato triangolo equilatero, ilqual ponessimo essere, 10 p ciascun suo lato, & che fu trovato ciascun lato de tal triãgolo, nelqual esso pentagono stava collocato esser R V. (150 p̄ R 12500) p̄ R V. (83 $\frac{1}{3}$ p̄ R 1388 $\frac{8}{9}$) Poi proportionãdo, pportionaremo, si come il lato del triangolo equilatero di esso quesito passato, cioè R V. (150 p̄ R 12500) p̄ R V. (83 $\frac{1}{3}$ p̄ R 1388 $\frac{8}{9}$) al lato del triãgolo equilatero del quesito presente qual è 10 cosi dal lato del pentagono collocato nel triãgolo passato qual el qual fu posto 10 al lato del pentagono collocato nel triãgolo preallegato & fu multiplicato 20 p 10 che fara 200 & tal prodotto fu partito p ℞ V.(150 p̄ ℞ 12500) p̄ ℞ V.(83 1/3 p̄ ℞ 1388 8/9) in q̃sto modo videlicet multiplicãdo prima detto binomio de radici universali nel suo residuo, cioè in ℞ V.(150 p̄ ℞ 12500) men ℞ V.83 1/3 p̄ ℞ 1388 8/9) che fara ℞ ℞ 5555 5/9 p̄ 66 2/3, poi multiplicãdo ℞ 5555 5/9 p̄ 66 2/3 nel suo residuo idest in ℞ 5555 5/9 mẽ 66 2/3 che fara 1111 1/9 elqual 1111 1/9 fu salvato p partitore. Et ancor fu moltiplicato 200 p gli medesimi residui, scilicet primamente p ℞ V.(150 p̄ ℞ 12500) mẽ ℞ V.83 1/3 p̄ ℞ 1388 8/9, che ne venni ℞ V.(6000000 p̄ ℞ 20000000000000) men ℞ V.3333333 1/3 p̄ ℞ 2222222222222 2/9). Poi per ℞ 5555 5/9 men 66 2/3 che fara ℞ V.(33333333333 1/3 p̄ ℞ [illegible]) p̄ ℞ V.([illegible]) men ℞ V.([illegible]) p̄ ℞ [illegible]) mẽ ℞ V.(2666666666666 2/3 p̄ ℞ [illegible]). Et questo ultimo prodotto fu diviso over partito p il sopra salvato partitore, cioè per 1111 1/9 che ne venni ℞ V.(27000 p̄ ℞ 405000000) p̄ ℞ V.(12000 p̄ ℞ 28800000) men ℞ V.(15000 p̄ ℞ 45000000) mẽ ℞ V.(21600 p̄ ℞ 259200000) per il lato del pẽtagono equilatero & equiangolo collocato nel detto triangolo qual è 20 per ciascuna sua faccia. Ma le da advertire che la prima de queste quattro ultime radice universali vuol dire chel sia presa la radice de 405000000 & quella posta sopra 27000 & di tal summa prendere ancor la sua radice, che quella sarà la vera quantità che vien dinotata per essa prima radice universale overamente presa la radice de 27000 p̄ ℞ 405000000, come binomio laqual è 150 p̄ ℞ 4500 & di poi presa la radice de 4500 & quella summata con 150, che medesimamente tal summa sarà la vera quãtità che vien dinotata per essa prima radice universale. Similmẽte la seconda vuol inferire chel sia presa la ℞ de 28800000. Et quella posta sopra 12000 & di q̃lla summa ancor presa la sua ℞ che quella sarà la quantità che vien dinotata per essa seconda ℞ universale, la terza vuol dire, chel sia presa la ℞ de 45000000 & quella posta sopra 15000 & di tal sũma prenderne la radice, che quella sarà la quantità che vien dinotata per essa terza radice universale, laqual quãtità di essa terza radice universale sarà tutta meno, si come le altre due prime son tutto più, imperoche, a dire mẽ ℞ V.(15000 p̄ ℞ 45000000) q̃lli più vuol dire tãto più meno & nõ altramente, si come quando verbi gratia diceno men ℞ V.(40 men ℞ 50) q̃l secondo meno, vuol dire tãto manco meno di quel primo, così nee verrà quãdo diceno mẽ ℞ V.(15000 p̄ ℞ 45000000) quel più vuol dire tãto più meno di quel meno, come si ha detto, & così se ha da intẽder etiã in ogni altro loco della presente opa come si trova simil radici. la quarta medesimamente vuol inferire chel sia pña la ℞ de 259200000 & quella posta sopra 21600 & di quella sũma ancor presa la sua ℞ che quella sarà la quantità che vien dinotata per essa quarta ℞ universale overamente presa la ℞ de 21600. Et ℞ 259200000, come binomio laqual è mẽ ℞ 18000. Et 60 & dipoi presa la ℞ de 18000 & quella sũmata con 60 che medesimamente tal sũma sarà la vera quantità che vien dinotata per essa quarta ℞ universale, laqual quãtità sarà pur tutta meno, com'è ancor quella della terza. Et di q̃ste quattro radici prese nel modo che si ha detto le due prime (lequal son ambedue tutto più) siano sũmate insieme & di tal sũma sia detratta la sũma delle due ultime lequali sono ambedue tutto meno, che quello restarà sarà in sẽ la quãtità del lato de tal pentagono, ma nõ di pũto. Attento che nõ si ha modo ne regula di dare in sẽ precisamẽte la ℞ di quelli numeri che nõ son quadrati, ma solo secõdo lo approssimamẽto, ilqual approssimamẽto varia alquãto dalla precisione, ma nõ di cosa sensibile overamente laqual quantità d'esso lato pentagonico se diligẽtemente opari, la troverai essere più di 7 & mẽ di 8 vero è che più succintamẽte di q̃llo, che si ha detto di sopra si poteriano dare il lato di esso pẽtagono dicẽdo quello essere 90 mẽ ℞ 4500 p̄ ℞ V.(12000 p̄ ℞ 28800000) mẽ ℞ V.(15000 & ℞ 45000000) che veramẽte, e tãto q̃sto sono le soprascritte quattro radici universali, impoche la prima & ultima di q̃lle in sũma fanno 90 mẽ ℞ 4500. Similmẽte nel sopra, in loco de ℞ V.(150 p̄ ℞ 12500) poteramo adoprare ℞ ℞ [illegible] ch'è la ℞ sua, ma così ci è apparso di fare lequali ogniuno a q̃llo che più gli aggrada, che l'una & l'altra è pfetta una quãdo adũq; ci sarà pposto uno pẽtagono equilatero, e che circa q̃llo facci bisogno describere un triangolo equilatero, tiraremo la linea, che sottẽde all'angolo pẽtagonico che ponero sia la. d e, che è tirata sotto l'angolo. a del pẽtagono. a d f g e, & secõdo quella describeremo il parvul triangolo, a d e, equilatero, poi alongaremo ambidui gli lati a d, & a e, di quello fin che cõcorrino ne gli pũcti, b, & c cõ il lato f g, d'esso pentagono, qual sarà alongato da l'una & l'altra parte, che fatto questo si haverà adẽpito il nostro proponimẽto, ilche si approba mediante quello che fu detto nel precedente quesito, qual fu approbato la linea d e, essere equidistante alla basa b c, p che da ciò seguita che gli angoli che sono a b, & a c sono equali a q̃lli che sono a d, & a e p la 29 di Euclide, & essendo detti angoli eguali li



total triangolo.a b c.vien a essere equiangolo al partial triangolo.a d e.e perho gli lati de gl li sono proportionali.& perche quelli del partiale sono sta fatti tutti equali tra loro. egli e ne cessario per la nona del quinto del detto nostro.che ancor tutti quelli del totale sino tra lo ro equali. Ma se ci fara proposto uno triangolo equilatero nelqual faci debisogno descriverli dentro un pentagono equilatero ci bisognara procedere p uia retrograda.cioe fabricado pri ma per la decima & undecima del quarto di Euclide un pentagono equilatero di che grandez za ci pare & piace. Poi describendo atorno di quello un triangolo equilatero come sta detto di poi per la decima del quinto di esso Euclide trouare una linea allaquale sia la pportione del lato del pentagono alquale si ha descritto in cerca il triangolo equilatero.cioe dal lato d'esso triangolo equilatero cerca a detto pentagono descritto.al lato del triangolo equilatero alqua

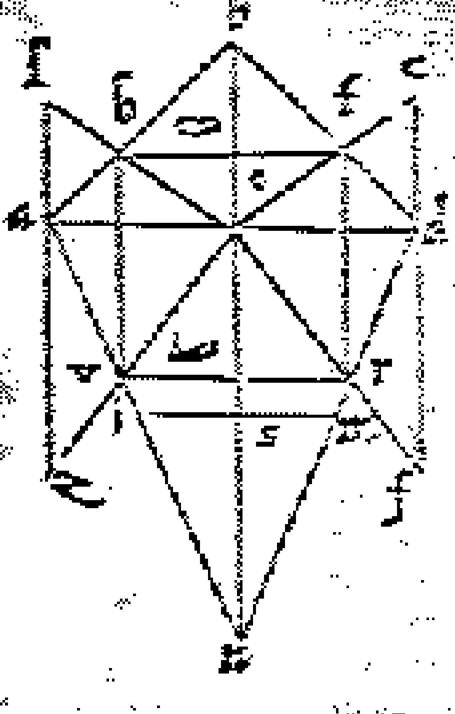




le ci e proposto de collocarui dentro il pentagono.che questa tal linea sara il lato del pe tagono che cade nel medemo triangolo equilatero che ci e stato proposto da collo carvelo dentro laqual linea pongo che sia la f g.& il dato triangolo sia a b c.Dapoi sia divisa la basa.b c.di esso triangolo in due parti equali in poncto.o.& sia ancor divisa la detta linea.f g.per in due equal parti in poncto.s.& sian assegnate le due linee.o q.& o r. della detta basa.b c.del detto triangolo equilatero.che cadauno di quelle siano equali alla meta della detta linea.f g.accio che tutta la r q.che giace in detta basa.b c.sia equale a tutta la.f g.cioe al lato del pentagono equilatero che cade nel detto triangolo dapoi sia descritto uno cerchio.secondo la quantita della linea.r q.che giace nella basa.b c.del triangolo a b c.talmente che il semidiametro di tal cerchio sia la detta linea.r q.facendo esso poncto.q.centro di detto cerchio.la circonferentia delquale segara il lato.a c.di esso triango lo.che pongo cio essere nel poncto.e.& ancora sia descritto un altro cerchio equale al mede mo che habbiamo descritto facendo il centro suo il poncto.r.la circonferentia delquale segara il la to.a b.che cio pongo essere nel ponto.d.dapoi siano tirate tre linee rette videlicet una dal pon to.d al poncto.e un altra dal medemo poncto.d.al poncto.r.& l'altra dal poncto.q.al poncto.e ol tra di cio siano ancora descritti dui altri cerchi equali agli dui passati.facendo centro de l'uno il poncto.e.& de l'altro il poncto.d.le circonferentie di quali se intersecherano tra loro e maxime dalla parte superiore.che cio pongo essere nel poncto.n.dalqual poncto.n.siano tirate due linee rette talmente che una vadia a terminare nel poncto.d l'altra nel poncto.e.che cio fatto.si haue ra adempito tal problema. Et volendosi ancora che sia tirata una linea retta dalla vertice de cia scuno d'essi triangoli equilateri alla sua basa.talmente che essa linea divida cadauna d'esse base in due parti equali.che si vedera cadauno d'essi triangoli equilateri esser divisi in triangoli par tiali simili.& equali di li.& ancora gli pentagoni in triangoli & quadrilateri pur simili & equali di li.& facilmente si porra poi per la diffinitione posta nel principio del sexto del detto Eucli de sopra le superficie simili & ancora p la quartadecima octava.& decimanona d'esso sexto. Et ancor p la terciadecima del quinto d'esso medemo nostro sostentare che la proportione di lati di triangoli equilateri.sia equale a quella di lati di pentagoni.dentro da essi triangoli equi lateri collocati.si come l'habbiamo fatta over posta ancor noi.ideo. &c.

Quinquagesimo quinto

Egli e il pentagono equilatero & equiangolo a l m d b.nelquale egli e collocato il quadrato.h u r e si dimanda quanto e cadun lato di esso quadro.essendo cadauno di quelli del pentagono R 500 me 10. Prima ci e necessario di trouare la quantita della linea.a d.tirata sotto l'an golo.b.di tal pentagono.a ben che tanto saria tirandola ancora sotto cadauno de gli altri angoli.imperho che essendo tutti gli lati & angoli di tal pentagono equali seguita p la quar ta del primo di Euclide che ancor tutte esse linee tirate sotto gli detti angoli siano tra loro equali.perche lo effetto che faremo di quella medemo sarebbe ancor cadauna delle altre. Ma p hora ci e posto servirsi di questa a d.dellaquale volendosi hauer nota la sua quanti ta.questa sara una linea.che essendo divisa secondo la pportione habente il meggio & dui extremi la sua maggior parte sara equale al lato del detto pentagono.cioe a R 500 me 10 p la undecima del decimoterzo d'esso Euclide.adonq; poneremo che essa linea sia 1 co. e divideremo quella secondo la detta pportione nel modo che ce insegna esso medemo no stro p la undecima del secondo.cioe quadrando tutta essa linea.videlicet 1 co.che fa 1 ce.& an cor quadrando la sua meta videlicet $\frac{1}{2}$ co.che fa $\frac{1}{4}$ ce.& quelli dui quadrati.1 ce.& $\frac{1}{4}$ ce. aggiongendo insieme che fanno 1 $\frac{1}{4}$ ce.& di tal summa pigliandone la R laqual e R 1 $\frac{1}{4}$ ce.& di tal R detrahendone la meta di essa linea videlicet $\frac{1}{2}$ co.che resta R 1 $\frac{1}{4}$ ce me $\frac{1}{2}$ co.p la sua maggior parte di essa medema linea.a d.laqual maggior parte(come di sopra dicemo)a da esser equale al lato del detto pentagono.cioe a R 500 me 10. Et essendo R 1 $\frac{1}{4}$ ce.me $\frac{1}{2}$ co.equal a R 500 me 10.siano restorate le parti.che si hauera poi R 1 $\frac{1}{4}$ ce.p 10.equal a R 500 p $\frac{1}{2}$ co. Et multiplicando cadauno de quelli extremi in se medesimi.ne uerra 1 $\frac{1}{4}$ ce.p 100 p R 500 ce.equal a 500 p $\frac{1}{4}$ ce.p R 500 ce. Et levando da l'uno & l'altro de quelli R 500 ce.



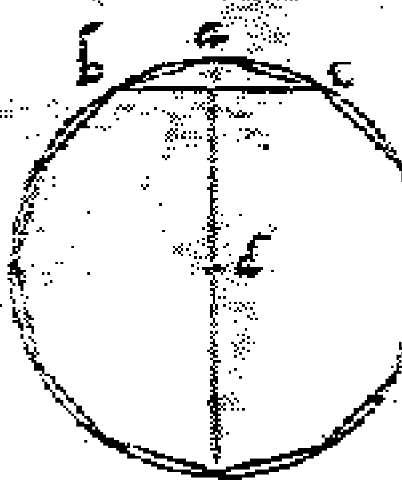
& ancor ¼ ne restarà finalmente 1 censo solo eguale 2400 p̃ ilche se dirà detto censo esser 400, & la cosa la sua ℞ cioè 20 è tãto è veramẽte la detta linea a d, idest 20. Secondariamẽte ci fa bisogno da l'angolo b, del detto pẽtagono protrahere la ꝑpendicolare b s, laquale necessariamẽte cade nel mezzo del lato, i m, di esso pentagono, diuidẽdo esso lato in due equal parti, laqual cosa si manifesta tirando due linee sotto gli dui angoli, a, & d, cioè da gli ponti i, & m, al ponto, b, lequal linee di sopra egli è stato ꝓuato necessariamẽte esser tra loro eguali. Et la ꝑpendicolare dutta dalla vertice di un triãgolo de dui lati eguali, sẽpre cade nel mezo della basa di tal triãgolo, laqual basa vien a esser il detto lato, i m, di esso pentagono, laqual perpendicolare sia alongata dalla parte inferiore fuor del pentagono, fino che quella concorra con gli altri dui lati, a i, & d m, di esso pẽtagono etiã loro alongati dalla medesima parte inferiore, che põgo sia il ponto, n, quel di tal concorso. Terzo ci bisogna trouare la quantità delle due linee, i n, & m n, procedente dal l'alongamento di detti dui lati, a i, & d m, del detto pẽtagono laqual si troua in questo modo, cioè p via de gli angoli di esso pentagono, atteso che tutti sono tra loro eguali come si ha detto, dal che ne seguita p la trigesimaseconda del primo del medemo autore Euclide, che cadauno di quelli sia vn angol retto, & vn quinto de angol retto; & essẽdo l'angolo, b, del detto pentagono vn angolo retto, & vn quinto de angolo retto, seguita p la detta trigesimaseconda, & p la quinta di esso primo, che cadauno de gli dui angoli, d a b, & b d a, del triangolo, b a d, sarano cadauno di loro dui quinti de angolo retto, & cadauno de gli angoli, n a d, & n d a, del triangolo, n a d, quattro quinti de angolo retto; e però p la detta quinta di esso primo gli dui lati n a, & n d, del triangolo, n d a necessariamẽte saran tra loro eguali. Et pche in quelli sono cõpresi gli dui lati a i, & d m, del detto pẽtagono, i qli son tra lor eguali. Egli accasca che lo i n, & m n, lati del parcial triangolo n i m, restino ancor medesimamente tra loro eguali, & l'angolo, n, del medesimo triangolo, i n m, per esser vn medesimo cõ quello del triangolo a n d, p la detta trigesimaseconda del primo sia dui quinti d'angolo retto, pilche tutto il spacio che sta intorno il ponto n, si potrà diuidere p la detta trigesimaseconda & per la decimaquinta del detto primo in dieci angoli eguali all'angolo i n m, Adunque facendo centro il detto ponto n, e describendo vn cerchio secondo la quantità della linea n i, la circonferentia di quello transirà etiã per il ponto m, per esser la linea n m, eguale al n i, & il lato i m, del detto pentagono sarà il lato del decagono da tal cerchio circonscritto. Et perche il detto autore Euclide per la terza del quartodecimo ne dimostra, che essendo diuiso il lato dell'essagono (ilqual vien a esser il mezo diametro del detto cerchio idest il lato i n, del triangolo i n m,) secondo la proportione hauente il mezo, & dui estremi, la sua maggior parte sarà il lato del decagono da esso medesimo cerchio circonscritto, & di sopra medesimamente hauemo dechiarito, che essendo diuisa la linea a d, laqual sottotende all'angolo b, pentagonico, secondo la detta proportione che la sua maggior parte è eguale al detto lato i m, & etiam a cadauno de gli altri lati di esso pentagono, ilqual lato i m, viene ad essere il lato del decagono circonscritto dal detto cerchio, come si ha detto, Adunque la linea n i, & ancor la, n m, lati del triangolo n i m, seranno ambedue eguali alla linea a d, che sottotende all'angolo b, del detto pentagono, e però seranno cadauna di loro 20, e tutta la n a, & etiã tutta la n d, sarano ℞ 500 p̃ 10 per ciaschuna di loro, atteso che essendo il lato a i, & ancor il lato d m, di esso pẽtagono cadauno ℞ 500 mẽ 10 aggiongendoli all'uno la linea i n, & all'altro la m n, lequal sono 20 p cadauna ne ꝓuiene ℞ 500 p̃ 10, cosi p tutta la linea a n, quãto p tutta la d n, quarto ci fa bisogno ritrouare la quantità della linea o n, & ancor quella della o b, & di poi aggiongere insieme ambedue esse linee p hauer etiã la notitia di tutta la perpẽdicolare b n, laqual ꝑpẽdicolare viene ad esser basa commune de gli dui triãgoli b a n, & b d n, & p far questo detraremo il quadrato della metà della linea a d, idest il quadrato della a o, (ilqual viene ad esser 100) fuor de cadauno di quadrati delle due linee a n, & a b, che p esser ciaschun de gli angoli a o b, & a o n, retti ci restarà gli quadrati delle due linee o b, & o n, Ma il quadrato della a n, p esser quella ℞ 500 p̃ 10, viene a esser 600 p̃ ℞ 200000, & quello della a b, per esser lei ℞ 500 men 10, vien ad essere 600 mẽ ℞ 200000, & quello della b o, per esser quella 10, viene ad essere 100. Adunque detrahendo 100 fuor de 600 p̃ ℞ 200000, ci restarà 500 p̃ ℞ 200000, per il quadrato della o n, & detrahẽdolo ancora (esso 100) fuor de 600 mẽ ℞ 200000 ci restarà 500 mẽ ℞ 200000, per il quadrato della b o, & summãdo insieme questi dui quadrati cioè 500 p̃ ℞ 200000, & 500 men ℞ 200000, con il doppio della multiplicatione dell'uno in l'altro, tal summa per la quarta del secõdo del predetto Euclide sarà la quantità del quadrato di tutta la linea b n, Ma a summar 500 p̃ ℞ 200000, cõ 500 men ℞ 200000, fanno a pũto 1000 & il doppio della radice della multiplicatione de 500 mẽ ℞ 200000, in 500 p̃ ℞ 200000, & ℞ 200000. Adunque il quadrato di detta linea b n, sarà in tutto 1000 p̃ ℞ 200000, per ilche se dirà che se essa linea b n, e lõga ℞ V. 1000 p̃ ℞ 200000, & la o n, ℞ V. 500 p̃ ℞ 200000, & la b o, ℞ V. 500 men ℞ 200000, Quinto ci bisogna dechiarire in che modo il quadro, h u r t, & descrise geometricamente in detto pentagono se vogliamo che questa nostra operatione sia intesa, Et hai dico fatto, protrahendo da ambe due le estremità della linea a d. cioè da gli ponti a & d, due linee rette, che facciano con detta linea a d. tutti gli angoli retti, cosi al ponto a, quanto al ponto d, & prolongando quelle dalla parte superiore & inferiore, sino che cadauna di quelle sieno eguali a detta linea a d. che una ne pongo essere la l z, & l'altra la e f. con questa conditione però, che la proportione di ciascaduna di quelle alle sue parti di sotto da gli ponti a & d, sia come de tutta la b n, alla o n, che con numeri lo faccio in questo modo, videlicet dicendo, se il quadro della b n, qual è 1000 più [illegible] 200000, mi da il quadro della o n, videlicet 500 più [illegible] 200000, che mi darà il quadro della l z, qual è 400, atteso che havemo posto detta l z esser tanto quanto è la a d, cioè 20, & multiplicando 500 più [illegible] 200000 per 400, & il prodotto di tal multiplicatione partendo per 1000 più [illegible] 200000, ci verrà 150 più [illegible] 20000 per il quadrato della parte a z, di detta linea l z, del qual quadrato pigliandone la radice, quella sarà la quantità di detta a z, cioè [illegible] 125 più [illegible] 5, & la a l, sarà il resiquo da [illegible] 125 più 5, fino a 20, videlicet 15 men [illegible] 125, e tanto saranno ancor le parti della e f, videlicet la d f, [illegible] 125 più 5, & la d e, 15 men [illegible] 125. Poi dalle estremità de dette linee l z, & e f, videlicet da gli ponti l z e f, se tirano quattro linee rette, che vadino tutte quattro a terminare nel ponto o, lequal quattro linee segaranno gli quattro lati a b, a l, d b, & d m, del detto pentagono in gli quattro ponti h u r t, da li quali quattro ponti tiraremo ancor altre quattro linee rette, videlicet una dal ponto h, al ponto u, una dal ponto u, al ponto r, una dal ponto r, al ponto t, & una dal ponto t, al ponto h. che fatto questo si haverà adempito geometricamente tal problema, Et che il approba con gli medesimi meggi che fu approbato del quadro collocato nel triangolo di sopra [illegible], eccetto che in questo fu approbato di tutto esso quadro in una sol fiata, & qui bisogna approbarlo in doi fiate, atteso che meggio ne fia collocato nel triangolo b a n, & l'altro meggio nel triangolo b d n, & per la similitudine di triangoli, si approbarà la linea k g, esser doppia all'uno & l'altro meggio lato u k, & h g di esso quadro, si come la linea l z, è doppia al z o. & similmente la detta h g, esser ancor doppia a cadauno de gli altri doi meggi lati r g, & t k, di esso medesimo quadro, si come la e f, è doppia alla d e, Circa mo a conoscere in numero la quantità del lato di esso quadro, che per cio fare procederemo in questo modo, videlicet perche egliè la linea l z, equidistante alla b n, sarà per la quintadecima & vigesimanona del primo del prealleg ato autore il triangolo a l h, equiangolo al triangolo h o b, similmente il triangolo a z u, equiangolo al triangolo u n o, Et ancor perche egliè la proportione da tutta la l z, alla sua parte a z, come de tutta la b n, alla sua parte o n, sarà disgiuntamente dalla, l a, alla, a z, come dalla b o, alla o n, & permutatamente dalla, l a, alla o b, sarà come dalla a z, alla o n, ma come dalla l a, alla b o, cosi è dalla a h, alla h b, & ancor come dalla a z, alla o n, cosi è dalla a u, alla u n. Adunque dalla a h, al h b, sarà come dal a u, al u n, per il che la linea tirata dal ponto u, al ponto h, per la seconda del sesto del medesimo auttore sarà equidistante alla linea b n, e però per la già detta vigesimanona del primo di esso auttore il triangolo a h u, sarà ancor lui equiangolo al triangolo a b n, & perche egliè stato approbato esser dal a l, al b o, & dal a h, al h b, & ancor dal a z, al o n, & etiam dal a u, al u n, esser una medesima proportione, sarà ancor coniuntamente dal b o, al a l, & dal o n, al a z, & etiam dal h b, al a h, & dal u n, al a u, una medesima proportione, per lequal cosa per la terzadecima del quinto del piu volte detto auttore sarà da tutta la b n, a tutta la l z, come dal h b, al a h, over come è dalla u n, al a u, che è quella medesima, per laqual cosa congiontamente dalla b n, & l z, a essa l z, sarà come da tutta la a n, alla sua parte a u, & come da tutta la a b, alla sua parte a h, Ma come dal a n, al a u, & dal a b, al a h, cosi è ancor dal b n, al u h, (& questo per esser il triangolo a u h, equiangolo al triangolo a b n, come di sopra si ha detto) per laqual cosa dalle dette b n, & l z, congionte insieme a essa sola l z, sarà come dalla sola b n, al h u, lato del quadro inscritto a detto pentagono. Ma la b n, è [illegible] V. (1000 più [illegible] 200000) & la l z, è 20, adunque si come [illegible] V. (1000 più [illegible] 200000) più 20, sono a 20, cosi [illegible] V. (1000 più [illegible] 200000) saranno al detto lato h u, del predetto quadro, e multiplicando [illegible] V. (1000 più [illegible] 200000) per 20, et tal prodotto partendo per [illegible] V. (1000 più [illegible] 200000) più 20, ci verrà la vera quantità del lato di esso quadro. Ma egliè da notare, che a voler multiplicare, & partire dette quantità, secondo che si ha detto, che secondo la opinion mia, la men faticosa via sia questa, videlicet a multiplicar prima [illegible] V. (1000 più [illegible] 200000) più 20 nel suo recisso, cioè in [illegible] V. (1000 più [illegible] 200000) men 20, che fa 600 più [illegible] 200000. Poi moltiplicare ancora 600, più [illegible] 200000, nel suo recisso, videlicet in 600 men [illegible] 200000, che fa 160000, & questo ultimo prodotto, videlicet 160000 salvar da parte per nostro partitore, et moltiplicar medesimamente [illegible] V. (1000 più [illegible] 200000) per il primo de detti recissi, il quale habbiamo moltiplicato il principal partitore per pervenir al numero, il qual recisso, come si ha detto è [illegible] V. (1000 più [illegible] 200000) men 20. Ancor che essa [illegible] V. (1000 più [illegible] 200000) dovesse esser moltiplicata prima per 20 ma cio no fa caso, in quanto alla verità di quello che si ha da venire, perche havendosi da moltiplicare una quantità per un'altra quantità, et poi quel prodotto per un'altra &

ancor

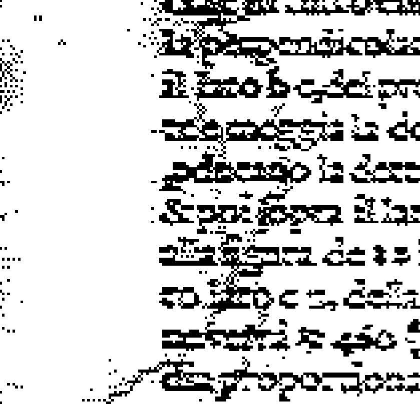
enonquesto secodo prodotto per un'altra, sia a noia molteplicar prima per qual ne piace, impero che simi ne refulta virtualmente a un modo, quando all'altro ma a molteplicar detta R. V. (1000 p̃ R 200000) prima p detto recisio, cioe p̃ R. V. (1000 p̃ R 200000) mē 20, ci torna molto piu accomodo, che a moltiplicarla prima per 20, & poi per detto recisio, perche di tal moltiplicatione di R. V. (1000 p̃ R 200000) p̃ R. V. (1000 p̃ R 200000) mē 20, ne perviene 1000 p̃ R 200000, men R. V. (400000 p̃ R 32000000000) che è molto piu facile da maneggiare di quello che sarebbe cio che perveniriebbe a moltiplicar prima p 20, & poi p R. V. (1000 p̃ R 200000) mē 20, come cadauno da si medesimo cō la esperientia spera, chiarirsi. Hor q̄sto prodotto, cioe 1000 p̃ R 200000, men R. V. (400000 p̃ R 32000000000) sia moltiplicato per se, che ne verra 2000 p̃ R 8000000 men R. V. (16000000 p̃ R 512000000000000) il qual prodotto doveria ancor esser multiplicato p il secondo recisio, cioe per 600 men R 20000, & quello che di tal moltiplicatione resultasse partito per il sopradetto partitore, idest per 16000, ad haver la quantita del lato del q̄dro, ma perche tal moltiplicatione ci produrebbe numeri grandissimi, voglio primamente che partiamo esso secondo prodotto per detto partitore, videlicet per 16000, & quello che ci verra di tal partimento, moltiplicando poi per detto recisio, cioe per 600 men R 20000, che ci dara quel medesimo che sarebbe a moltiplicare prima per 600 men R 20000, & poi tal prodotto partire per 16000, & schivaremo li grandi numeri fatticosi da maneggiare, & ancor da stimare, & a partire 2000 p̃ R 8000000, mē R. V. (16000000 p̃ R 512000000000000) per 16000, ci perviene $\frac{1}{8}$ p̃ R $\frac{1}{32}$ men R. V. ($\frac{1}{16}$ p̃ R $\frac{1}{512}$) & moltiplicando questo avenimento per 600 men R 20000, ne puiene 50 p̃ R. V. (1250 p̃ R 312500) men R. V. (2250 p̃ R 1012500) men R 500, p il lato del detto quadro si ut s. collocato in detto pentagono, che voi dire che'l sia presa la radice de 312500, & quella posta sopra 1250, & di tal summa presa ancor la sua radice, & q̄lla gionta sopra 50, & salvar da parte, come summa di tutti gli piu che si attrovano in detto prodotto. Poi che'l sia presa la radice de 1012500, & quella posta sopra 2250, & di tal summa presa ancor la sua radice, & quella summata con la radice de 500, che q̄sto sara sara la summa de tutti gli meni, che sono in detto prodotto, (cōme so che come ancor diremo nel quesito passato, quādo diremo, men R. V. (2250 p̃ R 1012500) quel p̃ sequal inferire tanto per meno, & non altrimenti) la qual summa de meni essendo detratta della sopra salvata de tutti gli piu, quello che restara sara in numero la quantita del lato del detto quadro inscritto in detto pentagono, laqual quantita se diligentemente operarai, tu la trovarai qualche cosetta piu de 13. &c.

Egli è una superficie de 12 lati eguali, alla quale egli è circonscritto il cerchio a b c. il cui diametro è 16, & il suo centro è il ponto d; Et io vorei fare un pentagono equilatero & equiangolo, che la sua superficie fusse eguale a quella della detta figura di 12 lati alla quale è circonscritto il detto cerchio; Si dimanda quanto sara ciascun lato del detto pentagono, egli è da sapere, che la linea che sottotende a un angolo contenuto da dui lati della detta figura de 12 lati eguali, (laqual pongo sia la linea b c, che sottotende all'angolo a, contenuto da gli dui lati a b, & a c, di essa medesima figura de 12 lati) è sempre il lato dell'esagono circonscritto dal medesimo cerchio a b c, ilqual lato di esagono è sempre eguale a mezzo il diametro di tal cerchio che circonscrive le dette figure, come il nostro auttore Euclide per la decimaquinta del quarto chiaramēte ci manifesta, & perche da quello che esso medesimo auttore in fine della ottava del quartodecimo ci dimostra in ancor la notitia della superficie del pentagono, ne consequita questa infallibile verita, cioe che a moltiplicare tutti gli ottavi del diametro del cerchio che circonscrive qual si voglia superficie equilatera & equiangola, quanti sono il numero de i lati di essa superficie in quella linea che sottotende all'angolo di detta superficie, ne perviene sempre la vera quantita dell'area de tal superficie, però moltiplicando noi 12 ottavi del diametro del detto cerchio a b c, iquali vengono ad essere un tanto e mezzo di esso diametro, idest 24. nel lato dell'esagono dentro da esso cerchio collocato, qual è 8, ci verra 192 per l'area superficiale di essa figura de 12 lati, dentro dal medesimo cerchio collocata. Se vogliamo fare un pentagono equilatero, & equiangolo che sia equali a detta figura de 12 lati, idest a 192. Voglio che procediamo secondo che procede il sopradetto auttore nella vigesimasesta del sesto, cioe che pigliamo a nostro beneplacito un pentagono equilatero & equiangolo, al quale sia circonscrivibile il cerchio, qual pōgo sia il pentagono a b c d e, circonscritto dal cerchio signato delle medesime littere a b c d e, il centro del qual cerchio è il ponto f, & el diametro è la a g, ilqual diametro pongo pur esser 16, come è quello del sopradscritto a b c. & perche considerate una linea esser media proportionale tra gli $\frac{5}{8}$ & $\frac{3}{8}$ di esso diametro del medesimo cerchio a b c d e, fuor di essi $\frac{5}{8}$ del detto diametro, ci resta la quantita a o, di esso diametro, laqual è tagliata orthogonalmente dalla linea b e, che sottotende all'angolo a, di tal pentagono, quando esso diametro sia dedutto da esso angolo a, fino che segue la circunferentia del detto cerchio nel ponto g, Ma gli $\frac{5}{8}$ di esso diametro son 10, & $\frac{1}{4}$ è 2, adunque moltiplicando 10 p 2, che fa 20, & di tal prodotto pigliando ne la radice, laqual è pur R 20, quella sara media proportionale tra gli detti $\frac{5}{8}$ & $\frac{1}{8}$ del detto diametro. Et abbattēdo essa R 20, fuor de essi $\frac{5}{8}$, idest de 10, ci restara 10 men R 20, per la quantita della parte a o, di esso diametro, che è tagliata dalla detta linea b e, laqual sottotende all'angolo a, di tal pē-

Cinquantesimo sesto



tagono, laqual parte 20, essendo moltiplicata per tutto esso diametro ci produrà p la trigesimaquinta del terzo decimo del secodo di esso predetto auttore il quadrato del lato di esso pentagono. Ma della moltiplicatione del detto diametro in detta sua parte 20, idest de 16, in 20 mẽ R 20, ne peruiene 160 mẽ R 5120. Adunque il quadrato del lato de tal pentagono sarà 160 men R 5120, & esso lato in longhezza se dirà essere R.V. 160 mẽ R 5120. Hor se se trouera la quantità della ppendicolare, che viẽ dal cẽtro f, di esso cerchio, & cade nel meggio del lato c d, del detto pẽtagono in questo modo, videlicet pigliãdo la quarta parte del quadrato del lato di esso pẽtagono, cioè 40 mẽ R 320, laqual quarta parte vien a essere il quadrato della meta di esso lato pentagonico, & quello tal quadrato di esso meggio lato detrahẽdolo del q̃drato della meta del diametro di esso cerchio, cioè de 64, (perche esso detto pentagono vien diuiso in cinque triangoli equali dalle cinque linee, ouer meggi diametri ductti dal cetro sue ualmente a cadauno de gli angoli del medesimo pẽtagono) restarà 24 p̃ R 320, p il quadrato di essa perpendicolare, che vien dal detto cẽtro f, e diuide esso lato c d, in due parti equali per la terza del terzo del medesimo auttore, laqual perpẽdicolare põgo sia la linea f i, del qual suo quadrato, idest 24 p̃ R 320, pigliandone la radice, laqual è R 20 p̃ 2 q̃lla sarà la longhezza di essa perpendicolare. Et perche del ductto di quella in meggio il lato del pentagono, ne peruiene il doppio de vno de detti cinque triangoli, nelli quali è diuiso tutto esso pentagono per le linee dutte dal centro f, del cerchio a gli angoli di quello. Adunque del ductto de due volte e meza essa perpendicolare in vno dei i lati di esso pentagono, ne verrà l'area superficiale di tutto esso pentagono. Ma il lato di detto pentagono è R.V. (160 men R 5120) & due volte e meza la perpendicolare f i, è R 125 p̃ 5. Sia dunque fatta la superficie rettangola b h n c, che vno de suoi lati sia il lato b c, del predetto pentagono, videlicet R.V. (160 men R 5120) & l'altro, cioè h b, ouer n c, sia due volte e meggia la detta perpendicolare, idest R 125 p̃ 5. Acciochè moltiplicati vno per l'altro quelli dui lati, producano la detta superficie b h n c, equale al detto pẽtagono a b c d e, ilqual è R.V. (16000 p̃ R 51200000) & poi sopra il lato c n, di detta superficie b h n c, sia ancor constituita la rettangola superficie c n l m, equale alla figura de 12 lati equali, collocata nel primo a b c, idest 192 che con numeri si fa partendo 192 per il detto lato c n, della superficie b h n c, ilqual è due volte & meggia la perpendicolare f i, idest R 125 p̃ 5, che auenirà R 460 4/5 men 9 3/5 per il lato c l, della detta superficie c n m l. hor sia presa vna linea che sia media proportionale tra il lato b c, del detto pentagono, & il lato c l, della rettangola superficie c n m l, ilche per il presente ci pare di fare in questo modo, videlicet moltiplicando il quadrato del lato b c, di esso pentagono nel quadrato del lato c l, della superficie c n m l, & di tal prodotto pigliarne la radice della radice, che quella sarà media proportionale tra il detto lato b c, di esso pentagono, & il lato c l, di detta superficie c n m l; ma il quadrato del lato b c, del pentagono è 160 men R 5120, come si ha detto, & il quadrato del lato c l, di detta superficie c n m l, per esser quello in longhezza R 460 4/5 men 9 3/5, vien a esser 552 24/25 mẽ R 169869 3/25. adunque moltiplicando 552 24/25 men R 169869 3/25, per 160 men R 5120, sifaremo la notitia del qual tanto quadrato, ouer ce de tal linea media proportionale tra il detto lato b c, di esso pentagono, & tra il lato c l, di detta superficie c n m l; Ma della moltiplicatione de 552 24/25 men R 169869 3/25 in 160 men R 5120, ne peruiene 117964 4/5 men R 3113255521 [illegible], per ilche detta linea media proportionale, tra gli più volte detti lati, sarà la radice della radice de 117964 4/5 men R 3113255521 [illegible], la



qual pongo sia la linea s o, secondo laquale sia descritto vn pentagono equilatero, & equiangolo, come ce insegna la vigesimaquinta del Sesto del detto auttore, che põgo quello essere il pentagono r p s o q, ilqual dico esser equale alla superficie della figura de 12 lati equali dentro del primo cerchio a b c, collocata, che cosi lo approbo, videlicet, perche le tre linee b c, s o, c l, sono constituite sotto la continua proportionalità, & sopra la b c, prima, & s o, seconda, son fatte le due simile superficie, lequal sono gli detti dui pentagoni a b c d e, & r p s o q, sarà la proportione di quelli, come della linea b c, prima, alla linea c l, terza, per la decimanona del sesto del predetto auttore. Ma come della linea b c, alla linea c l, cosi è per la prima del detto sesto, della rettangola superficie b h n c, alla rettangola superficie c n m l, p esser quelle constituite sotto vna medesima altezza, p laqual cosa del pẽtagono a b c d e, al pẽtagono r p s o q, sarà come la sup̃ficie b h n c, alla sup̃ficie c n m l, p erò permutatamente dal pentagono a b c d e, alla superficie b h n c, sarà come dal pentagono r p s o q, alla superficie c n m l, Ma il pentagono a b c d e, è equale alla superficie b h n c, Adunque il pentagono r p s o q, è ancor lui equale alla superficie c n m l, & la superficie c n m l, è stata fatta equale alla figura de 12 lati equali, collocata nel cerchio a b c, Adunque il pentagono r p s o q, indubitatamente sarà equale alla proposta figura de 12 lati, collocata nel detto cerchio a b c, che è il proposito; Diremo adunque, che il lato del pentagono equilatero, & equiangolo equale a detta figura de 12 lati equali essere tanto quanto è la radice della radice de 117964 4/5 men R 3113255521 [illegible], che vuol dire che'l si prenda la radice de 3113255521 [illegible], & quella detratta de 117964 4/5, & di tal residuo presa la radice della radice, che quella sarà la quantità del lato de tal pentagono equale a detta superficie de 12 lati &c.

IL FINE.